EVCLIDIS MEGARENSIS MATHEMATICI CLARISSIMI ELEMENTORUM Geometricorum. Lib. XV.

Cum expositione THEONIS *in priores* XIII *à Bartholomæo Veneto Latinitate donata,* LAMPANI *in omnes, &* HYPSICLIS *Alexandrini in duos postremos.*

His adiecta sunt Phænomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini & Data.

Postremum uero, Opusculum de Leui & Ponderoso, hactenus non uisum, eiusdem autoris.



BASILEAE APVD IOHANNEM HERVAGIVM,
MENSE AVGVSTO. ANNO
M. D. XXXVII.

Cum priuilegio Cæsareo.

IOHANNES HERVAGIVS
Lectori s. D.

QVONIAM inhumanum est repugnare haud ita
cilia rogantibus amicis, non licuit amplius editio
tinam huius autoris in aliud tempus proferre, qu
lacrius sumus persecuti, ne aditū ad omnes discipl
Plato testatur fieri neglecta Geometria, latine ta
ditis prædudere uelle uideamur. Collatū est itac
plar Iacobi Fabri Stapulensis ductu Parisijs ante aliquot annos e
ad fidem Græci exemplaris à doctiss. uiro Christanno Herlino M
ticarum disciplinarum publico apud Argentinenses professore, cu
feras quicquid hic aut ad Græcum exemplar aut alioqui docte ref
deris. Adiecimus Phænomena, Specularia, Protheoriā Marini,
argumētorum similitudine inducti: cumq; eo ipso tēpore, quo
absolueretur, libellum, siue potius fragmentum (nam uide
esse mutilus) mihi afferret quidam de Leui & Ponderose
eum etiam addidimus, ut si quid hinc possit esse emo
lumenti boni consulas, sin minus, ne mea fide
in studiosos desiderata, tuo commodo ali
cubi uidear non studuisse.

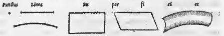
Vale.

EVCLIDIS MEGAREN

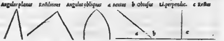
SIS CLARISSIMI PHILOSOPHI, MATHEMATICORVM facile prīcipis: primum ex Campano, deinde ex Theone græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

Ex Campano: triplex principiorum genus.
Primum Diffinitiones.

Punctus est, cuius pars non est. 2 Linea, est longitudo sine latitudine. 3 Cuius quidem extremitates, sunt duo puncta. 4 Linea recta, est ab uno puncto ad alium breuissima extensio, in extremitates suas eos recipiens. 5 Superficies, est quæ longitudinem & latitudinem tantum habet. 6 Cuius quidem termini, sunt lineæ. 7 Superficies plana, est ab una linea ad aliam breuissima extensio, in extremitates suas eas recipiens.



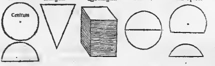
8 Angulus planus, est duarum linearum alternus contactus, quarum expansio est super superficiem, applicatioq; non directa. 9 Quando autem angulū continent duæ lineæ rectæ: rectilineus angulus nominatur. 10 Quando recta linea super rectam steterit, duoq; anguli utrobiq; fuerint æquales, eorum uterque rectus erit, lineaq; lineæ superstans, ei cui superstat, perpendicularis uocatur. 11 Angulus uero qui recto maior est, obtusus dicitur. 12 Angulus uero minor recto, acutus appellatur.



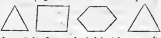
13 Terminus, est quod uniuscuiusq; finis est. 14 Figura, est quæ termino uel terminis continetur. 15 Circulus, est figura plana una quidem linea contenta quæ circūferentia nominatur, in cuius medio punctus est, à quo omnes lineæ rectæ & ad circunferentiam exeuntes, sibi inuicem

ſunt æquales. 16 Et hic quidem punctus: centrum circuli dicitur.

17 Diameter circuli, eſt linea recta quæ ſuper eius centrum tranſiens, extremitatesq́ ſuas circunferentiæ applicans, circulum in duo media diuidit. 18 Semicirculus, eſt figura plana diametro circuli & medietate circunferentiæ contenta. 19 Portio circuli, eſt figura plana recta linea & parte circunferentiæ contenta, ſemicirculo quidem aut maior aut minor.



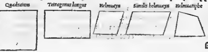
20 Rectilineæ figuræ, ſunt quæ rectis lineis continentur. 21 Quarum quædam trilateræ: quæ tribus rectis lineis. 22 Quædam quadrilateræ: quæ quatuor rectis lineis. 23 Quædā multilateræ, quæ pluribus q̃ quatuor rectis lineis continentur.



24 Figurarū trilaterarū, alia eſt triangulus, habēs tria latera æqualia. 25 Alia, triangulus duo habens æqualia latera. 26 Alia, triangulus trium inæqualiū laterū. 27 Harum iterū alia eſt orthogoniū, unum, ſcilicet, rectum angulū habens. 28 Alia eſt amblygoniū, aliquē obtuſum angulum habens. 29 Alia eſt oxygoniū, in qua tres anguli ſunt acuti.



30 Figurarū autem quadrilaterarū, alia eſt quadratum, quod eſt æquilaterum atq; rectangulū. 31 Alia eſt tetragonus longus, quæ eſt figura rectangula, ſed æquilatera non eſt. 32 Alia eſt helmuayn, quæ eſt æquilatera, ſed rectangula non eſt. 33 Alia eſt ſimilis helmuayn, quæ oppo-



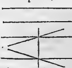
ſita

sita latera habet æqualia atque oppositos angulos æquales, idem tamen nec rectis angulis nec æquis lateribus continetur. 34. Præter has autem omnes, quadrilateræ figuræ, helmuariphe nominantur.

35 Æquidistantes lineæ, sunt quæ in eadem superficie collocatæ, atq; in alterutram partem protractæ non conueniunt, etiam si in infinitũ protrahantur.

Secundum, Petitiones.

1 A quolibet puncto in quemlibet punctũ, rectam lineam ducere: atq; lineam definitam, in continuũ rectumq; quantum libet protrahere.





2 Super centrũ quodlibet, quantũlibet occupando spatium, circulum designare. 3 Omnes rectos angulos, sibijnuicem esse æquales. 4. Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit, duoq; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint, istas duas lineas in eandem partem protractas: proculdubio coniunctum iri 5 Duas lineas rectas, superficiem nullam concludere.

Tertium Communes animi conceptiones.

1 Quæ uni & eidem sunt æqualia, & sibijnuicem sunt æqualia. 2 Et si æqualibus æqualia addãtur, tota quoq; fient æqualia. 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquũtur erunt æqualia. 4. Et si ab inæqualibus æqualia demas, quæ relinquũtur erunt inæqualia. 5 Et si inæqualibus æqualia addas, ipsa quoq; fient inæqualia. 6 Si fuerint duæ res uni duplices, ipsæ sibijnuicem erunt æquales. 7 Si fuerint duæ res quatum utraq; unius eiusdem fuerit dimidium, utraq; erit æqualis alteri.

8 Si aliqua res alicui superponatur, applicetur q; ei, nec excedat altera alterã, illæ sibijnuicẽ erunt æquales. 9 Omne totũ, est maius sua parte.

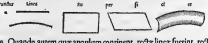
CAMPANVS. Sciendum est autem, quod præter has cõmunes animi conceptiones, siue cõmunes sententias, multas alias quæ numero sunt incõprehensibiles, prætermisit Euclides: quarum, hæc est una. Si duæ quantitates æquales, ad quamlibet tertiam eiusdem generis comparẽtur: simul erunt ambæ illa tertia, aut æque maiores, aut æque minores, aut simul æquales. Item alia. Quanta est aliqua quantitas ad quamlibet aliam eiusdem generis, tantam esse quamlibet tertiam ad aliquã quartam eiusdem generis. In quantitatibus continuis hoc uniuersaliter uerum est, siue antecedentes maiores fuerint consequentibus, siue minores: magnitudo enim decrescit in infinitum: in numeris autem, non sic. Sed si fuerit primus submultiplex secundi, erit quilibet tertius æque submultiplex alicuius quartu; quoniam numerus crescit in infinitum, sicut magnitudo in infinitum minuitur.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, BARTHOLOMAEO ZAMBERTO Veneto interprete: Triplex princpiorum genus.

Primum Diffinitiones.

SIgnum, est cuius pars nulla. 2 Linea uero, longitudo illatabilis. 3 Lineæ autē limites, sunt signa. 4 Recta linea, est quæ ex æquali, sua interiacet signa. 5 Superficies, est quæ longitudinem latitudinemq́ꝫ tantum habet.

6 Superficiei extrema, sunt lineæ. 7 Plana superficies, est quæ ex æquali, suas interiacet lineas. 8 Planus angulus, est duarum lineatū in plano sese tangentiū & non in directo iacentiū, ad alterutrā inclinatio.



9 Quando autem quæ angulum continent, rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur. 10 Cum uero recta linea super rectam consistens lineam, utrobiqꝫ angulos æquales adinuicē fecerit, rectus est uterqꝫ æqualiū angulorū: & quæ superstat recta linea, perpendicularis uocitatur, super quam steterit. 11 Obtusus angulus, maior est recto. 12 Acutus uero, minor est recto. 13 Terminus, est quod cuiusqꝫ finis est.



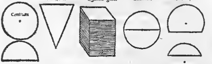
14. Figura est quæ sub aliquo, uel aliquibus terminis comprehenditur.

15 Circulus, est figura plana una linea contenta quæ circunferentia appellatur, ad quam ab uno signo intrursum existente omnes procedentes lineæ, ipsiusq́ꝫ circuli circunferentiam incidentes, adinuicem sunt æquales.

16 Centrum uero ipsius circuli id signum appellatur. 17 Dimetiens circuli, est recta quædam linea per centrum acta, & ex utraque parte in circuli circūferentiam terminata, quæ circulū bifariam dispescit. 18 Semicirculus, est figura quæ sub dimetiente & ea quæ per ipsam circuli circun-

ferentia

ferentia sublata est, continetur. 19 Sectio circuli, est figura quæ sub recta linea & circuli circũferentia aut maiore aut minore semicirculo continetur.



20 Rectilineæ figuræ, sunt quæ sub rectis lineis continentur. 21 Trilateræ figuræ, sunt quæ sub tribus rectis continentur lineis. 22 Quadrilateræ figuræ, sunt quæ sub quatuor comprehenduntur rectis lineis. 23 Multilateræ figuræ, sunt quæ sub pluribus quàm quatuor rectis lineis cõprehenduntur. 24 Trilaterarũ porrò figurarũ, æquilaterũ est triangulum, quod sub tribus æqualibus lateribus continetur.



25 Isosceles autem, est quod sub binis tantum æqualibus lateribus continetur. 26 Scalenum uero, est quod sub tribus inæqualibus lateribus continetur. 27 Amplius trilaterarũ figurarũ, rectangulum triangulũ est quod rectum angulum habet. 28 Amblygoniũ autem, quod obtusum angulum habet. 29 Oxygoniũ uero, quod tres habet acutos angulos.



30 Quadrilaterarum autem figurarum, quadratum quidem, est quod & æquilaterũ ac rectangulum est. 31 Altera parte longius, est quod rectangulum quidem, at æquilaterũ non est. 32 Rhombus, est quæ æquilatera, sed rectangula non est. 33 Rhomboides uero, est quæ ex opposito latera & angulos habens æquales, neq; æquilatera neq; rectangula est. 34 Præter hæc autem, reliqua quadrilatera, trapezia appellantur.



35 Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem existentes plano, & ex utraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Secundum, Postulata.

1 Ab omni signo in omne signum, rectam lineam ducere. 2 Rectam lineam terminatam, in continuum rectumque producere. 3 Omni centro & interuallo, circulum describere. 4 Omnes angulos rectos, adinuicem æquales esse. 5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadē parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas in infinitū productas concurrere necesse est ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.



Tertium Communes sententiæ.

1 Quæ eidem æqualia, & ad inuicem sunt æqualia. 2 Et si æqualibus æqualia adiiciātur, tota erunt æqualia. 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur æqualia erunt. 4 Et si inæqualibus æqualia adiungantur, tota erunt inæqualia. 5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt. 6 Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia. 7 Et quæ eiusdem sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem. 8 Et quæ sibimetipsis cōueniunt, æqualia sunt adinuicem.

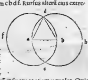
χωρίον 9 Totum, est sua parte maius. 10 Duæ rectæ lineæ,* superficiem non concludunt.

EVCLIDIS

Primi libri propositio prima.

1 TRiangulum æquilaterum: supra datam lineam rectam collocare.

Esto data linea recta: a b. uolo: super ipsam, triangulum æquilaterum constituere. Super alteram eius extremitatẽ, scilicet, in puncto a, ponam pedem circini immobilem, & alterum pedem mobilem extendam usq; ad b: & describam secundum quantitatem ipsius lineæ datæ, per secundam petitionem circulum c b d f. Rursus alterã eius extremitatem, scilicet, punctum b faciam centrum: & per eandem petitionem & secundum eiusdem quantitatem, lineabo circulũ c a d b. qui circuli intersecabũt se in duobus punctis quæ sint c, d. Et alteram duarũ sectionũ sicut sectionem d, continuabo cum ambabus extremitatibus datæ lineæ: protractis lineis d a, d b per primam petitionẽ. Quia ergo à puncto a, quod est centrum circuli c b d, protractæ sunt lineæ a d & a b usque ad eius circunferentiam: ipsæ erunt æquales, per diffinitionem circuli. Similiter quoq;



quia à puncto b quod est centrũ circuli c a d h, protractæ sunt lineæ b a & b d usq; ad eius circunferentiã, ipsæ erunt etiam æquales. Quia ergo utraq; duarum linearum a d, b d, æqualis est lineæ a b, ut probatũ est: ipsæ erunt æquales inter se, per primam cõmunem animi conceptionẽ. Ergo super datam rectam lineam: collocauimus triangulum æquilaterum, quod est propositum.

CAMPANI additio. Si autẽ super eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorũ species, scilicet triangulum duûm æqualium laterum, & triangulũ trium inæqualiũ laterum: protrahatur linea a b, in utranq; partem, usq; quo occurret circũferentijs amborum circulorum super duo puncta f & h. Et posito centro in puncto a: lineetur circulus e h g, secũdum quantitatẽ lineæ a h. Item posito centro in puncto b: lineetur circulus e f g, secundum quantitatẽ lineæ b f. Hi autẽ circuli intersecabunt se in duobus punctis quæ sunt e, g. Coniungantur igitur extremitates datæ lineæ cum altera dictarũ sectionum: per duas lineas rectas quæ sint a g, b g. Et quia hæ lineæ a b, & a f, exeunt a centro circuli c d f, ad eius circũferentiã: ipsæ erunt æquales. Similiter quoq; a b & b h quia exeunt à centro circuli c a d h usque ad ipsius circunferentiã: ipsæ erunt æquales. Quia ergo utraq; duarum linearũ a f & b h æqualis est lineæ a b: ipsæ erunt inter se æquales, ergo posita a b cõmuni: erit b f æqualis a h. sed b f æqualis ipsi b g: quia ambæ exeũt a centro circuli e f g, ad eius



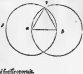
circunferentiã. Similiter quoq; a h: est æqualis ipsi a g. & utraq; earum est maior a b: eo quòd utraq; duarum linearum b f & a h maior est a b. Quare super datam lineam: collocauimus triangulum duorum æqualium laterum. Triangolum etiam trium inæqualium laterum super eandem lineam collocabimus: si aliquod punctum existens in circunferentia alterutrius duorum maiorũ circulorum quod non sit in altera duarum sectionũ, & cui non obuiet f b, cum in utramlibet partem producta fuerit in continuum & directum, coniunxerimus per duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus datæ lineæ. Sit enim punctus k signatus in circunferentia circuli e f g: & non sit in altera sectionum, nec occurrat ei f h, cum protraheretur in continuum & directum eius usq; ad circunferentiã. protraham ergo lineas a k & b k. & secabit linea a k: circũferentiã circuli e h g: secet ergo in puncto l, eritq; b k per cõmunem animi conceptionem æqualis a l, quia b k per diffinitionẽ circuli est æqualis b g, & a l æqualis a g: qua-

re a k, est maior b k. Sed & b k, est maior a b: triangulus ergo a b k, est trium inæqualiũ laterũ. Sic igitur super datam lineã rectam, omnes triangulorũ species collocauimus.

Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propositio 1.

Super data recta linea terminata: triangulũ æquilaterũ constituere.

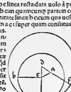
THEON ex Zamberto. Sit data recta, terminata linea α β. Oportet super α β: triangulum æquilaterum constituere. Centro quidem α, spatio uero α β, circulus describatur β γ δ (per 3 postulatũ) & rursus (per idem) centro quidem β, spatio uero β α, alter circulus describatur α γ ε. Et (per 1 postulatũ) à signo γ, in quo se circuli adinuicẽ secant, ad α, β, signa connectantur rectæ lineæ γ α, γ β. Et quoniã α signũ, centrũ est circuli γ β δ, æqualis est (per 15 diffinitionẽ) α γ ipsi α β. Rursus quoniã β signum, centrũ est circuli γ α ε, æqualis est β γ ipsi β α (per 15 diffinitionẽ). At ostensa est linea α γ, ipsi α β æqualis. utraq; igitur & γ α & γ β, ipsi α β est æqualis. Quæ autẽ eidem æqualia, & ad inuicẽ sunt æqualia (per 1 cõmunem sententiã) & γ α igitur, ipsi γ β est æqualis. Tres igitur lineæ γ α, α β, β γ, æquales ad inuicẽ sunt. Aequilaterũ igitur est triangulum α β γ, & constitutum super data recta linea terminata α β, quod fecisse oportuit.



Euclides ex Campano. Propositio 2.

A Dato puncto: cuilibet lineæ rectæ propositæ æquam rectam lineam ducere.

CAMPANVS. Sit a, punctus datus: & b c linea recta data uolo à puncto a, ducere lineam unam æqualem lineæ b c in quamcunq; partem contingat. Coniungam ergo punctum a, cum altera extremitate lineæ b c: cum qua uoluero: & coniungam ipsum a, cum extremitate c, per lineam a c: super quam constituam triangulum æquilaterũ secundum doctrinã præcedentis. qui sit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua coniunxi punctum datum, a scilicet: in extremitate c ponam pedem circini immobilem, describamq; super ipsum (per 3 petitionem) circulum secũdum quantitatem ipsius datæ lineæ: qui sit circulus e b. & latus trianguli æquilateri q̃d opponitur puncto dato, scilicet latus d c protraham per centrum circuli descripti usq; ad eius circũferentiam: & sit tota linea sic protracta d c e. secundum cuius quantitatẽ, lineabo circulum, posito centro in d: qui sit circulus e f. Postea protraham latus d a usque ad circunferentiam huius ultimi circoli: & occurrat circunferentiæ ipsius in puncto f. Dico igitur quod a f: est æqualis b c. nam b c, & c e sunt æquales: quia exeunt à centro circuli e b, ad eius circunferentiam. Similiter quoq; d f & d e sunt æquales: quia exeunt à centro circuli e f, ad circunferentiã. sed d a & d c sunt æquales: quia sunt latera trianguli æquilateri. ergo si d a & d c demantur de d e & d f quæ sunt æquales erunt residua quæ sunt a f & c e, æqualia. Quia ergo utraq; duarũ linearũ a f & c b est æqualis c e: ipsæ per 1 cõmunem animi conceptionẽ: ad inuicem sunt æquales. Quare à puncto a, protraximus lineam a f æqualẽ b c: quod est propositũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio 2.

Ad datum signum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere.

THEON ex Zamb. Sit datum signum, α: data autẽ recta linea, β γ oportet ad ipsum α. ipsi β γ rectæ lineæ æquã rectam lineam ponere. Ducatur enim ab α, signo in β signum, recta linea α β, (per 1 postulatum) & constituatur super ea (per 1 propositionem,) triangulum æquilaterum: sitq; illud, δ α β. & producantur (per 2 postulatum) in rectum ipsis, δ α, δ β lineæ α ε, β ζ & (per 3 postulatum) centro β, spatio uero β γ: circulus describatur γ η θ. & rursus (per idem) centro δ, spatio uero δ η, circulus describatur η κ λ. Quoniam igitur β signum, centrũ est circuli γ η θ, æqualis est (per 15 diffinitionem) β γ ipsi β η: & quoniam δ signum centrum est circuli η κ λ. æqualis est (per eandem) δ λ ipsi δ η, quarum δ α ipsi δ β,

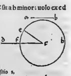


est æqualis (per præcedentem:) reliqua igitur α λ, reliquæ β ε (per 3 cõmunem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quod β γ ipsi β ε est æqualis, utraq; igitur & α λ & β γ, ipsi β ε est æqualis. Quæ autem eidem æqualia, (per primam cõmunem sententiam) & adinuicem sunt æqualia, & linea α λ igitur, ipsi β γ est æqualis. Ad datum igitur signum, α, datæ rectæ lineæ β γ æqua recta linea collocata est α λ, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 PRopositis duabus lineis inæqualibus, de longiori earum, breuiori æqualem abscindere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, & sit a b minor: uolo ex c d abscindere unam, quæ sit æqualis a b. Duco primo a puncto c, unam lineam æqualem a b, secundum quod docuit præcedens, quæ sit c e: posito ergo centro in puncto c, describam circulum secundum quantitatem c e, qui secabit lineam c d: sit ergo ut secet eam in puncto f, eritq; linea c f, æqualis lineæ c e, quia ambæ exeunt à centro eiusdem circuli ad circunferentiam, & quia utraque duarum linearũ a b & c f est æqualis c e, ipsæ per 1 cõmunem animi conceptionem sunt inter se æquales, quod est propositum.



Eucli. Ex Zamb. Problema 3. Propositio 3.

3 Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiore, minori æqualem rectam lineam abscindere.

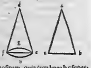
THEON ex Zamberto. Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales, α β, γ, quarum maior sit α β: oportet ab ipsa α β maiore, ipsi γ minori æqualem rectam lineam abscindere. Ponatur (per secundam propositionẽ) ad signum α, lineæ (uero) rectæ γ, æqualis α δ, & centro quidem α, interuallo uero α δ, (per 3 postulatum) circulus describatur δ ε ζ. Et quoniam α signum, centrum est circuli δ ε ζ, æqualis est α ε ipsi α δ. At linea γ, ipsi α δ est æqualis: utraq; igitur & α ε, & γ, ipsi α δ est æqualis: quare & linea α ε, ipsi γ est æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus α β, γ, ab ipsa α β maiore, ipsi γ minori æqualis abscisa est α ε, quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 OMnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius duobus lateribus alterius æqualia fuerint, duoq; anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri, latera quoq; illorum reliqua sese respicientia æqualia, reliqui uero anguli unius reliquis angulis alterius æquales erunt, ac totus triangulus toti triangulo æqualis.

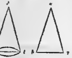
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; latus a b, æquale lateri d e, & latus a c, æquale lateri d f, & angulus a, æqualis angulo d. Tunc dico, quod basis b c, est æqualis basi e f, & angulus b, æqualis angulo e. Item angulus c, æqualis angulo f, & totus triangulus a b c, toti triangulo d e f, quod probatur. Superponam triangulũ a b c, triangulo d e f, ita quod angulus a, cadat super angulum d, & latus a b super latus d e, & latus a c super latus d f. Patet autem per penultimam conceptionẽ, quod nec anguli, nec latera sese excedent, eo quod angulus a, est æqualis angulo d, & latera superposita: ijs, quibus superponũtur, per hypothesin: puncta ergo b c, cadent super puncta e f. Si ergo linea b c, cadit super lineam e f, patet propositum, quia cum linea b c superposita lineæ e f, non excedat eam nec excedatur ab ea, est ei æqualis per conuersionem penultimæ cõceptionis. Eadem ratione erit angulus b, æqualis angulo e, & angulus c æqualis angulo f. Si autem linea b c non cadit super lineam e f, sed cadit intra triangulum sicut linea e g f, aut extra sicut linea e h f, tunc duæ lineæ recte concludunt superficiem, quod est contra ultimam petitionem.



Eucli. ex Zamb. Theorema primum. Propositio 4.

Si duo triangula duo latera dnbus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æqualem sub æqualibus rectis lineis contentum, & basin basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. 4

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera videlicet α β, α γ, duobus lateribus, hoc est, δ ε, δ ζ, æqualia habentia alterum alteri, scilicet α β, ipsi δ ε, & α γ, ipsi δ ζ, & angulum β α γ, angulo ε δ ζ æqualem. Dico quod & basis β γ, basi ε ζ, est æqualis. & triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ, æquum erit. & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri sub quibus æqualia latera subtenduntur, hoc est, α β γ ipsi δ ε ζ, & α γ β ipsi δ ζ ε. Congruente namque triangulo α β γ ipsi δ ε ζ triangulo, ac posito signo α super δ, & α β recta linea super δ ε, congruit & signum β signo ε, ex eo quia linea α β ipsi δ ε est æqualis (per hypothesin). Et congruente linea α β ipsi lineæ δ ε, congruit & linea recta α γ ipsi lineæ δ ζ. quoniam angulus β α γ, angulo δ ε ζ est æqualis (per hypothesin). At quoniam linea recta α γ, ipsi δ ζ est æqualis (per hypothesin), signum igitur γ, ipsi signo ζ congruit. Rursus quoniam γ signum ipsi ζ signo congruit, at β signum ipsi ε signo congruit. basis igitur β γ, basi ε ζ congruit. Si enim congruente β ipsi ε, & γ ipsi ζ, basis β γ, basi ε ζ non congruit: duæ rectæ lineæ superficiem concludunt, quod (per 10 communem sententiam) est impossibile. Congruit ergo basis β γ, basi ε ζ, & ei est æqualis. Quare totum triangulum α β γ, toti triangulo δ ε ζ congruit (per 8 communem sententiam), & ei est æquale. Et reliqui anguli (per eandem) reliquis angulis congruent, & eis erunt æquales, hoc est angulus α β γ, angulo δ ε ζ, & angulus α γ β angulo δ ζ ε. Cum igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æquum sub æqualibus rectis lineis contentum: basin quoque basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.*



Eucli. ex Camp. Propositio 5.

Omnis trianguli duûm æqualiũ laterũ angulus qui super basin sunt, æquales esse necesse est. Quod si eius duo latera directe protrahantur, fient quoque sub basi duo anguli inuicẽ æquales. 5

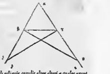
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius latus a b sit æquale lateri a c. Dico quod angulus a b c, est æqualis angulo a c b. Quod si protrahantur a b & a c usque ad d & e, fiet angulus d b c æqualis angulo e c b. Quod sic probatur. Protractis a b & a c, ponam per tertiam propositionem, lineam a d æqualem lineæ a e, & protraham lineas e b, d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d, quos probabo esse æquales, & adinuicem æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera a b & a e, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d. trianguli a c d, & angulus a, cõmunis utrique: ergo per præmissam, basis b e est æqualis basi d c, & angulus e æqualis angulo d, & angulus a b e æqualis angulo a c d. Item intelligo duos triangulos d b c & e c b, quos similiter probabo esse æquilateros & æquiangulos. Nam duo latera b d & d c trianguli b d c, sunt æqualia duobus lateribus e c & e b trianguli c e b, & angulus d, angulo e: ergo per præmissam basis basi, & reliqui anguli reliquis angulis: ergo angulus d b c est æqualis angulo e c b (Et est secundum propositum, scilicet, quod anguli sub basi sunt æquales) & angulus d c b, est æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a b e, est æqualis toti a c d, ut probatum fuit supra: ergo angulus a b c residuus, est per 3 cõmunem animi conceptionem æqualis angulo a c b residuo, quorum uterque est supra basin. Et hoc est primum propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 5

5 Isoscelium triangulorū qui ad basin sunt anguli, adinuicem sunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli, adinuicem æquales erunt.

THEON ex Zamberto. Sit triangulū isosceles αβγ, æquum habens latus αβ, lateri αγ, & producantur, (per 2 postulatū) in rectum ipsis αβ, αγ, rectæ lineæ βδ. Dico quod angulus αβγ, angulo αγβ est æqualis: & angulus γβδ, angulo βγε. Capiatur in linea βδ, contingens signū, sitq; illud ζ, & auferatur (per 3 propositionē) à linea αε maiore, ipsi αζ minori æqualis, sitq; illa αε, & connectantur ζγ & εβ. Quoniam αζ, ipsi αε, & αβ, ipsi αγ, sunt æquales: duæ igitur ζα, αγ, duabus εα, αβ, sunt æquales altera alteri, & cōmunem angulum cōcludunt: qui sub ζαε, cōtinetur. Basis igitur ζγ basi εβ (per 4 propositionē) est æqualis. & triangulū αζγ, triangulo αεβ, erit æquale, & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, sub quibus latera æqualia explicantur: hoc est angulus αγζ, angulo αβε, & angulus αζγ, angulo αεβ. Et quoniā tota αζ, toti αε, est æqualis, quarum linea αβ, lineæ αγ est æqualis: reliqua igitur βζ reliquæ γε (per 3 cōmunem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quod ζγ ipsi βε est æqualis. Duæ autem βζ, ζγ, duabus γε, εβ, æquales sunt altera alteri. & angulus βζγ, angulo γεβ (per 4 propositionem) est æqualis & βγ basis eorum, cōmunis est.



Triangulum igitur βζγ, triangulo γεβ, erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur, (per eandem). Angulus igitur ζβγ, angulo εγβ, & angulus βγζ angulo γβε sunt æquales. Quoniam igitur totus angulus αβε, toti angulo αγζ (ut ostensum est) æqualis est, quorū γβε, angulo βγζ est æqualis. reliquus igitur angulus αβγ, reliquo angulo αγβ, (per 3 cōmunem sententiā) est æqualis, & ad basin sunt trianguli αβγ. Ostensum est autem, quod angulus ζβγ, angulo εγβ, est æqualis, & sub basi existunt. Isoscelium igitur triangulorū qui ad basin anguli sunt, æquales sunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis, anguli qui sub basi existunt, æquales erunt adinuicem, quod demonstrandum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 SI duo anguli alicuius trianguli æquales fuerint, duo quoq; latera eius illos angulos respicientia æqualia erunt.

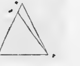
CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ: quantū ad primā partem ipsius. Sit enim triangulus a b, cuius duo anguli b & c sunt æquales. Dico quod latus a b, est æquale lateri a c. Si enim non sunt æqualia, erit alterū maius: sitq; a b maius, q̄d resecetur ad æqualitatem a c per 3 propositionem, ut superfluū sit a d, ad partē a, & resecetur in puncto d, sitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triangulos a c b & b c, quos probabo esse æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b, & angulus b æqualis angulo c totali per hypothesim: ergo basis d c est æqualis basi a b per 4 propositionem & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b, est æqualis angulo a b c per hypothesin: ergo angulus d c b, est æqualis angulo a c b, pars uidelicet toti, quod est impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 6.

6 Si trianguli duo anguli æquales adinuicē fuerint, æquales quoq; angulos subtendentia latera æqualia adinuicē erunt.

THEON ex Zamberto. Sit triangulum αβγ, æquum habens angulum αβγ, angulo αγβ. Dico quod & latus αβ, æquū est lateri αγ. Si enim æquale non est latus αβ ipsi lateri αγ, alterū eorum erit maius. Si maius αβ Et auferatur (per 3 propositionem) ab ipso αβ, maiore, ipsi αγ minori linea æqualis: sitq; illa δβ. protrahatur linea δγ, (per 1 postulatum). Igitur quoniam latus δβ est æquale lateri αβ, communis uero linea βγ: duo igitur δβ, βγ, latera duobus lateribus αγ & γβ sunt æqualia alterum alteri, & angulus δβγ, angulo αβγ, (per hypothesin).



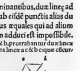
Basis

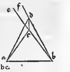
Basis igitur δ γ. (per 4. propositionem) basi α β. est æqualis: & triangulum δ β γ (per eandem) triangulo α γ β æquum erit, minus scilicet maiori, quod est impossibile. Latus igitur α β, latere α γ non est inæquale: æquale igitur. Si trianguli ergo duo anguli æquales adinuicem fuerint: æquales quoque angulos subtendentia latera æqualia ad inuicem erunt: quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Cam. *Propositio* 7.

SI à duobus punctis aliquam lineã terminantibus, duæ lineę ad punctum unũ concurrentes exierint, ab eisdẽ punctis alias duas lineas singulas suis conterminalibus æquales qui ad alium punctũ concurrant, in eandem partem adduci est impossibile.

CAMPANVS. Sit linea a b: à cuius extremitatibus a & b, protrahantur duæ lineæ in partem unam quæ concurrant in eodem puncto. Vt sint lineæ a c & b c: quæ cõcurrant in puncto c. Dico quod in eandem partem non protrahentur aliæ duæ ab extremitatibus lineæ a b, quæ cõcurrant ad alium pũctum: ita quod illa quæ egredietur à puncto a sit æqualis a c, & quæ egredietur à pũcto b sit simul æqualis lineæ b c. quod si fuerit possibile, protrahãtur aliæ duæ lineæ in eandem partem, quæ concurrãt in pũcto d, & sit a d æqualis lineæ a c, & simul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo punctus d cadet intra triangulum a b c: aut extra: nam in alterum laterum non cadet: quia tunc pars esset æqualis suo toti. Si ergo cadat extra, aut altera linearum a d & b d secabit alteram linearum a c & b c, aut neutra neutram. Et secet primo altera alteram, & protrahatur linea c d. Quia ergo trianguli a c d duo latera a c & a d sunt æqualia: erit angulus a c d æqualis angulo a d c (per 5 propositionẽ.) Similiter quia in triangulo b c d duo latera b c & b d sunt æqualia: erũt anguli b c d & b d c per eandem æquales. Et quia angulus b d c est maior angulo a d c, sequitur angulum b c d esse maiorem angulo a c d, partẽ s. toto, quod est impossibile. Si autẽ d cadat extra triãgulũ a b c, ita quod lineæ se nõ secẽt, protrahã lineam d c & producã, b d & b c sub basi usq; ad e & f. Et quia lineæ a c & a d sũt æquales, erũt anguli a c d & a d c æquales per 5, similiter quia b c & b d sunt æquales, erunt anguli sub basi qui sunt c d f & e c d, æquales per 2 partem eiusdẽ. Quia ergo angulus e c d minor est angulo a c d: sequitur angulum f d c esse minorem angulo a d c, quod est impossibile. Eodem modo ducetur aduersarius ad inconueniens: si d punctus cadat intra triangulum a b c.





Eucli. Ex Zamb *Theorema* 4. *Propositio* 7.

Super eadem recta linea duabus eisdẽ rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur, ad aliud atq; aliud signum, ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes.

THEON ex Zamb *Si enim est possibile, super eadem recta linea α β, duabus rectis lineis α γ, γ β aliæ duæ rectæ lineæ α δ, δ β, æquales altera alteri constituantur ad aliud atq; aliud signum, hoc est, γ & δ, ad easdem partes scilicet γ δ, eosdem fines, hoc est, α β, possidentes, ut, æqualis sit γ α, ipsi δ α, eundem finem habens, hoc est, α, & γ β, ipsi δ β, eundẽ finẽ habens, hoc est, β. connectatur γ δ (per 1 postulatum). Quoniam igitur α γ æqualis est ipsi α δ: æqualis erit quoq; angulus α γ δ, angulo α δ γ. Minor igitur est angulus γ δ, angulo β δ γ. multo minor igitur est angulus β γ δ angulo β δ γ. Rursus quoniã β γ, ipsi δ β est æqualis: æqualis est igitur & angulus β γ δ, angulo γ δ β. Ostẽsum est autẽ quod admodũ minor, quod est impossibile. Super igitur eadẽ recta linea duabus eisdẽ rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur ad aliud atq; aliud signum, ad easdem partes, eosdem fines rectis primis lineis possidentes, quod demonstrasse oportuit.*



Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 Omniũ duorũ triãgulorũ quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerit æqualia, basisq́ unius basi alteri æqualis duos angulos æquis lateribus contentos, æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f: sitq́ a c æqualis d f et b c æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo q̃d angulus c est æqualis ãgulo f, & angulus a, angulo d, & angulus b angulo e. Superponã basin a b, basi d e quæ cũ sint æquales neutra excedit alteram per conuersionem penultimæ conceptionis. Aut ergo punctus c cadet super punctum f: aut nõ. Si sic, tunc quia angulus c superpositus est angulo f, & neuter excedit alterũ eo quòd a c super d f & b c super e f cadunt, ipsi sunt æquales per eandem conceptionem. Similiter argue reliquos angulos esse æquales. Si autem punctus c non cadat super f: cadat super quemlibet aliũ qui sit punctus g. quia e g est æqualis b c, imo eadẽ: itemq́ quia d g est æqualis a c: erit d g æqualis f, & e g æqualis e f, quod est impossibile per præcedentẽ.



Eucli ex Zam. Theorema 5. Propositio 8

8 Si bina triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & basin quoq; basi æqualẽ: angulum quoq; angulo suo æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt.

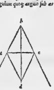
THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera α β, α γ duobus lateribus δ ε, δ ζ, æqualia habentia alterum alteri, hoc est α β ipsi δ ε & α γ ipsi δ ζ. habeantq; basin β γ basi ε ζ æqualẽ. Dico quod angulus β α γ angulo ε δ ζ est æqualis. Cõgruente enim triangulo α β γ ipsi triangulo δ ε ζ, & posito quidem β signo, super ε signum & recta linea β γ super ε ζ congruit quoq; signũ γ ipsi ζ signo, quoniã β γ æqualis est ipsi ε ζ. Cõgruẽte uero β γ ipsi ε ζ: congruunt quoq; & β α, α γ ipsis ε δ, δ ζ. Si enim basis β γ basi ε ζ cõgruit, at β α, α γ latera, lateribus ε δ, δ ζ, nõ congruent, sed different, sicut ε η, η ζ: constituentur super eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, ad aliud & aliud signũ ad easdem partes, eosdemq; fines possidentes. Non constituuntur aũt (per 7 propositionem) Nõ igitur congruente basi β γ basi ε ζ non cõgruunt quoque & β α, α γ latera ipsis ε δ, δ ζ lateribus. congruunt igitur. Quare & angulus β α γ, angulo ε δ ζ cõgruit. & eidem æqualis erit. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, basinq; basi æqualem. angulum quoq; angulo sub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 Datum angulum: per æqualia secare.

CAMPANVS. Sit datus angulus quẽ oportet diuidere: angulus a b c. Lineas ipsum cõtinentes quæ sunt a b & b c, ponam æquales, per 3 propropositionem, & producã lineam a c: super quã constituam triangulum æquilaterũ, a d c per 1 propositionẽ, & protraham lineã b d. Dico quod ipsa diuidit datum angulũ per æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d, duo latera a b & b d trianguli a b d sunt æqualia duobus lateribus c b et b d trianguli c b d: & basis a d basi c d. ergo per præceden-



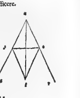
b tem

tem angulus a b d est æqualis angulo c b d, quod oportebat efficere.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 9.

9 Datum angulum rectilineum, bifariam secare.

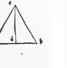
THEON. ex Zamberto. Sit datus rectilineus angulus β α γ. Oportet ipsum bifariam secare. Suscipiatur super linea α β contingens signum, sitque illud δ & à linea α γ (per 3 propositionem) auferatur α ε ipsi α δ æqualis & (per 1 postulatum connectatur linea δ ε constituaturque (per 1 propositionem) super δ ε, triangulum æquilaterum, sitque illud δ ζ ε, & connectatur (per primum postulatum) linea δ ζ. Dico quod angulus β α γ à linea α ζ bifariam secatur. Quoniam α δ est æqualis ipsi α ε, communis uero α ζ binæ igitur δ α, α ζ sunt altera alteri æquales. At basis δ ζ, basi ε ζ (per 1 propositionem) est æqualis: angulus igitur δ α ζ angulo ζ α ε (per 8 propositionem) est æqualis. Datus igitur angulus rectilineus qui sub β α γ, bifariam sectus est à recta linea α ζ, quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 Propositam rectam lineam: eam per æqualia diuidere.

CAMPANVS. Sit proposita linea quam oportet diuidere per æqualia: linea a b, super ipsam constituam triangulum æquilaterum a b c, & angulum c diuido per æqualia secundum doctrinam præcedentis, per lineam c d. Dico quòd linea c d diuidit datam lineam a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos: a c d & b c d, & argumentor sic: duo latera a c & c d trianguli a c d, sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c unius angulo c alterius. ergo per 4. basis a d, basi b d quod est propositum.



Euclidis ex Zamb. Problema 5. Propositio 10.

10 Datam rectam lineam terminatam: bifariam secare.

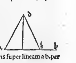
THEON. ex Zamberto. Sit data linea terminata α β oportet lineam α β bifariam secare. Constituatur (per 1 propositionem) super α β, triangulum æquilaterum α β γ. Et (per 9 propositionem) secetur angulus α γ β bifariam à recta linea γ δ. Dico quod linea recta α β bifariam secatur in signo δ. Quoniam enim (per 1 propositionem) α γ ipsi γ β est æqualis, communis uero γ δ: duæ igitur α γ, γ δ duabus β γ, γ δ sunt æquales altera alteri & angulus α γ δ angulo β γ δ æquus est. basis igitur α δ, (per 4 propositionem) δ β est æqualis. Data igitur recta linea terminata α β, bifariam secta est in signo δ. quod faciendum fuerat.



Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 Data linea recta, à puncto in ea signato perpendicularem extrahere: duobus quidem angulis æqualibus ac rectis utrinque subnixam.

CAMPANVS. Sit data linea a b: in qua sit datus punctus c, à quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propositionem lineam b c æqualem lineæ a c. & super totam a b constituo triangulum æquilaterum a b d. & protraho lineam c d. de qua dico quod ipsa est perpendicularis super lineam a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. & quia duo latera a c & c d, trianguli a c d sunt æqualia duobus lateribus c b & c d, trianguli c b d, & basis a d basi b d: erit per 8 propositionem angulus a c d æqualis angulo b c d. quare uterque eorum erit rectus, per diffinitionem anguli recti: & linea c b perpendicularis super lineam a b, per diffinitionem lineæ perpendicularis. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 6. Propositio 11.

11 Data recta linea, à signo in ea dato rectam lineam ad angulos rectos excitare.

THEON. ex Zamb. Sit data recta linea α β datum uero in ea signum sit γ. Oportet ab ipso signo γ, ipsius rectæ lineæ α β. ad angulos rectos rectam lineam excitare. Suscipiatur in ipsa α γ contingens signum, sitque illud δ & ponatur ipsi δ γ: (per 3 propositionem) æqualis linea γ ε, & super δ ε, (per 1 propositionem) constituatur triangulum æquilaterum

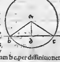
laterum ζ δ ε, & connectatur linea ζ γ. Dico quod datæ rectæ lineæ α β, à dato in ipsa signo quod est γ, ad rectos angulos, ζ γ recta linea excitata est. Quoniam enim δ γ æqualis est ipsi γ ε, cõmunis uero linea γ ζ, duæ igitur δ γ, γ ζ, duabus ε γ & γ ζ altera alteri sunt æquales: & basis δ ζ (per 1 propositionem) basi ε ζ est æqualis. Angulus igitur δ γ ζ, angulo ε γ ζ (per 8 propositionẽ) est æqualis, & sunt * utrobiq;. Cum autem recta linea super recta linea cõsistens, * utrobiq; angulos ad inuicem æquales fecerit, uterq; æqualium angulorum rectus est. (per 10 diffinitionem.) Igitur angulus δ γ ζ, & angulus ζ γ ε, sunt recti. Datæ igitur rectæ lineæ α β, à dato in ea signo γ, ad rectos angulos recta linea γ ζ excitata est, quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 11.

12 A Puncto extra signato, ad datam lineam indefinitæ quantitatis, perpendicularem deducere.

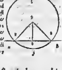
CAMPANVS. Sit a, punctus signatus extra lineã b c, à quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam b c in utranq; partem, quantum libuerit: & super punctum a, describã circulum b c, sicut secet lineam datam in punctis b, c, & protraham lineas a b & a c, & diuidam angulũ b a c per æqualia, per lineam a d, per 9 propositionem. Dico q a d est perpendicularis super lineam b c. Intelligo duos triangulos, a b d & a c d, & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, sunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d, erit per 4 propositionẽ basis, b d æqualis basi d c, & angulus a d b æqualis angulo a d c: quare uterq; eorum rectus, & linea a d perpendicularis super lineam b c, per diffinitionem anguli recti & lineæ perpendicularis, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 7. Propositio 11.

12 Super datam rectam lineam infinitã, à dato signo quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.

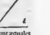
THEON ex Zamb. Sit data recta linea infinita, sitq; illa α β, datum uero signum quod in ea non est, sit γ. Oportet super datam rectam lineam infinitam α β, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularẽ rectam lineam ducere. Suscipiatur enim in altera parte ipsius α β rectæ lineæ contingens signum, sitq; illud δ, & centro quidem γ, interuallo uero γ δ, (per 3 postulatum) circulus describatur ε ζ η. Seceturq; (per 10 propositionem) ε η bifariam, in signo θ, & connectantur (per 1 postulatum) rectæ lineæ γ η, γ θ, γ ε. Dico quod super datam rectam lineam infinitã α β, à dato signo quod in ea nõ est, uidelicet γ, perpendicularis ducta est recta linea γ θ. Quoniã η θ ipsi θ ε est æqualis, cõmunis uero θ γ: duæ igitur η θ, θ γ, duabus ε θ, θ γ, sunt altera alteri æquales, & basis γ η, basi γ ε (per 10 diffinitionẽ) est æqualis. Angulus igitur γ θ η, angulo ε θ γ (per 8 propositionẽ) est æqualis, suntq; * utrobiq;. Cum autem recta linea super rectam consistens lineam, angulos * utrobiq; adinuicem æquales fecerit, uterq; æqualium angulorũ rectus erit (per 10 diffinitionem) & superstans recta linea perpendicularis uocatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam α β, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularis ducta est γ θ, quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 OMnis rectæ lineæ super rectam lineam stantis duo utrobiq; anguli, aut sunt recti, aut duobus rectis æquales.

CAMPANVS. Sit ut linea a b, superstet lineæ c d, quæ si fuerit super eam perpendicularis, faciet duos angulos rectos per conuersionẽ diffinitionis lineæ perpendicularis. Si autem non fuerit super eam perpẽdicularis, à puncto b ducatur b e perpendicularis super c d per 11, eruntq; duo anguli e b c & e b d recti per conuersionẽ dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e adæquãtur angulo d b e, ipsi cum angulo c b e, erunt æquales duobus rectis: quare tres anguli qui sunt d b a, a b e, & c b e, sunt æquales duobus rectis, sed angulus c b a, est æqualis duobus angulis c b e & e b a, ergo duo anguli c b a & a b d sunt æquales



b 2 duobus

duobus rectis, quod est propositum. Ex quo patet totum spatium quod in qualibet superficie plana punctum quodlibet circumstat, quatuor rectis angulis esse æquale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 13.

13 Cum recta linea super rectam consistens lineam angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quædam α β, super rectam lineam γ δ consistens, angulos efficiat γ β α & α β δ. Dico quod γ β α & α β δ anguli, aut duo recti sunt, aut duobus rectis æquales. Quod si angulus γ β α, est æqualis angulo α β δ, iam duo recti sunt. At si non excitetur (per 11 propositionem) à dato signo β lineæ γ δ, ad angulos rectos linea β ε, anguli igitur γ β ε, ε β δ, (per 10 diffinitionẽ) sunt recti. At quoniã angulus γ β ε, duobus γ β α, α β ε angulis est æqualis, cõmunis ponatur angulus ε β δ. igitur anguli γ β ε, ε β δ, tribus angulis, hoc est γ β α, α β ε, ε β δ, sunt æquales. Rursus quoniã angulus δ β α duobus angulis δ β ε, ε β α est æqualis, cõmunis ponatur angulus α β γ. Igitur anguli δ β α, α β γ, tribus angulis δ β ε, ε β α, α β γ sunt æquales. Ostensum est autem quod anguli γ β ε, ε β δ, eisdem tribus sunt æquales: quæ autem eidem sunt æqualia, (per 1 cõmunem sententiam) & sibi inuicem sunt æqualia: anguli igitur γ β ε, ε β δ, angulis δ β α, α β γ sunt æquales. At anguli γ β ε, ε β δ sunt duo recti, & anguli igitur δ β α, α β γ, duobus rectis sunt æquales. Cum igitur recta linea super rectam consistens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI duæ lineæ à puncto unius lineæ in diuersas partes exierint, duosq́ circa se angulos rectos, aut duobus rectis æquales fecerint, illæ duæ lineæ sibi directe coniunctæ sunt, & linea una.

CAMPANVS. Sit ut a puncto b lineæ a b, exeant duæ lineæ in oppositas partes, quæ sint b c & b d, & faciant duos angulos qui sint c b a & d b a, æquales duobus rectis: tunc dico quod duæ lineæ c b & d b, sunt sibi inuicem directe cõiunctæ & linea una. Hæc est quasi conuersa prioris. Quod si non fuerint linea una, tũc protrahatur c b in continuũ & directũ, quæ quia non est linea una cum d b, transibit super eam ut b e, aut sub ea ut b f. Quia ergo super lineã rectam quæ est c b e, cadit linea a b, erũt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per præcedentẽ, & quia omnes recti sunt adinuicẽ æquales per 1 petitionẽ, anguli quoq; c b a & d b a sunt æquales duobus angulis rectis per hypothesin, erũt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a ergo dempto cõmuni angulo c b a, erit angulus e b a æqualis ãgulo d b a pars toti, q̃d est impossibile. Similiter linea c b protracta, probabis angulũ d b a esse æqualem angulo f b a, si forte diceret aduersarius lineam c b protractam cadere infra b d.



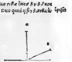
Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 14.

14. Si ad aliquam rectam lineam adq́ in ea signum duæ rectæ lineæ non ad easdẽ partes ductæ,* utrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerint, ipsæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

ipsis

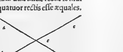
THEON ex Zamb. Ad aliquam enim rectam lineam α β, signumq́ in ea β, duæ rectæ lineæ β γ β δ non ad easdem partes ductæ,* utrobiq; angulos α β γ, α β δ duobus rectis æquos efficiant. Dico quod ipsi γ β, recta linea β δ in directum est constituta. Si enim ipsi γ β recta linea β δ non est in directum, sit ipsi γ β recta linea β ε in directum constituta. Quoniam igitur recta linea α β super rectam lineam γ β ε stetit, anguli igitur α β γ, α β ε duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionẽ.) At anguli α β γ & α β δ, duobus rectis sunt æquales. anguli ergo γ β α, α β ε angulis γ β α, α β δ sunt æquales, Communis auferatur angulus α β γ, reliquus igitur angulus α β ε, reliquo angulo α β δ est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Linea igitur β ε ipsi β γ in directum minime est. Similiter quoq; ostendemus, quod nec aliqua præter lineam β δ. In directum igitur est ipsi γ β, linea β δ. Si ad aliquam igitur rectam lineam, ad signumq́; eius duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, utrobique angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum ipsæ rectæ lineæ sibi inuicem erunt, quod demonstrasse oportuit.

ipsis



Eucli. ex Camp. Propositio 15.

15 **O**Mnium duarũ linearũ seinuicẽ secantiũ, omnes anguli cõtra se positi sunt æquales. Vnde manifestũ est, cum duæ lineæ rectæ se inuicem secãt, quatuor qui fiunt angulos, quatuor rectis esse æquales.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d se inuicẽ secantes in puncto e: dico ꝙ angulus d e b est æqualis angulo a e c, & angulus b e c est æqualis angulo a e d. Erũt enim per 13 duo anguli a e c & c e b æquales duob. rectis, itẽq; duo anguli c e b & d e b æquales duobus rectis per eandem, quare duo primi sunt æquales duobus postremis, eo ꝙ omnes recti sunt adinuicẽ æquales per 4 petitionẽ, dempto ergo cõmuni angulo qui est c e b, erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodem modo probabitur, angulũ c e b esse æqualẽ angulo a e d, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 15.

15 Si duæ rectę lineę se adinuicẽ secuerint, angulos qui circa verticẽ sunt æquos adinuicẽ efficient.

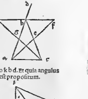


THEON ex Zamb. Duæ rectæ lineæ α β & γ δ, se inuicem secent in signo ε. Dico quod angulus α ε γ, æqualis est angulo δ ε β. Quoniã enim recta linea α ε super rectã lineã γ δ stetit, angulos efficiẽs γ ε α & α ε δ, igitur anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionẽ.) Rursus quoniã recta linea δ ε super rectã lineam α β stetit, angulos efficiens α ε δ, δ ε β, igitur anguli α ε δ, δ ε β, duobus rectis sunt æquales (per eandem 13 propositionẽ.) Ostensum autẽ est, quod anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis sunt æquales. anguli igitur γ ε α, α ε δ, angulis α ε δ, δ ε β sunt æquales. Cõmunis auferatur α ε δ, reliquus igitur angulus γ ε α, reliquo angulo δ ε β, est æqualis. Similiterq; ostendetur quod & anguli γ ε β, δ ε α, sunt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicẽ secuerint, angulos qui circa verticẽ sunt, adinuicẽ æquales efficient, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 16.

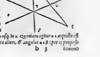
16 **S**I quodlibet laterũ trianguli directe protrahatur, faciet angulũ extrinsecũ utroq; angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorẽ.

CAMPANVS. Sit ut trianguli a b c, latus a b protrahatur usq; ad d, dico ꝙ angulus d b c, maior est utroq; duorũ angulorũ intrinsecorũ sibi oppositorum, qui sunt b a c & b c a. Diuidam enim per 10 propositionẽ, lineam c b per æqualia in puncto e, & protrahã a e usq; ad f, ita ut e f fiat æqualis a e, & protrahã lineam f b. Intelligo duos triangulos, c e a & b e f, & quia duo latera a e & e c trianguli a e c sunt æqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e unius est æqualis angulo e alterius per præmissam quia sunt anguli cõtra se positi, erit per 4 propositionẽ angulus e c a, æqualis angulo e b f, & ideo angulus c b d, maior erit angulo b c a. Similiter quoq; probabitur ꝙd est maior angulo c a b. Nam diuidam a b per æqualia in puncto g, per 10 propositionẽ: & protrahã lineam g h, æqualẽ lineæ c g per 3 propositionẽ, postea protrahã h b k, eruntq; duorũ triangulorũ qui sunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h secundi, & angulus g unius, angulo g alterius per 15: ergo per 4 angulus g c a, est æqualis angulo g b h, quare per 15 & angulo k b d. Et quia angulus c b d est maior angulo k b d, erit etiam maior angulo b a c, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 16.

16 Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex opposito, maior est.



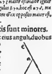
THEON. ex Zamb. Sit triangulũ α β γ, & producatur ipsius latus unũ, sitq; illud β γ usq; in δ. Dico quod exterior angulus α γ δ, maior est utroq; interiore & ex opposito cõstituto, hoc est angulo γ β α & β α γ. Secetur linea α γ bifariã (per 10 propositionẽ) in signo ε, & protracta linea β ε (per 2 postulatũ) extendatur in signũ ζ: collocetur q; ipsi β ε (per 2 propositionẽ) æqualis linea ε ζ, & cõnectatur (per 1 postulatũ) ζ γ & extendatur (per 2 postulatũ) linea α γ usq; in η. Quoniam igitur α ε æqualis est ipsi ε γ, & β ε ipsi ε ζ, duæ igitur α ε & ε β, duabus γ ε & ε ζ sunt æquales altera alteri, & angulus α ε β (per 15 propositionem)

tionē) angulo ζ ε γ est æqualis, circa uerticem enim. Basis igitur α β, basi ζ γ (per 4 propositionē) est æqualis, & triangulū α β ε, triangulo ζ ε γ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri sunt æquales, sub quibus æqualia latera subtendūtur. Angulus igitur β α ε, angulo ε γ ζ est æqualis. At angulus ε γ δ, angulo ε γ ζ maior est: maior igitur est angulus α γ δ, angulo β α ε. Similiter quoq; si secetur bifariā linea β γ, ostendetur & angulus β γ η, hoc est α γ δ, maior angulo α β γ. Omnis igitur triāguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex opposito maior est, quod fuerat ostendendū.

Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 **Omnis trianguli duo quilibet anguli, duobus rectis sunt minores.**

CAMPANVS. Sit triāgulus a b c, dico q duo quilibet eius anguli, duobus rectis sunt minores, ptrahatur enim unū latus eius, ut b c, usq; ad d, eritq; per præcedentē, angulus c extrinsecus, maior a & maior b, sed c extrinsecus cū c intrinseco, est æqualis duobus rectis per 13, ergo anguli b & c intrinseci, siue anguli a & c intrinseci, sunt minores duob. rectis. Similiter si ptrahatur latus b a, probabitur quod duo anguli a & b sunt minores duobus rectis, quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 17.

17 **Omnis triāguli duo anguli duob. rectis sunt minores, omnifariā sumpti.**

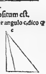
THEON ex Zamb. Sit triangulū α β γ, dico quod ipsius α β γ trianguli duo anguli, duobus rectis omnifariā sumpti, sunt minores. Producatur enim (per 2 postulatū) β γ, usq; in δ. Et quoniam trianguli α β γ (per præcedentē) exterior angulus qui est α γ δ, maior est angulo α β γ, interiore & exaduerso cōmunis admittatur angulus α γ β. Anguli igitur α γ δ, α γ β, angulis α β γ, β γ α sunt maiores, sed anguli α γ δ, α γ β (per 13 propositionē) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur α β γ, β γ α, duobus rectis sunt minores. Similiter quoq; ostendemus quod anguli β α γ, α γ β, duobus rectis sunt minores, & etiam anguli α γ β, α β γ. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores, quomodocūq; assumpti. Quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 18.

18 **Omnis trianguli longius latus, maiori angulo oppositum est.**

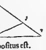
CAMPANVS. Sit ut in triāgulo a b c, angulus a sit maior angulo c, dico q latus c b, maius erit latere a b. Si enim sit æquale, erit per 5 angulus a æqualis angulo c, quod est contra hypothesin. Si autē a b sit maius resecetur ad æqualitatē a b, per 3, sitq; d b æquale c b, erit ergo per 5, angulus d c b, æqualis angulo b d c, sed b d c est maior angulo b a c per 16, ergo b c d, est maior b a c, quare multo fortius maior angulo a c b, pars toto, quod est impossibile.



Eucli ex Zamb. Theorema 11. Propositio 18.

18 **Omnis trianguli maius latus, maiori angulo subtenditur.**

THEON ex Zamb. Sit enim triangulū α β γ, habens latus α γ, maius latere α β. Dico quod & angulus α β γ, angulo β γ α maior est. Quoniā α γ maius est α β, ponatur ipsi α β (per 3 propositionē) æqualis linea α δ, & connectatur (per 1 postulatū) linea β δ. Et quoniā trianguli β δ γ angulus exterior α δ β (per 16 propositionē) maior est interiore & opposito angulo δ γ β. æqualis autē est (per 5 propositionē) angulus α δ β angulo α β δ, quoniā latus α β ipsi α δ est æquale, maior est igitur angulus α β δ angulo α γ β, multo maior est igitur angulus α β γ angulo α γ β. Omnis igitur triāguli maius latus, maiori subtēditur angulo. Quod oportuit demōstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19 **Omnis trianguli maior angulus, longiori lateri oppositus est.**

CAMPANVS. Sit ut in triangulo a b c, latus b c sit maius latere a b, dico q angulus a, erit maior angulo c. Hæc est cōuersa præcedentis. Si enim sit æqualis, tunc per 6, latus a b est æquale lateri b c, qđ est contra hypothesin. Si autē c sit maior, tunc per præcedentē, latus a b est maius latere b c, qđ est cōtra hypothesin. Quare astruitur propositū.



Eucli ex Zamb. Theorema 12. Propositio 19.

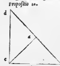
19 **Omnis trianguli sub maiorem angulum, maius latus subtenditur.**

THEON ex Zamb. Sit triangulū α β γ, maiorem habens angulum α β γ angulo β γ α. Dico quod latus α γ, maius est latere α β. Si autē non, aut est æquale latus α γ lateri α β, aut eo minus, æquale quidem minime est latus α γ, ipsi α β: æqualis nanq; esset (per 5 propositionē) angulus α β γ, angulo α γ β, non est autē: latus igitur α γ, lateri α β minime est æquale. At latus α γ, latere α β minus non est, nam angulus α β γ, angulo α γ β minor esset, at non est: latus igitur α γ latere



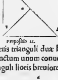
α γ latere α β minus minime est. Maius igitur est latus α γ, latere α β. Omnis igitur trianguli maior angulus à maiore latere subtenditur. Quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20 OMnis triãguli duo quælibet latera simul iuncta, reliquo sunt longiora.



CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, dico q duo latera a b & a c, sunt lõgiora latere b c. Protrahatur linea b a usq ad d, ita ut a d sit æqualis a c, & ptrahatur c d, per 5 propositionẽ erit angulus a c d, æqualis angulo d, quare angulus b c d est maior ãgulo d, ergo per 18 latus b d, est maius latere b c, sed b d, est æquale a b & a c, quare b a & a c simul iuncta, sunt maiora b c. Eucli ex Zamb. Theorema 13. Propositio 20.

20 Omnis triãguli duo latera, reliquo sunt maiora quomodocũq assumpta.



THEON ex Zamb. Sit triangulũ α β γ. Aio ipsius α β γ trianguli bina latera, reliquo esse maiora quomodocunq suscepta, hoc est β α, α γ, ipso β γ & α β, β γ, ipso α γ & β γ, γ α ipso α β. Producatur nanq (per 2 postulatũ) β α ad δ signum & ponatur (per 2 propositionẽ) ipsi α γ æqualis α δ, connectaturq δ γ. Quoniã igitur δ α ipsi α γ est æquale, angulus igitur α δ γ (per 5 propositionẽ) angulo α γ δ est æqualis. Sed angulus β γ δ, angulo α γ δ maior est, igitur angulus β γ δ, angulo α δ γ maior est. Et quoniã triangulũ est δ γ β, maiorem habens angulum β γ δ angulo α δ γ, atq maiorem angulũ maius latus subtendit (per 18 propositionem) ergo δ β ipso β γ maius est. Aequale autem est δ β ipsis α β, α γ maiora igitur sunt latera β α & α γ, latere β γ, æquale autem est δ α ipsi α γ. maiora igitur sunt latera β α, α γ, ipso β γ. Similiter uero demõstrabimus quod etiam latera α β & β γ, ipso γ α sunt maiora. Sed β γ, γ α, ipso α β Omnis igitur triãguli bina latera, reliquo maiora sunt, quoquo modo assumpta, quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 21.

21 SI de duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli duæ lineæ exeuntes, intra triangulum ipsum ad punctum unum conueniant, eædem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt, & maiorem angulum continebunt.



CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, ab extremitatibus lateris b c concurrant duæ lineæ b d & c d, ad punctum d, intra triangulum a b c. Dico q ipsæ lineæ b d & c d simul iunctæ, sunt breuiores duabus lineis a b & a c simul iunctis, & quod angulus d est maior angulo a. Protrahã enim b d, usquequo secet latus a c in puncto e, eruntq per 20 propositionẽ b a & a e simul iunctæ, maiores b e, ergo b a & a c, sunt maiores b e & e c. At uero d e & e c simul iunctæ, per eandem sunt maiores d c, quare b e & e c sunt maiores b d & d c, & quia b a & a c sunt maiores b e & e c, ut probatũ est prius, erunt multo fortius b a & a c maiores b d & d c, quod est 1 propositũ. At quoniã angulus b d c est maior angulo d e c per 16 propositionẽ, & angulus d e c est maior angulo c a b per eandem, erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c, quod est 2 propositũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 21.

21 Si trianguli à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituantur, quæ constituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorem uero angulum continebunt.



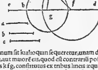
THEON ex Zamb. Trianguli enim α β γ super latere β γ, à terminis ipsius β γ, duæ rectæ lineæ interius constituantur β δ & γ δ. Dico quod β δ & γ δ, reliquis trianguli lateribus β α & α γ sunt minores, angulum uero β δ γ maiorem, ipso α β γ comprehendunt. Producatur enim (per 2 postulatum) linea β δ ad ε. Et (per 20 propositionem) quoniam omnis trianguli bina latera reliquo sunt maiora trianguli, α β ε (per 20 propositionẽ) duo latera α β & α ε ipso β ε sunt maiora. Cõmunis ponatur linea ε γ, lineæ igitur β α & α γ, lineis β ε & ε γ sunt maiores. Rursus quoniam (per eandem) trianguli γ ε δ bina latera γ ε & ε δ ipso δ γ sunt maiora, cõmunis ponatur δ β, lineæ igitur γ ε & ε β, lineis γ δ & δ β sunt maiores. Sed ostensum est quod β α & α γ, sunt maiores ipsis β ε & ε γ, longe igitur maiores sunt β α & α γ lineæ, ipsis β δ & δ γ. Rursus quoniã (per 16 propositionẽ) omnis trianguli exterior angulus interiore & opposito maior est, trianguli ergo γ δ ε, angulus β δ γ exterior, maior est angulo γ ε δ, quare & trianguli α β ε, angulus γ ε β exterior, maior est

 angulo

angulo β α γ. Sed ostensum est quod angulus β δ γ, eo qui sub γ ε ζ, est maior. longe igitur maior est angulus β δ γ, angulo β α γ. Si trianguli ergo à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituantur, quæ constituentur, reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorē uero angulum continebunt, quod ostendere oportuit.

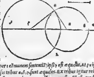
Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 PRopositis tribus lineis rectis quarū duæ quælibet simul iunctæ reliqua sint longiores, de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulū constituere. CAMPANVS. Sint tres lineæ rectæ propositæ, a, b, c, & sint quælibet duæ simul iunctæ longiores reliqua, aliter enī ex illis tribus datis æqualibus, triangulus non posset constitui, per 20 propositionē. Cum ergo ex illis tribus prædictis uolo cōstituere triangulū, sumo lineam rectam quæ sit d e, cui nō pono à parte e determinatū finē, de qua sumo per 3 propositionē, d f æqualem a & f g æqualē b, & g h æqualē c, factoq́ puncto f, centro, describo secūdum quantitatē lineæ f d, circulum d k, itemq́ facto g, centro, describo secundū quantitatē lineæ g h, circulū k h, qui circuli intersecabūt se in duobus punctis, quorū unum sit k: alioquin sequeretur, unam dictarum linearū esse æqualē alijs duabus iunctis, aut maiorē eis, quod est contrariū positioni. Duco ergo lineā k f & k g, eritq́ triangulus k f g, constitutus ex tribus lineis æqualibus datis lineis a, b, c, sunt enim f d & f k æquales, quoniā sunt a centro ad circūferentiā, quare f k, est æqualis a. Similiterq́ g h & g k sunt æquales, quia exeunt a centro ad circūferentiā, quare g k, est æqualis c, & quia g f sumpta fuit æqualis b, patet propositū manifeste.



Eucli. ex Zamb. Problema 8. Propositio 22.

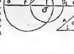
22 Ex tribus rectis lineis quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulū construere. Oportet autē duas lineas reliqua esse maiores quomodocūq; assumptas, quoniā omnis trianguli bina latera quomodocunq; assumpta, reliquo sunt maiora. THEON ex Zamb. *Sint datæ tres rectæ lineæ α, β, γ, quarū duæ reliqua sint maiores quomodocunq; assumptæ, hoc est α, β, ipsa γ, & α, γ, ipsa β, & β, γ, ipsa α. oportet iam ex tribus lineis rectis, ipsis α, β, γ æqualibus, triangulū cōstruere. Proponatur recta linea finita quidem ex parte δ, infinita uero ex parte ε, ponaturq́ (per 3 propositionē) ipsi α æqualis linea δ ζ, ipsi uero β, linea ζ η, ipsi uero γ, linea η θ. Et centro quidem ζ, spatio uero ζ δ (per 3 postulatū) circulus describatur δ κ λ. rursus centro quidem η, spatio uero η θ (per idem) circulus describatur κ λ θ. & cōnectantur (per 1 postulatū) κ ζ & κ η. Dico quod ex tribus rectis lineis æqualibus ipsis α, β, γ, triangulū κ ζ η constitutū est. Quoniā enim ζ signū, centrū est circuli δ κ λ. æqualis est (per 15 diffinitionē) ζ δ ipsi ζ κ. Sed α. ipsi ζ δ est æqualis, & κ ζ igitur (per 1 cōmunem sententiā) est ipsi α æqualis. Rursus quoniā η signū, centrū est circuli λ κ θ, æqualis est (per eandem diffinitionē) η κ ipsi η θ, sed γ ipsi η θ est æqualis, & η κ igitur (per 1 cōmunem sententiā) ipsi γ est æqualis. At ζ η ipsi β est æqualis (per hypothesim) tres igitur rectæ lineæ κ ζ, ζ η, η κ, ipsis tribus α, β, γ, sunt æquales. Ex tribus igitur rectis lineis, hoc est κ ζ, ζ η, η κ, quæ tribus datis rectis lineis, hoc est α, β, γ, sunt æquales, trianguliū κ ζ η constructū est, quod fecisse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 23.

23 DAta recta linea, super terminum eius, cuilibet angulo proposito æquum angulum designare.

CAMPANVS. Sit data linea f e, quæ est in superiori figura, & sint lineæ b, a, continentes angulū datum, cui subtendam basin c. Super punctum f lineæ e f, iuberem facere æqualem angulum angulo dato. Ad lineam e f adiungo f d æqualem lineæ a, & ex f e sumo f g æqualem b, & ex g e sumo g h æqualē c, & super puncta f & g describo duos circulos d k & k h secundum quantitatem

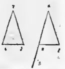


catem duarum linearũ f d & g h, intersecantes se in puncto k sicut docuit præcedens. ductisq; lineis k f & k g, erunt æqualia duo latera k f & f g trianguli k g duobus lateribus a & b trianguli a b c, & basis g k æqualis basi c: ergo per 8 angulus k f g, æqualis erit angulo contento sub a & b, quod est propositum.

Euclidis ex Zamb. Problema 9. Propositio 23.

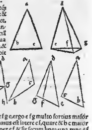
23 **Ad datam rectam lineam, ad datumq; in ea signum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.**

THEON ex Zamb. Sit data recta linea α β, datumq; in ea signum sit α: datus autem angulus rectilineus sit δ γ ε. Oportet ad datam rectam lineam α β, ad datumq; in ea signum α, dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualem angulum rectilineum collocare. Sint in utrisq; lineis γ δ & γ ε, contingentia signa sintq; illa δ ε, & connectatur (per 1 postulatum) δ ε. Et ex tribus rectis lineis α ζ, ζ η, η α, quæ tribus datis rectis lineis, hoc est γ δ, δ ε, ε γ, sunt æquales, (per præcedentem) triangulũ construatur, sitq; illud α ζ η ita ut linea γ δ æqualis sit α ζ, & γ ε ipsi α η, & insuper δ ε ipsi ζ η. Et quoniã duæ lineæ δ γ & γ ε duabus lineis, hoc est ζ α & α η sunt æquales altera alteri, & basis δ ε (per hypothesin) basi ζ η, angulus igitur δ γ ε, angulo ζ α η (per 8 propositionem) est æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, ad datumq; in ea signum α, dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualis angulus rectilineus ζ α η collocatus est. Quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 **Omnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, si fuerit angulorum sub illis æquis lateribus contentorũ alter altero maior, basis quoq; eiusdem, basi alterius maior erit.**



CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & e d f, sintq; duo latera a b & a c, æqualia duobus lateribus d e & d f: & unumquodq; suo correlatiuo, dextrum, scilicet, dextro, sinistrumq; sinistro, sitq; angulus a, maior angulo d dato. Dico q; basis b c, maior erit basi e f. Faciã enim iuxta doctrinã præcedentis angulũ e d g æqualem angulo a, eritq; angulus e d f, pars anguli e d g, & ponam d g æqualẽ a c, protrahã e g, quæ aut trãsibit supra e f, ut secet lineã d f, aut super e f, ut sit secum linea una, aut infra. Transeat ergo primo supra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c sunt æqualia e d & d g lateribus trianguli e d g, & angulus a angulo d totali, erit per 4 propositionem basis b c æqualis basi e g. At uero quia d g & d f sunt æquales (nam utraq; est æqualis a c) erit per 5 propositionẽ angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g, maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior est eodem f g e: ergo per 18 propositionẽ latus e g maius est latere e f, quare & b c maior est e f, quod est propositũ. Si uero e g transeat super e f & sit secum linea una, tunc e f erit pars e g, per ultimã ergo conceptionẽ patet propositũ. Si uero e g transeat infra e f, protrahãtur duæ lineæ d f & d g quæ sunt æquales ut probatũ est, usq; ad k & ad h: fientq; per secũdam partẽ, propositionis sub basi f g, anguli k f g & f g h æquales: quare angulus e f g maior erit angulo f g e: ergo per 18 propositionẽ latus e g maius est latere e f, quare b c maior est e f, quod est propositũ. Istud ultimũ membrũ posset etiam probari per 21 propositionẽ per ipsam enim erunt in dispositione tertia duæ lineæ d g & e g, maiores duabus lineis d f & f e, & quia d g est æqualis d f, propter hoc quod ambæ sunt æquales a c, erit e g maior e f, quare & b c maior e f, quod est propositũ. Melius tamen est demonstrare priori modo ut in omni dispositione arguatur per quintam.

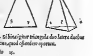
Eucli ex Zamb. Theorema 15. Propositio 24.

24 **Si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint al/**

terum

tentum alteri, angulum uero angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum, basin quoq; basi maiorem habebunt.

THEON ex Zamberto. Sint bina triangula αβγ, δεζ, duo latera, hoc est αβ, αγ, duobus lateribus, hoc est δε, δζ, æqualia habentia, alterum alteri, hoc est latus αβ lateri δε, & latus αγ lateri δζ: angulus uero qui sub βαγ, angulo εδζ esto maior. Dico quod & basis βγ, basi εζ maior est. Quoniam enim angulus βαγ maior est angulo εδζ, collocetur (per 23 propositionem) ad rectam lineam δε, ad datumq; in ea signum δ, dato angulo βαγ æquus angulus εδη. Et ponatur alterutri, hoc est lineæ αγ uel δζ, æqualis ipsa δη. & connectantur (per 1 postulatum) ηε & ζη. Quoniam igitur αβ æqualis est ipsi δε, & αγ ipsi δη, binæ lineæ βα & αγ duabus lineis εδ & δη sunt æquales altera alteri. & angulus βαγ (per 23 propositionem) angulo εδη est æqualis: basis igitur βγ, (per 4 propositionẽ) basi εη est æqualis. Rursus quoniam æqualis est δη ipsi δζ: angulus igitur δηζ, angulo δζη est æqualis. Angulus igitur δζη, angulo εηζ maior est: longe maior igitur est angulus εζη, angulo εηζ. At quoniam triangulum est εζη habens angulum ηζε maiorem angulo εηζ, maiorem autem angulum (per 18 propositionẽ) latus maius subtendit: maius igitur est latus εη latere εζ. Aequale autẽ est latus εη, lateri βγ: latus igitur βγ, maius est latere εζ. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, & quæ sequuntur reliqua ut in propositione, quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 OMnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, basis uero unius basi alterius fuerit maior, erit quoq; angulus trianguli maioris basis illis æquis lateribus contentus, angulo alterius se respiciente maior.

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f: sintq; duo latera a b & a c primi, æqualia duobus lateribus d e & d f secundi, unũquodq; suo correlatiuo: sitq; basis b c, maior basi e f: dico q̃d angulus a, maior erit angulo d. Hæc est cõuersa præcedentis. Aequalis quidem non erit. Sic enim esset per 4 basis, b c æqualis basi e f: quod est cõtra hypothesin. Sed nec minor, q̃a sic esset d maior: & ita per præcedentẽ basis e f, erit maior basi b c, q̃d est contrariũ positioni, quare maior erit. Sicq; propositũ astruitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 25.

25 Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterũ alteri æqualia habuerint, basin uero basi maiorem, angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

THEON ex Zamb. Sint duo triangula βγα, δεζ, duo latera hoc est αβ, & αγ, duobus lateribus, hoc est δε & δζ æqualia habentia alterum alteri, αβ, scilicet, ipsi δε, & αγ ipsi δζ: basis autem βγ, basi εζ maior esto: dico quod angulus βαγ, maior est angulo εδζ. Si autem non, aut ei est æqualis, aut eo minor. Aequalis autem nõ est angulus βαγ, angulo εδζ: si enim æqualis esset, basis quoq; βγ (per 4 propositionẽ) basi εζ esset æqualis: at non est: angulus igitur βαγ, angulo εδζ æqualis minime est. Neq; etiam minor est angulus βαγ eo qui sub εδζ: nam βγ basis, basi εζ minor esset: at non est, minor igitur non est angulus βαγ, eo qui sub εδζ: ostensum autem est quod neq; æqualis: maior igitur est angulus βαγ, angulo εδζ. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus, & quæ sequuntur reliqua, ut theoremate. Quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 26.

26 OMnium duorum triangulorum quorum duo anguli unius duobus angulis alterius & uterque se respicienti æquales fuerint, latus quoque unius lateri alterius æquale, fueritq; latus

illud

illud aut inter duos angulos æquales, aut uni eorum oppositum, erunt quoque duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus, unumquodq; se respicienti æqualia, angulusq; reliquus unius angulo reliquo alterius æqualis.

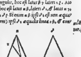
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; angulus b, æqualis angulo e, & angulus c, æqualis angulo f, sitq; latus b c æquale lateri e f, aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorum laterum d e & d f, ita quod a b sit æquale d e, aut a c, d f. Dico quod reliqua duo latera unius, erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus, uidelicet, a angulo d. Ponam ergo primo ut latus b c, super quod iacent anguli b, c, sit æquale lateri e f, super quod iacent anguli e, f, qui positi sunt æquales angulis b, c. Tunc dico, q̃d latus a b est æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b non sit æquale lateri d e, alterum erit maius: sit ergo maius d e, quod resecabo ad æqualitatem a b, sitq; g e æquale a b. Producam lineam g f, eritq; per 4 propositionem angulus g f e, æqualis angulo a c b, quare & angulo d f e, pars toti, quod est impossibile. Erit ergo d e, æquale a b, ergo per 4, d f æquale a c, & angulus d æqualis angulo a: quod est primũ membrum diuisionis propositæ. Sint rursus ut prius, duo anguli b & c, æquales duobus angulis e & f, sitq; latus a b quod opponitur angulo c, æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui positus est æqualis angulus c. Dico, q̃d latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c, erit alterum maius: sit ergo e f, maius: ponatur itaq; e g æquale b c, producam lineam d g: eritq; per 4 propositionem angulus d g e, æqualis angulo a c b: quare & angulo d f e, extrinsecus, uidelicet, intrinseco, quod est impossibile per 16 propositionem. Erit ergo e f æquale b c: ergo per 4 propositionem, latus d f æquale lateri a c, & angulus d totalis angulo a: quod est secundum membrum diuisionis propositæ. Quare totum manifeste patet.



Eucli. Ex Zamb. Theorema 17. Propositio 26.

26 Si bina triangula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, unumq; latus uni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod ab uno æqualium angulorum subtenditur, reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

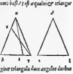
THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ δ ε ζ. duos angulos, hoc est, α β γ & β γ α æquales habentia duobus angulis, hoc est δ ε ζ & ε ζ δ, alterum alteri, hoc est angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum β γ α angulo ε ζ δ, unumq; latus uni lateri æquum. & primum id quod æquis adiacet angulis, hoc est latus β γ lateri ε ζ. Aio quod & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt alterum alteri, hoc est latus α β, lateri δ ε, & latus α γ, lateri δ ζ & reliquum angulum reliquo angulo æqualem, hoc est β α γ ipsi ε δ ζ. Si enim α β ipsi δ ε est non æqualis, earum altera maior est. esto maior α β, & * colloccitur (per 3 propositionem) ipsi δ ε æqualis linea η β, & connectatur η γ. Quoniam igitur η β æqualis est ipsi δ ε, & β γ ipsi ε ζ duæ igitur lineæ η β & β γ, duabus δ ε & ε ζ, altera alteri sunt æquales. & angulus η β γ, angulo δ ε ζ æquus est: basis igitur η γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis, & triangulũ η ε β triãgulo δ ε ζ æquũ est: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtendũtur. æqualis igitur est angulus η γ β, angulo δ ζ ε. Sed angulus δ ζ ε ipsi β γ α supponitur æqualis angulus igitur β γ η (per primam cõmunem sententiam) angulo β γ α est æqualis, minor maiori Quod est impossibile. Inæqualis igitur nõ est α β, ipsi δ ε, æqualis igitur. Est autem & β γ, ipsi ε ζ æqualis duæ iam α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ sunt altera alteri æquales: & angulus qui sub α β γ, angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Basis igitur α γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ est æqualis.



ubi Bu… tur, si…

Rursus

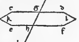
Rursus sint ad angulos æquos latera subtensa, æqualia, sintq́ αβ & δε. Dico rursus quod reliqua latera reliquis lateribus æqualia erunt, hoc est latus αγ lateri δζ, & latus βγ lateri δζ. & insuper reliquus angulus βαγ, reliquo angulo εδζ æqualis erit. Si enim βγ ipsi εζ æquale non est, alterum eorum maius erit: sit igitur (si possibile est) maius latus βγ. & ponatur (per 3 propositionem) ipsi εζ æqualis linea βθ. & connectatur (per 1 postulatum) αθ. Et quoniam æqualis est βθ ipsi εζ, & αβ ipsi δε: duæ igitur αβ & βθ, duabus δε & εζ sunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Basis igitur αθ, (per 4 propositionem) basi δζ est æqualis: & triangulum αβθ, triangulo δεζ est æquale: & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales, sub quibus æqualia subtenduntur latera. angulus igitur βθα, angulo εζδ est æqualis. Sed angulus εζδ, angulo βγα est æqualis. Angulus igitur βθα, angulo βγα est æqualis. trianguli igitur αθγ angulus exterior βθα, interiori angulo βγα est æqualis & opposito quod (per 16 propositionem) est impossibile. Latus igitur εζ, ipsi βγ inæquale nõ est, æquale igitur. Est autem αβ, ipsi δε æqualis: duæ igitur αβ & βγ, duabus δε & εζ sunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Basis igitur αγ (per 4 propositionem) basi δζ est æqualis: & triangulum αβγ, triangulo δεζ est æquale: & reliquus angulus βαγ, reliquo angulo εδζ est æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 27.

SI recta linea super duas lineas rectas ceciderit, duosq́ angulos coalternos sibi inuicem æquales fecerit, illæ duæ lineæ erunt æquidistantes. 27

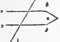
CAMPANVS. Sit ut linea a b cadat super duas lineas c d, e f, & secet lineam c d in puncto g, & lineam e f in puncto h: sitq́ angulus d g h æqualis angulo e h g: dico quod lineæ c d & e f, sunt æquidistantes. Si enim non, concurrant aut ad partem c, e, super punctum k, aut ad partem d, f, super punctum l: & qualitercunq́ fuerit, accidet impossibile, per 16, uidelicet, angulum extrinsecum, esse æqualem intrinseco & opposito: nam unus dictorum angulorum coalternorum qui positi sunt æquales, erit extrinsecus, & reliquus intrinsecus & oppositus. Quia igitur impossibile est eas cõcurrere, in alterutram partem protractas, ipsæ per ultimam diffinitionẽ erunt æquidistantes, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 27.

Si in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt. 27

THEON ex Zamberto. In binas enim rectas lineas αβ, γδ recta incidens linea εζ, alternatim angulos αεζ & εζδ æquales adinuicem efficiat. dico quod parallelus est αβ ipsi γδ. Si autem non, productæ concurrent aut ad partes β, δ aut ad α, γ. producantur igitur & concurrant ad partes β, δ, in signo κ, si est possibile. Trianguli ergo εκζ, angulus αεζ exterior, æqualis est angulo εζκ interiore & opposito quod (per 16 propositionem) est impossibile. Igitur αβ & γδ productæ, ad partes β, δ, minime concurrunt: similiter quoq́ ostendetur, quod neq́ ad partes α, γ. Quæ autem in nulla parte concurrunt, parallelæ sunt (per ultimam diffinitionem.) Parallelus igitur est αβ, ipsi γδ. Si in binas igitur rectas linear & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate. Quod erat ostendendum.

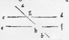


Eucli. ex Camp. Propositio 28.

SI linea recta duabus lineis rectis superuenerit, fueritq́ angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito æqualis, aut duo anguli intrinseci ex una parte duobus angulis rectis æquales, illæ duæ lineæ æquidistantes erunt. 28

CAMPANVS. Sit ut linea a b, secet duas lineas c d & e f, in punctis g & h: sitq́ angulus g

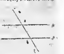
lus g extrinsecus, æqualis angulo h intrinseco ex eadem parte sumpto, aut duo anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti, sint æquales duobus angulis rectis. Dico quod duæ lineæ c d & e f sunt æquidistantes. Sit ergo primo angulus d g a, æqualis angulo f h g erit quoque per 15 propositionē angulus c g h, æqualis eidem angulo f h g, quare per præmissam, c d & e f, sunt æquidistantes. Sint rursus duo anguli d g h & f h g, æquales duobus rectis. & quia per 13 propositionē duo anguli d g h & c g h sunt similiter æquales duobus rectis, erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmissam c d & e f, erunt æquidistantes, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 28.

28 **Si in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorē angulū interiori & opposito ad easdem partes æqualē fecerit, aut interiores & ad easdē partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ.**

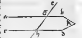
THEON ex Zamb. *In binas enim rectas lineas α β & γ δ, recta linea incidens ε ζ, angulum exteriorem ε η β, angulo interiori η θ δ & opposito, æqualem efficiat, aut interiores & ad easdem partes, hoc est β η θ, η θ δ, duobus rectis æquales. Dico quod parallelus est α β, ipsi γ δ. Quoniam angulus ε η β (per hypothesin) æqualis est angulo η θ δ, & angulus ε η β (per 15) æqualis est angulo α η θ. angulus igitur α η θ æqualis est angulo η θ δ, & sunt alterni, (per 27 propositionem) parallelus est igitur α β ipsi γ δ. Rursus quoniā anguli β η θ & η θ δ (per hypothesin) duobus rectis sunt æquales, & anguli α η θ & β η θ (per 13 propositionem) duobus rectis sunt æquales, anguli ergo α η θ & β η θ, angulis β η θ & η θ δ sunt æquales. Cōmunis auferatur angulus β η θ reliquus igitur α η θ, reliquo η θ δ est æqualis, & sunt alterni. Parallelus igitur est α β, ipsi γ δ. Si recta igitur linea in duas incidens, & quæ sequuntur reliqua, quod ostendendum fuerat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 29.

29 **SI duabus lineis æquidistantibus linea superuenerit, duo anguli coalterni æquales erunt, angulusque extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito æqualis, itemque duo anguli intrinseci ex alterutra parte constituti duobus rectis angulis æquales.**

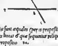
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes: super quas cadat linea e f, secans eas in punctis g & h, dico quod anguli g & h coalterni sunt æquales, & quod angulus g extrinsecus est æqualis angulo h intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto, & quod anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti sunt æquales duobus rectis. Et hæc est conuersa duarum præcedentium. Primum sic patet. Si enim angulus b g h non est æqualis angulo c h g, alter eorum erit maior, sit ergo maior angulus c h g, & quia duo anguli c h g & g h d sunt æquales duobus rectis, ergo per 13 propositionem erunt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionem, duæ lineæ a b & c d si protrahantur, concurrent in parte b & d, ad punctum aliquem, ut ad k: non ergo sunt æquidistantes per ultimam diffinitionē, quod est contra hypothesin, & quia hoc est impossibile, erunt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales, quod est primum propositū. Ex hoc patet secundum. Est enim per 15 propositionē angulus b g h æqualis angulo a g e, ergo angulus a g e, erit æqualis angulo c h g, extrinsecus, uidelicet, intrinseco, quod est secundum propositū. Ex hoc rursus patet tertium. Sunt enim per 13 propositionē duo anguli a g e & a g h, æquales duobus rectis, ergo duo anguli a g h & c h g, erunt etiam æquales duobus rectis, qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sumpti, quod est 3 propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 29.

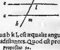
29 **In parallelos rectas lineas recta incidens linea, & alternatim angulos adinuicem æquales, & exteriorē interiori & opposito & ad easdē partes æqualem, & interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.**

THEON ex Zamb. In parallelos enim rectas lineas αβ & γδ, recta incidat linea εζ. Dico quod & alternos angulos αηθ & ηθδ aequos efficit, & exteriorẽ angulum εηβ interiori & opposito & ad easdem partes, hoc est ipsi ηθδ aequalem, & interiores & ad easdem partes, hoc est βηθ & ηθδ duobus rectis aequales. Si enim aequalis nõ est αηθ ipsi ηθδ, alter eorũ maior est. Sit maior αηθ. Quoniam igitur αηθ, maior est ipso ηθδ, cõmunis ponatur angulus βηθ anguli ergo αηθ & βηθ, maiores sunt ipsis βηθ & ηθδ. Sed anguli αηθ & θηβ (per 13 propositionẽ) duobus rectis sunt aequales. anguli igitur βηθ & ηθδ duobus rectis sunt minores: quae autem à minoribus duobus rectis producũtur in infinitũ, concurrunt (per 1 postulatũ) Rectae igitur lineae αβ & γδ, in infinitũ productae, concurrũt: non concurrunt autem, quoniam paralleli, per hypothesin. Angulus igitur αηθ, angulo ηθδ inaequalis nõ est. aequalis igitur. Sed angulus αηθ, angulo εηβ (per 15 propositionẽ) est aequalis. angulus igitur εηβ (per 1 cõmunem sententiam) angulo ηθδ est aequalis, cõmunis ponatur βηθ, anguli εηβ & βηθ igitur angulis βηθ & ηθδ sunt aequales. Sed anguli εηβ & βηθ, duobus rectis sunt aequales (per 13 propositionem) & anguli βηθ & ηθδ, duobus rectis sunt aequales. In parallelos igitur rectas lineas & quae sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.



Eucl. ex Camp. Propositio 30.

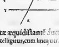
30 SI fuerint duae lineae uni aequidistantes, eaedem sibi inuicem aequidistantes erunt. CAMPANVS. Sint duae lineae a b & c d, quarum utraque aequidistet lineae e f. Dico illas duas, uidelicet, a b & c d, esse aequidistantes. Hoc autem est uniuersaliter uerum, siue duae lineae a b & c d sint in una superficie cum linea e f, siue non: hic tamen non intelligitur, nisi secũdum quod omnes sunt in superficie una, secundum enim quod sunt in diuersis superficiebus, probatur in 9 undecimi libri, quod sunt aequidistantes. Sint ergo omnes in superficie una protraham autem lineam g h, secantẽ lineas a b, e f, & c d, in punctis k, l, m. Et quia a b aequidistat e f, erit angulus b k l aequalis angulo e l k per primã partẽ praecedentis, cum illi sint coalterni: at quia c d aequidistat e f, erit angulus k l e extrinsecus aequalis angulo l m c intrinseco, per secundã partem praecedentis, ergo angulus b k l, est aequalis angulo c m l, qui cum sint coalterni, erunt per 27, lineae a b & c d aequidistantes. Quod est propositum.



Eucl. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 30.

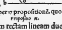
30 Quae eidem rectae lineae paralleli, & adinuicem sunt paralleli.

THEON ex Zamb. Sint αβ & γδ, ipsi εζ paralleli, dico quod αβ, ipsi γδ est parallelus. Incidat enim in eas recta linea ηθκ, & quoniã in parallelos rectas lineas αβ & εζ, recta linea ηθ incidit. aequalis est igitur angulus αηθ ipsi ηθζ (per 29 propositionẽ.) Rursus quoniã in parallelos rectas lineas εζ & γδ recta linea ηκ incidit, (per eandẽ) aequalis est angulus ηθζ, ipsi ηκδ: patuit autẽ quod αηθ ipsi ηθζ est aequalis, & quod ηκδ aequalis est ipsi ηθζ. & αηκ igitur, ipsi ηκδ est aequalis, & sunt alterni. parallelus igitur est αβ ipsi γδ. Quod ostendendũ erat.



Eucl. ex Camp. Propositio 31.

31 A Puncto extra lineam dato, lineae propositae aequidistantẽ ducere. CAMPANVS. Punctus extra lineã datus intelligitur, cum linea utrinque protracta, per ipsum non transit. Sit ergo punctus a, datus extra lineã b c, ab eodem pũcto a, à quo oportet protrahere lineã aequidistantẽ ipsi b c, protraho lineam a d lineae b c superstantem qualitercunque contingat, & super punctũ a qui est extremitas lineae a d, constituo angulum e a d per doctrinã 23 propositionis, aequalem angulo b d a sibi coalterno, eritque a e aequidistans b c per 27 propositionẽ, quod est propositũ.



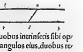
Eucl. ex Zamb. Problema 10. Propositio 31.

31 Per datum signum, datae rectae lineae parallelum rectam lineam ducere.

THEON ex Zamb. Sit quidem datum signũ α, data uero recta linea sit βγ. Oportet iam per datum signũ α, ipsi βγ rectae lineae, parallelũ rectam lineã ducere. Suscipiatur in ipsa βγ, contingens signum, sitque illud δ, & connectatur (per 1 postulatũ) αδ, & constituatur (per 23 propositionẽ) ad datam rectam lineam αδ, ad datumque in ea signũ α, dato angulo αδγ, aequalis angulo δαε, & producatur (per 14 propositio-

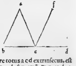


propositionē) in rectā ipsi ε δ, linea α ζ. Et quoniā in rectas lineas β γ & ε ζ, recta linea incidens α δ, alternos angulos ε α δ & α δ γ æquales adinuicē fecit, parallelus est igitur ε ζ ipsi β γ (per 27 propositionē.) Per datum ergo signum α, datæ rectæ lineæ β γ parallelus recta linea ε α ζ ducta est, quod fecisse oportuit.



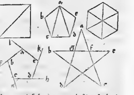
Eucli. ex Camp. Propositio 32.

32 **OMnis trianguli angulus extrinsecus, duobus intrinsecis sibi oppositis est æqualis. Omnes autem tres angulos eius, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.**



CAMPANVS. Sit triāgulus a b c, cuius latus b c protrahatur usq; ad d, dico quod angulus c extrinsecus, est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis simul iunctis: & q̃ tres anguli triāguli a b c simul iuncti, sunt æquales duobus rectis. A pūcto c protrahā c f æquidistantē a b, secūdum doctrinā præcedentis, eritq; angulus f c a æqualis angulo a, quia sunt coalterni per primā partem 29 ꝓpositionis, & angulus f c d extrinsecus, æqualis angulo b intrinseco per secundā partem eiusdem, quare totus a c d extrinsecus, est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis, quod est primū. Et quia duo anguli a c b & a c d sunt æquales duobus rectis per 13 propositionē, erunt tres anguli a, b, & c intrinseci æquales duobus rectis, quod est secundum propositum.

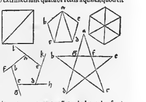
CAMPANI additio. Ex hac autē patet, quod omnis figuræ polygoniæ omnes anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt æquales, quotus est numerus quo a prima destiterit, duplicatus. Verbi gratia, polygoniarū figurarum, est triangula prima, quia si esset duarum linearū, cum figura sit clausio linearū, tunc duæ lineæ rectæ includerent superficiem, quod est impossibile per ultimā petitionē. Quadrilatera, secunda, pentagona, tertia. Similiter autem quælibet tota erit in ordine, quotus erit numerus laterū aut angulorū eius, inde dempto binario. Dico ergo q̃ triāgulæ (quæ est prima) omnes anguli sunt æquales duobus rectis, quadrilateræ (quæ est secūda) erūt æquales quatuor rectis: & pentagonæ (quæ est tertia) erunt æquales sex rectis. Hoc autē inde manifestum est, quoniam cum quælibet



talis figura sit in tot triāgulos resolubilis, quota ipsa fuerit a prima ductis rectis lineis à quouis angulorū eius ad omnes angulos oppositos, sintq; oẽs anguli omnis trianguli duobus rectis æquales, erunt omnis lateratæ figuræ omnes anguli bis tot rectis æquales, quota ipsa fuerit a prima, quod est propositū. Sit enim exempli gratia, pentagonus a b c d e, a cuius angulo a, ducam lineas ad angulos c, d, ipsi oppositos, erit totus pentagonus resolutus in tres triangulos a b c, a c d, & a d e, quorum cum cuiuslibet sint anguli æquales duobus rectis, erunt pentagoni anguli æquales sex rectis, quod est duplum eius numeri quo a prima distat, siue duplum numeri angulorū aut laterum eius, inde dempto binario. Possumus quoq; & sic idem proponere dicẽtes quod omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis æquales, quantus est numerus quem eius anguli duplicãt, inde demptis quatuor: puncto enim quouis intra figuram signato, & ab eo ad singulos angulos lineis protractis, erit ipsa figura in tot triangulos resoluta quot fuerint eius anguli, ideoq; omnes anguli omniū illorū triangulorū pariter accepti, tot rectis angulis erunt æquales, quantus est numerus quem duplicãt anguli propositæ figuræ. Cum itaq; sint omnes anguli triangulorū in quos ipsa resoluta est punctum medium circunstantes, quatuor rectis æquales per 13 propositionē, manifestum constat propositū. Similiter quoq; patet, quod omnis figuræ polygoniæ anguli omnes extrinseci, quatuor rectis angulis sunt

 æquales

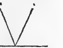
æquales: ſunt enim intrinſeci & extrinſeci bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos, per 13 propoſitionem. Intrinſeci autem ſunt bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos demptis inde quatuor: ergo extrinſeci ſunt quatuor rectis æquales, quod eſt propoſitum. Exempli gratia, propoſiti pentagoni latera protrahantur, ut fiãt anguli extrinſeci, a b quidem protrahatur uſq; ad f, b c uſq; ad g, c d uſq; ad h, d e uſq; ad k, e a uſq; ad l: eruntq; per 13 propoſitionẽ duo anguli, a intrinſecus & a extrinſecus, æquales duobus rectis: eadem autem ratione, duo anguli b intrinſecus & b extrinſecus: ſic & cæteri: quare a, b, c, d, e, anguli intrinſeci & extrinſeci, decem rectis æquantur, demptis igitur intrinſecis qui ſunt æquales ſex rectis, erunt extrinſeci, uidelicet, b a l, c b f, d c g, e d h, & a e k, æquales quatuor rectis.



Patet etiam quod omnis pentagonus cuius unũquodq; latus duo ſecat ex reliquis habet quinq; angulos duobus rectis æquales. Sit qualis proponitur pentagonus a b c d e, & ſecet latus a c, latus b e in puncto g, & latus a d idem latus b e in puncto f, erit angulus a f g æqualis duobus angulis b & d, cum ſit extrinſecus ad ipſos in triangulo f d b. Itemq; angulus f g a erit æqualis duobus angulis c & e, cum ſit extrinſecus ad ipſos in triangulo g c e, ſed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, ſunt æquales duobus rectis: ergo quatuor anguli b d & c e, ſunt cum angulo a æquales duobus rectis, quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 32.

32 **Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus binis interioribus ex oppoſito eſt æqualis. Et trianguli tres interiores anguli, binis ſunt rectis æquales.**



THEON ex Zamb. *Sit triangulũ α β γ, & producatur unum illius latus (ſitq; β γ) uſq; in δ. Dico quod exterior angulus α γ δ, ipſis γ α β & α β γ duobus interioribus ex oppoſito, eſt æqualis, & trianguli tres anguli interiores, hoc eſt α β γ, β γ α, & γ α β, duobus rectis ſunt æquales. Excitetur enim (per præcedentem) per ſignum γ, ipſi α β rectæ lineæ parallelus γ ε. Et quoniam parallelus eſt α β ipſi γ ε, & in ipſas incidit linea α γ, alterni anguli β α γ & α γ ε, æquales ſunt adinuicem. Rurſus quoniam parallelus eſt α β ipſi γ ε, & in eas incidit recta linea β δ, exterior angulus ε γ δ, (per uiceſimamſeptimam, uiceſimamoctauam, & uiceſimamnonam propoſitiones) æqualis eſt angulo α β γ interiori & oppoſito: patuit autem quod α γ ε ipſi β α γ eſt æqualis. Totus igitur exterior angulus α γ δ, æqualis eſt duobus interioribus & oppoſitis, hoc eſt ipſis β α γ & α β γ. Communis ponatur, α γ β angulus: igitur α γ δ & α γ β, tribus angulis α β γ, β γ α & β α γ, ſunt æquales. Sed α γ δ & α γ β, duobus rectis (per 13 propoſitionem) ſunt æquales, anguli α γ β & γ α β & γ β α igitur duobus rectis ſunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate. Quod oportuit oſtendere.*

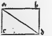
Eucli. ex Camp. Propoſitio 33.

33 **SI in ſummitatibus duarum linearum æquidiſtantium & æqualis quantitatis, aliæ duæ lineæ coniungantur, ipſæ quoq; æquales & æquidiſtantes erunt.**



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & æquidiſtantes, quarum extremitates coniungam per lineas a c & b d. Quas dico eſſe æquales & æquidiſtantes: protraham enim lineam a d. Et quia lineæ a b & c d ſunt æquidiſtantes, erit angulus b a d æqualis angulo a d c, per primam partem uiceſimænonæ propoſitionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d, æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a, & angulus a primi, æqualis angulo d ſecundi, ergo per quartam propoſitionem baſis

nem basis b d primi, est æqualis basi a c secundi, & anguli a d b primi, æqualis angulo d a c secundi. At quia ipsi anguli a d b & d a c sunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidistantes, per uicesimam septimam. Et quia prius probatum est ipsas esse æquales, patet propositum utrumque.



Eucli. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 33.

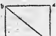
33 Aequas & parallelos ad easdem partes, rectæ lineæ cõiungentes, & ipsæ æquales & parallelæ sunt.



THEON ex Zamb. Sint æquales rectæ lineæ & paralleli, αβ, & γδ, & ipsas coniungant ad easdem partes, rectæ lineæ αγ & βδ, dico quod αγ & βδ, æquales & paralleli sunt. Connectatur enim (per primum postulatum) βγ. Quoniam parallelus est αβ ipsi γδ, & in eas incidit βγ, alterni anguli αβγ & βγδ adinuicem sunt æquales, (per uicesimamnonam propositionem.) Et quoniam æqualis est αβ ipsi γδ, communis autem βγ, duæ igitur αβ & βγ, duabus βγ & γδ sunt æquales, & angulus αβγ, angulo βγδ est æqualis. Basis igitur βδ (per quartam propositionẽ) basi αγ est æqualis, & triangulum αβγ, triangulo (ei quod sub) βγδ, æquum est, & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur αγβ, æqualis est ei qui sub γβδ, & angulus βαγ, ei qui sub βδγ. Et quoniam in duas rectas lineas αγ & βδ, recta linea incidit βγ, alternos angulos, hoc est αγβ & γβδ æquales adinuicem efficiens, parallelus igitur est αγ ipsi βδ, (per uicesimamseptimam propositionem.) Ostensum autem est, quod & ei æqualis est. Aequales igitur & parallelos ad easdem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipsæ æquales & paralleli sunt. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 34.

43 OMnis superficies æquidistantibus contenta lateribus, lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet æquales, diametro diuidente eam per medium.



CAMPANVS. Sit superficies a b c d æquidistantiũ laterum, ita quod linea a b æquidistet c d, & a c ipsi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d, esse æquales: similiter dico angulum a esse æqualem angulo d, & angulũ b angulo c. Protraham diametrũ a d, quæ etiam diuidet superficiem illam per medium. Cum a b & c d sint æquidistantes, erunt anguli b a d & c d a, qui sunt coalterni, æquales per uicesimamnonam. At quia etiam a c & d b sunt æquidistantes, erunt anguli c a d & b d a, qui sunt coalterni æquales per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c, & quia duo anguli a & d trianguli a d b, sunt æquales duobus angulis d & a trianguli d a c, & latus a d super quod iacent illi anguli in utroq; triangulo, est commune, erit per uicesimamsextam propositionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet esse æqualem angulo d totali per secundam communem animi conceptionem, totum propositum cum correlario liquet.

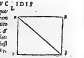
Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propositio 34.

34 Parallelogrammorũ * locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicem, & dimetiens ea bifariam secat. *κυρίως*



THEON ex Zamber. Sit parallelogrammus locus αγδβ, dimetiensq; illius esto βγ. Dico quod parallelogrammi αγδβ latera & anguli ex opposito, adinuicem sunt æqualia, & illud βγ dimetiens bifariam secat. Quoniam enim parallelus est αβ ipsi γδ, & in eas incidit recta linea βγ (per 29 propositionem) alterni anguli αβγ & βγδ sunt adinuicem æquales. Rursus quoniam parallelus est αγ ipsi βδ, & in eas incidit recta linea βγ, anguli alterni, hoc est αγβ & γβδ æquales sunt adinuicem. Bina igitur triangula sunt αβγ & βγδ, duos angulos qui sub αβγ & αγβ, duobus angulis βγδ & γβδ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum βγ, & reliqua latera igitur (per 26 propositionem) reliquis lateribus æqualia erunt alterum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis: latus igitur αβ est æquale lateri γδ, & αγ ipsi βδ, & angulus βαγ angulo βδγ est æqualis. Et quoniam angulus αβγ æqualis est angulo βγδ, & angulus γβδ ei qui sub αγβ,

C 3 totus

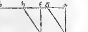


totus igitur angulus α β δ toti angulo α γ δ, (per 2 communem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quod angulus β α γ angulo γ δ β est æqualis. Parallelogrammum igitur * locorum anguli & latera ex opposito, adinuicem sunt æqualia. Dico etiam, quod dimetiens ea bifariam secat. Quoniam enim α β æquum est ipsi γ δ, & β γ communis est, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ sunt altera alteri æquales: & angulus α β γ angulo β γ δ est æqualis: basis igitur α γ (per 4 propositionē) basi β δ est æqualis, & triangulū α β γ triangulo β γ δ est æquale. Dimetiens igitur β γ, bifariam secat pallelogrammum α β γ δ. Quod erat ostendendum.

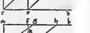
Eucli. ex Camp. Propositio 35.

35 **Omnes superficies æquidistantiū laterum super unam basin atque in eisdem alternis lineis constitutæ, æquales esse probantur.**

CAMPANUS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes, inter quas fiat a c f e superficies æquidistantiū laterum super basin c e, & super eandem basin, & inter easdem lineas fiat alia superficies g c h e, similiter æquidistantium laterum: dico duas prædictas superficies, esse æquales. Quod sic probatur. Aut enim linea c g secabit lineā a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f, ut in prima figuratione apparet. Et quia utraque duarum linearum a f & g h est æqualis lineæ c e per præcedentem, una earum erit æqualis alteri, dempta ergo linea f g communi, remanebit a g æqualis f h. Et quia per præcedentem iterum est a c æqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per secūdam partem 29, uidelicet, extrinsecus intrinseco, erit per 4 triāgulus a c g æqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera quæ est g c f e, addita utrique, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est propositum. Secet secundo modo linea c g lineam a b in puncto f, ut in secunda figuratione apparet, eruntque simili argumentatione priori, duo trianguli a c f & f e h, æquales, quare utrobique addito triangulo f c e, patet propositum. Secet tertio modo linea c g lineam a b inter duo puncta, f, b, ut in tertia figuratione apparet, secabitque lineam f e, sit ut in puncto k, & quia simili argumētatione priori, linea a f est æqualis lineæ g h, facta communi linea g f, erit c g æqualis f h, & triangulus a g c, æqualis triangulo f e h. Addito ergo utrique, triangulo c k e, & detracto ab utroque triangulo f h g, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est propositum.

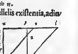






Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 35.

35 **Parallelogramma in eadem basi & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.**



THEON ex Zamb. Sint parallelogramma α β γ δ & ε β γ ζ, in eadem basi existentia, (hoc est) β γ. & in eisdem parallelis (hoc est) α ζ & β γ. Dico quod parallelogrammum α β γ δ, æquale est parallelogrammo ε β γ ζ. Quoniam enim parallelogrammū est α β γ δ, æqualis est α δ ipsi β γ (per 34 propositionem,) & id propterea etiam ε ζ ipsi β γ est æqualis quare & α δ ipsi ε ζ est æqualis. & communis δ ε: tota igitur α ε, toti δ ζ est æqualis. At α β ipsi δ γ est æqualis, duæ igitur ε α & α β, duabus ζ δ & δ γ sunt altera alteri æquales, & angulus ζ δ γ, angulo ε α β est æqualis, exterior interiori. Basis igitur ε β, (per quartam propositionem) basi ζ γ est æqualis, & triangulum ε α β, triangulo ζ δ γ est æquale. Cōmune auferatur triangulum δ η ε. reliquum igitur trapezium α β η δ, trapezio ε η γ ζ est æquale. Commune autem ponatur triangulum η β γ: totum igitur parallelogrammum α β γ δ, toti parallelogrāmo ε β γ ζ est æquale. Parallelogrāma igitur & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportuit.

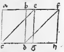
Eucli. ex Camp. Propositio 36.

36 **Omnia parallelogramma in basibus æqualibus atque in eisdem lineis constituta, æqualia esse necesse est.**

CAMPANUS. Parallelogrammum, dicitur superficies æquidistantium

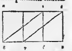
tium

tium laterum. Sint duæ superficies a b c d & e f g h, æquidistantium laterum, constitutæ inter duas lineas æquidistantes quæ sunt a f & c h, & super æquales bases quæ sunt c d & g h, dico eas esse æquales, nam protraham duas lineas c e & d f, eritque per 33, superficies c d e f, æquidistantium laterum, propter hoc quod e f est æqualis & æquidistans c d, nam utraque earum est æqualis g h. Quia ergo per præmissam utraque duarum superficierum a b c d & e f g h est æqualis superficiei c d e f, ipsæ erunt sibi inuicem æquales, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 36.

35 Parallelogramma in æqualibus basibus & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.

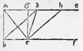


THEON ex Zamb. Sint parallelogramma αβγδ & εζηθ, in æqualibus basibus constituta, hoc est βγ & ζη, & in eisdem parallelis, hoc est αθ & βη. Dico quod parallelogrammum αβγδ est æquale parallelogrammo εζηθ. Connectantur enim βε & γθ. Quoniam æqualis est βγ ipsi ζη, sed ζη æqualis est ipsi εθ, & βγ igitur ipsi εθ est æqualis: sunt autem paralleli, & contingunt eas βε & γθ: æquales autem & parallelos, coniungentes lineæ, æquales & paralleli sunt (per 33 propositionem.) Igitur εβ & γθ, æquales & paralleli sunt. Parallelogrammum igitur est εβγθ, & est æquale parallelogrammo αβγδ. basin enim eandem habet, hoc est βγ, & in eisdem est parallelis, hoc est βγ & εθ: ac per hoc etiam εζηθ, ipsi εβγθ est æquale. Quare parallelogrammum αβγδ parallelogrammo εζηθ est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur reliqua ut theoremate, Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 37.

37 AEquales sunt sibi cuncti trianguli, qui super eandem basin, atque inter duas lineas æquidistantes sunt constituti.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c, inter duas lineas a e & b f, quæ sint æquidistantes, dico eos esse æquales. Protraham enim c g æquidistantem a b, & c h æquidistantem d b per 31, eruntque duæ superficies a b c g & d b c h, æquales per 35. Et quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium 34 propositionis, ipsi erunt æquales per cõmunem scientiam quæ est, quorum tota sunt æqualia, & dimidia, sicque patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 27. Propositio 37.

37 Triangula in eadem basi & in eisdem parallelis constituta, adinuicem sunt æqualia.



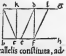
THEON ex Zamb. Sint triangula αβγ & δβγ, in eadem basi βγ, & in eisdem parallelis αδ & βγ constituta. Dico quod triangulum αβγ, est æquale triangulo δβγ. Producatur (per 2 postulatum) αδ ex utraque parte, in ε & ζ, & per β, ipsi γα (per 31 propositionem) excitetur parallelus βε, & per γ, ipsi βδ (per eandem) parallelus excitetur γζ. Parallelogrãma igitur sunt εβγα & δβγζ, & parallelogrammum εβγα, (per 35 propositionem) æquale est ipsi δβγζ parallelogrammo: in eadem enim sunt basi βγ, & in eisdem parallelis βγ & εζ. At parallelogrammi εβγα, triangulum αβγ, dimidium est (per 34 propositionem) nam αβ dimetiens, illud bifariam secat, parallelogrammi uero δβγζ (per eandem) triangulum δβγ dimidium est, nam βζ dimetiens illud bifariam secat: at quæ æqualium sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia (per septimam cõmunem sententiam:) triangulum igitur αβγ, triangulo δβγ est æquale. Triangula igitur & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 38.

38 SI duo trianguli super bases æquales atque inter duas lineas æquidistantes ceciderint, æquales eos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d e f, constituti super bases

b c & e f æquales, & inter lineas a g & b h æquidistantes, dico eos esse æquales. Protraham enim c k æquidistantem a b, & f l æquidistantem e d, eruntq; duæ superficies a b c k & d e f æquales per 36, & quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium 34 propositionis, ipsi erunt æquales per antedictam communem scientiam.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propositio 38.*

38 Triangula in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, ad inuicem sunt æqualia.

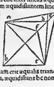


THEON *ex Zamb.* *Sint triangula α β γ & δ ε ζ, in æqualibus basibus constituta, hoc est β γ & ε ζ, & in eisdem parallelis, hoc est β ζ & α δ. Dico quod triangulum α β γ, æquum est triangulo δ ε ζ. Producatur enim (per secundum postulatum) α δ, ex utraq; parte in κ, θ, & per β, ipsi γ α (per 31 propositionem) parallelus excitetur β κ, & per ζ, ipsi δ ε parallelus excitetur ζ θ (per eandem.) Parallelogrammum igitur est, & κ β γ α & δ ε ζ θ. At parallelogrammũ κ β γ α, (per 36) æquum est ipsi δ ε ζ θ parallelogrammo: in æqualibus enim sunt basibus, hoc est β γ & ε ζ, & in eisdem parallelis, hoc est β ζ & κ θ. At parallelogrammi κ β γ α (per 34. propositionem) triangulum α β γ, medietas est, α β enim dimetiens, illud bifariam secat: & triangulum δ ε ζ, parallelogrammi δ ε ζ θ, medietas est (per eandem), nam dimetiens ζ δ, illud secat bifariam. Aequalium uero ea quæ sunt dimidium, sibi inuicem sunt æqualia, (per 7 cõmunem sententiam.) Triangulum igitur α β γ, triangulo δ ε ζ est æquale. Triangula igitur in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, sibi inuicem sunt æqualia. Quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 39.*

39 Omnes duo trianguli æquales, si in eandem basin & ex eadem parte ceciderint, inter duas lineas æquidistantes erunt.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c ex una eademq; parte, sintq; æquales: dico eos esse inter lineas æquidistantes. Et hæc est conuersa 37. A puncto a, protraham lineam æquidistantem lineæ b c, quæ si pertransierit per punctum d, liquet propositum. Sin autem, pertransibit supra aut infra. Transeat primo supra, & sit a e, producam b d, usquequo secet lineam a e in puncto e, & protraham lineam e c. Et quia triangulus e b c est æqualis triangulo a b c per 37, & triangulus d b c positus est æqualis triangulo a b c, erit triãgulus d b c æqualis triangulo e b c, pars toti, quod est impossibile. Non igitur pertransibit linea quæ à puncto a ducitur æquedistanter b c, supra d. Transeat ergo infra, & sit a f, secans lineam d b in puncto f. Protraham ergo lineam f c, & quia per 37, trangulus f b c est æqualis triangulo a b c, ipse etiam erit æqualis triangulo d b c, pars toti, quod est impossibile. Quia ergo à puncto a, æquidistans b c non transit nisi per punctum d, patet propositum.



CAMPANI additio. Ex hac autem & præmissa, nota quod si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per æqua secet uel secuerit, ipsa erit tertio æquidistans, quod sic probatur. Sit triangulus a b c, cuius duo latera quæ sunt a b & b c, secet linea d e per æqualia, a b quidem in pucto d, & b c in puncto e, dico quod linea d e est æquidistans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaq; per 31 à puncto e ipsi a b æquidistante, erit per 38 triangulus a e d æqualis triangulo d e b, propter id quod linea a d basis triãguli a e d posita est æqualis lineæ d b basi triãguli d e b. Rursus quia ducta à puncto d per 31 ipsi b c æquidistante, per eandem triãgulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id quod linea c e posita est æqualis lineæ e b, triangulus a e d est æqualis triangulo c e d. Quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basin, uidelicet, lineam e d, & ex eadẽ parte, ipsi erunt per hanc 39 inter lineas æquedistantes, ergo linea d e, est æquidistans lineæ a c. Quod quidem propositum, ad quintam quarti tibi ualebit.



Euclides

Eucli ex Zamb. Theorema 29. Propositio 39.

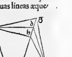
39 Triangula æqualia in eadem basi & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis.



THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ & δ γ β, constituta in eadem basi β γ, & ad easdem partes dico quod & in eisdẽ sunt parallelis. Connectatur α δ. Dico quod α δ ipsi β γ est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionẽ) per α signum, ipsi β γ rectæ lineæ parallelus α ε, & connectatur ε γ. Triangulum igitur ε β γ (per 37 propositionẽ) æquale est triangulo α β γ: in eadem enim sunt basi β γ, in eisdemq; parallelis α ε & β γ. At triangulũ igitur δ β γ, ipsi triãgulo α β γ est æquale (per hypothesin. Triangulũ igitur δ β γ, triangulo ε β γ est æquale, maius, uidelicet, minori, quod est impossibile. parallelus igitur minime est α ε ipsi β γ. Similiterq; ostendemus quod nulla alia præter α δ parallelus igitur est α δ ipsi β γ. Triangula igitur æqualia, & quæ sequuntur reliqua Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 40.

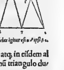
40 SI duo trianguli æquales super æquales bases unius eiusdemq; lineæ ex eadẽ parte fuerint constituti, eos inter duas lineas æquedistantes necesse est contineri.



CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquales, constituti super duas bases quæ sunt b c & e f, & ex eadem parte dico eos esse inter duas lineas æquidistantes, & hæc est cõuersa 38. Et, ꝓbatur per ipsam, sicut præcedens per 37. A puncto a, ducatur linea æquidistãs lineæ b f, quæ si transierit per punctum d, patet propositũ. Sin autem, pertranseat supra ut a g & producatur e d usq; ad ipsum g, ut sit e g, & ducatur linea g f. Erit per 38 triãgulus a b c, æqualis triangulo g e f, quare & triangulus d e f, erit æqualis triangulo g e f, pars toti, quod est impossibile non ergo transibit supra. Transeat ergo infra, secetq; lineam d e in puncto h, & ducatur linea f h, erit per 38 triãgulus h e f, æqualis triangulo a b c, quare & triãgulo d e f, pars toti, quod est impossibile. Quia ergo non transibit nisi per punctum d, patet ꝓpositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 40.

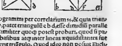
40 Triangula æqualia in æqualibus basibus & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis.



THEON ex Zamb. Sint triangula æqualia α β γ & γ δ ε, in æqualibus basibus constituta, hoc est β γ & γ ε, & ad easdem partes α. Dico quod & in eisdem sunt parallelis. Connectatur (per 1 postulatũ) α δ. Dico quod α δ ipsi β ε est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionẽ) per α ipsi β ε parallelus α ζ, & connectatur ζ ε. Triangulum igitur α β γ, triãgulo γ ζ ε est æquale (per 38) in æqualibus enim sunt basibus constituta β γ & γ ε, & in eisdem parallelis β ε & α ζ, sed triangulũ α β γ, triangulo δ γ ε est æquale. Triangulũ igitur δ γ ε, æquũ est triãgulo ζ γ ε, maius minori, quod est impossibile: parallelus igitur minime est α ζ ipsi β ε. Similiterq; ostendemus quod nulla præter α δ. Parallelus igitur est α δ ipsi β ε. Quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 41.

41 SI parallelogrammũ trianguluscq; in eadem basi atq; in eisdem alternis lineis fuerint constituta, parallelogrammũ triangulo duplum esse conueniet.



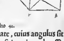
CAMPANVS. Sit parallelogrammũ a b c d, & triãgulus e b d super basim b d, & inter lineas a e & b d quæ sint æquidistantes. Dico parallelogrammũ, duplum esse triangulo. Protraham in parallelogrãmo diametrum a d, erit triangulus a b d, dimidium parallelogrammi per correlarium 34, & quia triangulus e b d est æqualis triangulo a b d per 37, patet triangulũ e b d, esse dimidiũ parallelogrammi a b c d, quod est propositum. Similiter quoq; potest probari, quod si parallelogrammũ trianguluscq; in æqualibus basibus atq; inter lineas æquidistantes fuerint constituta, parallelogrammũ duplum erit triãgulo. Quod ideo non posuit Euclides.

des, quia leuiter patet ex hac præcedente correlariũ & 35, diuiso parallelogrammo per diametrũ in duo triangulos, uel super basin parallelogrãmi inter easdem lineas æque distantes triangulo constituto, ad quem duplum erit parallelogrammũ per hanc præcedentem, & ipse æqualis alteri dato triangulo per 35.

Eucli. ex Zamb. Theorema 31. Propositio 41.

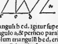
41 Si parallelogrammũ & triangulũ eandem basin habuerint, in eisdemq́ fuerint parallelis, trianguli parallelogrammũ duplum erit.

THEON ex Zamb. Parallelogrammũ enim α β γ δ, & triangulum ε β γ, eandem habeant basin β γ, in eisdemq́ sint parallelis β γ & α ε. Dico quod parallelogrammũ α β γ δ, trianguli β ε γ duplum est. Connectatur enim (per 1 postulatũ) α γ. Triangulũ igitur α β γ (per 37) æquale est triangulo ε β γ: in eadem enim sunt basi β γ, & in eisdem parallelis β γ & α ε. Sed parallelogrammũ α β γ δ, duplum est ipsius trianguli α β γ (per 34 propositionem) etenim dimetiens α γ, illud bifariam secat. Quare parallelogrammũ α β γ δ, ipsius trianguli ε β γ duplum est. Si parallelogrammum & triangulũ igitur, & quod sequitur reliquum. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 42.

42 Æquidistantiũ laterum superficiem designare, cuius angulus sit angulo assignato æqualis, ipsa uero superficies triangulo assignato æqualis.

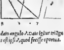


CAMPANVS. Sit assignatus angulus a, & assignatus triangulus b c d, uolo describere superficiem æquidistantiũ laterum æqualem triangulo b c d, cuius uterq; duorum angulorũ ex aduerso positorũ sit æqualis a. Diuido basin c d per dimidium in puncto e, & protraho lineam b e, & a puncto b duco b f æquidistantẽ c d, eritq; per 38 triangulus b e d, æqualis triangulo b e c, quare triãgulus b e d, est dimidiũ totalis trianguli b c d. Igitur super punctum e lineæ d e, constituo per 23 angulũ d e g, æqualem angulo a, & perficio parallelogrammũ g e d f, quod etiam quia per præcedentẽ est duplum trianguli b e d, erit etiam æquale triangulo b c d, per hanc cõmunem scientiam, quorũ dimidia sunt æqualia, ipsa quoq; sunt æqualia: est enim triangulus b e d, utriusq; dimidium. Quare descripsimus parallelogrammũ g e d f æquale triangulo b c d, cuius uterq; duorũ angulorũ g e d & d f g ex aduerso positorum est æqualis angulo a, quod fuit propositum.

Euclidis ex Zamb. Problema 11. Propositio 42.

42 Dato triangulo æquale parallelogrammũ constituere, in dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb. Sit datum triangulũ α β γ, datus uero angulus rectilineus sit δ. oportet iam ipsi triangulo α β γ æquale parallelogrammum construere in angulo rectilineo æquali ipsi δ. Secetur (per 10 propositionẽ) linea β γ bifariam, in signo ε, & connectatur (per 1 postulatum) α ε. Constituaturq́ (per 23 propositionẽ) ad datam rectam lineam ε γ, ad datumq́ in ea signum ε, ipsi angulo δ æqualis angulus γ ε ζ. Et (per 31 propositionem) per α, ipsi ε γ excitetur parallelus α η, & (per eandem) per γ ipsi ε ζ, parallelus excitetur γ η. parallelogrammũ igitur est ζ ε γ η. Et quoniam æqualis est β ε ipsi ε γ, triangulũ α β ε (per 38) triangulo α ε γ est æquale: in æqualibus enim sunt basibus β ε & ε γ, & in eisdem parallelis β γ & α η. Duplum igitur est triangulũ α β γ, trianguli α ε γ. Parallelogrammũ autem ζ ε γ η (per 40) duplum est trianguli α ε γ basin enim eandem habet, in eisdemq́ parallelis est, parallelogrammũ igitur ζ ε γ η æquũ est ipsi triãgulo α β γ, & habet angulũ γ ε ζ æqualem dato angulo δ. Dato igitur triãgulo α β γ, æquale constitutũ est parallelogrammũ ζ ε γ η, in angulo γ ε ζ qui æqualis est ipsi δ, quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 43.

43 Omnis parallelogrãmi spatij, eorum quæ circa diametrũ sunt parallelogrammorũ supplementa, æqua sibi inuicẽ esse necesse est.

CAMPANVS. Sit parallelogrammũ a b c d, in quo protrahã diametrũ b c, & protraham e f æquidistantẽ utriq; duorũ laterũ a b & c d, quæ secet diametrũ in puncto k, a quo ducam k g æquidistantẽ utriq; duorũ laterũ a c & b d, & producã eam quousq;

secet

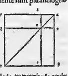
ſecet utrunq; latus a b & c d, ſitq; tota g k b. Erit totum parallelogrammū a b c d diuiſum in quatuor parallelogrāma, quorū duo, ſcilicet, e c k h & g k b f dicuntur cōſiſtere circa c b, eo q; diameter tranſit per medium eorū, & ideo ſunt circa diametrū, reliqua duo, ſcilicet, a e g k & k h f d: dicūtur ſupplemēta. Hæc duo ſupplemēta, dicūtur eſſe æqualia, ſunt enim duo trianguli a b c & c d b, æquales per correl. 34 propoſitionis. ſimiliter quoq; duo triāguli g k b & f k b, ſunt æquales per idem correlariū at duo triāguli c e k & k h c, ſimiliter ſunt æquales per idem correlariū. Demptis igitur duobus triāgulis b g k & k c e de totali triāgulo a b c, ac duobus triāgulis reliquis b f k & k c h de totali triāgulo reliquo c d b, erunt per 3 cōmunē animi conceptionē reſidua quæ ſunt duo dicta ſupplemēta æqualia, q̄d eſt ꝑpoſitū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 43.

43 Omnis parallelogrāmi eorum quæ circa dimetientē ſunt parallelogrāmorū ſupplementa, ſibi inuicem ſunt æqualia.

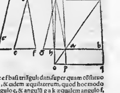
THEON ex Zamb. Sit parallelogrammū α β γ δ, dimetiens uero illius ſit α γ, circa uero α γ, ſint parallelogramma ε θ & κ ζ, ſupplementa uero ſint β κ & κ δ. Dico quod ſupplementū β κ, æquale eſt ſupplemento κ δ. Quoniam enim parallelogrammū eſt α β γ δ, dimetiens uero illius eſt α γ, triangulum α β γ (per 34 propoſitionē) æquum eſt triangulo α δ γ. Rurſus quoniam parallelogrammū eſt α ε κ θ, dimetiens uero illius eſt α κ, triangulum igitur α ε κ (per eandem) æquum eſt triangulo α θ κ, ac per hoc etiam triangulū κ ζ γ, æquū eſt triangulo κ η γ. At quoniam triangulū α ε κ triangulo α θ κ eſt æquale, & triangulū κ ζ γ triangulo κ η γ eſt æquale, triāgula igitur α ε κ & κ η γ, triangulis α θ κ & κ ζ γ ſunt æqualia. eſt autē totum triangulū α β γ, toti triangulo α δ γ æquale: reliquū igitur ſupplementū β κ (per 3 cōmunem ſententiam) reliquo ſupplemento κ δ eſt æquale. Omnis parallelogrammi ergo, & quod ſequitur reliquum, quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 44.

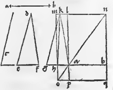
44 PRopoſita linea recta, ſuper eam, ſuperficiem æquidiſtantiū laterum cuius angulus ſit angulo aſſignato æqualis, ipſa uero ſuperficies triangulo aſſignato æqualis deſignare.

CAMPANVS. Deſignare ſuperficiē æquidiſtantiū laterū ſuper lineam aliquā, eſt lineam ipſam facere latus unū ipſius ſuperficiei. Sit ergo data linea a b, & datus angulus c, & datus triāgulus d e f. Super lineam a b uolo deſignare ſuperficiē unam æquidiſtantiū laterū, ita q; linea a b ſit unū ex lateribus eius, cuius uterq; duorū angulorū ex aduerſo poſitorum ſit æqualis angulo c, & ipſa totalis ſuperficies ſit æqualis triāgulo d e f. Differt autē hæc a 42, quia hic datur latus unius ſuperficiei deſcribendæ, ſcilicet, linea a b, ibi autē nullū. Cum ergo hoc uoluero facere, adiungo lineam a g lineæ a b ſecundū rectitudinē, quam pono æqualē lineæ e f baſi triāguli dati, ſuper quam cōſtituo triangulum unum dato triangulo æqualem, & eidem æquilaterum, quod hoc modo facio. Conſtituo angulum a k g æqualem angulo e, & angulū g a k æqualem angulo f, per 23, & quia g a poſita fuerat æqualis e f, erit per 26 triangulus g a k æqualis & æquilaterus triangulo e f d. Diuidam ergo g a per æqualia in puncto h, & protraham k h, & producam a puncto k, lineam m k n æquidiſtantē lineæ g b, eritq; per 38 triangulus a h k, æqualis triangulo g h k. Tunc ſuper punctum a lineæ g a faciam angulum g a l per 23 æqualem angulo c dato, & complebo ſuper baſin a h, & inter lineas g b & m n æquidiſtantes, ſuperficiem æquidiſtantium laterum m l h a, quæ per 41 dupla erit ad triangulum h k a: æqualis igitur totali triangulo k g a, quare & triangulo d e f propoſito.



Protraham

Protraham ergo b n æquidistantem a l, & producam diametrũ n a, quam protraham quousq; concurrat cum m h producta in puncto o, & complebo superficiem æquidistantium laterum m o n q, & protraham l a usq; ad p punctum lineæ o q, eritq; per præcedentem, supplementũ a b p q, æquale supplemento m l h a, quare & triangulo d e f, & quia per 15 angulus l a b est æqualis angulo b a p, & ideo angulus b a p est æqualis angulo c, patet super datam lineam a b descriptam esse superficiem æquidistantium laterum a b p q æqualem dato triangulo d e f, cuius uterque duorum angulorum ex aduerso positorum qui sunt a & q, est æqualis dato angulo c, quod fuit propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 12. Propositio 44.

44 Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum *construere in dato angulo rectilineo.

παραβαλεῖν

THEON ex Zamb. Sit quidem data recta linea α β, datum uero triangulũ, sit γ, datus autem angulus rectilineus sit δ: oportet iam ad datam rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum * prætendere in angulo qui æqualis δ. Constituatur (per 42) ipsi γ triangulo æquale parallelogrammũ β ε ζ η, in angulo ε β η qui ipsi δ est æqualis. Et (per 2 postulatũ) ponatur ut β ε sit in rectum ipsi α β, & extendatur ζ η in θ, & per α (per 31 propositionem) utrisque ζ β η & ε ζ parallelus excitetur α θ, & connectatur (per 1 postulatum) θ β. Et quoniam in parallelos α θ & ε ζ recta linea incidit θ ζ, anguli ergo α θ ζ, θ ζ ε, (per 29 propositionem) duobus rectis rectis sunt æquales. anguli uero β θ η & η ζ ε, duobus rectis sunt minores, quæ autem à minoribus duobus rectis in infinitum producuntur, (per 5 postulatum) concurrent. Lineæ igitur θ β & ζ ε, in infinitum productæ concurrunt: producantur igitur, & concurrant in κ. Et (per 31 propositionem) per κ signum utrisq; ε α & ζ θ parallelus excitetur κ λ, & producantur (per 2 postulatum) lineæ θ α & η β ad λ, μ, signa. Parallelogrammum igitur est θ λ κ ζ, illiusq; dimetiens est θ κ, circa uero ipsum dimetientem θ κ parallelogramma sunt α η & μ ε, supplementa uero λ β & β ζ. Igitur (per 43) λ β ipsi β ζ est æquale, sed β ζ (per 42) ipsi triangulo γ est æquale, igitur & λ β, ipsi γ est æquale. Et quoniam angulus η β ε (per 15) angulo α β μ est æqualis, sed angulus η β ε, ipsi δ est æqualis, angulus igitur α β μ, ipsi δ est æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum * prætenditur λ β, in angulo α β μ qui ipsi δ est æqualis, quod fecisse oportuit.

παραβέβληται

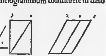


Euclidis ex Zamb. Problema 13. Propositio 45.

45 Dato rectilineo, æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb. Sit datum rectilineum α β γ δ, datus uero angulus rectilineus sit ε, oportet iam ipsi α β γ δ rectilineo æquale construere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Connectatur enim (per 1 postulatum) δ β, & constituatur (per 42) triangulo α β δ æquale parallelogrammum ζ θ, in angulo θ κ ζ, qui ipsi ε est æqualis, & * prætendatur (per 44) ad rectam lineam η θ, triangulo δ β γ æquale parallelogrammũ η μ, in angulo η θ μ qui ipsi ε est æqualis. Et quoniam angulo ε, angulus θ κ ζ, & angulus η θ μ est æqualis, angulus igitur θ κ ζ, angulo η θ μ æqualis. Cõmunis ponatur angulus κ θ η, anguli ergo ζ κ θ & κ θ η, angulis κ θ η & η θ μ sunt æquales. Sed anguli ζ κ θ & κ θ η (per 29 propositionẽ) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur κ θ η & η θ μ, duobus rectis sunt æquales. Ad aliquam igitur rectam lineam η θ (per 14 propositionem) ad alique quodq;

παραβαλλέσθω



quodq; in ea signum θ, binæ rectæ lineæ κθ & θμ non in eisdem partibus existentes, * utrobiq; angulos binis rectis æquales efficiunt. In rectum igitur est κθ ipsi θμ. At quoniam in parallelos κμ & ζι recta linea incidit θκ, alterni anguli μθκ & θκζ (per 29 propositionem) sibi inuicem sunt æquales. Communis ponatur angulus θκλ. Anguli ergo μθκ & θκλ, angulis θκζ & θκλ sunt æquales. Sed anguli μθκ & θκλ (per eandem) duobus rectis sunt æquales, anguli igitur θκζ & θκλ duobus rectis sunt æquales. In rectum est igitur linea ζκ, lineæ κλ. At quoniam κζ ipsi θι (per 34.) æqualis est & parallelus, & ipsi θι ipsa μλ, igitur (per 1 cõmunem sententiam) ζκ ipsi γλ æqualis est, & parallelus (per 30 propositionẽ.) Sed eas contingunt rectæ lineæ κμ & ζλ, lineæ igitur κμ & ζλ (quæ per 33 propositionem) æquales & parallelæ sunt: parallelogrammũ igitur est κζλμ. Et quoniam (per 42) triangulum αβδ parallelogrammo ζθ est æquale, & triangulum δβγ parallelogrammo κμ, totum igitur αβγδ rectilineum, toti κζλμ parallelogrãmo est æquale. Dato igitur rectilineo αβγδ, æquũ parallelogrammũ constitutũ est κζλμ, in angulo ζθμ ipsi ε dato æquali. quod fecisse oportuit.



* utrobique

Eucli. ex Camp. Propositio 45.

45 EX data linea, quadratum describere.

CAMPANVS. Sit data linea a b, ex qua uolo quadratum describere. A punctis a & b lineæ a b educo per 11 lineas a c & b d perpẽdiculares ad lineam a b, quæ erunt æquidistantes per ultimã partem 28, & pono utramq; earũ, eidem a b per 3 æqualem, & protraho lineam c d, eritq; ipsa æqualis & æquidistans lineæ a b per 33. Et quia uterq; duorũ angulorũ a & b est rectus, erit uterq; duorum c & d rectus per ultimam partem 29, ergo per diffinitionem quadrati, a b c d est quadratum, quod est propositum.



Idem aliter ostendere. Sit a c perpendicularis super lineam a b per 11, & sit ei æqualis ut prius, & à puncto c per 31 ducatur c d æquidistans a b, & ponatur æqualis ei, & ducatur linea d b, quæ per 33 erit æqualis & æquidistãs a c, & omnes anguli, recti, per ultimam partem 29, quare per diffinitionẽ quadrati habemus propositũ.

Eucli. ex Zamb. Problema 14. Propositio 46.

45 Ex data recta linea, quadratum describere.



THEON ex Zamb. Sit data recta linea αβ, oportet ex αβ recta linea, quadratum describere. Excitetur (per 11 propositionem) ipsi, rectæ lineæ αβ, à dato signo α ad angulos rectos αγ, & ponatur (per 3 propositionem) ipsi αβ æqualis αδ. Et (per 31 propositionem) per signum δ, ipsi αβ parallelus excitetur δε, & (per eandem) per signum β, ipsi αδ excitetur parallelus βε. parallelogrammũ igitur est ipsum αδεβ. æqualis igitur est αβ ipsi δε, & αδ ipsi βε. Sed αβ ipsi αδ est æqualis: quatuor igitur βα, αδ, δε, & εβ, sibi inuicem sunt æquales: æquilaterũ igitur est αδεβ parallelogrammũ. Dico quod etiam rectangulum est. Quoniã enim in parallelos αβ & δε, recta linea incidit αδ, anguli igitur βαδ & αδε, (per 29 propositionem) duobus rectis sunt æquales: angulus autem βαδ est rectus, angulus igitur αδε est etiam rectus, parallelogrammorũ * locorum autem latera & anguli ex opposito, sibi inuicem sunt æqualia (per 34 propositionẽ) Ex opposito igitur ambo & αβε, & βεδ anguli, sunt recti. Rectangulum igitur est αβεδ, ostensum autem est quod & æquilaterũ. Quadratum igitur est, atq; ex data recta linea αβ descriptum, quod facere oportebat.

* χωρίων

Eucli. ex Camp. Propositio 46.

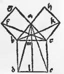
45 IN omni triangulo rectangulo, quadratum quod à latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur, æquũ est duobus quadratis quæ ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.



CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius angulus a sit rectus. Dico quòd quadratum lateris b c, æquũ est quadrato lateris a b & quadrato lateris a c simul sumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera, secũdum doctrinã præcedentis, sitq; quadratũ b c, superficies b c d e, & quadratum b a, superficies b f g a, & quadratũ a c, superficies a c h k. Ab angulo a, recto, ducam ad basin d e basin maximi quadrati, tres lineas, scilicet, a l æquidistantem utriq; lateri b d & c e, quæ secet b c in puncto m, & hypothenusas a d

d & a e.

& a e. Itemq; à duobus reliquis angulis trianguli, qui sunt b & c, ducam ad duos angulos duorum quadratorum minorum, duas lineas se intersecantes intra ipsum triangulum, quæ sunt b k & c f. Et quia uterq; duorum angulorum b a c & b a g, est rectus, per 14 erit g c linea una: eadem ratione erit b h, linea una, quia uterque duorum angulorũ c a b & c a h est rectus. Quia ergo super basin b f, & inter duas lineas æquidistantes quæ sunt c g & b f, constituta sunt parallelogrammum b f g a & triangulo b f c, erit per 41 parallelogrammũ b f g a duplum triangulus b f c, sed triangulus b f c est æqualis triangulo b a d per 4, quia f b & b c latera primi sunt æqualia a b & b d lateribus postremi, & angulus b primi est æqualis angulo b postremi, eo quod uterq; constat ex angulo recto & angulo a b c cõmuni: ergo parallelogrammum b f g a, est duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrammũ b d l m est duplum ad eundem triangulum per 41, quia constituti sunt super eandem basin, scilicet, b d, & inter lineas æquidistantes quæ sunt b d & a l, ergo per cõmunem scientiam quadratum a b f g, & parallelogrammum b d l m sunt æqualia, quia eorum dimidia, uidelicet, prædicti trianguli sunt æqualia. Eodem modo & per easdem propositiones mediantibus triangulis k b c & a e c probabimus quadratũ a c h k esse æquale parallelogrammo c e l m. Quare patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propositio 47.

47 **In rectangulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulũ subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulũ continentibus.**

THEON ex Zamb. Sit triangulũ rectangulum α β γ, rectum habens qui sub β α γ angulum. Dico quod quadratũ quod fit ex β γ, æquum est quadratis quæ fiunt ex β α & α γ. Describatur enim (per 46) ex β γ, quadratum β δ γ ε, & (per eandem) ex β α & α γ, quadrata ζ β & θ γ. Et per α, ipsis β δ & γ ε, (per 31 propositionem) parallelus excitetur α λ, & connectantur (per 1 postulatum) α δ & γ ζ. Et quoniam anguli β α γ & β α η sunt recti, ad aliquam igitur rectam lineam β α ad datumq; in ea signum α, duæ rectæ lineæ α γ & α η non in easdem partes productæ, angulos utrobiq; duobus rectis æquos efficiunt (per 14 propositionem) in rectum igitur est α γ ipsi α η. Ac per hoc & β α ipsi α θ est in rectum. Et quoniam angulus δ β γ æqualis est angulo ζ β α, rectus enim uterque est, communis ponatur angulus α β γ: totus igitur δ β α, toti ζ β γ est æqualis. Et quoniam duæ δ β & β α duabus β ζ & β γ sunt altera alteri æquales, & angulus δ β α angulo ζ β γ est æqualis, basis igitur α δ basi ζ γ (per 4 propositionem) est æqualis, & triangulum α β δ triangulo ζ β γ, est æquale. Trianguli uero α β δ (per 41) parallelogrammum β λ duplum est. basim enim habet eandem, hoc est β δ, in eisdemq; est parallelis, hoc est β δ & α λ. Et trianguli quoq; ζ β γ (per eandem) quadratum η β duplum est, basin namq; eandem habet, hoc est β ζ, & in eisdem est parallelis, hoc est ζ β & η γ. Quæ autem æqualium dupla sunt (per 5 cõmunem sententiam) adinuicem sunt æqualia: parallelogrammũ igitur β λ æquum est quadrato η β. Similiterq; si connectantur (per 1 postulatum) α ε & β κ, ostendetur parallelogrammũ γ λ, æquale esse quadrato θ γ. Totum igitur quadratum β δ ε γ, duobus η β & θ γ quadratis æquum est. Et quadratum β δ ε γ, est descriptum ex β γ: at quadrata η β & θ γ, sunt descripta ex β α & α γ. Quadratum igitur quod ex β γ latere, æquũ est quadratis quæ fiunt ex lateribus β α & α γ. In rectangulis igitur triangulis, quadratũ quod ex rectum angulum subtendente latere fit, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate. Quod erat ostendendum.

ipsi α η (margin)



Eucli. ex Camp. Propositio 47.

47 **SI quod ab uno trianguli latere in seipsum ducto producitur, æquum fuerit duobus quadratis quæ à duobus reliquis lateribus describuntur, rectus est angulus cui latus illud opponitur.**

CAMPANVS. Lineam in seipsam ducere, est eius quadratum describere. Sit triangulus a b c, sitq; quadratũ lateris a c, æquale quadratis duorũ laterum a b & b c simul iunctis, dico angulum b cui latus a c opponitur, esse rectum. Et hæc est conuersa prioris. A puncto b extraho lineam b d per 11 perpen-

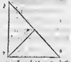


perpendicularem super lineam b c, quam pono æqualem a b, & produco lineam d c, erit per præcedentem, quadratum d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c, & quia b d posita est æqualis b a, erunt per communem scientiam quæ est linearum æqualium æqualia esse quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c, ergo per aliam cõmunem scientiam quæ est conuersa prioris, scilicet, lineas, quarum quadrata sunt æqualia, esse æquales, erit d c æqualis a c, quare per 8 angulus b trianguli a b c, est rectus, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 34. Propositio 48.*

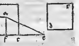
48 Si trianguli quod ab uno laterum quadratum, æquale fuerit eis quæ ex reliquis trianguli lateribus quadratis, angulus comprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.



THEON *ex Zamb. Trianguli namque α β γ, quod ex uno latere β γ quadratum, æquum sit eis quæ ex β α, α γ lateribus, quadratis. Dico quod angulus β α γ, rectus est. Excitetur enim (per 11 propositionem) ab α, signo, ipsi α γ rectæ lineæ ad angulos rectos α δ. Et (per 3 propositionem) ponatur ipsi α β, æqualis α δ, & (per 1 postulatum) connectatur δ γ. Et quoniam æqualis est δ α ipsi α β, quadratum quod ex δ α, æquum est quadrato quod ex α β. Commune apponatur quadratum quod ex α γ, quadrata igitur quæ ex δ α & α γ, æqualia sunt eis quæ ex β α & α γ quadratis. At (per præcedentem) quadratis quæ ex δ α & α γ, æquum est quadratum quod ex δ γ. Rectus enim est angulus δ α γ. Quadratis autem ex α β & α γ (per hypothesin) æquum est quadratum quod ex β γ, nam id receptum est. Quadratum igitur quod ex δ γ, æquum est quadrato quod ex β γ. Quare latus δ γ, lateri β γ est æquale: & quoniam α δ, ipsi α β est æquale, communis autem α γ, duæ igitur δ α & α γ, duabus β α & α γ sunt æquales, & basis δ γ, basi β γ æqualis. Angulus igitur δ α γ angulo β α γ (per 8 propositionem) est æqualis. At angulus δ α γ, rectus est: rectus igitur est & angulus β α γ. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ à reliquis trianguli duobus lateribus, quadratis, angulus comprehensus sub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit. Quod erat ostendendum.*

CAMPANI additio.

Propositis quibuscunque quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem describere.



Proponantur ergo duo quadrata, scilicet, a b & c d, & sit propositum producere gnomonem circa quadratum a b, æqualem c d quadrato. Protrahatur itaque unum latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum & directum, & sit f e, ita quod f e sit æquale uni laterum quadrati c d, & ex e ducam lineam rectam ad a: sit ergo triangulus orthogonius, quia f est angulus rectus. Nectatur ergo sic argumentũ secundum penultimam primi, quadratum e a est tantum, quantum quadratum e f & quadratum f a, sed quadratum e f est æquale quadrato c d, & quadratum f a est æquale quadrato, a b, ergo quadratum a e, est æquale, quadratis a b & c d. Item, e f a, est triangulus, ergo e f & f a latera, sunt longiora a e latere, secundum 20 primi, sed f a est æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b sunt longiora a e, ergo illa totalis linea, scilicet, e b, est maior, a e: resecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c, ita quod b c sit æquale a e, ergo quadratum b c est æquale quadrato a e, sed quadratum a e, ut prius probatũ fuit, est æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c est æquale eisdem. Sed quadratum b c addit supra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomo ille, est quadrato c d æqualis, quod erat probandum.

LIBRI PRIMI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SECVNDVS.

Euclides ex Campano.

OMne parallelogrammũ rectangulum, sub duabus lineis angulũ rectum ambientibus dicitur contineri.

CAMPANVS. Parallelogrammum, est superficies æquidistantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, est superficies æquidistantium laterum habens omnes angulos rectos, & producitur ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex suis angulis, ducto in reliquum, & ideo sub illis dicitur contineri.

Omnis parallelogrammi spatij ea quidem quæ diameter secat per medium parallelogrãma, circa eandem diametrũ consistere dicuntur. Eorum uero parallelogrammorũ quæ circa eandem diametrum consistunt, quodlibet una cum supplementis duobus, gnomo nominatur.



CAMPANVS. Quæ parallelogrãma dicuntur consistere circa diametrũ, & quæ sunt supplementa, expositum est supra in demonstratione 41 primi. Sit enim parallelogrammum a b c d, cuius diametrũ a d diuidant duæ e f, g h, ductæ lineæ æquidistanter lateribus oppositis dicti parallelogrammi secantes se super diametrũ a d, in puncto k, erit ipsum parallelogrammum diuisum in 4 parallelogramma. Et unumquodq; duorum parallelogrammorũ quæ sunt a g e k & k f h d, quæ diameter secat per medium, dicitur consistere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non secat, dicuntur supplementa cum utroque dictorum parallelogrammorũ consistentium circa diametrum componunt figuram quandam qui gnomo appellatur, cui deest ad complementum parallelogrammi, parallelogrammũ unum reliquum circa diametrum consistens, quod si addatur, supra diametrum totalis compositi consistet, eritq; simile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis crescat, minime tamen alteratur, quemadmodum dixit Aristoteles in prædicamentis.

Eucli. ex Zamb. *Parallelogrammum rectangulum.*

OMne parallelogrammũ rectangulum, sub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicitur contineri.

Quid gnomon.

Rosko Omnis parallelogrammi * loci eorum quæ circa dimetientẽ illius sunt parallelogrammorũ unumquodq; cum binis supplementis gnomon nocetur.

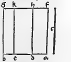
Eucli. ex Camp. *Propositio 1.*

1 SI fuerint duæ lineæ quarum una in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquum erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuisæ in unamquamq; partem lineæ particulatim diuisæ rectangula producentur.

CAMPANVS. Lineam in aliam lineam ducere, est supra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & superficiem æquidistantiũ laterum rectangulam complere, quæ sub illis duabus lineis per diffinitionẽ dicitur contineri.

Sint duæ

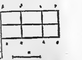
Sint duæ lineæ a b & c, quarũ una ſcilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ ſint a d & d e & e b: dico q̃ illud quod fit ex ductu c in totum a b, æquum eſt illis parallelogrãmis rectangulis ſimul iunctis quæ fiunt ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a, b, erigam lineas a f & b g perpendiculares ſuper lineam a b, quarũ utraq; ſit æqualis lineæ c, & compleбo rectangulã ſuperficiẽ a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & ſub illis dicitur cõtineri. Protraham quoq; per 31 primi a punctis d & e, lineas d h & e k æquidiſtãtes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum æqualis c per 34 primi, quoniã utraq; earũ eſt æqualis a f: per diffinitionem igitur rectangulũ a d f h producitur ex c in a d, & ſub illis dicitur contineri, & rectangulũ d h e k, ex c in d e, & rectangulũ e k b g, ex c in e b. Et quia hæc rectangula ſimul iuncta ſunt æqualia totali rectãgulo a f b g, patet uerũ eſſe propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

1 Si fuerint binæ rectæ lineæ, ſeceturq; ipſarũ altera in quotcunq; ſegmenta, rectangulũ comprehenſum ſub duabus rectis lineis, æquum eſt eis quæ ab inſecta & quolibet ſegmento rectangulis comprehenduntur.

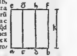
THEON ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ α & βγ, ſeceturq; earũ altera βγ utcunq; in δ, ſcilicet, & ε ſignis. Dico quod rectangulũ cõprehenſum ſub α & βγ æquũ eſt rectangulo cõprehenſo ſub α & βδ, & ei quod ſub α & δε, & etiã ei quod ſub α & εγ. Excitetur nanq; (per 11 propoſitionẽ primi) ex β, ipſi βγ ad angulos rectos βζ: ponatur quoq; (per 3 primi) ipſi α æqualis βη & per η, ipſi βγ (per 31 primi) parallelus excitetur ηθ, & (per eandem) per δ, ε, γ, ipſi βη excitentur paralleli δκ, ελ, γθ. Aequũ eſt iam βθ ipſis βκ, δλ, & εθ, & βθ ei quod ſub α & βγ: cõprehenditur enim ſub ηβ & βγ, æqualis autẽ eſt βη ipſi α. At βκ ei quod ex α & βδ: comprehenditur nanq; ſub ηβ & βδ, æqualis autẽ eſt βη ipſi α. At δλ ei quod ſub α & δε: æqualis nanq; eſt δκ, hoc eſt βη ipſi α. Et inſuper ſimiliter εθ ei quod ſub α & εγ. Quod igitur ſub α & βγ cõprehenditur, æquum eſt ei quod ſub α & βδ, & ei quod ſub α & δε, & ei inſuper quod ſub α & εγ. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ, ſeceturq; earũ altera, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat oſtendendũ.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

2 SI fuerit linea in partes diuiſa, illud quod ex ductu totius lineæ in ſeipſam fit, æquũ erit ijs quæ ex ductu eiuſdẽ in omnes ſuas ptes.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & c d & d b, dico q̃ illud quod fit ex ductu totius a b in ſe q̃d ſit a e b f, æquũ eſt ijs quæ fiunt ex ipſa tota in unamquamq; dictarũ partium, quod palàm patebit, ductis c g & d h æquidiſtanter a e & b f. Alter. Sumatur k æqualis a b, eritq; per præmiſſam q̃d fit ex ductu k in totã a b, æquũ ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantũ fit quantũ ex a b in ſe, & ex k in omnes partes a b quantũ ex a b in omnes partes eiuſdẽ, propter id q̃ k & a b ſunt æquales, patet uerum eſſe propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Si recta linea ſecetur utcunq;, quæ ſub tota & quolibet ſegmentorũ rectaugula cõprehenduntur, æqualia ſunt ei quod ex tota eſt quadrato.

THEON ex Zamb. Recta enim linea αβ, ſecetur utcunq; in ſigno γ. Dico quod rectangulũ comprehenſum ſub αβ & βγ, cum rectangulo cõprehenſo ſub βα & αγ, æquũ eſt quadrato quod ex αβ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratũ αβδε, excitetur; (per 31 primi) per γ, utriq; & αδ & βε, parallelus γζ, æquũ eſt igitur αε ipſis αζ & γε, eſt autẽ αε ex αβ quadratũ. Et αζ ſub βα & αγ rectangulũ contentũ, comprehenditur enim ſub δα & αγ, æqualis autẽ eſt αδ ipſi αβ. Et γε ei quod ſub αβ, βγ: æqualis enim eſt βε ipſi αβ. Quod igitur ſub βα & αγ cum eo quod ſub αβ & βγ, æquũ eſt quadrato quod ex αβ. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

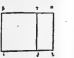
3 SI fuerit linea in duas partes diuiſa illud quod fiet ex ductu totius in alterutrã partem, æquũ erit ijs quæ ex ductu eiuſdem partis in

seipsam & alterius in alteram.



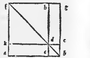
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & b c, dico quod illud quod fit ex tota a b in eius partem a c, æquũ est quadrato eiusdem a c partis, & ei quod fit ex eadem parte a c in b c. Fiat quadratũ lineæ a c quod sit a c d f, & perficiatur superficies a b d e, patebitque propositũ. Aliter. Sumatur g æqualis a c. Et quia b a in a c tantũ est quantũ a c in a b & ecõuerso, & a c in a b, item & in c b & in seipsam quantũ g in easdem, at g in totã a b quantũ in a c & in c b per primã huius, patet propositũ, scilicet, quod tantũ erit a c in a b quantũ in se & in c b. Quare ecõuerso a b in a c quantũ a c in se & in c b. Quod volumus demõstrare. Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si recta linea secetur utcunque, rectangulũ sub tota & uno segmentorũ comprehensum, æquum est ei quod sub segmentis cõprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.



THEON ex Zamb. *Recta enim linea α ϐ, secetur utcunque in signo γ. Dico quod rectangulũ comprehensum sub α β & β γ, æquũ est rectangulo cõprehenso sub α γ & γ β, cum quadrato quod ex β γ. Describatur enim (per 46 primi) ex ϐ γ, quadratũ γ δ ε ϐ, & extendatur ε δ in ζ, (per 2 postulatũ.) Et per α, utrique γ δ & β ε (per 31 primi) parallelus excitetur α ζ. Aequũ iam est α ε, ipsis α δ & γ ε, estque α ε rectangulum cõprehensum sub α β & ϐ γ, cõprehenditur etenim sub α ϐ & β ε, & æqualis est ϐ ε ipsi ϐ γ. Et α δ est quod sub α γ & γ ϐ, æqualis enim est δ γ ipsi γ ϐ, at δ ϐ quadratũ est quod fit ex γ ϐ. Rectangulũ igitur contentũ sub α β & ϐ γ, æquũ est rectangulo cõprehenso sub α γ & γ ϐ cum quadrato quod ex ϐ γ. Si recta igitur linea secetur & quæ sequitur reliqua ut in theoremate Quod demõstrasse oportuit.* Eucli. ex Camp. Propositio 4

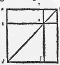
4 SI fuerit linea in duas partes diuisa, illud quod ex ductu totius in seipsam fit, æquũ est ĳs quæ ex ductu utriusque partis in seipsam & alterius in alterã bis. Ex hoc manifestũ est quod in omni quadrato duæ superficies quas diameter secat per mediũ, sunt ambæ quadratæ.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & b c, dico quod quadratũ totius a b, æquũ est duob. quadratis duarũ linearũ a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu unius earũ in alterã. Describã quadratũ alterius partium, sitque c d b e, quadratũ lineæ c b, cui adiungam gnomonẽ secundũ ductum directuũ lineæ alterius, scilicet a c, quem faciã hoc modo. In quadrato descripto protrahã diametrũ b d, & à pũcto a e ducã perpendicularẽ super lineam a b, quæ sit a k, quã a k & diametrũ b d, producã usquequo per penultimã petitionẽ concurrant in puncto f, & à puncto f, producã f h æquidistantẽ lineæ a b, quam f h & b e, producã usque quo concurrãt in puncto g, & producã c d usque ad h, & e d usque ad k. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b sunt æqualia, erunt per 5 primi, duo anguli e d b & e b d æquales, & quia angulus e est rectus, erit per 32 primi uterque eorũ medietas recti, eadem ratione uterque duorũ angulorũ c d b & c b d, erit medietas recti. Quare per secũdam partẽ 29 primi, & 15 eiusdẽ, erit unusquisque quatuor angulorũ qui sunt h f d & h d f & k f d & k d f, medietas recti: ergo per 6 primi, f g & g h sunt æquales, similiter quoque f a & a b, pari ratione f h & h d, itemque f k & k d, quare utraque duarũ superficierũ a b g f & k d b f, est quadrata. Et quia totale quadratũ a b f g quod est quadratũ lineæ a b, constat ex duobus quadratis quæ consistunt circa diametrũ quæ sunt quadrata duarũ linearũ a c & c b, & ex duobus supplemẽtis quorũ unumquodque producitur ex a c in b c, patet propositũ nostrũ. Aliter. Sit linea a b, ut prius diuisa in a c & c b, eritque per 2 huius quod fit ex tota a b in se, æquũ ei quod fit ex ipsa in a c & c b, sed ex ipsa in a c tantum fit quantũ ex a c in se & ex a c in b c, per 3 huius. Itemque ex ipsa a b tota in b c tantum fit quantum ex c b in se & ex c b in a c per eandem, ergo quod fit ex tota a b in se, æquum est ei quod fit ex a c in se & in c b, & ex c b in se & in a c, quod est propositũ. Sed hac uia non patet correlarium, sicut uia præcedenti patet, unde prima est autori magis consona.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si recta linea secetur utcunque, quadratū quod fit ex tota, æquū est quadratis quæ fiunt ex segmentis, & ei quod bis sub segmentis cōprehenditur rectangulo.



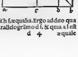
THEON ex Zamb. Recta enim linea αβ, secetur utcunque in signo γ. Dico quod quadratū αε, æquum est quadratis quæ fiunt ex αγ & γβ, & bis sub αγ & γβ cōtento rectāgulo. Describatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratū αδεβ, & cōnectatur βδ, & (per 31 primi) per γ, utrisque αδ & βε parallelus excitetur γζ, dispescens diametrū βδ in κ signo, (& per eandem) per κ, utrisque αβ & δε parallelus excitetur θη. Et quoniā parallelus est γζ ipsi αδ, & in eas incidit βδ (per 28 & 29 primi) angulus exterior γκβ æqualis est interiori & opposito αδβ. Sed angulus αδβ, ei qui sub αβδ (per 5 primi) est æqualis, quoniā latus βα, lateri αδ est æquale. Igitur angulus γκβ, angulo κβγ est æqualis: quare (per 6 primi) & latus βγ, lateri γκ est æquale. Sed γβ ipsi κη est æquale, & γκ ipsi ηβ igitur κη ipsi ηβ est æquale. Aequilaterū igitur est, γκηβ. Dico etiam quod rectangulū. Quoniā parallelus est γκ ipsi βη, & in eas incidit linea γβ, anguli igitur κβγ & κγβ (per 29 primi) duobus rectis sunt æquales, angulus autē κβγ rectus est. rectus igitur est & angulus βγκ. Quare (per 34 primi) & ex opposito anguli γκη & κηβ sunt recti. Rectangulū igitur est γκηβ. Ostensum autē est quod & æquilaterū, quadratum igitur est, estque ex βγ, ac per hoc etiam θζ quadratū est, & est ex θκ, hoc est αγ. Quadrata igitur θζ & γη, sunt ex lineis αγ & γβ. Et quoniam ακ æquū est ipsi κε, estque ακ id quod sub αγ & γβ, æqualis nāque est κγ ipsi γβ, igitur κε (per 43 primi) æquū est ei quod sub αγ & γβ. Igitur & ακ & κε, æqualia sunt ei quod bis est sub αγ & γβ. Quadrata autē θζ & γη, sunt ex αγ & γβ. Quatuor igitur θζ, γη, ακ & κε, sunt eis æqualia quæ fiunt ex αγ & γβ quadratis, & ei quod fit bis sub αγ & γβ rectāgulo. Sed θζ, γη, ακ, & κε, sunt totū αδεβ, quod est quadratū quod ex αβ. Quadratū igitur quod fit ex αβ, æquū est eis quæ fiunt ex αγ, & γβ quadratis, & ei quod bis sub αγ & γβ cōprehenditur rectāgulo. Si recta igitur linea secetur utcūque quadratū quod fit ex tota æquū est eis quæ ex sectionibus fiunt quadratis, & ei quod bis cōprehenditur sub sectionibus rectāgulo, quod demōstrasse oportuit.

ALITER idem ostendere. Dico quod quadratū αβ, æquū est eis quæ fiunt ex αγ & γβ quadratis, & ei quod bis sub αγ & γβ cōprehenditur rectangulo. In eadē enim descriptione, quoniā æquale est αβ ipsi αδ, æqualis est angulus αβδ ei qui sub αδβ, (per 5 primi) Et quoniā omnis trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi) trianguli αβδ tres anguli αδβ, δβα, & βαδ, duobus rectis sunt æquales (per eandē.) Rectus autē est angulus βαδ, reliqui ergo anguli αβδ, & αδβ, uni recto sunt æquales, & sunt æquales alter alteri, uterque igitur αβδ & αδβ, dimidiū est recti. Angulus autē βγκ, rectus est, æquus enim est ei qui ex opposito ad α (per 29 primi.) Reliquus igitur angulus γκβ, dimidiū est recti. Angulus igitur γκβ, angulo γβκ est æqualis, quare & latus βγ, æquale est ipsi γκ, sed βγ ipsi κη est æquale, & γκ ipsi βη est æquale. Aequilaterū igitur est γη, habet autē & angulū γβη, rectū quadratū est igitur γη, & est ex βγ, & ob id etiā θζ quadratū est, & æquū est ei quod ex αγ: igitur γη & θζ, sunt quadrata, & æqualia sunt eis quæ ex αγ & γβ fiunt quadratis. Et quoniā æquū est ακ ipsi κε, estque ακ id quod sub αγ & γβ æqualis enim est κγ ipsi γβ, & κε igitur æquū est ei quod sub αγ & γβ igitur ακ & κε, sunt æqualia ei quod bis fit sub αγ & γβ. Sunt autē γη & θζ, æqualia eis quæ fiunt ex αγ & γβ quadratis. Igitur γη, θζ, ακ, & κε, sunt æqualia eis quæ ex αγ & γβ, & ei quod bis est sub αγ & γβ, sed γη, θζ, ακ, & κε, totum sunt αε quadratū quod fit ex αβ. Quadratū igitur quod fit ex αβ, æquū est quadratis quæ fiunt ex αγ & γβ, & ei rectangulo quod bis cōprehenditur sub αγ & βγ, quod ostendere oportuit.

CORRELARIVM. Ex hoc manifestū est, quod in quadratis * areis parallelogrāma quæ circa dimetientē, quadrata sunt. *χωρίοις

Euclides ex Campano. Propositio 5

5 Si linea recta per duo æqualia duoque inæqualia secetur, quod sub inæqualibus totius sectionis rectangulū continetur cum eo quadrato quod ab ea quæ inter utrasque est sectiōes describitur, æquū est ei quadrato quod à dimidio totius lineæ in se ducto describitur.



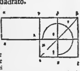
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in puncto c, & per inæqualia in puncto d. dico quadratū c b, esse æquale ei quod fit ex a d in d b, & quadrato c d. Describam quadratū c b, quod sit c b f e, in quo protrahā diametrū e b, & ducā d g æquidistantē b f, quæ secet diametrū e b in puncto h, & à puncto h educā æquidistantem lineæ a b, quæ sit h k, secans lineā b f in puncto m, & lineam c e in puncto l, & protrahā a k, æquidistantē c e. Eritque per correlariū præmissæ, utraque duarū superficierū l g & d m, quadrata, & per 43 primi, duo supplemēta c h & h f, æqualia. Ergo addito quadrato d m, utrique, erit parallelogrammū c m æquale parallelogrāmo d f, & quia a l est

d 4 æquale

æquale c m per 36 primi, erit a b æquale gnomoni qui circũstat quadrato l g, ergo ad dito utrincp quadrato l g, erit a h cum quadrato l g æquale quadrato e f, quod est pro positũ.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 5* *Propositio 5*

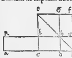
5 Si recta linea secetur in æqualia & nõ æqualia, rectangulũ comprehensum sub æqualibus segmẽtis totius, una cum quadrato eius quæ media est sectionũ, æquum est ei quod à dimidia fit quadrato.



THEON *ex Zamb. Recta enim linea quædã α β secetur quidem in æqualia in γ, & in non æqualia in δ. Dico quod rectangulũ cõprehensum sub α δ & δ β una cum quadrato quod ex γ δ, æquũ est ei quod fit ex γ β quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex γ β, quadratũ γ ε ζ β, & (per primũ postulatũ) cõnectatur ε β, & (per 31 primi) per δ, utrisq; & γ ε & β ζ parallelus excitetur δ η, secans ε β in puncto θ, & rursus (per eandẽ) per θ, utrisq; α β & ε ζ parallelus excitetur κ μ æqualis ipsi α β. & rursus (per eandẽ) per α, utrisq; γ λ & β μ parallelus excitetur α κ. Et quoniã (per 43 primi) supplementũ γ θ æquũ est supplemento θ ζ, cõmune ponatur δ μ. totum igitur γ μ, toti δ ζ est æquale. Sed γ μ ipsi α λ est æquale, quoniam α γ ipsi γ β est æqualis, & α λ igitur ipsi δ ζ est æquale. Cõmune ponatur γ θ, totum igitur α θ ipsis δ λ & δ ζ est æquale. Sed α θ æquũ est ei quod sub α δ & δ β, æqualis enim est δ θ ipsi δ β, & ζ δ λ est μ ν ξ gnomon. Gnomon igitur μ ν ξ, æqualis est ei quod sub α δ & δ β. Commune ponatur λ η, quod æquũ est ei quod fit sub γ δ: gnomon igitur μ ν ξ & λ η, sunt æqualia rectangulo cõprehenso sub α δ & δ β, & ei quod fit ex γ δ quadrato (per 36 primi. Sed gnomon μ ν ξ & λ η, totum sunt quadratũ γ ε ζ β quod est ex β γ. Rectangulum igitur cõprehensum sub α δ & δ β una cum quadrato quod ex γ δ fit, æquũ est ei quadrato quod fit ex γ β. Si recta igitur linea & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 6*

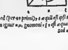
6 SI recta linea in duo æqualia diuidatur, alia uero ei linea in longũ addatur, quod ex ductu totius iam cõpositæ in eam quæ iam adiecta est, cum eo quod ex ductu dimidiæ in seipsam, æquũ est ei quadrato quod ab ea quæ constat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in puncto c, eicp addatur linea b d: dico q quadratũ c d, quod sit c d e f, æquale est ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prædicto e d, diametrũ d e, & ducam lineam b g æquidistantẽ d f, quæ secet diametrũ d e in puncto h, à quo h, producam æquidistantẽ lineæ a b, quæ sit h k, secans d f in puncto m, & c e in puncto l, & producam a k, æquidistantẽ c l, eritcp per 36 primi, a l, æquale c h. At c h, erit æquale h f, p 43 primi, quare a l, est æquale h f. Ergo addito c m utrobicp, erit a m æquale toti gnomoni circũstanti l g, quare l g addito utrobicp, erit a m cũ l g, æquale toti quadrato c f. Et quia utracp duarũ superficierũ l g & b m est quadrata per correl. 4 huius patet propositũ.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 6.*

6 Si recta linea bifariam secetur, adijciaturcp ei aliqua recta linea in rectũ, rectangulũ comprehensum sub tota cum apposita & apposita, una cum quadrato quod fit á dimidia, æquũ est ei quod fit ex coniuncta ex dimidia & apposita tancp ex una descripto quadrato.



THEON *ex Zamb. Recta enim linea α β secetur bifariã in signo γ, apponaturq; ei aliqua recta linea in rectum β δ. Dico quod rectangulum cõprehensum sub α δ & δ β, una cum quadrato quod fit ex β γ, æquũ est ei quod fit ex δ γ, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex γ δ quadratũ γ ε ζ δ, & (per 1 postulatũ) connectatur δ ε, & (per 31 primi) per β signum, utriq; earũ ε γ & δ ζ, parallelus excitetur β η, secans δ ε in puncto θ, & (per eandem) per θ signũ, utriq; ipsarũ α δ & ε ζ, parallelus excitetur κ μ, & insuper (per eandem) per α, utriq; earum γ λ & δ μ, parallelus excitetur α κ. Quoniam igitur (per 36 primi) æqualis est α γ ipsi γ β, æquũ est α λ ipsi γ θ. Sed (per 43 primi) γ θ æquũ est ipsi θ ζ. Igitur & α λ ipsi θ ζ (per eandem) est æquale, commune apponatur γ μ, totum igitur α μ, gnomoni ν ξ ο est æquale.*

Sed α μ

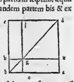
Sed κμ est id quod fit sub κδ & δβ, æqualis enim est δμ ipsi δβ. & gnomonū igitur ν ξ ο, æqualis est rectangulo comprehenso sub κδ & δβ. Communiter apponatur λ ε, quod æquū est quadrato quod fit ex γβ. Rectangulū igitur comprehensum sub κδ & δβ, una cum eo quod ex βγ quadrato, æquum est ipsi ν ξ ο gnomoni, & ipsi λ ε, sed gnomon ν ξ ο & λ ε, totum sunt γ ε ζ δ quadratū, quod fit ex γδ. Rectangulū igitur comprehensum sub κδ & δβ, una cum quadrato quod ex βγ, æquū est quadrato quod ex γδ. Si recta igitur linea & quæ sequūtur reliqua. Quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 SI linea in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu totius in seipsam cū eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam, æquū est eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in duas partes in puncto c, dico quod quadratū totius a b cū quadrato b c, æquū est ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Describatur quadratū totius, quod sit a b d e, & ducatur diameter b d, & c f æquidistans, b e, secans diametrū in puncto g, & ducatur k g h æquidistās a b. Et quia quadratū a c cū quadrato c h tantū sunt quantū quadratū k f cum duabus superficiebus a b & c e patet propositū.



Eucli ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

7 Si recta linea secetur utcunq;, & quod ex tota & q̄d ex uno segmentorū utraq; quadrata, æqualia sunt rectangulo cōprehenso bis sub tota & dicto segmento, & ei quod à reliquo segmēto fit quadrato.

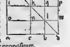
THEON ex Zamb. Recta enim linea κβ, secetur utcunq; in signo γ, dico quod quadrata ex κβ & βγ, æqua sunt rectangulo contento bis sub κβ & βγ, & ei quod fit ex κγ, quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex κβ, quadratū κδ ε β, describaturq; figura. Quoniam (per 43 primi) æquū est κι ipsi ι ε, cōmune apponatur ι ζ, totum igitur κζ, toti γε est æquale. igitur κζ & γε, duplum est ipsius κζ. Sed κζ & γε, sunt κλμ gnomon, & ι ζ quadratū, & κλμ igitur gnomon & κζ. Est autē ipsius κζ duplum, etiam id quod bis sub κβ & βγ, fit æqualis enim est βζ ipsi βγ, ergo κλμ gnomon & quadratū γζ, æquū est rectangulo contento bis sub κβ & βγ, cōmune apponatur δι, quod est quadratū ex κγ. gnomon igitur κλμ, & γε & κδ quadrata, æqualia sunt & ei quod bis sub κβ & βγ rectangulo continetur, & ei quod ex κγ fit quadrato Sed κλμ gnomon, & quadrata βκ & δι, totum sunt βκδε, & γζ, quæ sunt ex κβ & βγ quadrata. quadrata igitur ex κβ, βγ, æqualia sunt rectāgulo bis sub κβ & βγ comprehenso, cum eo quod fit ex κγ quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequūtur reliqua ut in theoremate, quod demonstrasse oportuit.



Eucl. ex Camp. Propositio 8.

SI linea in duas partes diuidatur, eiq; in longum æqualis uni diuidentium adiungatur, quod ex ductu totius iam compositæ in seipsam fiet, æquū erit ijs quæ ex ductu prioris lineæ in eam adiectam quater, & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

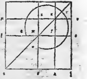
CAMPANVS. Sit a b diuisa in puncto c, qualitercūq; contingat, cui addatur b d æqualis c b, dico q; quadratū totius a d quod sit a d e f, est æquale ei quod fit ex a b in b d quater cū quadrato a c. Hoc autē patebit, ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidistantibus lineæ d f, & secantibus diametrū in punctis k, l, per quæ puncta ducantur p q k r, & m l n o, æquidistantes a d. Erit enim per correl. 4 huius, unaquæq; superficierū r g, n q, & b m, quadrata. Et quia c b posita est æqualis b d, erit utraq; superficierū c l & l p, quadrata. Eruntq; quatuor quadrata diuidentia quadratum c p, æqualia, & quia totus gnomo circūstans quadrato r g, est per 36 & 34 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad superficiem a l, patet propositum.



Euclidis

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

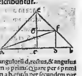
8 Si recta linea secetur utcunq;, rectangulum comprehensum quater sub tota & uno segmentorũ cum eo quod ex reliquo segmento est quadrato, æquum est ei quod fit ex tota & prædicto segmento tanquam ab una descripto quadrato.



THEON ex Zamb. Recta enim linea quædã α β secetur utcunq; in signo γ, dico quod quater sub α β & β γ cõprehensum rectangulum, una cum eo quod ex α γ quadrato, æquũ est ei quod fit ex α β & β γ tanquam ab una descripto quadrato. Producatur enim (per 6 secundi) in rectam lineam ipsi α β recta linea β δ, & ponatur ipsi γ β æqualis β δ (per 3 primi) Et (per 46 primi) ex α δ describatur quadratum α ε ξ δ, & describatur dupla figura. Quoniam igitur æqualis est γ β ipsi β δ, sed γ β ipsi κ κ, est æqualis, & β δ (per 34 primi) ipsi κ ν est æqualis, & κ κ igitur ipsi κ ν est æqualis, & perinde π ρ ipsi ρ ο est æqualis. Et quoniam æqualis est β γ ipsi β δ, & κ κ ipsi κ ν, æquũ est igitur γ κ ipsi κ δ, & κ ρ ipsi ρ ν, (per 36 primi.) Sed (per 43 primi) γ κ ipsi ρ ν est æquale, supplementa enim sunt parallelogrammi γ ο, & κ δ, igitur ipsi ν ρ est æquale. Igitur δ κ, γ κ, κ ρ, & ρ ν, sibi inuicem sunt æqualia: ipsa quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius γ κ. Rursus quoniam æqualis est γ β ipsi β δ, sed β δ quidem ipsi β κ, hoc est ipsi γ κ est æqualis, & γ β ipsi κ κ, hoc est ipsi κ π est æqualis: & γ κ igitur ipsi κ π est æqualis. Et quoniã æqualis est γ κ ipsi κ κ, & π ρ ipsi ρ ο, æquũ est μ κ ipsi μ π, & π λ ipsi ρ ξ, sed μ κ ipsi π λ (per 43 primi) est æquale: supplementa enim sunt pallelogrammi μ λ: & α κ igitur ipsi ρ ζ (per 43 eiusdem) est æquale. Quatuor igitur α κ, μ π, π λ, & ρ ζ, sibi inuicem sunt æqualia quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius α κ. Ostensum autem est quod quatuor γ κ, κ δ, κ ρ, & ρ ν ipsius γ κ quadruplicata: octo igitur quæ gnomonem σ τ υ complectuntur, quadruplicata sunt ipsius α κ. Et quoniam α κ est quod sub α β & β δ, æqualis enim est β κ ipsi β δ, quod igitur quater est sub α β & β δ, quadruplicatũ est ipsius α κ: ostensum est autem quod ipsius α κ, quadruplicatum, est gnomon σ τ υ. Igitur id quod quater est sub α β & β δ, gnomoni σ τ υ æquum est. Cõmune apponatur ξ θ, quod æquum est quadrato quod ex α γ. Rectangulũ igitur quater sub α β & β δ comprehensum, cum quadrato quod ex α γ, æquum est gnomoni σ τ υ & (ei quod est) ξ θ. Sed σ τ υ gnomon & ξ θ, totum sunt α ε ξ δ quadratum quod est ex α δ, quod igitur quater sub α β & β δ, una cum eo quod fit ex α γ, æquum est ei quod fit ex α δ quadrato: æqualis autem est β δ ipsi β γ. Rectangulũ igitur comprehensum quater sub α β & β γ, una cum eo quod fit ex α γ quadrato, æquum est ei quod fit ex α δ, hoc est ei quod ex α β & β γ tanquã ab una descriptum est quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

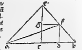
9 SI linea in duo æqualia duoq; inæqualia diuiditur, quæ fiunt ex ductu utriusq; inæqualiũ sectionum in seipsam pariter accepta, duplum sunt utrisque pariter acceptis, quæ quidem ex dimidia eaq; quæ utrique sectioni interiacet quadratis describuntur.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & per inæqualia in d. Dico q; quadratum a d & quadratũ d b simul iuncta, dupla sunt quadrato a c & quadrato c d simul iunctis. Super lineam a b, erigo lineam c e, perpendicularẽ & æqualem utriq; earum linearũ a c & c b, & produco e a & e b, eritq; per 32 primi, uterq; angulorũ a & b, & uterq; angulorũ partialium qui sunt ad e, medietas recti, totusq; e, rectus. Et produco d f, æquidistantem c e, & perpendicularẽ super lineam a b, eritq; uterq; angulorũ d, rectus, & angulus d f b, medietas recti per 32 primi siue per secundam partem 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b sunt æqualia. A puncto f duco f g, æquidistantem a b, eritq; per secundem partem 29 primi & per 32 eiusdem, uterq; angulorũ g, rectus, & angulus e f g per 32 medietas recti, quare per 6 eiusdem, latera e g & g f, sunt æqualia. Et quia per penultimã eiusdem quadratũ e f est æquale quadrato e g & quadrato g f, ipsum erit duplum ad quadratũ g f, quare ad quadratum c d. Item quia per eandem quadratũ e a est æquale quadrato a c & quadrato c e, ipsum erit duplum ad quadraum a c, & quia quadratum a f æquale quadrato e f & a e per eandem, ipsum erit duplum ad quadratũ a c & ad quadratũ c d.

Sed quadra-

Sed quadratum a f est iterum æquale per eandem quadrato a d quadrato d f, ergo quadratū a d & quadratū d f, dupla sunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadratum d f est æquale quadrato d b, erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarum linearū quæ sunt a c & c d, quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

9 Si recta linea secetur inæqualia & non æqualia, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod à dimidia & eius quod ab ea quæ media est sectionum fit quadratorum.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quædam α β, secetur in æqualia in signo γ, & in non æqualia in δ. Dico quod quadrata ex α δ & δ β, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ sunt quadratorum. Excitetur enim (per 11 primi) ex γ signo ipsi α β, ad angulos rectos γ ε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipsarum α γ & γ β, & (per 1 postulatū) connectantur α ε & ε β. Et (per 31 primi) per δ ipsi ε γ, parallelus excitetur δ ζ, & (per eandem) per ζ ipsi α β, parallelus excitetur ζ η, & (per 1 postulatum) connectatur α ζ.

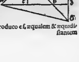


Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ ε, æqualis est (per 5 primi) angulus ε α γ angulo γ ε α. Et quoniam rectus est angulus qui ad γ, reliqui igitur anguli ε α γ & α ε γ, uni recto sunt æquales: uterq; igitur eorum qui sub α ε γ & ε α γ, recti dimidius est. Ob id quoq; & uterq; ipsorum ε β γ & γ ε β, recti dimidius est. Totus igitur α ε β, rectus est. Et quoniam qui sub η ε ζ recti dimidius est, rectus autem qui sub ε η ζ, æqualis enim interiori est opposito (per 29 primi) hoc est ipsi ε γ β, reliquus igitur qui sub ε ζ η, recti dimidius est. Aequus igitur est (per 6 cōmunem sententiam) qui sub η ε ζ, ei qui sub ε ζ η: quare (per 6 primi) & latus ε η, lateri ζ η est æquale. Rursus quoniam angulus qui ad β, recti dimidius est, rectus autem est qui sub ζ δ β, æqualis enim rursus est interiori & opposito ipsi ε γ β (per 29 primi) reliquus igitur qui sub β ζ δ, recti dimidius est. Aequalis igitur est angulus qui ad β ipsi δ ζ β. Quare (per 6 primi) & latus δ ζ, lateri δ β est æquale. Et quoniam α γ æqualis est ipsi γ ε, & æquum est quod ex α γ ei quod ex γ ε: quadrata igitur quæ sunt ex α γ & γ ε, eius sunt dupla quod est ex α γ. At (per 47 primi) eis quæ sunt ex α γ & γ ε, æquum est quod ex ε α fit quadratū, angulus enim qui sub α γ ε, rectus est. Igitur quod ex α ε fit, eius quod est ex α γ, duplum est. Rursus quoniam æqualis est ε η ipsi η ζ, æquum est id quod ex ε η, ei quod ex η ζ: quadrata igitur quæ sunt ex η ε & ε ζ, dupla sunt quadrati quod ex η ζ. Quadratis autem quæ sunt ex ε η & η ζ, æquum est id quod ex ε ζ (per 47 primi) quadratum igitur quod ex ε ζ, duplum est eius quod ex η ζ. Aequalis autem est η ζ ipsi γ δ: igitur quod ex ε ζ, duplum est eius quod ex γ δ. Est autem & id quod ex α ε, duplum eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ ex α ε & ε ζ quadratorū quæ fiunt ex α γ & γ δ dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex α ε & ε ζ, æquum est id quod ex α ζ fit quadratum (per 47 primi) Rectus enim est angulus qui sub α ε ζ. Quadratū igitur ex α ζ, eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, duplum est. Ei autem quod fit ex α ζ, æqualia sunt ea quæ fiunt ex α δ & δ ζ (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Ea igitur quæ ex α δ & δ ζ, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorū. Aequalis autem est δ ζ ipsi δ β, quadrata igitur quæ ex α δ & δ β fiunt, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorū. Si recta igitur linea secetur in partes æquales & inæquales, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex medio segmentorū fit, quadratorū, quod oportuit demonstrasse.

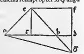
Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 Si linea in duo æqualia diuidatur, eiq; in longum alia addatur, quadratum quod describitur à tota cum addita, & quadratum quod ab ea quæ addita est utraque quadrata pariter accepta, ei quadrato quod à dimidia eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiectaq; consistit, utrisq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & addita sibi linea b d, dico quod duo quadrata duarum linearū a d & b d, pariter accepta, dupla sunt duobus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularem super lineam a b, & æqualem utriq; linearū a c & c b, & perficio triangulum a e b, ductis lineis a e & e b, eritq; ut in præmissa uterq; angulorū a & b, & uterq; eorum qui sunt ad e, medietas recti per 32 primi, totusq; e est rectus. A puncto e, produco e f, æqualem & æquidistantem

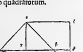


ſtantem c d, & produco f d & e b, quouſq; concurrant in puncto g, & produco lineam a g. Eritq; per ultimã partem 29 primi, angulus c e f, rectus, ſed angulus c e b, eſt medietas recti, ergo angulus b e f, eſt ſimiliter medietas recti, & quia per 33 primi, f d eſt æquidiſtans c e, erit per 34 eiuſdem, angulus f rectus, ergo per 32 eiuſdẽ, erit angulus e g f medietas recti: item per eandem, angulus d b g ſimiliter medietas recti, propter id q; angulus b d g eſt rectus, ergo per 6 eiuſdẽ, duo latera e f & f g ſunt æqualia, item duo latera d b & d g ſunt æqualia. Ergo per penultimã eiuſdem, quadratum e g, duplum eſt ad quadratum e f: quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem, quadratum a e, duplum eſt ad quadratũ a c. Et quia quadratũ a g eſt per eandem æquale quadratis a e & e g, ſimiliter quoq; & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g eſt æquale quadrato b d, erunt duo quadrata duarum linearum a d & b d pariter accepta, dupla duobus quadratis duarum linearũ a c & c d pariter acceptis, quod eſt propoſitum. Hæc autem & omnes præmiſſæ, ueritatem habent in numeris ſicut in lineis.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 10.*

10 **Si recta linea ſecetur bifariam, apponatur autẽ ei quæpiam recta linea in rectum, quod ex tota cum appoſita & quod ex appoſita utraque quadrata, dupla ſunt eius quod ex dimidia & eius quod ex compoſita ex dimidia & adiuncta tanquam ex una deſcriptorum quadratorum.**



THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea α β, ſecetur bifariam in γ, apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectum, β δ. Dico quod quadrata quæ ex α δ & δ β, dupla ſunt quadratorũ quæ fiunt ex α γ & γ δ. Excitetur (per 11 primi) ab ipſo γ ſigno, ipſi α β ad angulos rectos γ ε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipſarum α γ & γ β, & (per 1 poſtulatum) connectantur ε α & ε β. Et (per 31 primi) per ε, ipſi α δ parallelus excitetur ε ζ, & (per eandem) per δ, ipſi γ ε parallelus excitetur δ ζ. Et quoniam in parallelos rectas lineas γ ε & δ ζ, recta quædam linea incidit ε ζ, anguli igitur γ ε ζ & ε ζ δ, (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur ζ ε β & ε ζ δ, duobus rectis ſunt minores, (per eandem.) Quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur (per 5 poſtulatum) coincidunt. igitur ε β & ζ δ productæ ad partes β, δ, coincidunt, producantur, & coincidant in η. & (per 1 poſtulatum) connectatur α η. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ ε, angulus quoq; α ε γ angulo ε α γ eſt æqualis (per 5 primi). & rectus eſt qui ad γ, dimidius ergo recti, eſt uterq; qui ſub ε α γ & α ε γ. Et propterea uterq; etiam qui ſub γ ε β & ε β γ, recti dimidius eſt. rectus igitur eſt qui ſub α ε β. Et quoniam angulus ε β γ recti dimidius eſt, & (per 15 primi) angulus igitur δ β η recti dimidius eſt. Angulus autem β δ η, rectus eſt, æqualis enim eſt ei qui ſub δ γ ε, alterni enim, reliquus igitur angulus δ η β, recti dimidius eſt. Igitur (per 6 cõmunem ſententiam primi) angulus δ η β, ei qui ſub δ β η eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus β δ, lateri η δ æquum eſt. Rurſus quoniam angulus ε η ζ, recti dimidius eſt, rectus autem qui ad ζ, æqualis enim (per 34 primi) ex oppoſito ei qui α δ γ, reliquus igitur angulus ζ ε η, recti dimidius eſt. Angulus igitur ε η ζ, angulo ζ ε η eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus ζ ε, lateri ζ η eſt æquale. Et quoniam æqualis eſt ε γ ipſi γ α, quadratum quoq; quod ex ε γ, ei quod eſt ex α γ, quadrato æquum eſt: quadrata igitur quæ fiunt ex γ ε & γ α, dupla ſunt eius quod fit ex α γ, quadrati. Eis autem quæ fiunt ex ε γ & γ α (per 47 primi) æquum eſt id quod ex ε α. Quadratum igitur quod ex ε α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Rurſus quoniam æqualis eſt η ζ ipſi ε ζ, quadratum quod fit ex η ζ, æquum eſt ei quod fit ex ε ζ, quadrato: quadrata igitur quæ ex η ζ & ε ζ fiunt, eius quod fit ex ε ζ, dupla ſunt. Eis autem quæ fiunt ex η ζ & ε ζ (per 47 primi) æquum eſt id quadratum quod fit ex ε η: id igitur quod fit ex ε η, duplum eſt eius quod fit ex ε ζ. Aequalis autem eſt ε ζ ipſi γ δ: id igitur quod fit ex ε η, duplum eſt eius quod fit ex γ δ. Patuit autem quod & id quod fit ex ε α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ fiunt ex α ε & ε η, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorum, dupla ſunt. Quadratis autem quæ fiunt ex α ε & ε η, æquum eſt id quod fit ex α η quadratum (per 47 primi.) Quadratum igitur quod fit ex α η, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ, duplum eſt. Ei autem quod fit ex α η, æqualia ſunt quadrata quæ fiunt ex α δ & δ η. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ η, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorum: æqualis autem eſt δ η ipſi δ β. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ β, dupla ſunt eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorũ. Si recta igitur linea ſecetur bifariam, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.*

Euclides

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 DAtam lineam sic secare, ut quod sub tota & uoa porōone rectangulum cōtioetur, æquum sit ei quod fit ex teliqua sectiooe quadratum.

CAMPANVS. Sit linea data a b, quā uolumus sic diuidere: ut quod ex tota & una eius portione producitur, æquū sit quadrato alterius. Describo quadratū ipsius a b, quod sit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e, & produco a e: & e b produco usq; ad f, ita q e f sit æqualis a e. Et ex b f portione extrinseca, describo quadratū quod ex latere a b resecat portionem æqualē b f, quæ sit b h: & quadratū descriptū sit b f h g. Dico quod a b sic est diuisa in puncto h: quod illud quod fit ex tota a b in eius portionem h a, est æquale quadrato h b.



Produco g h usque ad k: quæ erit æquidistans a c. Quia ergo linea d b diuisa est per æqualia in e, & est sibi addita linea b f: erit per 6 huius quod fit ex d f in b f cum quadrato e b, æquale quadrato e f: quare & quadrato e a: quare per penultimam primi, quadratis duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab utrisque quadrato lineæ e b: erit quod fit ex d f in b f & ipsum est superficies d g, æquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab utrisque parallelogrāmo h d: erit quadratum h f æquale parallelogrāmo h c. Et quia quadratum h f est quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a quæ est æqualis a b, in a b, patet factum esse propositum. ¶ Ad hoc autem faciendum in numeris, non labores, quia impossibile est numerum sic diuidi, ut hic undecima proponit, sicut scies, sexti 26 te docente.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 11.

11 Datam rectā lineā secare: ut quod sub tota & altero segmēto cōprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento, quadrato.

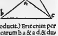
THEON ex Zamb. Sit data recta linea α β: oportet autem ipsam α β secare, ut quod sub tota & altero segmento comprehensum rectangulum, equum sit ei quod fit ex reliquo segmento, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex α β, quadratum α β γ δ, & secetur (per 10 primi) α γ, bifariam, in ε, signo, & cōnectatur β ε. Et extendatur (per 2 postulatum) γ α, in ζ, & ponatur (per 3 primi) ipsi β ε, æqualis ε ζ. (Et per 46 primi) ex α ζ describatur quadratum ζ κ α θ, & extendatur (per 2 postulatum,) κ θ, in κ, Dico quod α β, secatur in θ, ut quod ex α β, & β θ, comprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex α θ, quadrato. Quoniam enim recta linea α γ secta est bifariam in ε, adiacet autem ei α ζ, igitur (per 6 secundi) rectangulum comprehensum sub γ ζ, & ζ α, una cum eo quod fit ex α ε, quadrato, æquum est ei quod fit ex ε ζ, quadrato, æqualis autem est ε ζ: rectangulum igitur comprehensum sub γ ζ, & ζ α, una cum eo quod fit ex α ε, quadrato, æquum est ei quod fit ex ε β, quadrato. Sed ei quod fit ex ε β, æqualia sunt (per 47 primi) ea quæ fiunt ex β α, & α ε, quadrata: rectus enim est angulus qui ad α. Quod igitur est sub γ ζ, & ζ α, cum eo quod fit ex α ε, æquum est eis quæ fiunt ex β α, & α ε, Commune auferatur id quod ex α ε, reliquum igitur rectangulum comprehensum sub γ ζ, & ζ α: æquum est ei quod fit ex α β, quadrato. Et id quidem quod sub γ ζ, & ζ α, est ipsum ζ κ, æqualis enim est ζ α, ipsi ζ κ. Id autem quod fit ex α β, est ipsum α δ. Igitur ζ κ æquum est ipsi α δ. Cōmune auferatur α κ, reliquum igitur ζ θ, ipsi θ δ, est æquale. Est autem θ δ, id quod sub α β, & β θ, æqualis enim est α β, ipsi β δ. At ζ θ, id est quod ex α θ. Rectangulum igitur comprehensum sub α β & β θ, æquum est ei quod fit ex θ α, quadrato. Data igitur recta linea α β, in θ, dissecta est, ut rectangulum sub α β, & β θ, comprehensum, æquum sit ei quod ex α θ, fit quadrato. quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 IN his triaogolis qoi obtusum habeot aogulum, tanto ea quæ obtusum subtendit angolum, ambobus reliquis lateribus quæ obtusum conóoeot angulum amplius potest, quātum est quod continetur bis sub uno eorum atque ea qoæ ei directe iuncta ad obtusum aogulum, à perpendiculari extra deprehenditur.

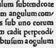
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, habens angulum a, obtusum. A pũcto c, ducatur linea perpendicularis ad lineam b a, quæ necessario cadet extra triangulum a b c: alioqui angulus obtusus esset rectus aut minor recto per 16 primi: sit ergo c d perpendicularis super lineam a b productam usque ad d. Dico q̃ quadratum lateris b c quod subtenditur angulo obtuso, tãto maius est duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipsum angulum obtusum, quantum est illud quod fit ex b a in a d bis. (Potẽtia enim lineæ, respectu quadrati sui est, unde tantum dicitur posse linea quælibet: quãtum in se ducta producit.) Erit enim per 4 huius, quadratum b d, æquale duobus quadratis duarum linearum b a & a d, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratum b c per penultimam primi est æquale quadrato b d & quadrato d c: ipsum erit æquale quadratis triũ linearũ b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eãdem, quadratũ a c, est æquale quadratis a d & d c. ergo quadratum b c, est æquale quadratis duarum linearum b a & c a. & duplo eius: quod fit ex b a in a d. Quare b c tanto amplius potest duabus lineis b a, a c, quantum est duplum eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus quod tantum dicitur posse linea quælibet: quantum in se ducta, producit, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 12.

12 In obtusiangulis triangulis quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratum, maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum comprehendentibus lateribus, quadratis, comprehenso bis sub uno eorum quæ sunt circa obtusum angulum in quod protractum cadit perpendicularis, & assumpto extrinsecus sub perpendiculari ab obtusum angulum

THEON ex Zamb. Sit obtusi anguli triangulũ α β γ, obtusum habẽs angulũ β α γ. & ducatur ex β signo, in γ α, productã (per 12 primi) perpẽdicularis β δ. Dico quod quadratum quod ex β γ. maius est eis quæ fiunt ex β α, & α γ, quadratis: bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. Quoniam enim recta linea γ δ, secta est utcũq; in α, signo. igitur (per 4 secundi) quod fit ex γ δ æquum est eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, quadratis, & bis sub γ α & α δ comprehenso rectangulo. Commune ponatur id quod ex δ β. Ea igitur quæ sunt ex γ δ, & δ β, æqua sunt eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, & δ β, quadratis, & bis sub γ α & α δ, comprehenso rectangulo. Sed eis quæ sunt ex γ δ & δ β æquum est id quod ex γ β, (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Eis autem quæ fiunt ex α δ, & δ β, (per eandem) æquum est id quod fit ex α β. Quadratum igitur quod fit ex γ β, æquum est eis quæ fiunt ex γ α & α β, quadratis (per eandem) & bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. Quare quadratum quod fit ex γ β, eis quæ fiunt ex γ α, & α β, maius est bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. In amblygonijs igitur triãgulis quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratũ: maius est & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 OMnis oxygonij tanto ea quæ acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub uno eorum cui perpendicularis intra superstat, eaq; sui parte quæ perpendiculari anguloq; acuto interiacet.

CAMPANVS. Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto, in triangulo oxygonio: ueritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo, siue fiat orthogonius, siue amblygonius, siue oxygonius. Sit ergo in triangulo a b c, quicunque triangulus fuerit: angulus c acutus, qui si fuerit oxygonius, ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a uel b, ad quamuis basin b c uel a c: quia cum sic fuerit: semper cadet perpendicularis intra triãgulum.

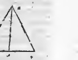


Si autem sit amblygonius aut orthogonius: ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum, quam manifestum est cadere intra triangulum. Et, ut simpliciter dicam, cum in omni triãgulo sint duo acuti anguli, necessario erit alter reli-

reliquorum angulorum qui sunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem ad lineam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli a b c angulus b etiam sit acutus: ducam ergo ad b c perpendicularem quæ sit a d, quæ (ut dictum est) cadet intra triangulum. Dico itaque quod quadratum lateris a b quod subtēditur angulo acuto c, tanto minus est duobus quadratis duarum linearū a c & c b, quātū duplum eius quod fit ex b c in d c. Vel dico quod quadratum a c quod etiam subtenditur angulo b quem posuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus est duobus quadratis duarū linearū a b, & b c, quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius, quadratū b c cū quadrato d c æquale ei quod fit ex b c in d c bis, & quadrato alterius partis scilicet a b, addito utrique quadrato a d, erit quadratum b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarum linearum a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi, quadratū a c est æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarum linearum a d & b d, & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandem penultimam primi, quadratum a b, æquum est quadratis duarum linearum a d & b d: ergo quadratum b c cum quadrato a c, æquum est quadrato a b & duplo eius quod fit ex b c in c d: quare tanto minus potest a b duobus lateribus b c & a c: quantum est duplum eius quod fit ex b c in c d, quod est propositum. Simili modo probabis, latus a c quod subtenditur angulo b acuto, posse tanto minus duobus lateribus a b & b c: quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶Notandum autem per hanc & præcedētem & penultimam primi, quod cognitis lateribus omnis trianguli cognoscitur area ipsius, & auxiliantibus tabulis de chorda & arcu, cognoscitur omnis eius angulus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 13.

13 **In oxygoniis triangulis, quod ex acutum angulum subtendente fit quadratum, minus est eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: cōprehenso bis sub uno eorum quæ sunt circa acutum angulum quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulum.**

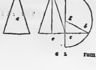


THEON ex Zamberto. *Sit oxygonium triangulum α β γ, acutum habens angulum qui ad β. & (per 12 primi) ducatur ab α, signo, in β γ, perpendicularis α δ. Dico quod quadratum ex α γ, minus est quadratis quæ fiunt ex γ β, & β α comprehenso bis rectangulo sub γ δ, & β δ. Quoniam enim recta linea β γ dissecta est utcunque in δ igitur (per 7 secundi) quadrata quæ ex γ β, & β δ, æqualia sunt bis sub γ β, & β δ, cōprehenso rectāgulo, & ei quod fit ex γ δ, quadrato. Commune apponatur quadratum quod ex δ α. igitur quadrata quæ ex γ β, & β δ, & δ α, (per 7 secundi) æqualia sunt rectangulo comprehenso bis sub γ β, & β δ, & eis quæ fiunt ex α δ, & δ γ, quadratis. Sed eis quæ fiunt ex β δ, & δ α, æquum est id quod fit ex α β, angulus enim qui ad δ, rectus est. Eis autē quæ fiūt ex α δ, & δ γ, æquū est id quod ex α γ, (per 47 primi) ea igitur quæ fiunt ex γ β, & β α, æqualia sunt ei quod fit ex α γ, & ei quod bis fit sub γ β, & β δ. Quare solum quod fit ex α γ, minus est eis quæ fiunt ex γ β, & β α, quadratis eo quod est bis sub γ β, & β δ, comprehenso rectangulo. In oxygoniis igitur triangulis & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

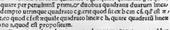
14 **DAto trigono: æquum quadratum describere.**

CAMPANVS. Sit datus trigonus a: cui nos uolumus æquum quadratum describere. Designabo superficiem æquidistantium laterum & rectorū angulorum æqualem trigono dato, secūdum quod docet 42 primi: sitque superficies illa b c d e: cuius si latera fuerint æqualia: habemus qđ quærimus: ipsa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera sint inæqualia: tunc adiungam minus ipsorum laterum maiori, secundum rectitudinem: sitq́; linea c f, æqualis minori duo-



rum laterum quod est c e, adiuncta maiori quod est b c, secundum rectitudinem. Totam b f diuidam per æqualia, in puncto g, & facto g centro, super lineam b f secundum quantitatẽ lineæ g b describam semicirculũ b h, & latus e c producã: usquequo secet circũferentiã in pũcto h. Dico quod quadratum lineæ c h: est æquale trigono dato. Producã lineã g h. Et quia linea b f diuisa est per æqualia in g, & per inæqualia in c: erit per 5 huius, qđ fit ex ductu b c in c f cũ quadrato c g, æquale quadrato g f, quare & quadrato g h, quare per penultimã primi, & duobus quadratis duarum linearum g c & c h. Ergo dempto utrinque quadrato c g, erit quod fit ex b c in c f, qđ est æquale superficiei b e, eo quod c f est æquale quadrato lineæ c h, quare quadratũ lineæ c h, est æquale trigono a, quod est propositum.

CAMPANI additio. Et nota quod per hoc inuenitur latus tetragonicum cuiuslibet altera parte lõgioris, & simpliciter omnis figuræ rectis lineis cõtẽtæ: quæcunque fuerit, quoniam omnẽ figurã talem in triãgulos

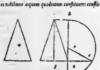


resoluemus: & cuiuslibet illorum triangulorũ inueniemus tetragonicum latus secundum doctrinam istius, & inueniemus per penultimam primi, lineam unam, quæ possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia, uolo inuenire latus tetragonicũ rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f, Resoluo eã in tres triangulos qui sunt a b f, & c d e & f c e. Inuenio quoque secundum doctrinã istius: tria latera tetragonica istorũ triũ triangulorum, quæ sunt g h, h k, & k l, & erigo h k: perpẽdiculariter super g h, & produco g k, eritq́ per penultimam primi, quadratum g k, æquale quadratis duarum linearum g h, & h k, & tertium latus k l, erigo perpendiculariter super lineam g k, & produco lineam g l, eritq́ per penultimam primi, g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propositæ.

Euch. ex Zamb. Problema 2. Propositio 14.

14 Dato rectilineo, æquum quadratum constituere.

THEON ex Zamb. *Sit datum rectilineum α oportet ei rectilineo æquum quadratum constituere: constituatur (per 45 primi) ipsi α, rectilineo æquum parallelogrammum rectangulum β γ δ ε. Si æqualis est β ε, ipsi ε δ, factũ iam est problema, constitutum enim ipsi α, rectilineo: æquum quadratum β δ. Si autem non, ipsarum β ε, & ε δ, altera, maior est. Sit maior β ε, & producatur in ζ, & ponatur ipsi ε δ, æqualis, ε ζ, (per 3 primi.) & (per 10 primi) secetur β ζ bifariã in η. Et cẽtro quidẽ η, spatio uero aut η β, aut η ζ, semicirculus describatur β θ ζ, & (per 2 postulatũ) producatur δ ε, in θ, & (per 1 postulatũ) cõnectatur η θ. Quoniã igitur recta linea ζ β, secta est in æqualia in η, & in inæqualia in ε, igitur (per 5 secundi) rectangulũ comprehẽsum sub β ε, & ε ζ, cũ quadrato quod fit ex ε η, æquũ est ei quod ex η ζ, quadrato. Aequalis autem est η ζ, ipsi η θ: rectangulum igitur cõprehensum sub β ε, & ε ζ, (per 5 secũdi) cũ eo quod ex η ε, fit quadrato, æquum est ei quod fit ex η θ, ei autem quod fit ex η θ, æqualia sunt ea quæ ex θ ε, & η ε, fiunt quadrato, (per 47 primi.) Quod igitur fit sub β ε, & ε ζ, cum eo quod fit ex η ε: æquum est eis quæ fiunt ex θ ε, & η ε, commune auferatur quadratum quod ex ε η, reliquum igitur rectangulum comprehensum sub β ε, & ε ζ, æquum est ei quod fit ex ε θ, quadrato. Sed id quod sub β ε, & ε ζ, est quod ipsum β δ, æqualis enim est ε ζ, ipsi ε δ, parallelogrammum igitur β δ, æquum est ei quod fit ex θ ε, quadrato. Sed β δ, æquum est ipsi α, rectilineo, & est: igitur rectilineum æquum est quadrato descripto ex ε θ. Dato igitur rectilineo α, æquum quadratum constitutum est, ex ε θ, descriptum, quod fecisse oportuit.*



LIBRI SECVNDI FINIS.

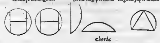
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SECVNDVS.

Ex Campano. *Diffinitiones.*

QVorum diametri sunt æquales, ipsos circulos æquales esse. Maiores autem, quorum maiores. Et minores, quorum minores. 2 Circulum linea contingere dicitur: quæ cum circulum tangat, in utramq; partem eiecta circulum non secat. 3 Circuli sese contingere dicuntur: qui se tãgentes, seinuicem non secant.



4 Rectæ lineæ in circulo æqualiter distare dicũtur à centro: cum à centro ad ipsas ductæ perpendiculares, fuerint æquales. 5 Plus uero distare à centro dicitur, in quam perpendicularis longior cadit. 6 Recta linea portionem circuli continẽs, chorda nominatur. 7 Portio uero circunferentiæ, arcus nuncupatur. 8 Angulus autem portionis, dicitur qui à chorda & arcu continetur. 9 Supra arcum angulus consistere dicitur, qui à quolibet puncto arcus ad chordæ terminos duabus rectis lineis exeuntibus cõtinetur.



10 Sector circuli, est figura quæ sub duabus à cẽtro ductis lineis & sub arcu qui ab eis cõprehenditur cõtinetur. 11 Angulus autẽ qui ab eis lineis ambitur, supra centrum consistere dicitur. 12 Similes circulorum portiones dicuntur, in quibus qui supra arcum consistunt anguli sibi inuicem sunt æquales. 13 Arcus quoque similes sunt qui æquos angulos prædicto modo suscipiunt.



Ex Zamberto. Diffinitiones.

AEquales circuli, funt quorom dimetientes funt æquales, uel quorum quæ ex centris funt æquales. 2 Recta linea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & eiecta, circulum non fecat. 3 Circuli fefe tangere adinuicē dicũtur, qui fefe inuicē tangentes non inuicē fecant.

Circuli æquales | Linea cir. tangens. | Circuli fe tangentes



4 In circulo æqualiter diftare à centro rectæ lineæ dicuntur, cũ à centro in eas perpendiculares ductæ funt æquales. Magis autē diftare dicitur, in quã maior perpendicularis cadit: 5 Segmentum circuli, eft figura comprehenfa fub recta linea, & circuli circunferentia. 6 Segmenti angulus, eft qui fub recta linea & circuli circunferentia comprehenditur: 7 In fegmēto autem angulus eft, cum in circunferentia fegmēti fumitur aliquod fignum, & ab eo in rectæ lineæ fines quæ bafis eft fegmenti rectæ lineæ coniunguntur, angulus qui continetur, fub coniunctis rectis lineis.



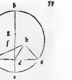
8 Cum uero comprehendentes angulum rectæ lineæ aliquam fufcipiũt circunferentiam, in illa angulus effe dicitur. 9 Sector autem circuli, eft cum ad centrum circuli fteterit angulus, comprehēfa figura fub angulum comprehendentibus rectis lineis, & affumpta fub eis circunferentia.
10 Similia fegmenta circuli, funt quæ angulos æquos fufcipiunt: uel in quibus anguli fibi inuicem funt æquales.



Eucl. ex Camp. Propofitio 1.

CIrculi propofiti, cētrũ inuenire. Vñ manifeftũ eft q duabus rectis lineis in eodē circulo apud circũferētiã terminatis, neutra illarũ alterã p æqualia orthogonaliter fecat: nifi ipfa fuper cētrũ trãfierit.
CAMPANVS. Sit circulus propofitus a b c, cuius uolumus centrũ inuenire. Duco in ipfo circulo lineã a c, qualitercũq; contingat, quã diuido per æqualia in puncto d a, quo duco perpendicularē ad lineã a c, quã applico circunferētiæ ex utraq; parte, fitq; e d b, quã rurfus diuido per æqualia in puncto f, quē dico effe centrum circuli. Si enim nõ eft, erit autē alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b, nõ. Si eñ fuerit in ea ut in pũcto

cto g, erit linea e f, maior linea e g, pars uidelicet toto, quod est impossibile. Quod si fuerit extra lineã e b, ut in pũcto h, ducãtur lineæ b a, h d, h c. Et quia latera h d, & d a triãguli h d a sunt æqualia lateribus b d & d c triãguli b d c. & basis b a basi h c, erit per 8 primi, angulus a d h æqualis angulo c d h, quare uterq; rectus, & quia angulus a d b fuit etiã rectus, erit a d h æqualis a d b per 3 petitionẽ primi, pars uidelicet toti, quod est impossibile. Nõ est ergo centrũ dati circuli alicubi q̃ in puncto f, quod est propositum.



Eucl. ex Zamb. Problema 2. Propositio 1

1 Dati circuli, centrum inuenire.

THEON ex Zamb. Sit datus circulus α β γ, oportet ipsius circuli α β γ, centrũ inuenire. Excitetur in eo linea quædã recta utcũq;, sitq; α β. Et (per 10 primi,) secetur bifariã in δ, & (per 11 eiusdẽ) ab ipso δ, ipsi α β, excitetur δ γ ad angulos rectos, & (per postulatũ secundũ extẽdatur in ε, seceturq; (per 10 primi,) γ ε bifariã in ζ. Dico quod ζ, centrũ est circuli α β γ. Non enim, sed si possibile est, sit η, & (per 1 postulatũ) cõnectantur η α, η δ, η β. Et quoniã æqualis est α δ, ipsi δ β, cõmunis autẽ δ η, duæ igitur α δ, & δ η, duabus η δ, & δ β, sunt æquales altera alteri. & (per 15 diffinitionẽ primi,) basis η α, basi η β, est æqualis: ex cẽtro enim igitur (per 8 primi,) angulus α δ η, angulo β δ η, est æqualis. Cũ aũt recta linea super rectã cõsistẽs lineã, utrobiq; angulos æquos adinuicẽ fecerit, eorũ angulorũ uterq; (per 10 primi diffinitionẽ,) rectus erit. Angulus igitur β δ η, rectus est: at angulus ζ δ β, rectus est. Angulus igitur ζ δ β, angulo β δ η, (per 4 postulatũ) æqualis, maior minori, quod est impossibile. Igitur η, nõ est centrũ circuli α β γ. Similiter ostẽdemus, quod nullũ aliud præter ζ. Igitur ζ, centrum est circuli α β γ, quod fecisse oportuit.



CORRELARIVM Hinc est manifestũ, quod si in circulo recta linea aliqua aliquã rectã lineã bifariam, & ad angulos rectos dispescit in dispescente est centrum circuli. Eucl. ex Camp. Propositio 2

2 SVper circuli circunferentiam duobus punctis signatis, lineam rectam ductam ab altero ad alterum circulum secare necesse est.

CAMPANVS Sit ut in circũferẽtia circuli a b, cuius centrũ sit e, signata sunt duo puncta, quæ sunt a & b, Dico quod linea recta cõiungẽs unũ cũ altero, secabit circulũ. Alioqui cadet extra circulũ, sitq; a e b, linea recta: si possibile est. Producã lineas c a & c b, eruntq; per 5 primi, angulus c a b & c b a æquales protrahã itẽ lineã c e, quæ secet circũferentiã in puncto d, eritq; per 16 primi, angulus a e c maior angulo c b e, quare maior angulo c a e, quare per per 18 eiusdẽ, latus a c, maius latere c e, & quia est æqualis c a, erit c d, maior c e, pars toto, quod est impossibile. Quia ergo linea coniũgens duo puncta a b, non transibit extra circulum: secabit ipsum quod est propositum.



Eucl. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 2

2 Si in circuli circũferẽtia duo fuerit signa utcunq; sumpta, ea signa connectens recta linea intra ipsum circulum cadit.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eius circũferentia sint utcũq; bina signa α ε. Dico quod recta linea applicata ex α in β, intra ipsum circulũ α β γ, cadit. Nõ enim, sed si possibile est, cadat extra α ε β. Et cõtingat siue accipiatur cẽtrũ circuli, α β γ, sitq; illud (per præcedẽtẽ,) δ, & (per 1 postulatũ) cõnectãtur δ α, δ β. & extẽdatur δ ζ, ad ε. Quon ã igitur æqualis est (per 15 diffinitionẽ primi,) δ α, ipsi δ β, æqualis est angulus δ α ε, angulo δ β ε. Et quoniã trianguli δ α ε, unũ latus producitur α ε β, igitur (per 16 primi) angulus δ ε β, angulo δ α ε, maior est. Aequalis autem est angulus δ α ε, et qui sub δ β γ. Maior igitur est angulus δ ε β, angulo δ ε ε, maiori autem angulo, maius latus subtenditur (per 18 primi,) maior igitur est δ β, quàm δ ε. Aequalis autem est (per 15 diffinitionem primi) δ β, quam δ ζ, maior igitur est δ ζ, quàm δ ε, minor maiore, quod est impossibile. Recta igitur linea ex α, in β, extra ipsum circulum non cadit. Similiter etiam demonstrabimus quod neque in



ipsam circumferentiam, intra igitur. Si in circuli circumferentia igitur, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 3.

3 SI lineam intra circulum præter centrum collocatam alia à centro ueniens per æqua secet: orthogonaliter super eam insistere. & si in eam orthogonaliter steterit, eam per æqualia diuidere necesse est.

CAMPANVS. Sit ut lineam a b collocatam intra circulum a b, cuius centrũ sit c, linea c d ueniens à centro, diuidat per æqualia. Dico q̃d diuidit eã ortbogonaliter, & ecõuerso, uidelicet si diuidit eã orthogonaliter, diuidit eã per æqualia. Producã lineas c a & c b, & ponã primo quod diuidat eã per æqualia, erunt ergo duo latera c d & d a, triãguli c d a æqualia duobus lateribus c d, & d b, triãguli c d b, & basis c a basi c b: ergo per 8 primi, angulus d unius, est æqualis angulo d alterius: uterque igitur est rectus. Quare c d, est perpendicularis super a b quod est propositum.



Ponam iterum quod c d sit perpẽdicularis super a b, & ostendam quod ipsa diuidit a b, per æqualia, erit enim propter hanc positionem: uterque angulorum qui sunt, ad d, rectus: quare unus æqualis alteri. At quia per 5 primi angulus c a d, est æqualis angulo c b d, & latus c a æquale lateri c b, per 26 primi erit linea a d, æqualis lineæ d b, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 3

3 Si in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quandam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit, & ad angulos rectos ipsam secabit. Et si ad angulos rectos ipsam seuerit, bifariam quoque ipsam secabit.

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ, & in eo recta quædam linea per centrum extensa γ δ, rectam lineam quandam non extensam per centrum α β, bifariam secet in signo ζ. Dico quod & ad angulos rectos eam secat. Contingat siue accipiatur centrum circuli α β γ, (per primam tertij,) sitque illud ε, & (per primum postulatum connectantur ε α, & ε β. Et quoniam æqualis est α ζ, ipsi ζ β, communis autem ζ ε, duæ igitur ε ζ, & ζ α, duabus ε ζ, & ζ β, sunt æquales. Et basis ε α, basi ε β,) per 15 diffinitionem primi) est æqualis. Igitur (per 8 primi) angulus α ζ ε, angulo β ζ ε, est æqualis. Cum autem recta linea super rectam lineam consistens, utrobique angulos sibi inuicem æquos fecerit, (per 10 diffinitionem primi,) uterque ipsorum angulorum rectus erit, uterque igitur eorum qui sunt sub α ζ ε, & β ζ ε rectus est. Igitur γ δ, quæ per centrum secans, ipsam α β, non per centrum extensam bifariam, & ad angulos rectos secat. Sed secet γ δ, ipsam α β, ad angulos rectos. Aio quod bifariam ipsam secat, hoc est quod æqualis est α ζ, ipsi ζ β. Eisdẽ nãq; dispositis & constructis, quoniam æqualis est ε α, ipsi ε β, (per 15 diffinitionem primi,) æqualis est angulos ε α ζ angulo ε β ζ. Et angulus α ζ ε, rectus: æqualis est (per quartum postulatum,) angulo recto qui est sub β ζ ε. Duo igitur triangula sunt ε α ζ, & ε β ζ, duos angulos duobus angulis æquales babentia, & unum latus uni lateri æquale ε ζ, scilicet quod (per 26 primi,) cõmune ipsis est subtendens unum æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus babebunt æqualia. æqualis igitur est α ζ ipsi ζ β. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod demonstraße oportuit.*



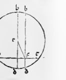
Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 SI intra circulum duæ lineæ se inuicem secent, & super centrum nõ transeant, non per æqualia eas secari necesse est.

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum sit e, duæ lineæ a c, & b d, secent se in puncto f, & utraque earũ uel altera nõ transeat per centrũ. Dico q̃ ipse nõ diuidũt sese per æqualia, ita q̃ utraq; per æqualia diuidatur ab

utraque

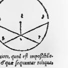
utraque. Quod si fuerit hoc possibile: ponatur, & sit primo, ut neutra transeat per centrum. A centro e producam lineam e f eritque per primam partem præmissæ, unusquisque quatuor angulorũ qui sunt a f e, e f c, b f e & e f d, rectus, quod est impossibile, sic enim rectus esset minor recto. Sit igitur ut altera earum trãseat per centrũ, adhuc dico quod nõ diuidũt sese per æqualia. Quod si sic: tunc per primam partem præmissæ, cũ b d ducta a centro diuidat a c per æqualia, diuidet eã orthogonaliter, quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipsam b d per æqualia ut ponit aduersarius: ipsa trãsibit per centrum, per correlarium primæ huius. Quare ambæ transeunt per centrum, quod est contra hypothesin.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 4.

4 Si in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint non per centum extensæ, sese inuicem bifariam non secabunt.

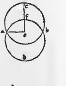
THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ δ, & in eo binæ rectæ lineæ α γ, & β δ, sese inuicem secent in ε, non per centrum extensæ: Dico quod bifariam non secant. Si enim est possibile sese inuicẽ secent bifariã ita ut æqualis sit ipsi α ε, & β ε ipsi ε δ, sumatur centrum circuli α β γ δ, sitq; illud (per primam tertij) ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζ ε. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extensa ζ ε, rectam aliquam lineam non per centrum extensam α γ, bifariam secat, & ad angulos rectos ipsam (per 3 tertij) secat. Igitur angulus ζ ε α, rectus est. Rursus quoniam recta linea quædam ζ ε, rectam quandam lineam non per centrum extensam β δ, etiam bifariam secat: & (per 3 tertij) ad angulos rectos eam secat. Angulus igitur ζ ε β, rectus est, patuit autem quod angulus ζ ε α, rectus est. Angulus igitur ζ ε α, (per quartũ postulatum) angulo ζ ε β, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Rectæ igitur lineæ α γ, & β δ, se inuicem bifariam minime secant. Si in circulo igitur, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 5.

5 CIrculorum se inuicem secantium, centra diuersa esse.

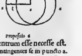
CAMPANVS. Sint duo circuli a c b, a d b, secantes se super duo puncta a & b. Dico quod eorum sunt diuersa centra. Si enim haberẽt idem centrum: ipsum esset per diffinitionem, in portione utrique circulo communi, sitque illud e, & ducantur lineæ e a & e f c, eruntq; per diffinitionẽ circuli duæ lineæ e a & e f, æquales. Itemq; per eandẽ diffinitionẽ duæ lineæ e a & e c, æquales, quare e f est æqualis e c, cũ utraq; earũ sit æqualis e a, pars uidelicet toti, quod est impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 5.

5 Si bini circuli sese inuicem secuerint, non erit eorum idem centrum.

THEON ex Zamberto. Duo inquam circuli α β γ, & γ β ε, sese inuicem secent in signis γ, & β. Dico quod eorum non est idem centrum. Si enim possibile: esto ε, & (per primum postulatum) connectatur ε γ, & ducatur ε ζ η, utcunque. Et quoniam ε, signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est ε γ, ipsi ε ζ, (per 15 diffinitionem primi.) Rursus quoniam ε signum, centrum est circuli γ β η, æqualis est (per eandem diffinitionem) ε γ, ipsi ε η: ostensum est autem quod ε γ, ipsi ε ζ, est æqualis, & ε ζ, igitur ipsi ε η, est æqualis, maiori, quod est impossibile. Igitur ε, signum: centrum non est circulorum α β γ, & γ β η. Si duo igitur circuli. & reliqua quæ sequuntur quod demonstrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 CIrculorũ sese contingentium, non idem centrum esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & a c, contingentes se in puncto a. Dico



Dico quod eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idẽ centrum erit per diffinitionem, inter minorem eorum cũ minor positus fuerit intra maiorem, sitq́ꝫ ipsum d, & ducantur linea d a & d b c, eritque per diffinitionem circuli, utraque duarum d b & d a, æqualis a d, quod est impossibile. ¶De circulis autem se cõtingentibus extra, quorum scilicet unus est extra alterum, manifestum est per diffinitionem centri, quod ipsi nõ habent idem centrum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 6.

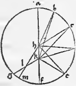
6 Si duo circuli se adinuicem tetigerint, eorum non est idem centrum.



THEON ex Zamb. *Duo enim circuli α β γ, & γ δ ε, sese inuicem tangant in γ signo. Dico quod eorum non est idem centrum. Si enim possibile, sit ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζ γ. & ducatur utcunque ζ ε β. Quoniam igitur ζ signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est (per 15 primi diffinitionem) ζ γ ipsi ζ β. Rursus quoniam ζ, signũ, centrũ est circuli γ δ ε, æqualis est ζ γ, ipsi ζ ε, (per eandem diffinitionem.) Patuit autem quod ζ γ, ipsi ζ β, est æqualis. igitur ζ ε, ipsi ζ β, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile igitur ζ signum, non est centrum α β γ, & γ δ ε. Si bini igitur circuli se adinuicem tetigerint, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 Si in diametro circuli punctus præter centrum signetur, & ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur, quæ super centrum transierit, omnium erit longissima. Quæ uero diametrum perficit, omnium erit breuissima. Quæ autem centro proximæ, cæteris longiores Quanto uero à centro remotiores: tanto breuiores esse conuenict. Duas quoque æquidistantes lineæ breuissimæ collaterales: æquales esse necesse est.



CAMPANVS. Sit ut in diametro a f, circuli a b c cuius centrum sit h: sit signatus punctus k præter centrum. à quo ducãtur plurimæ lineæ quæ sunt k a, k b, k c, k d, k e, k f, k g, ad circunferentiam, & trãseat a k per centrum h: & k f sit complementum diametri, sitque ut k e & k g æquidistent k f: hoc est dicere, ut angulus e k f, sit æqualis angulo f k g. Dico quod k a, est omnium longissima, & k f: omnium breuissima. Aliæ uero tanto longiores: quanto centro propinquiores, ut k b est longior k c & k c: est longior k d, & k d: lõgior k e. Et k e & k g: sunt æquales. Quia enim in triangulo b k h, duo latera b h & h k per 20 primi sunt maiora latere b k, & ipsa sunt æqualia lineæ a k: erit a k maior b k, & eadẽ ratione, maior omnibus aliis, & hoc est primũ. Itẽ quia in triangulo e h k, duo latera h k & k e per eandem sunt maiora latere h e quod est æquale lineæ h f ipsa erunt maiora linea h f: ergo dempta communi linea quæ est h k: remanebit k e maior k f, eadem ratione quælibet aliarum erit maior ipsa, & hoc est secundum. Itemque quia duo latera b h & h k, trianguli b h k sunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k est maior angulo c h k: erit per uicesimam quartam primi, basis b k maior basi k c, eadem ratione: k c, maior erit k d, & k d, maior k e: & hoc est tertium. Quòd si duæ lineæ k g & k e non sunt æquales. erit altera maior, sitq́ꝫ k g, de qua sumam k l æqualem k e & producam h l. quousq́ꝫ secet circũferentiã in puncto m. Et quia per hypothesin angulus g k

fesi

f est æqualis angulo f k e: erit per decimamtertiam primi angulus k h æqualis angu lo e k b, & duo latera l k & k b, trianguli l k g, sunt æqualia duobus lateribus e k & k h, trianguli e k h, ergo per 4 primi, basis h l, est æqualis basi b e: & quia h m est æqualis b e, erit b m æqualis h l, quod est impossibile. Sũt ergo duæ lineæ k g & k e, æquales, quod est nostrum propositum quartũ. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 6.* *Propositio 7.*

7 Si in diametro circuli aliquod sumatur signum quod minime circuli centrum sit, ab eoque signo in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima uero, reliqua: aliarum uero semper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior est. Duæ autem solum rectæ lineæ æquales: ab eodem signo in circulum cadunt ad utrasque partes minimæ.



THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, cuiusq; dimetiens sit α δ, & in ipsa α δ suscipiatur signum aliquod, sitque illud ζ, quod ipsius circuli centrũ non sit. Centrũ autẽ circuli, sit (per primũ tertij) ε. Et ab ipso ζ, in ipsum α β γ δ, circulũ procidant quædam rectæ lineæ ζ β, ζ γ, ζ η. Dico quod ζ α maxima est, minima uero ζ δ, aliarũ autẽ ζ β, quam ζ γ, maior est, & ζ γ, quàm ζ η. Connectatur (per primum postulatum) β ε, γ ε, & η ε. Et quoniã (per 20 primi) omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora, igitur ε β & ε ζ, reliquo ζ β, sunt maiora. Aequalis autem est α ε, ipsi β ε, (per 15 diffinitionem primi). igitur β ε, & ε ζ, ipsi α ζ sunt æquales, maior igitur est α ζ, quam β ζ. Rursus quoniam æqualis est β ε ipsi γ ε, (per 15 diffinitionem primi) communis autem ζ ε, duæ igitur β ε & ε ζ, duabus γ ε, & ε ζ sunt æquales. Sed angulus β ε ζ, angulo γ ε ζ, maior est, basis igitur β ζ, (per 24 primi, basi γ ζ maior est, & ob id γ ζ, maior est quàm ζ η. Rursus quoniam η ζ, & ζ ε, ipsa ε η (per 20 primi) sunt maiores, æqualis autem est (per 15 diffinitionẽ primi) ε η ipsi ε δ, igitur η ζ & ζ ε, ipsa ε δ, sunt maiores, communis auferatur ε ζ, reliqua igitur η ζ, reliqua ζ δ, maior est. Maxima igitur est ζ α, minima uero ζ δ, maior est autem ζ β, quàm ζ γ, & ζ γ, quàm ζ η. dico etiã quod à signo ζ, duæ tantũ rectæ lineæ æquales in ipsum circulum α β γ δ, cadũt ad utrasq; partes ipsius ζ δ, minimæ. Constituatur enim (per 23 primi) ad datam rectam lineã ε ζ, ad datumq; in ea signũ ε, ei qui sub η ε ζ, angulo æqualis angulus ζ ε θ, & (per primum postulatum) connectatur ζ θ. Quoniam igitur æqualis est (per 15 diffinitionem primi) η ε, ipsi ε θ, communis autem ε ζ, duæ igitur η ε, & ε ζ, duabus θ ε, & ε ζ sunt æquales, & (per 8 primi) angulus η ε ζ, angulo θ ε ζ, est æqualis igitur (per 4 primi) basis ζ η basi ζ θ, est æqualis. Dico insuper, quod ipsi ζ η, alia nulla æqualis, cadit in ipsum circulũ à signo ζ. Si enim possibile: cadat ζ κ. Et quoniam ζ κ, ipsi ζ η, est æqualis, sed ζ θ, ipsi ζ η, est æqualis, igitur ζ κ, ipsi ζ θ, est æqualis. Quæ igitur propinquior est ei quæ per centrũ extenditur: remotiori est æqualis, quod per prius ostẽsum est impossibile. Vel etiam sic, (per primũ postulatũ) cõnectatur ε κ, & quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) æqualis est η ε, ipsi ε κ, cõmunis autẽ ζ ε, & basis η ζ, basi ζ κ est æqualis. igitur (per 8 primi) angulus η ε ζ angulo κ ε ζ, est æqualis. Sed angulus η ε ζ, ei qui sub θ ε ζ, est æqualis, igitur (per primã cõmunẽ sententiã) angulus θ ε ζ, ei qui sub κ ε ζ, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Igitur ab ipso ζ signo, nulla alia cadit in ipsum circulũ ipsi η ζ, æqualis, una igitur sola. Si in dimetiẽte igitur circuli: & quæ sequũtur reliqua ut in theoremate. Quod erat ostendendum.* *Eucli. ex Camp.* *Propositio 8.*

8 SI extra circulum puncto signato, ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur circulum secando: quæ super centrum transierit, omnium erit longissima. Centro autem propinquiores: cæteris remotioribus longiores. Linearum uero partialium ad circunferentiam extrinsecus applicatarum, ea quidem quæ diametro in directum adiacet, omnium est minima. Eique propinquiores: remotioribus breuiores. Duæ uero quæ lineæ breuissimæ utrioque æque propinquant, æquales sunt.

CAMPANVS. Sit ut à puncto a, assignato extra circulum b c d, cuius centrum sit n, ducantur plurimæ lineæ ad circunferentiam, secando circulum, quæ sint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico quod a b transiens per centrum, omnium erit longissima. Et quod a c, est maior a d, & a d, maior a e. Et quod a k, est omniũ breuissima extrinsecarũ

Et

Et quod a h, est minor a g, & a g, minor a f. Et dico quod si ducatur a l, ita quod ipsa & a h æqualiter distent ab a k, hoc est quod angulus k a h sit æqualis angulo l a k, ipsæ erũt æquales. Producã enim a cẽtro n, lineas n c, n d, n e, n f, n g, & n h, eruntq́ per 20 primi, duo latera a n & n c, trianguli a n c, maiora a c: & quia ipsa sũt æqualia lineæ a b, erit a b, maior a c, eadẽ ratione erit maior omnibus alijs, quod est primũ. Et quia duo latera a n & n c, triãguli a n e sunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trian guli a n d, & angulus a n c est maior angulo a n d, erit per 24 primi, basis a c maior basi a d: & eadẽ ratione erit a d, maior a e, quod est secundum.



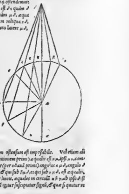
Itẽq́ quia in triãgulo a n h, duo latera a h & n h sunt maiora a n per 20 primi, & h n est æqua lis n k erit per communẽ scientiã, a h maior a k: eadẽ ratione quælibet extrinsecus applicatũ, ma ior erit a k, quod est tertium. Item quia per 21 primi, duæ lineæ a h & h n sunt minores duabus lineis a g & g n, & h n est æqualis g n, erit per com munẽ scientiã, a g maior a h, eadem ratiõe erit a f, maior a g, quod est quartum. Quod si a l non sit æqualis a h, cum ipsæ sint æqualiter distantes ab a k, erit altera maior, sitq́ a l. Ponam ergo a m æqualem a h, & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, triãguli m a n sunt æqualia duobus lateribus h a, & a n, triãguli h a n, & angulus m a n est æqualis angulo h a n, erit per 4 primi, basis m n æqualis basi n h. & quia n o est æqualis n h, erit n o æqualis n m, pars uidelicet toti, quod est impossibi le, & hoc est quintum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 8.*

8 Si extra circulum suscipiatur aliqood signum, ab cóque signo ad circu lum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarum quidem una per centrum ex tendatur, reliquæ uero utcuoque, in cauam circunferentiam cadcorium rectarum lineatum maxima est quæ per ceotrũ ducta est, aliarum autem semper ei quæ per centrum transit propinquior: remotiore maior est. In conuexam uero circuoferentiam cadentium rectarum liocarum minima est, quæ inter signum & dimeticotem iacet, minimæ ue ro propinquior semper remotiore mioor est. Duæ au tem tantum rectæ lioeæ: ab eo signo caduot æqua les in ipsum circulum, ad utrasque partes minimæ.



THEON *ex Zamberto.* *Sit circulus α β γ, & extra ipsum α β γ, suscipiatur signũ δ, & ab eodẽ ducãtur rectæ lineæ aliquæ in ipsum circulũ, sintq́ δ α, δ ε, δ ζ, δ γ sit autem δ α, per cẽtrum extẽsa Dico quod in α ε ζ γ cauam circunferentiã cadentiũ recta rum linearum maxima est: quæ per centrum transit, hoc est δ α, minima uero: quæ inter δ signum, & diametrum α η, iacet: ma ior uero est δ ε quàm δ ζ, & δ ζ quàm δ γ. Cadentium uero re ctarum linearum in θ λ κ η conuexã circunferentiam semper ipsi δ η minimæ propinquior, remotiore minor est, hoc est δ κ quàm δ λ, & δ λ quàm δ θ. Suscipiatur (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitq́ illud μ, & (per 1 postulatum) connectantur μ ε, μ ζ, μ γ, μ θ, μ λ, & μ κ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est α μ, ipsi ε μ, communis apponatur μ δ. igitur α δ, ipsis ε μ, & μ δ, est æqualis, sed ε μ, & μ δ, ipsa ε δ (per 20 primi) sunt maiores, & α δ, igitur, maior est quam ε δ. Rursus quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est μ ε, ipsi μ ζ, com munis*



minus apponatur μ δ. Igitur ε μ, & μ δ ipsis ζ μ. & μ δ, sunt æquales, & angulus sub ε μ δ, angulo qui sub ζ μ δ, maior est. Igitur (per 24 primi) basis ε δ, basi ζ δ, maior est. Similiter quoque ostendemus: quod ζ δ, maior est quàm γ δ. Maxima quidē igitur est δ α, maior autē est δ ε quàm δ ζ, & δ ζ, quàm δ γ. Et quoniā (per 20 primi) μ κ, & κ δ, sunt maiores quàm μ δ, æqualis autē est (per 15 diffinitionē primi) μ η, ipsi μ κ, reliqua igitur κ δ, quàm reliqua η δ, maior est. quare η δ, minor est quàm κ δ. Et quoniā trianguli μ λ δ, in uno latere μ δ, duæ rectæ lineæ introrsum cōstiterūt μ κ, & κ δ, igitur (per 21 primi) μ κ & κ δ, ipsis μ λ, & λ δ, sunt minores, quarum μ κ, æqualis est ipsi μ λ, reliqua igitur δ κ, minor est quàm reliqua δ λ. Similiter iam ostendemus: quod & δ λ, minor est quàm δ θ, minima igitur est δ η, ipsa uero δ κ, quàm δ λ, & δ λ, quàm δ θ, minor est. Dico etiam quod duæ tantum æquales à signo δ, in ipsum circulum cadunt ad utrasque partes ipsius δ η, minimæ. Constituatur (per 23 primi) ad rectam lineam μ δ, & ad signum in ea μ, angulo κ μ δ, æqualis angulus δ μ β, & (per primum postulatum) connectatur δ β. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est μ β, ipsi μ κ, communis autem μ δ, duæ igitur μ κ, & μ δ, duabus β μ, & μ δ, sunt æquales altera alteri. & angulus κ μ δ (per 15 primi) angulo β μ δ, est æqualis. Igitur (per 4 primi) basi δ κ, basi δ β, est æqualis. Dico iā quod rectæ lineæ δ β, alia æqualis non cadit in ipsum circulum, à signo δ. Si enim possibile: cadat, & sit δ ν. Quoniam igitur ipsi δ κ, δ ν, est æqualis, sed ipsi δ κ, δ β, est æqualis: & δ β, igitur (per primam communem sententiam) ipsi δ ν, est æqualis propinquior igitur ipsi δ η minimæ remotiori est æqualis quod iam ostensum est impossibile. Vel etiam aliter. Connectatur (per primum postulatum) μ ν. Quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est κ μ, ipsi μ ν, communis aūt μ δ, & basis δ κ, basi δ ν, est æqualis (per hypothesim) igitur (per octauā primi) angulus κ μ δ, angulo δ μ ν, est æqualis. Sed angulus qui sub κ μ δ, et qui sub β μ δ, est æqualis, & qui sub β μ δ, et qui sub ν μ δ, est æqualis, minor scilicet maiori, quod est impossibile. Igitur plures duabus rectis lineis, æquales in circulū α β γ, ab ipso δ signo ad utrasque partes ipsius δ η, minimæ non cadunt. Si extra circulū igitur suscipiatur signū, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 SI intra circulum puncto signato, ab eo plures quàm duæ lineæ ductæ ad circūferentiam, fuerint æquales, punctum illud, centrū circuli esse necesse est.



CAMPANVS Sit ut à puncto a, signato intra circulum b c d, ductæ sint tres lineæ a b, a c, a d, ad circunferentiam. quas pono esse æquales. Dico punctum a, esse centrum circuli. Producam enim duas lineas c b & d c: & diuidam utramque earum per æqualia c b quidē in puncto e: & d c in puncto f. Et producam e a & f a, quas applico circunferētiæ ex utraque parte, eritque per 8 primi, uterque angulorum qui sunt ad e, æqualis alteri: igitur per diffinitionem anguli recti, uterque erit rectus. Similiter quoque per eādem uterque angulorū qui sunt ad f rectus: ergo per correlarium primæ huius, quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter: ipsa transit per centrum: similiter quoque a f transit per centrū: quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter: quare a est centrum, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 9.

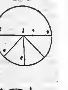
9 SI in circulo suscipiatur signum aliquod, & ab eo signo ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: susceptum signum centrum ipsius est circuli.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, intra ipsum signum sit δ, & ab ipso δ, in ipsum α β γ, circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales, hoc est δ α, δ β, δ γ. Aio quod δ signum, centrum est circuli α β γ. Coniungantur enim (per primum postulatum) α β, & β γ, secenturque (per 10 primi) bifariam in signis ε, & ζ, uidelicet α β, per ε, & β γ, per ζ, & coniunctæ ε δ, & ζ δ, (per secundum postulatum) extendantur utrobique in η κ, & θ λ, signa.

Quoniam igitur æqualis est α ι, ipsi ι β, communis uero ι δ, duo igitur latera α ι, & ι δ, duobus lateribus β ι, & ι δ sunt æqualia, & (per hypothesim) basis δ α, basi δ β, est æqualis. Angulus igitur α ι δ, angulo β ι δ, est æqualis (per 8 primi,) uterque igitur angulorum α ι δ, & β ι δ, rectus est. Igitur, ε ι, ipsam α β, bifariam secat & ad angulos rectos (per 1 tertij.) Et quoniam si in circulo recta linea quædam, rectam lineam quandam bifariã & ad angulos rectos secet, (per correlarium primæ tertij) in secante est centrum circuli: igitur in ι ε, (per idẽ correlarium) est centrum ipsius circuli α β γ. At per hoc etiam in θ λ, est centrum circuli α β γ, & nullũ aliud habent commune ι ε, & θ λ, rectæ lineæ præter δ, signum. Igitur δ signum, centrum est circuli α β γ. Si intra circulum igitur sumatur signum aliquod, à signo autem ad circulum incidant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales, aßumptũ signũ, centrũ est circuli, quod ostendere oportebat.



ALITER idem ostendere. Intra circulum enim α β γ, suscipiatur signũ δ, & ab ipso δ, in circulũ cadant plures quàm binæ rectæ lineæ æquales, δ α, δ β, & δ γ. Dico quod aßumptum signum δ centrum est circuli α β γ. Non enim, sed si possibile est, sit ε. & connexa δ ε, extendatur in ζ η, signa. Igitur ζ η, dimetiens est ipsius α β γ, circuli. Quoniam igitur circuli α β γ, in dimetiente ζ η, aßumptum est signum δ, quod ipsius circuli centrum non est, maxima quidem est δ η, (per 7 tertij,) maior autem est δ γ, ipsa δ β. & δ β, ipsa δ α. Sed & æqualis (per hypothesin) quod est impoßibile. Igitur ε, non est centrum circuli α β γ. Similiter ostendemus quod aliud nullum præter δ. Igitur δ, signum, centrum est circuli α β γ.



Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 SI circulus circulum secet, in duobus tantum locis secare necesse est.

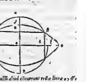
CAMPANVS Sint si possibile est, duo circuli, secãtes se in pluribus quam in duobus locis, super tria poncta a b c, producam lineas a b & a c, quas diuidam per æqualia in pũctis d & e, & producam a puncto e, lineam e f, perpendicularem super lineam a c, & à puncto d, lineæ d f, perpendicularem super lineam a b, & secent se duæ lineæ e f, d f, in puncto f, eritq; per correlarium primæ huius, pũctum f, centrũ circuli utriusq; quod est impossibile per 5 huius.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 10.

10 Circulus circulum in pluribus duobus signis non secat.

THEON ex Zamb. Si enim possibile: circulus α β γ, circulũ δ ε ζ, pluribus signis quàm duobus secet hoc est in β η, & θ γ, & cõunctæ β η, β θ, bifariã (per 10 primi) secentur in κ λ, signis. Et (per 11 primi,) ab ipsis κ λ, ipsis β η & β θ, & ad angulos rectos excitatæ κ γ, & λ μ γ, extendantur in α, & ξ, signa. Quoniam igitur in circulo α β γ, rectam lineam quandam β θ, bifariam & ad angulos rectos secat, per 3 tertij, in ipsa igitur α γ, centrum est circuli α β γ. Rursus quoniam in eodem circulo α β γ, recta linea ι ξ, hoc est μ ι, rectam lineam quandam ε κ, bifariã & ad angulos rectos (per 3 tertij) secat, igitur in ipsa ι ξ centrũ est circuli α β γ (per eandẽ.) Ostensum autẽ est quod & in α γ. Et circa nullũ aliud cõcurrunt rectæ lineæ α γ & ν ξ, inuicem, nisi circa ο. Igitur ο, centrum est circuli α β γ. Similiter quoque ostendemus quod & circuli δ ε ζ, centrum est ipsum ο. Duorum igitur circulorum sese adinuicem secantium α β γ, & δ ε ζ, idem est centrum quod (per 5 tertij) est impoßibile. Circulus igitur circulum in pluribus duobus signis non secat, quod erat ostendendum.



ALITER idem ostendere. Circulus enim rursus α β γ, circulum δ, ε ζ, secet in pluribus quàm in duobus signis hoc est ι β ζ, & ζ ε, & per primam tertij suscipiatur centrum circuli α β γ, sitque illud, κ. Et connectantur κ ε, κ ε, & κ ζ. Quoniam igitur intra circulum δ ε ζ, suscipitur signum quoddam κ, in ipsum à quo δ ε ζ circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineæ κ β, β κ, & κ ζ, igitur (per 9 tertij,) κ, signum, centrum est circuli δ ε ζ. At circuli α β γ.



α ε γ, centrum est ipsum ε. Duorum igitur circulorum sese mutuem secantium idem est centrum ε. quod (per 5 tertij) est impossibile. Circulus igitur circulum in pluribus quàm duobus signis non secat, quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI circulus circulum contingat, lineaq; per centra eorum transeat, ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

CAMPANVS Si enim linea transiens per centra duorum circulorum c e & d e sese contingentium intra uel extra, non uadit ad locum contactus, secet circunferentiam utriusque. sitq; a, per primam huius, centrum circuli e d, & b, centrum circuli e c, & ducatur linea recta a b c d, secans circunferentiã utriusque, & ducatur lineæ a puncto e qui sit locus contactus, ad centra, quæ sint e a, e b, erũtque in contactu interiori, per 20 primi duæ lineæ e b & b a, longiores e, a, quare lõgiores a d, est enim a, centrum circuli e d, & quoniam b c est æqualis e b, quoniam b est centrum circuli e c, erit c a longior a d, quod est impossibile. In contactu uero exteriori erũt duæ lineæ a e, & e b, lõgiores a b, quare a d & c b, maius erũt quàm tota a b, quod est falsum.





Eucli ex Zamb. Theorema 11. Propositio 11.

11 Si bini circuli se introrsum adinuicem tetigerint suscipiãturq; eorum centra, recta linea coniũgens eorum centra & eiecta, in contactum circulorum cadit.

THEON ex Zamberto. Bini inquam circuli α β γ, & α δ ε, sese adinuicem tangant introrsum in signo α, suscipiaturque (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitq; illud ζ, circuli autem α δ ε, sit η. Dico quod recta linea ducta ex ζ, in η, & eiecta in ipsum α, signum cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat sicut ζ η δ θ, & connectantur α ζ η. Quoniam igitur α η, & η ζ, ipsa ζ α, hoc est ipsa ζ θ, (per 20 primi) sunt maiores: communis auferatur η ζ, reliqua igitur α η, maior est, quàm reliqua η θ. Aequalis autem est δ η, ipsi η α, (per 15 diffinitionem primi,) & η δ, ipsa η θ, igitur maior est, minor maiore, quod est impossibile. Recta igitur linea ducta ex η, in α, signum, extra ipsum contactus non cadit, in ipsum contactum igitur. Si bini circuli igitur sese inuicem introrsum tetigerint sumanturq; eorum centra, recta linea eorum centra coniungens & in eorum cadit contactum, quod demonstrasse oportuit.

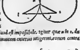
ALITER idem ostendere. Sed iam cadat sicut η ζ γ. & extendatur in rectum directum linea γ ζ η in θ, signum, & coniungantur α η, & α ζ. Quoniam igitur α η, & η ζ, maior sunt ipsa α ζ, (per 20 primi,) sed α ζ, æqualis est ipsi γ ζ, hoc est ipsi ζ θ, communis auferatur ζ η, reliqua igitur α η, reliqua η θ, maior est, hoc est η δ, quàm η θ, maiore minor, quod est impossibile. Similiter & si extra circulum paruum fuerit centrum maioris circuli, ostendemus impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.

12 Si duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint, centra eorum coniungens recta linea, per contactum transibit.

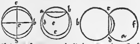
THEON ex Zamberto. Duo enim circuli α β γ, & α δ ε, sese adinuicem exterius tangant in signo α. Sumaturq; (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitq; illud ζ, & circuli α δ ε, sit η. Dico quod ex ζ, in η, ducta, recta linea, per ipsum α contactum transit. Non enim, sed si possibile est transeat sicut ζ γ, & δ η. Et coniungantur α ζ α η. Quoniam igitur ζ, signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est ζ α, ipsi ζ γ. Rursus quoniam η signum, centrum est circuli α δ ε, æqualis est α η, ipsi δ η. Ostensum autem est quod ζ α, ipsi ζ γ, est æqualis, igitur ζ α, & α η, ipsis ζ γ, & η δ, sunt æquales, quare tota ζ η, ipsis ζ α, & α η, maior est, sed & minor, (per 20 primi) quod est impossibile. igitur quæ a ζ in η, ducitur, recta linea, per ipsum α, contactũ transit. Si duo circuli igitur sese adinuicem exterius tetigerint, eorum centra coniungens recta linea per contactum ueniet.



Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SI circulus circulum cõtingat, siue intrinsecus siue extrinsecus, in uno tantum loco contingere necesse est.

CAMPANVS. Si enim fuerit possibile, ut circulus circulũ cõtingat in duobus locis intra uel extra, cõtingat circulũ a b c d, circulus a b e interius in duobus pũctis a b, uel exterius, circulus c d f, i duobus pũctis c d. Cũ ergo ducemus lineã rectam ab a, ad b, si ipsa cadat extra circulũ a b e, interiorẽ, accidet contrariũ secundæ huius. Quod si



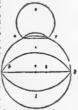
ipsa cadat intra ipsum, cum diuiserimus ipsam per æqualia, & eduxerimus à puncto diuisionis perpendicularem ad ipsam, fueritq; applicata circunferentiæ ex utraque parte, ipsa transibit per centrũ amborum circulorum, quare accidet contrariũ præmissæ.

In circulo uero contingẽte exterius in punctis c d, si ducamus lineam rectam a puncto c ad punctũ d, necesse est accidere contrariũ secũdæ huius. Quare utrũque impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 13

13 Circulus circulum non tangit in pluribus signis uno, etsi extra, etsi intus tangat,

THEON ex Zamb. Si enim possibile, circulus α β γ δ, circulũ ε β ζ δ, tangat primũ introrsum in pluribus quàm uno signis, hoc est in δ β. & sumatur quidem centrum ipsius circuli α β γ δ, sitq; illud η. (per primam tertij.) circuli autem ε β ζ δ, sit θ. Igitur (per 11 eiusdem) recta linea ducta ex η, in θ cadit in signa β δ, cadat sicut β η θ δ. Et quoniam η, signum centrum est circuli α β γ δ, æqualis (per diffinitionem 15 primi) est β η, ipsi δ η. Maior igitur est β η, quàm θ δ, multo maior igitur β θ, quàm θ δ. Rursus quoniam θ, signum, centrũ est circuli ε β ζ δ, æqualis est (per eandẽ,) β θ, ipsi θ δ patuit autem quod ea multo maior, quod est impossibile: igitur circulus circulum introrsum non tangit, in pluribus quàm uno signis.



Dico etiam quod nec exterius. Si enim est possibile circulus α γ κ, circulum α β γ δ, tangat exterius in pluribus quàm uno signis, uidelicet in α γ, & coniũgatur (per primum postulatum,) α γ, Quoniam igitur in circunferentia utrorumque circulorum α β γ δ, & α γ κ, suscepta sunt duo contingentia signa α, & γ, coniungens ea signa recta linea, (per 2 tertij) intra utrunque cadit, Sed cadit intra ipsum circulum α β γ δ & extra circulum α γ κ, quod absurdum est. Circulus igitur circulum exterius non tanget, in pluribus signis quàm uno, ostensum autem est quod neque introrsum. Circulus igitur circulum non tanget in pluribus signis quàm uno, etsi exterius, etsi interius tangat, quod demonstraße oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 REctæ lineæ in circulo si fuerint æquales, eas à centro æquidistare, & si à centro æquidistiterint, æquales esse necesse est.

CAMPANVS Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum, sit e, duæ lineæ a d & b c sint æquales, dico quod ipsæ æquidistant à centro, & econuerso. Producantur enim a centro e, lineæ e f & e g, perpendiculares ad a d & b c, eritque per 2 partẽ tertiæ huius, a d, diuisa per æqualia in f, & b c in g. Quia ergo duo latera e d, & d a trianguli e d a sunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & basis e a basi e b, erit per 8 primi angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera, e d & d f, trianguli e d f sunt æqualia duobus lateribus e c, & c g, triãguli e c g, nam d f, est æqualis c g, eo quod tota a d posita est æqualis b c, & angulus d est æqualis angulo c. erit per 4 primi, basis e f, æqualis basi e g. Et quia istæ sunt perpendiculares uenientes ad eas à centro, patet per 4 diffinitionem siue 4 propositionem huius, ipsas æqualiter distare

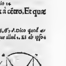


distare à centro. Aliter idem. Quadratum enim e d, per penultimã primi, ualet quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c, quadrata duarum linearum quæ sunt e g, & c g, & quia quadratum e est æquale quadrato e c, & quadratum d f, quadrato g c, erit quadratum d f, æquale quadrato e g, quare e f, est æquale e g, sicq; patet idem. Si ergo e f, æqualis e g, quod est eas, a d, scilicet & b c, æqualiter distare à centro. Dico tunc quod a d, est æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearum e d, & æqualibus, demptisque quadratis duarũ linearum e f, & e g, æqualibus, remanẽt per penultimam primi, quadrata duarum linearum f d, & g c, quæ per tertiam communem sententiam necesse est esse æqualia, quare f d, est æqualis g c, ergo duplum f d, quod est a d, est æquale duplo g c, quod est b c. Et hæc est secunda pars propositi.

Eucl. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 14

14 **In circulo rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à cẽtro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.**

THEON ex Zamberto. *Sit circulus αβγδ, & in eo, sint æquales rectæ lineæ αβ, & γδ. Dico quod æqualiter distant a centro. Suscipiatur enim (per primam tertij,) centrum circuli αβγδ, sitque illud ε. Et ab ipso ε in ipsas αβ, & γδ, (per duodecimam primi) perpendiculares excitentur εζ, & εη, & coniungantur (per primum postulatum) αε, & εγ. Quoniam igitur (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extensa εζ rectam lineam quandam non extensam per centrum αβ, ad angulos rectos & bifariam dispescit, æqualis est igitur αζ, ipsi ζβ, dupla igitur est αβ ipsius αζ, & ob id etiam γδ, ipsius γη, dupla est. Et est æqualis αβ, ipsi γδ, æqualis igitur est αζ, ipsi γη. Et quoniam æqualis est αε, ipsi εγ, ex centro enim in circunferentiam, æquum est quadratum quod fit ex εγ, ei quod fit ex αε, quadrato. Sed et quod fit ex αε, quadrato, (per 47 primi), æqua sunt ea quæ fiunt ex αζ, & ζε, quadrata, rectus enim est angulus qui ad ζ. Et autem quod fit ex εγ, (per eandem,) æqua sunt ea quæ fiunt ex εη, & ηγ, rectus enim est angulus qui ad η. Ea igitur quæ fiunt ex αζ, & ζε, quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex γη, & ηε, quadratis, quorum id quod fit ex αζ, æquum est ei quod fit ex γη, æqualis enim est αζ, ipsi γη. Reliquum igitur quod fit ex ζε, reliquo quod fit εη, (per tertiam communem sententiam) est æquale. Aequalis igitur est εζ, ipsi εη. In circulo autem æqualiter rectæ lineæ distare dicuntur à centro quando à centris in ipsas perpendiculares ductæ sunt æquales (per diffinitionem 4 tertij) igitur αβ, & γδ, æqualiter distant à centro. Sed iam αβ, & γδ, rectæ lineæ æqualiter distent a centro, hoc est æqualis sit εζ, ipsi εη. Dico quod æqualis est αβ, ipsi γδ. Eisdem enim constructis, similiter ostendemus quod αβ, dupla est ipsius αζ, & γδ, ipsius γη. Et quoniam æqualis est αε, ipsi γε, ex centro enim in circunferentiam, æquum est, quadratum quod fit ex αε, ei quod fit ex γε, quadrato. Sed et quod fit ex αε, quadrato æqualia sunt (per 47 primi.) quæ fiunt ex εζ, & ζα, quadrata. Et autem quod fit ex γε, æqualia sunt (per eandem) ea quæ fiunt ex εη & ηγ. Ea igitur quæ fiunt ex εζ, & ζα, quadrata æqualia sunt eis quæ fiunt ex εη, & ηγ, quadratis. Quorum quod fit ex εη, ei quod fit ex εζ, est æquale, æqualis enim est εζ, ipsi εη. Reliquum igitur quod fit ex αζ, (per 3 communem sententiam) æquum est ei quod fit ex γη. Aequalis igitur est αζ, ipsi γη. At ipsius αζ, dupla est ipsa αβ, ipsius uero γη, dupla est ipsa γδ. Aequalis igitur est αβ, ipsi γδ. In circulo igitur rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro. Et quæ æqualiter distant à centro, sibi inuicem sunt æquales, quod erat demonstrandum.*

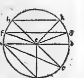


Eucl. ex Camp. Propositio 14

14 **SI intra circulum plurimæ rectæ lineæ ceciderint, diametrum eius omnium longissimam, eiusq; propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.**



CAMPANVS Sit ut in circulo a b c cuius centrum e, cadant plurimæ lineæ quæ sint a b, a c, a d, f g, h k, sitq; a e d, diameter. Dico ipsam esse longissimam, & alias tãto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. Ducantur enim à centro e, lineæ ad extremitates omnium, quæ sint e b, e c, e f, e g, e h, & e k, eruntque per 20 primi, duo latera e f, & e g, trianguli e f g, longiora f g, & quia ipsa sunt æqualia a d, erit a d, maior f g. Eadem ratione maior erit quãm a c, quia a & e c, sunt maiora a c, æqualia a d, ergo



a d maior est a c. Sic quoque est maior h k, & maior etiã quàm a b. Quod autem f g sit maior h k, & a c, quam a b, patet, quia cum duo latera f e, & e g, trianguli f e g, sint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & angulus f e g, maior angulo h e k, erit per 24 primi basis f g, maior basi h k. Similiter quoque quia a e, & e c, sunt æqualia a e, & e b, & angulus a e c, maior angulo a e b, erit basis a c, per eandem maior basi a b, & sic est propositũ

Eucli. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propositio 15*

In circulo, maxima, quidem est dimetiens, aliarum autem semper propinquior centro, remotiore maior.



THEON *ex Zamberto.* *Sit circulus αβγδ, dimetiens uero illius sit αδ, centrum autem, sit ε. Et propinquior ipsi αδ, dimetienti, sit βγ, remotior autem sit ζη. Dico quod αδ, maxima est, maior autem βγ, quàm ζη. Excitetur (per 12 primi) ab ε, centro in ipsas βγ, & ζη, perpendiculares εθ, & εκ. Et quoniam propinquior quidem centro est βγ, remotior autem ζη, maior est (per 4 diffinitionem) igitur εκ, ipsa εθ. Ponatur autem (per 4 tertij) æqualis ελ, ipsi εθ, & (per undecimam primi) per λ, ipsi εκ ad rectos angulos excitata λμ, extendatur in ν. Et per primum postulatum) coniungantur εμ, εν, εζ, & εη. Et quoniam æqualis est εθ, ipsi ελ, æqualis est (per quartam tertij & diffinitionem quartam eiusdem) βγ, ipsi μν. Rursus quoniam æqualis est αε, ipsi εμ, & εδ, ipsi εν, igitur αδ, ipsis με, & εν, est æqualis. Sed με & εν, (per 20 primi) ipsa μν, maiores sunt. Igitur αδ, maior est quàm μν. Et quoniam duæ με, & εν, duabus ζε, & εη, sunt æquales (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, & angulus qui sub μεν, angulo qui sub ζεη, maior est, basis igitur μν, (per 24 primi basi ζη, maior est. Sed μν, ipsi βγ, ostensa est æqualis, & βγ, igitur, quàm ζη, maior est. Maxima igitur est αδ, dimetiens, maior autem βγ, ipsa ζη. In circulo igitur dimetiens maxima est, aliarum autem semper propinquior centro: remotiore maior est, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 15*

Si ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur, extra circulum eam cadere necesse est. Atque inter illam & circulum, aliam lineam rectam capi impossibile est. Angulum autem ab illa & circunferentia contentum, omnium acutorum angulorum esse angustissimum. Angulum uero intrinsecum à diametro & circunferentia contentum: omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. Vnde etiam manifestum est, omnem lineam rectam à termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam, circulum ipsum contingere.



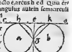
CAMPANVS Sit ut à termino a, diametri a c, circuli a b c, cuius centrum d, ducatur linea orthogonaliter, dico quod ipsa cadit extra circulum, & quod inter lineam illam & circunferentiã, nulla alia recta linea intercipitur. & quod angulus quem ipsa & circunferentia continet, est minor omni angulo rectilineo, qui uidelicet à duobus rectis lineis continetur, & quod angulus contentus à diametro & circunferentia, est maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a, orthogonaliter super a c lineam, potest cadere intra circulum, sit illa linea a b, & ducatur linea d b, eritque per 5 primi, angulus d a b, æqualis angulo d b a

& quia

& quia angulus d a b. est rectus per hypothesin, habebit triangulus a b d, duos angulos rectos. quod est impossibile per 32 primi. Cadet ergo extra, sitque a e, quod si inter ipsam & circunferentiam potest linea recta intercipi, sit illa a f. ad quam ducatur perpendicularis d g, & quia angulus d g a, est rectus, erit per 19 primi linea a d, lõgior linea d g, quod est impossibile: quare inter ipsam & circunferentiam, nulla linea recta intercipietur. Propter quod patet quod angulus contentus ab a c. & circunferentia, qui dicitur angulus contingentiæ, est minor omni angulo a duobus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentiæ æqualis, aut eo minor: cum omnis talis possit per æqualia diuidi secundum doctrinam 9 primi, inter lineam a e. & circunferentiã, posset linea recta intercipi. quod monstrauimus esse non posse. Per quod patet angulum contentum à diametro & circunferentia, omnium acutorum rectilineorum esse maiorem. quia non differt à recto: nisi angulo contingentiæ quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. Correlarium patet per primã partem. Cum enim linea a e, in utranque partem eiecta non secet circulum, & tangat ipsum in puncto a, ipsa est contingens per diffinitionem.

CAMPANI *additio*. Ex hoc notandum, quod non ualet ista argumentatio, hoc transit à minori ad maius & per omnia media: ergo per æquale. Nec ista: Contingit reperire maius hoc, & minus eodem: ergo contingit reperire æquale. hoc autem sic patet. Sit circulus a b, super centrum c, cuius diameter a c b, & ducatur ab eius termino a, linea a d orthogonaliter, eritque contingens circulum per correlariũ huius. Describatur iterum super punctum a secundũ quantitatem diametri a b. circulus b e d. & imaginetur linea a b. moueri super punctum a. per circunferentiam arcus b e d. ita quod punctum b numeret omnia puncta arcus b e d. quousque perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipsam. Et quia angulus b a d. est rectus: erit ut non sit sumere aliquem angulum acutum cui æqualem non fecerit linea a b. cum diametro a c b. minoris circuli. quia transitit ad angulum rectum: dinumerans situm omnium angulorum acutorum. quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi: contento a semicircũferentia a b, & diametro a c b, & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico quod nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis, sit ut illum fecerit linea a b, cum punctus b, fuit in puncto e, arcus b e d. Quia ergo angulus e a b est æqualis angulo semicirculi prædicto, angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorum per ultimam partem huius, erit angulus e a b, amplissimus omnium acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d, sicut proposuit 9 primi, per æqualia, ducta linea a f. eritque (per 9 conceptionem,) angulus f a b, amplior angulo e a b, quare erit aliquid: amplius amplissimo. quod est impossibile. Vel sic. Cum angulus e a b, sit æqualis angulo semicirculi sicut ponitur, at angulus semicirculi tum angulo contingentiæ est æqualis uni recto, similiter quoque angulus e a b cum angulo e a d est æqualis uni recto, erit angulus e a d: æqualis angulo contingentiæ: & quia angulus contingentiæ est angustissimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit similiter angulus e a d, ei æqualis: angustissimus omnium acutorum. sed angulus e a f est eo angustior per conceptionem: erit ergo aliquid angustius angustissimo: quod est impossibile. Non ergo erit angulus rectilineus: æqualis angulo semicirculi. Et quia transitur a minori ad maius & non per æquale: item quia est reperire minorem eo & maiorem: patet instantia contra utranque argumentationem prædictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum.

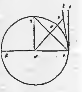




Posset probari quod angulus contingentiæ est diuisibilis secundum lineam rectam ut cõstat per figurationem hic a latere positam. Certum est quod angulus qui causatur ex contactu duorum circulorum uel sphærarum, est angulus contingentiæ: & talis diuidatur per lineam e g, quia hic habetur triangulus h g k, cuius basis h k, diuidatur per æqualia in puncto e: & protrahatur uersus g, contactum: & arguitur per 4 primi: deinde per 26 huius. & patet propositum.

16 Quæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit, & in locum inter ipsam rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet, & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

THEON ex Zamberto. Sit circulus α ε γ, circa centrum δ, & dimetientem α β. Dico quod quæ ex α, ipsi α β, ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat interius sicut α γ, & coniungatur δ γ. Et quoniam æqualis est δ α, ipsi δ γ, (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, æqualis est & angulus δ α γ, angulo α γ δ. Angulus autem δ α γ, rectus est, rectus igitur est & qui sub α γ δ. Anguli igitur qui sub δ α γ, & α γ δ, duobus rectis sunt æquales, quod (per 17 primi,) est impossibile. Igitur ab α signo, ipsi α β, ad angulos rectos ducta, intra ipsum circulum non cadit. Similiter quoque ostendemus, quod neque in ipsam circunferentiam, extra igitur cadit sicut α ε. Dico quod in locum inter α ε, rectam lineam, & γ β α, circumferentiam alia recta linea non cadit. Si enim possibile est, cadat sicut ζ α, & excitetur (per 12 primi) à δ, signo, in ipsam ζ α, perpendicularis δ η. Et quoniam rectus est angulus α η δ, minor recto autem qui sub δ α η, maior igitur est α δ, quàm δ η. Aequalis autem est δ α ipsi δ θ, ex centro enim in circunferentiam, maior (per 19 primi,) igitur est δ θ, ipsa δ η, minor maiore, quod est impossibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet. Dico quod & semicirculi angulus contentus sub α β, recta linea & γ θ α, circunferentia, omni angulo acuto rectilineo maior est. Reliquus autem contentus sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea, omni acuto angulo rectilineo minor est. Si enim aliquis est angulus rectilineus maior eo qui sub β α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minor uero eo qui sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, in locum inter γ θ α, circunferentiam & α ε, rectam lineam recta linea cadet, quæ efficiet maiorem quidem angulum contentum sub r. ctis lineis eo qui sub β α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minorem autem eo qui sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, non cadit autem. Igitur angulo contento sub β α recta linea, & γ θ α, circunferentia, angulus acutus sub rectis lineis contentus maior non est, neque etiam minor contento sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea.

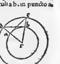


CORRELARIVM. Hinc manifestum est, quod à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta ipsum circulum tangit, & quod recta linea circulum in uno signo tantum tangit, quoniam ostensum est (per 2 tertij,) quod quæ in duobus illis signis incidit, intra ipsum cadit, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 16

15 Dato puncto, ad datum circulum lineam contingentem ducere.

CAMPANVS. Sit circulus datus a b cuius centrum c, punctusque datus d, uolo ergo à puncto d, ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineam d c, secantem circunferentiam circuli a b. in puncto a super quam describo circulum d e, secundum quantitatem lineæ d c, concentricum circulo a b, & a puncto a. produco lineam a e, perpendicularem ad lineam d c. quæ secet circunferentiam circuli d e. in puncto e. & produco lineam e c, secantem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b, quæ erit contingens circulum a b. Quia enim duo latera a c & c e, triãguli a c e sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c est communis utrique, erit per 4 primi angulus e a c, æqualis angulo d b c, angulus autẽ e a c. est rectus, quare angulus d b c, est rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b, contingens circulum a b, quod est propositum.



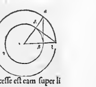
Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 17

17 A dato signo, dato circulo contingentem rectam lineam ducere.

THEON ex Zamberto. Sit quidem datum signum α, datus autem circulus sit β γ δ, oportet iam à dato signo α, dato circulo β γ δ, contingentem rectam lineam ducere. Suscipiatur enim (per 1 tertij,) centrum circuli, sitque illud ε, & coniũgatur (per primũ postulatum) α δ ε. Et centro quidem ε, spatio uero ε α, (per tertium postulatũ) circulus describatur α ζ η, & ab ipso δ, ipsi ε α, ad angulos rectos excitetur δ ζ, (per 11 primi) & coniũgantur (per primũ postulatum) ε β ζ, & α β. Dico quod ab α, signo, circulo β γ δ, contingens ducta est α β. Quoniam enim ε, signum,

centrum

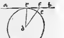
centrum est circulorum ε γ δ, & α ζ η, æqualis est ε α, ipsi ε ζ, & ε δ, ipsi ε β: ex cē tro enim in circumferentiam. Duæ igitur α ε, & ε β, duabus ε ζ, & ε δ, sunt æqua les, & angulum communem habent qui ad ε, basis igitur δ ζ, (per 4 primi) ba si α β, est æqualis, & triangulum δ ε ζ, triangulo ε β α, est æquale, & reliqui an guli reliquis angulis, æqualis igitur est angulus ε δ ζ, angulo ε β α, rectus est au tem qui sub ε δ ζ, rectus igitur est & qui sub ε β α, & est ε β, ex centro. Quæ au tem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, ipsum tangit circulum, (per correlarium 16 tertij) Igitur α β, ipsum circulū β γ δ, tangit. A da to igitur signo α, dato circulo β γ δ, cōtingēs recta linea ducta est α β, quod facis se oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 **S**I circulum linea recta contingat, à conta ctu uero ad centrum linea recta ducatur, necesse est eam super li neam contingentem esse perpendicularem.

CAMPANVS. Sit linea a b, cōtingens circulum c e, cuius cen trum sit d, in puncto c, qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam, sit ergo d f perpendicu laris ad eandem, quæ secet circunferentiam circuli in puncto e, eritque uterq; angulorum qui sunt ad f, rectus, igitur per 18 pri mi, linea c d, est maior linea d f, quod est impossibile. Constat itaq; d c esse perpendicularem super a b: quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 18.

18 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autem in contactum du cta fuerit aliqua recta linea, ipsa ducta, perpendicularis erit contingenti.

THEON ex Zamb. Circulum enim α β γ, tangat recta linea quædam δ ε, in γ, signo, & sumatur (per 1 tertij) centrum circuli α β γ, sitque illud ζ. Et à ζ, in γ, ducatur (per primum postulatum) ζ γ. Dico quod ζ γ, perpendicularis est ipsi δ ε. Si enim non, ducatur (per 12 primi) à ζ, in ipsam δ ε, perpendicularis ζ η. Quoniā igitur angulus ζ η γ, rectus est, angulus igitur qui sub η γ ζ, est acutus, maior igitur est angu lus ζ η γ, angulo ζ γ η, maiori autē angulo (per 19 primi) maius latus subtēditur, ma ior igitur est ζ γ, quàm ζ η. Aequalis autem est ζ β, ex centro enim in circūferentiam, maior igitur est ζ β, quàm ζ η, minor maiore, quod est impossibile. Igitur ζ η, ipsi δ ε non est perpendicularis. Similiter quoque ostendemus, quod nulla alia præter ζ γ. Igitur ζ γ, perpendicularis est ipsi δ ε. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 **S**I circulum linea recta contingat, & à contactu in circulum linea quædam orthogonaliter ducatur, in eadem centrum esse ne cesse est.

CAMPANVS. Sit ut prius linea a b contingens circulum c e in pū cto c, & contactu ducatur linea intra circulum, c e, perpendicularis ad li neam a b. Dico quod centrum circuli est in linea c e. Hæc est cōuersa pri oris. Si enim non fuerit centrum in linea c e, sit alibi ubicunque contin gat, sitq; d, & producatur d c, eritq; d c, per præmissam perpendicularis ad lineam a b, quod est impossibile, cum e c, posita sit perpēdicularis ad ipsam.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

19 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur, in excitata erit centrum circuli.

THEON ex Zamberto. Circulū enim α β γ, tangat recta linea quædā δ ε, in signo γ, & ab ipso γ, ipsi δ ε, (per 11 primi) excitetur ad angulos rectos γ α. Dico quod in ipsa γ α, est centrum circuli. Non enim, sed si possibile est, sit ζ, & per (per primum postulatum) con iungatur ζ γ. Quoniā igitur circulū α β γ, recta linea quædam δ ε, tangit, à cētro autē in cōta ctū ducta est ζ γ, igitur ζ γ, (per 18 perpendicularis) est ipsi δ ε. Rectus igitur est angulus ζ γ ε,

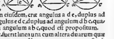


at angulus α γ ε, rectus est, æqualis igitur est angulus ζ γ ε, ei qui sub α γ ε, minor maiori, quod est impoßibile. Igitur ζ, centrum circuli α β γ, non est. Similiter quoque ostendemus, quod nec alibi præter quàm in α γ. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea excitetur, in excitata erit centrum circuli quod demonstraße oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

15 **Si intra circulum angulus supra centrum consistat, alius uero angulus supra circunferentiam consistens eãdem basin habeat: interior superiori duplus erit.**

CAMPANVS Sit ut in circulo a b c, cuius cẽtrum d, fiat angulus a d c, supra cẽtrũ, & angulus a b c super circunferentiam, sitq́ utriusque anguli eadem basis quæ sit arcus a c. Dico angulum a d c, duplum esse ad angulũ a b c. Quod sic probatur. Aut enim duæ lineæ a b, & c b includunt duas lineas a d, & d c, aut altera earum sit linea una cum altera reliquarum, aut etiam altera primarum secat alteram postremarum. Sit ergo primo ut includant eas ut in prima figuratione apparet, & producatur linea b d e, eritque per 32 primi, angulus a d e, extrinsecus, æqualis duobus intrinsecis qui sunt b a d & a b d,



anguli. Et quia ipsi sunt æquales per quintam eiusdem, erit angulus a d e, duplus ad angulum a b d. Simili quoque modo erit angulus e d c, duplus ad angulum d b c, quare totus angulus a d c, duplus erit ad totum angulum a b c, quod est propositum.

Quod si altera duarum linearum a b & b c, fuerit linea una cum altera duarum quæ sunt a d & b d, ut in secunda figuratione apparet per easdem per quas prius & simili modo liquet propositum. Quod si altera duarum linearum primarum secet alterã duarum postremarum, ut in tertia figuratione apparet ubi linea a b secat lineam d c, producatur linea b d e. Erit per easdem quas à principio assumpsimus & simili modo e d a, duplus ad angulum d b a, & totus angulus e d c, duplus ad totũ angulum d b c, quare angulus a d c, duplus est ad angulum a b c. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 20

20 **In circulo angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando anguli eandem circunferentiam habuerint basin.**

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ. & ad eius centrum, sit angulus β ε γ, ad circunferentiam uero, angulus β α γ, habeant autem eãdem basin, circunferentiam β γ. Dico quod duplus est angulus β ε γ, anguli β α γ. ducta enim α ε, (per secundum postulatum) extendatur in ζ. Quoniam enim æqualis est α ε. ipsi ε β. ex centro enim in circunferentiam: æqualis est angulus ε α β, ei qui sub ε β α. Anguli igitur ε α β, & ε β α. (per 5 primi,) eius qui est sub ε α β dupli sunt, æqualis autem est qui sub β ε ζ, (per 32 eiusdem) eis qui sub ε α β & ε β α. Angulus igitur β ε ζ. ipsius ε α β, duplus est. Et perinde angulus ζ ε γ. eius qui sub ε α γ. (per eandem) duplus est. Totus igitur β ε γ, totius qui sub β α γ, est anguli, duplus est. Rursus constituatur, & sit alter angulus β δ γ, & ducatur (per 1 postulatum) δ ε, extendaturque (per 2 postulatum) in η. Similiter quoque ostendemus quod duplus est η ε γ, angulus eius qui sub ε δ γ, est anguli. Quorum qui sub η ε β, duplus est eius qui sub ε δ β. Reliquus igitur qui sub β ε γ. eius qui est sub β δ γ, duplus est. In circulo igitur angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando eandem circunferentiam basin habuerint ipsi anguli, quod oportuit demõstraße.*



Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20 **Si in una circuli portione, anguli super arcũ consistant, angulos quoslibet æquales esse necesse est.**



CAMPANVS Sit in portiõe a d b, circuli a b c. cuius centrum sit f, consistant quodlibet anguli super arcũ a d b, qui sunt e d c Dico eos esse æquales. Protrahatur enim chorda a b, & ab eius extremitatibus ducãtur in centrũ, lineæ a

f & b f, eritq; per præmissam angulus f consistens supra centrum, ad unumquenq; eorũ duplus. Quare ipsi sunt æquales, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

21 In circulo, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales.



THEON ex Zamberto. Sint in segmento β α ε δ, circuli α β γ δ, anguli qui sub β α δ, & β ε δ. Dico quod anguli β α δ, & β ε δ, sibi inuicẽ sunt æquales. Suscipiatur enim (per primam tertij) centrum circuli α β γ δ, sitque illud ζ. Et ducantur (per primum postulatum) β ζ, ζ δ. Et quoniam angulus β ζ δ, est ad centrum, angulus autem qui sub β α δ, ad circunferentiam, & eandem habent basim circũferentiam β ε γ δ, angulus igitur β ζ δ, (per præcedentem) duplus est eius qui sub β α δ, & per hoc angulus β ζ δ, duplus est etiam eius qui sub β ε δ. Aequalis igitur (est per communem sententiam dicentem quæ eiusdem sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia,) angulus β α δ, angulo β ε δ. In circulo igitur, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicẽ sunt æquales, quod demonstrasse oportuit.

Eucli ex Camp. Propositio 21.

21 SI intra circulũ quadrilaterum describatur, quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.



CAMPANVS. Sit quadrilaterũ a b c d, inscriptum circulo a b c d. Dico quosq; eius duos angulos oppositos, esse æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero, diametri a c, b d, eritque per præmissam, angulus c b d æqualis angulo c a d, & angulus a b d æqualis angulo a c d, quare totus a b c, æqualis erit duobus angulis qui sunt a c d, & c a d. Et quia ipsi cum angulo a d c sunt æquales duobus rectis per 32 primi, erunt & anguli b totalis & d, totalis, æquales duobus rectis, quod est propositum. Similiter quoque probabo angulos a & c totales, esse æquales duobus rectis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22.

22 In circulis quadrilaterorum existentium anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales.



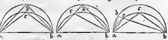
THEON ex Zamberto. Sit circulus α β γ δ & in eo quadrilaterum sit α β γ δ. Dico quod anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales. Coniungantur (per primum postulatum) α γ, & β δ. Quoniam igitur (per 32 primi, omnis trianguli tres anguli γ α β, α β γ, & β γ α, duobus rectis sunt æquales. Angulus autem γ α β, angulo β δ γ est æqualis (per 21 tertij) in eodem enim sunt segmento β α δ γ. Angulus uero α γ β, (per eandem) angulo α δ β, in eodem enim sunt segmẽto α δ γ β. Totus igitur qui sub α δ γ, eis qui sub β α γ, & α γ β est æqualis. Communis apponatur angulus α β γ. Anguli igitur qui sub α β γ, β α γ, & α γ β, eis qui sunt sub α β γ, & α δ γ, sunt æquales. Sed qui sub α β γ, β α γ, & α γ β, duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur α β γ, & α δ γ, duobus rectis sunt æquales. Similiter iam ostendemus, quod etiam anguli β α δ, & δ γ β, duobus rectis sunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum existentium anguli ex opposito, duobus rectis sunt æquales, quod demonstrare oportebat.

Eucli ex Camp. Propositio 22.

22 DVas similes circuli portiones inæquales, supra unam rectam lineam assignatam ex eadem parte cadere impossibile est.

CAMPANVS. Sit recta linea a b, super quam fiat portio circuli, a c b. Dico quod super eãdem lineam ex eadem parte non fiet alia portio quæ sit similis huic, & ea maior aut minor. Quod si fuerit possibile, fiat ergo portio a d b, maior ea, quæ cũ sit similis ei, stat ergo angulus a c b in portiõe minori, & angulus a d b in maiori. Erit ergo ut lineæ a d, & d b, includãt lineas a c & c b, ut in figuratiõe prĩa appareat. Aut altera primarũ una fiat cũ altera postremarũ, ut in secũda. Aut ut altera secet alterã, ut in tertia. Qđ si fuerit primo modo erit per 21 primi angulus c maior angulo d, non

d,non ergo portiones similes per diffinitionẽ. Quod si secundo modo, erit adhuc angulus c, maior angulo d, per decimamsextam primi, non igitur erũt portiones similes. Si autem tertio modo, sit ut linea b d, secet lineam a c, & secet circunferentiã portionis minoris in



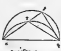
puncto e, & ducatur linea e a. Eritq́ per eandem decimamsextam primi, angulus a e b, consistens in portione a c b, maior angulo d, quare nullo modo sunt portiones similes. ¶ Simili quoque modo probabis, quod super eandem lineam non fiet portio similis portioni a c b, minor ea: posito c, in loco d, & d in loco c, in figura cũ omnibus prædictis, erit enim per præmissas & per 21 primi, & per 16 eiusdẽ & præmisso modo angulus d omnium figurationum, maior angulo c, quare portiones non erunt similes.

Et nota, quod licet proponatur super lineam unam non posse fieri portiones similes inæquales ex eadem parte: uerum est tamẽ quod neq; ex diuersis partibus. Quod libet probare, minore quæ est ex una parte superposita maiori quæ est ex altera. Necesse enim erit per communem scientiam, ipsam a maiori excedi, non ergo sunt similes per hanc 22.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 23.

23 **Super eadem recta linea, duo segmẽta circulorum similia, & inæqualia non constituentur ad easdem partes.**

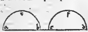
THEON ex Zamb. *Si enim possibile: super eandem recta linea α β, duo circulorum segmenta similia & inæqualia constituantur ad easdem partes α γ β, & α δ β. & ducatur (per primũ postulatum) α γ δ. & coniungantur (per 2 postulatũ) γ β & δ β. Quoniã igitur segmentũ α γ β, simile est segmẽto α δ β, similia q́; circulorũ segmẽta sunt quæ æquales angulos suscipiũt. (per diffinitionẽ 10 tertij) angulus igitur α γ β, angulo α δ β, est æqualis, exterior interiori. quod (per 16 primi) est impossibile. super eadẽ igitur recta linea duo circulorũ segmẽta similia & inæqualia nõ constituentur ad easdẽ partes, quod oportuit demonstrasse.*



Eucli. ex Camp. Propositio 23.

23 **Si circulorum similes portiones supra lineas æquas fuerint, ipsas portiones æquas esse oportet.**

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquales, super quas sunt duæ portiones circulorum a c b, c f d, quæ sunt similes. Dico quod ipse sunt æquales. Si enim non sunt æquales, altera earum superposita alteri, excedet maior minorem. sed linea a b, non excedet lineã c b, nec excedetur ab ea: cũ sint æquales. Quare accidet contrarium præmissæ, quod est impossibile. Erit enim a b & c d linea una.



Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 24.

24 **Super æqualibus rectis lineis similia circulorũ segmenta constituta sibi inuicem sunt æqualia.**

THEON ex Zamberto. *Super æqualibus, inquam, rectis lineis α β, & γ δ. similia circulorum segmenta α ε β, & γ ζ δ, constituantur. Dico quod æquum est segmentum α ε β, segmento γ ζ δ. Congruente namque segmento α ε β, ipsi ε ζ δ, segmento, & posito signo α, super signo γ, recta uero linea α β, ipsi rectæ lineæ γ δ, congruente, & β, signum congruet ipsi δ, signo, quoniam æqualis est α β, ipsi γ δ. Congruente autem α β, recta lineæ ipsi γ δ. congruet α ε β, segmentum ipsi ε ζ δ. Si enim α β, recta linea ipsi γ δ, congruit, segmentum autem α ε β, ipsi γ ζ δ, non congruit, sed differt sicut γ η δ, circulus autem circulum (per undecimam tertij) non secat in pluribus signis duobus. Sed γ η δ, ipsum γ ζ δ, in pluribus quàm duobus signis hoc est γ η δ, secat, quod (per eandem) est impossibile. Non igitur, congruente α β, recta linea ipsi γ δ, non congruit quoque & segmentum α ε β, segmento γ ζ β. Congruit igitur & ei est æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis similia circulorum segmenta constituta sibi inuicem sunt æqualia, quod erat demonstrandum.*

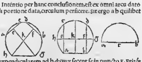


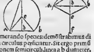
Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 **D**Ati semicirculi, siue semicirculo maioris siue minoris portionis: circulum perficere.

CAMPANVS. Inténtio per hanc conclusionem, est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data, circulum perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo uolo perficere circulum. Protrabam in eo duas lineas qualitercunque contingat, quæ sint a c, & b d: quas diuidã per æqualia, a c quidem in puncto e: & b d in puncto f. Et protraham e g perpendicularẽ ad a c, & f b perpendicularem ad b d: quæ secent se in puncto k. Eritq; per correllarium primæ huius, centrum circuli in utraq; linearum e g & f h. Quare cẽtrum est punctum k. Si autem e g non secet f h, sed sint linea una, quemadmodum erit si duæ lineæ a c & b d sint æquidistantes: tunc ipsa applicabitur circunferentiæ dati arcus ex utraq; parte, ipsa igitur diuisa per medium in puncto k: erit ibi centrum circuli per idem correllarium. Aequidistantes autẽ non erunt e g & f b, quia cum in utraq; sit centrũ circuli per dictum correllarium essent eiusdẽ circuli duo centra. Sic pótest de omni arcu siue de omni portione communiter demonstrari: qualiter inde circulus perficiatur. Quia tamẽ auctor uidetur hanc conclusionem uariare secundũ diuersas species arcuum, omnium portionum enumerando species: demõstrabimus diuisim per species, qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primũ a b portio data: semicirculus, eritque per diffinitionem semicirculi, linea a b diameter, ea igitur diuisa per medium in puncto c: erit c centrum circuli. Sit rursus portio a c b semicirculo maior, cuius chorda sit a b, quam diuido per æqualia in pũcto d, a quo duco d c perpendicularem ad ipsam: quæ transibit per centrum, per correllarium primæ huius. & protraho lineam a c. Et quia linea a b est minor diametro, cum sit a c b portio maior semicirculo: erit a d minor semidiametro, sed d c est maior semidiametro, ergo d c est maior quam a d: ergo per 19 primi angulus c a d est maior angulo a c d. Fiat itaq; per 23 primi, angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ secet lineam c d in puncto e, eritq; per sextã primi, linea a e æqualis lineæ e c: producatur igitur linea e b, eritq; per 4 primi, linea e b æqualis lineæ a e, quare tres lineæ e a, e b, e c sunt æquales, ergo per 9 huius e est centrum circuli. Sit iterum a c b portio minor semicirculo: cuius chorda sit a c quam diuido per æqualia in puncto d, a quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b: quæ secet circunferentiam in puncto c, hanc manifestum est transire per centrum per correllarium primæ huius. Produco iterum lineam a c: eritq; angulus a c d maior angulo c a d. Si est æqualis: erit portio a c b semicirculus, & si minor, erit maior semicirculo: positum est autem quod sit minor. Produco igitur lineam a e, quæ cum linea a c faciat angulum æqualem angulo c, & secet lineam c f in puncto e, & manifestum est quod punctum e, cadat extra datam portionem, & produco lineam e b & quia angulus a totalis est æqualis angulo c, erit per 6 primi, linea e a æqualis lineæ e c, & quia per 4 primi, linea e b est æqualis lineæ e a: erit per 9 huius punctum e, centrum circuli, quare patet propositum: secundum omnes species portionum circuli.





Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propositio 25.

25 **Circuli segmento dato, describere circulum cuius est segmentum.**

THEON ex Zamberto. *Sit datum segmentum circuli* α β γ. *Oportet iam segmenti* α β γ, *circulum cuius est segmentum describere. Secetur enim (per 10 primi)* α γ, *bifariam in* δ. *Excitetur que (per 11 eiusdem) à signo* δ, *ipsi* α γ, *ad angulos rectos* β δ, *& coniungatur (per primum postulatum)* α β. *Angulus igitur* α β δ, *angulo* β α δ, *comparatus aut eo est maior, aut ei æqualis*



g aut

aut eo minor. Sit prius maior, & constituatur (per 23 eiusdem) ad ipsam β α, rectam lineam ad signumque in ea α, ipsi angulo α β δ, æqualis angulus β α ε. Et extendatur (per 2 postulatum) β δ, in ε. Et coniungatur (per 1 postulatum) ε γ, quoniam igitur angulus α β ε, æqualis est angulo β α ε, æqualis igitur est (per 6 primi, recta linea ε β, ipsi α ε. Et quoniam æqualis est α δ, ipsi δ γ, communis autem δ ε, duæ igitur α δ, & δ ε, duabus γ δ, & δ ε, sunt æquales altera alteri. Et angulus α δ ε, (per quartum postulatum) angulo γ δ ε, est æqualis, rectus enim uterque. Et basis igitur α ε, (per quartam primi,) basi γ ε, est æqualis. Sed α ε ipsi β ε, ostensa æqualis est. Igitur β ε, ipsi γ ε, est æqualis. Tres igitur α ε, ε β, & ε γ, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ε, spatio autem (per 3 postulatum) aut α ε, aut ε β, aut ε γ circulus descriptus per reliqua signa ueniet & descriptus erit. Circuli igitur segmento dato, circulus descriptus est, & manifestum est, quod segmentum α β γ, minus est semicirculo, quoniam ε, centrum extra ipsum cadit. Similiter quoque ostendemus, & si angulus α β δ, æqualis fuerit angulo β α δ, ipsa α δ, æquali existente utrique ipsarum β δ, & δ γ, tres igitur δ α, δ β, & δ γ, sibi inuicem sunt æquales. Et erit ipsum centrum δ, completi circuli, ipsum erit quoque semicirculus α β γ.

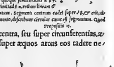


Si autem α β δ, minor fuerit β α δ, constituemus (per 23 primi) ad β α, rectam lineam & ad signum in ea α, angulo α β δ, æqualem intra α β γ, segmentum. Segmenti centrum cadet super δ β, & erit, uidelicet, segmentum α β γ, maius semicirculo. Dato igitur segmento, describitur circulus cuius est segmentum. Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 Si in æquis circulis seu super centra, seu super circunferentias, æquales anguli consistant, super æquos arcus eos cadere necesse est.

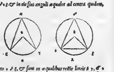
CAMPANVS Sint duo circuli æquales a b c cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h, & fiant supra centra eorum, duo anguli a d c & e h g, qui ponantur æquales. Dico duos arcus a b c, & e f g, esse æquales. Protrahãtur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circunferentijs ipsorum, consistentes, supra prædictos arcus, qui sint angulus a b c & angulus e f g. Quia ergo circuli sunt æquales, erunt per diffinitionem æqualium circulorum semidiametri æquales, & quia duo anguli d & h sunt æquales per 4 primi, linea a c æqualis lineæ e g, & per 19 huius, erit angulus, b, æqualis angulo f, cum d angulus sit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem similium portionum duæ portiones a b c & e f g, sunt similes, & quia ipsæ sunt super lineas a c & e g æquales ipsæ erunt æquales per 23 huius, quare arcus a b c & e f g, sunt æquales. Quod si anguli b & f qui sunt in circunferentia, ponantur æquales, erũt per diffinitionem, portiones similes, & anguli d & h æquales per 19 huius. Et quia circuli sunt æquales per positionem, erunt per 4 primi, duæ lineæ a c & e g æquales, quare ut prius, portiones æquales per 23 huius: cum sint similes & super æquales lineas igitur & arcus æquales. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 26.

26 In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus circunferentijs insistũt siue si ad centra siue si ad circunferentias consistunt.

THEON ex Zamb. Sint æquales circuli α β γ, & δ ε ζ, & in eis sint anguli æquales ad centra quidem, qui sub β η γ, & ε θ ζ, ad circunferentias autem, qui sub β α γ, & ε δ ζ. Dico quod circunferentia β κ γ, æqualis est circunferentiæ ε λ ζ. Coniungantur (per primum postulatum) β γ, & ε ζ. Et quoniam circuli α β γ & δ ε ζ, sunt æquales, etiam quæ ex centris, sunt æquales (per primam diffinitionem tertij). Duæ igitur β η, & η γ, duabus ε θ, & θ ζ, sunt æquales. Et angulus qui ad η, angulo qui ad θ est æqualis. Basis igitur β γ (per 4 primi) basi ε ζ, est æqualis. Et quoniam angulus qui ad α, æqualis est angulo qui ad δ, segmentum igitur β α γ, (per 24 tertij simile est segmento ε δ ζ, & sunt in æqualibus rectis lineis β γ, & ε ζ. Super æqualibus autem rectis lineis (per 24 eiusdem) similia circulorum segmenta existentia, inuicem sunt æqualia. Segmentũ igitur β α γ, æquale est ipsi ε δ ζ segmẽto. Est autẽ totus circulus α β γ, æqualis toti circulo δ ε ζ.



Reliqua

Reliqua igitur βκγ circunferentia (per 3 cõmunem sententiam) reliquæ εδζ circunferentiæ est æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales anguli æqualibus circunferentijs insistunt. siue si ad circunferentias, siue si ad centra consistant, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 26.

26 Si in æquis circulis æqui sumãtur arcus, infra illos, formatos angulos qui supra centra eorum seu supra circunferentias constituantur, æquos esse necesse est.



CAMPANVS. Sint ut prius duo circuli æquales: a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrũ h: sintq; duo arcus a b c & e f g æquales: fiantq; super ipsos arcus, duo anguli in centro qui sint d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Itemq; super eosdẽ arcus fiant duo alij anguli in circunferentia, qui sint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, ad inuicem esse æquales: itemq; duos b & f ad inuicem esse æquales. Et est hæc cõuersa prioris. Si enim non sunt d & h anguli ad inuicem æquales: sit ergo h maior, à quo abscindatur angulus k h g, qui sit æqualis angulo d, eritq; per præmissam, arcus k e f g, æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g, positi sunt æquales: accidet ergo partem esse æqualem toti. quod est impossibile. Quare anguli d & h totales, sunt æquales. Simili quoq; modo probabis angulos b & f, esse æquales: uel si mauis, probato quod anguli d & h sint æquales, sequitur b & f esse æquales per 19 huius, & è conuerso.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 25. Propositio. 26. Conuersa præcedentis.

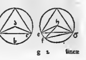
26 In æqualibus circulis anguli qui æqualibus circunferentijs insistunt, sibi inuicem sunt æquales: siue si ad centra, siue si ad circunferẽtias fuerint constituti.



THEON ex Zamberto. *In æqualibus enim circulis αβγ, & δεζ, super æqualibus circunferẽtijs βγ & εζ, ad centra ηθ anguli consistant βηγ & εθζ: ad circunferentias aũt βαγ & εδζ. Dico quod angulus βηγ æqualis est angulo εθζ: & angulus βαγ æquus est angulo εδζ. Siquidem angulus βηγ æquus est angulo εθζ: manifestum est quod angulus etiam βαγ æquus est angulo εδζ per 20 tertij. Si uero non: alter eorum maior est: sit maior angulus βηγ: & constituatur per 23 primi, ad lectam lineam βη, ad datumq; in ea signum η: angulo εθζ æqualis angulus βηκ. Anguli autem æquales super æqualibus circumferentijs consistunt, per 26 tertij, quando ad centra fuerint: æqualis igitur est circunferẽtia βκ circunferentiæ εζ. Sed εζ ipsi βγ est æqualis: & βκ igitur ipsi βγ est æqualis: minor maiori, quod est impoßibile. Angulus igitur βηγ angulo εθζ inæqualis non est: æqualis igitur. Et est ipsius quidem anguli βηγ dimidius angulus qui ad α, per 20 tertij. ipsius autẽ εθζ dimidius angulus qui ad δ per eandem. Aequalis igitur est angulus qui ad α, angulo qui ad δ. In æqualibus igitur circulis anguli super æqualibus circunferentijs consistentes, sibi inuicem sunt æquales: siue si ad centra, siue si ad circunferentias fuerint constituti, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. propositio. 27.

27 Si in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus resecent, arcus quoq; æquos esse: si autem lineæ inæquales fuerint, arcus quoq; inæquales, & à maiore linea maiorem arcum, à minore uero minorem abscindi necessarium est.

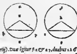


CAMPANVS. Sint duo circuli æquales, a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: sitq; corda a c æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g, quos prædictæ chordæ ex prædictis circulis resecãt, esse æquales. Quod si chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcum e f g esse maiorem arcu a b c. Primum quidem sic probatur. Ducantur à centris

lineæ ad extremitates chordarum: quæ sint d a, d c, b e, h g: & quia circuli positi sunt fore æquales: erunt hæ semidiametri æquales: & quia linea a c posita est æqualis lineæ e g, erit per 8 primi, angulus d æqualis angulo h totali: quare per 25 huius, erit arcus a b c, æqualis arcui e f g: sicq́; patet primum. Secundum sic. Sit e g maior a c: eritq́; per 25 primi, angulus h, maior angulo d. Fiat ergo angulus f h g æqualis angulo d: eritq́; per 25 huius, arcus f g, æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g, est maior arcu a b c, quod est secundum propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 28.

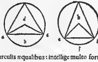
28 In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori.



THEON ex Zamberto. Sint æquales circuli αβγ & δεζ, & in eis sint æquales rectæ lineæ βγ & εζ, circunferentias βαγ & εδζ maiores auferentes, circunferentias autem βηγ & εθζ minores. Dico quod circunferentia βαγ maior, æqualis est circunferentiæ εδζ maiori, circunferentia uero βηγ minor, æqualis est circunferentiæ εθζ minori. Suscipiantur enim circulorum centra (per primā tertij) sintq́; κ λ, & coniungantur κβ, κγ, λε & λζ. Et quoniam circuli sunt æquales, æquales quoq; sunt quæ ex centris (per primam diffinitionem tertij). Duæ igitur βκ & κγ, duabus ελ & λζ sunt æquales. Et basis βγ (per hypothesin) basi εζ est æqualis. angulus igitur βκγ (per 8 primi) angulo ελζ est æqualis: æquales autem anguli (per 26 tertij) in æqualibus circunferentijs insistunt etiam quando ad centra fuerint constituti. Circunferentia igitur βηγ, æqualis est circunferentiæ εθζ: est autem totus circulus αβγ, toti circulo δεζ æqualis. Reliqua igitur circunferentia βαγ (per 3 communem sententiam) reliquæ circunferentiæ εδζ est æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp Propositio 28.

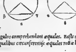
28 CIrculorum æqualium æquos arcus, æquas chordas habere necesse est.



CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: sitq́; arcus a b c æqualis arcui e f g. Dico quod chorda a c, est æqualis chordæ e g. Et est est hæc cōuersa primæ partis præmissæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g: eruntq́; per 26 huius, anguli d & h æquales. Quare per quartam primi, erit a c, æqualis e g, quod est propositū. Quæcunq; autem probatæ sunt passiones de diuersis circulis æqualibus: intellige multo fortius ueras esse de eodem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 29. Conuersa præcedentis.

29 In æqualibus circulis, sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur.



THEON ex Zamberto. Sint æquales circuli αβγ & δεζ, & in eis æquales sumantur circunferentiæ βηγ & εθζ, coniunganturq́; βγ & εζ rectæ lineæ. Dico quod æqualis est recta linea βγ ipsi εζ rectæ lineæ. Sumantur enim (per 1 tertij) circulorum centra, sintq́; κ & λ, & coniungantur βκ & κγ, ελ & λζ. Et quoniam circunferentia βηγ æqualis est ipsi εθζ circunferentiæ, æqualis est angulus βκγ angulo ελζ (per 10 diffinitionem tertij). Et quoniā circuli αβγ & δεζ sunt æquales: & quæ ex centris quoq; sunt æquales (per 1 eiusdem diffinitionem). Duæ igitur βκ & κγ, duabus ελ & λζ sunt æquales, & angulos comprehendunt æquales. Basis igitur βγ (per 4 primi) basi εζ est æqualis. In æqualibus igitur circulis, æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.

29 DAtum arcum per æqualia diuidere.

CAMPANVS. Sit datus arcus a b c cui subtendatur chorda a c, quæ diuidatur per æqualia in puncto d, à quo ducatur perpendicularis ad ipsam, quæ sit d b: secans circunferentiam dati arcus in puncto b: quam dico diuidere datum arcum per æqualia. Ducantur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primam partem 27 huius, arcus a b, erit æqualis arcui b c, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 30.

Datam circunferentiam, bifariam secare.

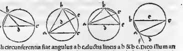
THEON ex Zamberto. Sit data circunferentia α δ β, oportet iam ipsam circunferentiam α δ ϲ, bifariam secare. Coniungatur α ϲ, seceturq; (per 10 primi) bifariam in γ signo. & ab ipso γ, ipsi α ϲ rectæ lineæ (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & coniungantur α δ & δ β. Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ β, communis autem γ δ: duæ igitur α γ & γ δ duabus ϲ γ & γ δ sunt æquales: & angulus α γ δ (per 4 postulatum) angulo ϲ γ δ est æqualis: rectus enim uterq; est. Basis igitur α δ (per 4 primi) basi δ ϲ est æqualis. Aequales autem rectæ lineæ: æquales circunferentias auferunt, maiorẽ maiori, minorem autem minori (per 28 tertij). Et utraq; ipsarum circunferentiarum α δ & δ ϲ: semicirculo minor est. æqualis igitur est circunferentia α δ, ipsi δ ϲ circunferentiæ. Data igitur circunferentia, bifariam secta est, quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 30.

30 SI rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat, rectus est. Si uero in portione semicirculo minore, recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore, recto minor. Itemq; omnis portionis angulus semicirculo maioris, recto maior, minoris uero, recto minor de necessitate erit.

CAMPANVS. Sit in circulo a b c cuius centrũ d & diameter a d c, semicirculus a b c, in

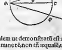


cuius semicirculi circunferentia fiat angulus a b c, ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum esse rectum. Protrahatur ab ipso angulo in centrum, linea b d: eritq; per 5 primi, angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b est æqualis duobus angulis d b a, & a per 32 primi: ipse erit duplus ad angulũ d b a. Eadẽ ratione angulus a d b, duplus erit ad angulum d b c: ergo duo anguli c d b & a d b dupli sunt ad totalem angulum a b c: sed ipsi sunt æquales duobus rectis per 13 primi: erit igitur angulus a b c totalis, medietas duorum rectorum, quare rectus: quod est primum propositum.

IDEM aliter. Protrahatur c b usq; ad e, eritq; per 32 primi, angulus a b e, æqualis duobus angulis a & c, & quia angulus a est æqualis angulo a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c: ergo uterq; eorum est rectus per diffinitionem. Secundum sic patet. Sit in circulo a b c cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior semicirculo: & fiat super eius circunferentiã angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum esse minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b: eritq; per primã partem huius b totalis: rectus, quare angulus a b c, erit minor recto per 5 communem scientiam, cum sit pars eius, sicq; patet secundum. Tertium sic. Sit rursus in circulo a b e cuius centrũ d, portio a b c cuius chorda a c, quæ sit semicirculo minor. & fiat super eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum esse maiorem recto. Producãtur enim diame-

ter a d e & linea b e, eritq; per primã partẽ huius, angulus a b e rectus, quare angulus a b c erit maior recto, quod est tertiũ propositũ. Quartum & quintum sic. Sint in circulo a b c d cuius centrũ e, portio a b c, cuius chorda a c maior semicirculo: & portio a d c cuius eadem chorda a c minor semicirculo. Dico angulũ contentũ ab arcu c b a & chorda a c, esse maiorẽ recto: & angulum contentũ ab arcu c d a & chorda a c, esse minorem recto. Producatur diameter c e b, & linea b a, usq; ad f, eritq; per primã partem huius, angulus b a c, rectus, quare p 13 primi, angulus f a c, est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est pars primi, & secundus pars recti: euidenter patet utrunq;, quare tota liquet hæc pentamembris conclusio.

CAMPANI additio. Ex istis duabus ultimis partibus, nota instantiam contra illas duas argumẽtationes: ad quas tulimus instantiã in 15 huius. Transitur enĩ ab angulo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per ultimã partem huius, ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius, non tamen per æquale. Cum enim omnis portio circuli sit aut semicirculus, aut maior semicirculo aut minor, sit autem tam angulus semicirculi per secundam partem 15 quã angulus portionis minoris per ultimã partem huius minor recto, portionis uero maioris sit maior recto: non tamẽ erit alicuius portionis angulus, nec simpliciter aliquis contentus à circunferentia & linea recta, aut rectus aut æqualis recto.



Quod ut clarius pateat: sit in circulo a b c cuius centrũ d, linea a b cui non sit determinatus finis ex parte b, secãs ex ipso b portionẽ semicirculo minorẽ: eritq; per ultimã partem huius, minor recto. Huius circuli sit diameter a d c, & imaginetur linea a b moueri ad partẽ c super punctum a: quæ quãdiu fuerit citra c, uel in ipso c, cooperiẽs diametrũ a d c: faciet cum arcu angulum minorẽ recto. In omni autẽ puncto ultra c, uelut in e: faciet per penultimã partem huius, angnlum maiorem recto. Transitur ergo à minori ad maius, non per æquale. Et sicut in rectilineis angulis est reperire maiorẽ angulo semicirculi & minorẽ, non tamẽ æqualem ut demonstratũ est in 15 huius: sic in angulis portionis est reperire maiorẽ recto & minorẽ, non tñ æqualẽ, ut patet ex ista demonstratione.

Eucl. ex Zamb. Theorema. 27. Propositio. 31.

31 **In circulo angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui aũt in maiore segmento, minor recto; qui uero in minore segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.**

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ δ. dimetiens aũt eius sit β γ, centrũ uero ε. Sumaturq; in semicirculo signũ utcũq; sitq; illud δ & coniungãtur β α, α γ, α δ & δ γ. Dico quod angulus in β α γ semicirculo, rectus est. Angulus aũt in α β γ segmento maiore semicirculo, qui est sub α β γ. recto minor est. Angulus uero in α δ γ minore semicirculo segmento, qui est sub α δ γ, recto maior est. Coniungantur α ε, & extendatur β α in ζ. Et quoniã æqualis est β ε ipsi ε α, ex centro enim in circumferentiã æqualis est angulus ε α β angulo ε β α (per 5 primi) Rursus quoniam æqualis est α ε ipsi ε γ, æqualis est per eandẽ, angulus qui sub α γ ε et qui sub γ α ε. Totus igitur angulus β α γ duobus angulis α β γ & α γ β est æqualis. Angulus aũt qui sub ζ α γ extra ipsum triangulum α β γ. duobus angulis α β γ & α γ β est æqualis, per 32 primi. Aequalis igitur est angulus β α γ, angulo ζ α γ. rectus igitur uterq; est. In semicirculo igitur β α γ, angulus qui sub β α γ, rectus est. Et quoniã trianguli α β γ, duo anguli α β γ & β α γ (per 17 primi) duobus rectis sunt minores, angulus aũt β α γ rectus est. angulus igitur qui sub α β γ, recto minor est, & est in segmento α β γ, maiore semicirculo. Et quoniã in circulo inest quadrilaterũ α β γ δ, in circulis aũt quadrilaterorũ cõsistentiũ (per 22 tertij) anguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales: anguli igitur α β γ & α δ γ. per eandem duobus rectis sunt æquales. At angulus α β γ recto minor est. Reliquus igitur angulus α δ γ, maior est recto, & in segmento minore semicirculo est. Dico iam etiã quod angulus segmẽti maioris, cõprehensus sub α β γ circũferentia & α γ recta linea, recto maior est angulus autẽ minoris segmenti comprehensus sub α δ γ circumferentia & α γ recta linea, recto est minor, manifestumq; illinc est. Quoniam enim angulus comprehensus sub β α & α γ rectis lineis, rectus est. angulus igitur cõprehensus sub α β γ circũferentia & α γ recta linea, maior est recto. quoniã totũ sua parte maius est (per 9 cõmunẽ sententiã). Rursus quoniã angulus cõprehensus sub α γ & α ζ rectis lineis, rectus est. angulus igitur γ α recta linea & α δ γ circũferẽtia cõprehensus, recto minor est. In circulo igitur angulus in semicirculo existens, rectus est: qui uero in maiore segmento, recto est minor, in minori autem, recto est maior. Et insuper angu-*

lus

bus maioris segmenti, maior est recto minoris autem segmenti, recto minor, quod demonstrasse oportuit.

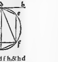


ALIA ostensio, quod angulus qui sub β α γ rectus est. Quoniã angulus α ε γ, eius qui sub β α ε duplus est (per 32 primi) æqualis nanq; est duobus interioribus ex opposito interiores autẽ (per 5) sunt æquales. angulus aũt α ε β eius qui sub ε α γ duplus est angulus igitur α ε β & α ε γ, ipsius β α γ dupli sunt. Sed anguli α ε β & α ε γ: duobus rectis sunt æquales. Angulus igitur q sub β α γ, rectus est q̃d erat demonstrãdum.

CORRELARIVM. Hinc manifestum est, quod si trianguli angulus unus, reliquis duobus æqualis fuerit, rectus est. eo quod illi contiguus (qui scilicet producto latere extra triangulum fit) eisdem est æqualis, sed quãdo utrobiq; æquales fuerint, recti sunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 31.

31 Si circulum lineã recta contingat, & à cõtactu in circulum quædam circulum secans recta linea, præter centrum ducatur, quousq; duos angulos cũ cõtingẽte facit, duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus cõsistũt portionibus, æquales sunt. 13



CAMPANVS. si recta linea a b, contingens circulum c d e f, cuius centrum g, in puncto d: à quo ducatur in circulum præter centrum, linea d f secans ipsum: fiantq; angulus, d c f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, esse æqualem angulum b d f. & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim, diameter d g h & linea f h: eritq; per 17 huius, d h, perpendicularis super a b: & per primã partem præmissæ, angulus d f h, rectus. Quare duo anguli a d h & d f h, sunt æquales. Posito ergo communi angulo h d f. erit angulus a d f, æqualis duobus angulis qui sunt d f h, & h d f: sed hi duo cum angulo h, sunt æquales duobus rectis per 32 primi: ergo angulus a d f cum angulo h, æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f: æquiualet duobus rectis per 13 primi: ergo angulus b d f, est æqualis angulo h: ergo & angulo c, per 20 huius: & hoc est primum. Et quia duo anguli c & e sunt æquales duobus rectis per 21 huius: erit angulus e æqualis angulo a d f quod est secundum. Vel illud secundũ sic. Angulus a d f cum angulo h æquiualet duobus rectis, ut præmonstratum est sed angulus c cũ angulo h, æquiualet duobus rectis per 21 huius: ergo angulus e est æqualis angulo a d f, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 32.

32 Si circulum tetigerit aliqua recta lioes, à contactu autem ducta fuerit quædam recta linea, circulum secans: anguli quos efficit ad tangentẽ, æquales sunt eis qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis.



THEON ex Zamberio. Circulum enim α β γ δ, tangat recta linea quædam ε ζ in β signo: & à signo β, ducatur recta linea quædam in circulum α β γ δ, eum secãs, sitq; β δ. Aio quod anguli quos β δ simul cum ε ζ tangente conficit: angulis qui sunt in alternis segmentis circuli sunt æquales. hoc est quod angulus ζ β δ: æqualis est angulo existenti in β α δ segmento & angulus ε β δ, æqualis est angulo existenti in β γ δ segmento. Excitetur enim (per 11 primi) ab ipso β, ipsi ε ζ ad rectos angulos β α. Sumaturq; in β δ circunferentia, signum utcunq; sitq; illud γ, & connectatur α γ, δ γ & γ β. Et quoniam circulum α β γ δ, quædam recta linea tangit ε ζ in β, & ex β contactu ducta est ipsi cõtingenti ad angulos rectos β α: in ipsa β α igitur centrum est circuli α β γ δ (per 19 tertij) Angulus igitur α δ β in semicirculo existens (per 31 tertij) rectus est. Reliqui igitur anguli β α δ & α β δ, uni recto sunt æquales. Angulus autem α β ζ, rectus est Angulus igitur qui sub α β ζ, est æqualis eis qui sunt sub β α δ & α β δ angulis. Communis auferatur angulus α β δ. Reliquus igitur angulus δ β ζ, æqualis est angulo β α δ existenti in alterno segmento circuli. Et quoniã in circulo quadrilaterum est α β γ δ, eius anguli ex opposito duobus rectis sunt æquales (per 22 tertij) anguli igitur δ β ζ & δ β ε, eis qui sunt sub β α δ & β γ δ anguli sunt æquales. Quorũ angulus β α δ, ostensum est q̃d æqualis est ipsi δ β ζ angulo. Reliquus igitur angulus qui sub δ β ε, angulo δ γ β. in alterno segmento δ γ β existenti est æqualis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem in circulum ducta fuerit aliqua recta linea circulum secans, anguli quos efficit ad tangentem, ijs qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis æquales, quod erat demonstrandum.

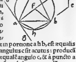
Eucli. ex Camp. Propositio 32.

32 **SVper datã lineã, circuli portionem describere: capientẽ angulũ dato angulo æqualẽ, seu rectũ, seu maiorẽ, seu minorẽ recto.**

CAMPANVS. Sit a b linea data, & c datus angulus. Super lineã a b uolo describere unã circuli portionẽ, recipientẽ in circũferẽtia rectilineũ angulũ æqualẽ angulo c. Si igitur fuerit angulus c, rectus: diuisa a b per mediũ, describã sup eam semicirculũ, factumq́ erit propositum, per primam partem 30 huius.



Si autem sit obtusus: ducam lineam d a cum linea b a, continentem æqualem angulum angulo c: & à puncto a ducam lineam a e, perpendicularem super lineam a d. Et super punctum b faciam angulum per 23 primi æqualem angulo e a b, in quo obtusus excedit rectum, ducta linea b f usq; ad perpendicularem a e: eruntq́ per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f centro circuli, describam secundum quantitatem lineæ f a circulum a h b: eritq́ per correlarium 16 huius, linea a d, contingens circulum: quare per præmissam, angulus qui fit in portione a h b, est æqualis d a b, quare & angulo c, quod est propositum.



Si aũt angulus c sit acutus: producã lineã a g, cõtinentem cum linea a b, continentẽ angulũ æqualẽ angulo c, & à puncto a ducam a e, perpendicularem ad lineam a g: & super punctum b faciam angulũ æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum, ducta linea b f usq; ad perpendicularẽ a e, eritq́ per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f, centro circuli, describam secundum quantitatem lineæ f a, circulum a k b: eritq́ per correlarium 16 huius, linea a g cõtingens circulũ: quare per præmissam, angulus qui fit in portione a k b, est æqualis angulo g a b, quare & angulo c, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propositio 33.

33 **Super data recta linea, describere segmentum circuli capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.**

THEON ex Zamberto. Sit data recta linea α β datus uero angulus rectilineus sit γ. oportet iam super data recta linea α β. describere segmentum circuli suscipiens angulum æqualẽ ipsi angulo qui ad γ. Angulus igitur qui ad γ.



aut est acutus, aut rectus, aut obtusus. Sit primum acutus, sicut in prima descriptione, & constituatur (per 23 primi) ad α β rectam lineam & ad in ea signum α, ipsi angulo γ æqualis angulus δ α β. Angulus igitur δ α β, acutus est. Excitetur (per 11 eiusdem) igitur ipsi α δ ad angulos rectos α ε, seceturq́ per 10 primi, bifariã α β, in signo ζ. Et à signo ζ, ipsi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 11 eiusdem) & connectatur η β. Et quoniam æqualis est α ζ ipsi ζ β, communis autem ζ η. duæ igitur α ζ & ζ η, duabus ζ β & ζ η sunt æquales, & angulus qui sub α ζ η (per 4 primi) æqualis est ei qui sub η ζ β. Basis igitur α η (per 4 eiusdem) basi η β est æqualis. Centro igitur η, spatio uero η α (per 3 postulatum) circulus descriptus ueniat etiam per β, describatur, & sit α β ε, & connectatur ε β. Quoniam igitur ab extremitate ipsius α ε diametri, ab α signo ipsi α ε ad angulos rectos est α δ igitur α δ tangit circulũ α β ε (per correlariũ 16 tertij) Et quoniam circulũ α β ε tangit quædam recta linea α δ, & ab α contactu in ipsum circulum α β ε ducta est recta linea quædam α β: angulus igitur δ α β (per 32 eiusdem) angulo α ε β, existenti in alterno circuli segmento est æqualis. Sed angulus δ α β, et qui est ad γ angulo est æqualis. Angulus igitur qui ad γ. æqualis est ei qui sub α ε β est angulo. Super data igitur recta linea α β, segmentũ circuli descriptũ est suscipiens angulũ α ε β æqualem dato angulo qui ad γ. *Sed iam rectus sit angulus qui ad γ, & † opportunum sit. rursus super α β describere segmẽtum circuli suscipiens angulũ æqualem ei qui est ad γ recto. Constituatur enim rursus ad ipsam α β rectã lineã, ad signumq́; in ea α dato angulo rectilineo γ æqualis angulus qui sub β α δ (per 23 primi) sicut in secũda habetur descriptiõe. Seceturq́ (per 10 primi) α β, bifariã in ζ, & centro ζ. spatio uero ζ α aut ζ β: circulus describatur α ε β (per 3 postulatũ) Tangit igitur recta linea α δ, circulũ α ε β quoniã angulus qui ad α, rectus est. Et angulus β α δ æqualis*

† δέον ἦν

æqualis est angulo qui est in segmento α ε β: rectus etenim & ipse est qui in semicirculo existit (per 31 tertij. Sed angulus β α δ, ei qui ad γ est angulo æqualis est. Descriptum est igitur iterum super α β: segmentum circuli α ε β, capiens angulum æqualẽ ei qui ad γ est angulo.

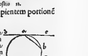


Sed iam esto angulus qui ad γ, obtusus, & constituatur ei iterum ad α β rectam lineam & ad α signum: æqualis angulus β α δ (per 23 primi) sicut habet tertia descriptio, & ipsi α δ ad angulos rectos (per 11 eiusdem) excitetur α ε, secetur'que rursus α β bifariam in signo ζ (per 10 eiusdem) & ipsi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 11 eiusdem) & connectatur η β. Et rursus quoniam æqualis est α ζ ipsi ζ β, & communis ζ η: duæ igitur α ζ & ζ η, duabus β ζ & ζ η sunt æquales: & angulus α ζ η (per 4 postulatum) angulo β ζ η est æqualis: basis igitur α η (per 4 eiusdem) basi β η est æqualis. Centro igitur η, spatio autem η α (per 3 postulatum) circulus descriptus, transibit per β, transeat sicut α β ε. Et quoniam ab extremitate α ε dimetientis, ad angulos rectos excitata est α δ: igitur (per correlarium 16 tertij) α δ tangit ipsum circulum α ε β & à contactu α extenditur α β. Angulus igitur β α δ (per 32 eiusdem) æqualis est angulo α ε β existenti in alterno segmento circuli. Sed angulus β α δ, ei qui est ad γ est æqualis. Igitur angulus qui est in α ε β segmẽto æqualis est ei qui est ad γ angulo. Super data igitur recta linea α β, descriptum est segmentum circuli α ε β capiens angulum æqualem ei qui ad γ est angulo, quod fecisse oportuit.

33 Eucli. ex Camp. Propositio 33.

A dato circulo, dato angulo æquum angulum capientem portionẽ abscindere.

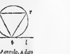
CAMPANVS. Sit a b datus circulus, & c datus angulus, uolo ergo à circulo a b, abscindere portionẽ unam capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e, cõtingentem datum circulum in puncto a, à quo duco in circulum lineam a b, continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c: eritq; per 31 huius, portio a b existens a parte lineæ a d: recipiens angulũ æqualem angulo c, quod est propositum.



34 Eucli. ex Zamb. Problema. 6. Propositio. 34

A dato circulo, segmentum abscindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamberto. Esto datus circulus α β γ: datus uero angulus rectilineus qui ad δ oportet iam ab α β γ circulo, segmẽtum abscindere capiens angulum æqualem ei qui ad δ est angulo. Excitetur enim (per 17 tertij. linea tangens circulũ sitq; illa ε ζ, & tangat in β signo. Et constituatur (per 23 primi) ipsi ε ζ rectæ lineæ & in ea signo β, angulo qui ad δ, æqualis angulus ζ β γ. Quoniam igitur circulum α β γ tangit quædam recta linea ε ζ & in ε, & à contactu β ducta est β γ. angulus igitur ζ β γ (per 32 tertij) æqualis est angulo β α γ consistenti in alterno segmento. Sed angulus ζ β γ: ei qui est ad δ est æqualis. igitur angulus existens in β α γ segmento, æqualis est ei qui est ad δ angulo. A dato igitur circulo α β γ segmentum abscissum est β α γ, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo, quod fecisse oportuit.

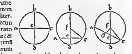


34 Eucli. ex Camp. Propositio. 34.

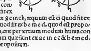
Si intra circulum duæ rectæ lineæ sese inuicem secent, quod sub duabus partibus unius earum procedit, æquum est ei rectangulo quod sub duabus alterius lineæ partibus continetur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a c & b d, secãtes se in circulo a b c d, super punctum e. Dico quod illud rectangulum quod fit ex a e in e c: æquũ est ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d transibunt per centrũ circuli: aut altera tantũ, aut neutra. Quod si ambæ transeãt per centrũ, erit e centrũ circuli, omnesq; quatuor lineæ æquales, quare liquet propositũ. Quod si altera earũ tantũ trãsit per centrũ, sit illa b d, centrũq; circuli sit f. Aut ergo b d secabit a c per æqualia

aut

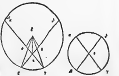


aut per inæqualia. Secet ergo primo per æqualia: eritque per primam partem tertij huius, secãs eam orthogonaliter. Ducatur itaque linea f c eritque per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f: æquale quadrato lineæ f d: quare & quadrato lineæ f c: ergo per penultimã primi, & quadratis duarum linearum f e & e c. Dempto ergo utrinque quadrato e f: erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c: & quia e c est æqualis a e, per 46 primi patet propositum. Quod si b d transiens per centrum, secat a c per inæqualia, a centro f ducatur f g perpendicularis ad a c: eritque per secundam partem tertij huius, a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritque per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (& ideo per penultimã primi cum quadratis duarum linearum f g & g e, propter id quod angulus f g e est rectus) æquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c, propter quod per penultimam primi & quadratis duarum linearũ f g & g c. Dempto ergo utrinque quadrato lineæ f g, erit quod fit ex b e in e d cum quadrato lineæ g e, æquale quadrato lineæ g c: sed per 5 secundi, quod fit ex a e in e c cum quadrato lineæ g e est æquũ ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur utrinque quadrato lineæ g e, erit quod fit ex b e in e d, æquale ei quod fit ex a e in e c, quod est propositum. Quod si neutra earũ transit per centrum, siue altera diuidat alteram per æqualia siue per inæqualia: producam lineam g f e h diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram per æqualia ut b d ipsam a c, tunc g h diuidit etiam a c per æqualia: ergo orthogonaliter per tertiam huius: ergo per secundum modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h: æquum est ei quod fit ex a e in e c: & per tertium modum huius quod fit ex g e in e h, æquum est ei quod fit ex b e in e d: ergo quod fit ex a e in e c, æquum est ei quod fit ex b e in e d, quod est propositum. At si neutra diuidat alteram per æqualia, erit per tertium modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h, æquale utrique eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare unum eorum erit æquale alteri, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 35.

35 Si in circulo duæ rectæ lineæ se ad inuicem secuerint: rectangulum comprehensum sub segmentis unius, æquum est ei quod sub segmẽtis alterius comprehenditur rectangulo.



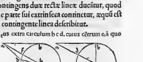
THEON ex Zamberto. *In circulo enim α β γ δ: duæ rectæ lineæ α γ & β δ sese inuicem secent in signo ε. Dico quod rectangulum comprehensum sub α ε & ε γ: æquum est rectangulo comprehenso sub δ ε & ε β. Si enim α γ & β δ per centrũ sunt, ut ε centrum sit circuli α β γ δ: manifestum est quod cum α ε, ε γ, δ ε, & ε β sint æquales, rectangulũ comprehensum sub α ε & ε γ æquum est ei quod comprehenditur sub δ ε & ε β rectangulo. Sint iam α γ & δ β non extensæ per centrum: & sumatur centrum circuli α β γ δ. sitque illud ζ (per primam tertij) & a ζ in α γ & δ β rectas lineas: ducantur (per 12 primi) perpendiculares ζ η & ζ θ: & connectantur ζ β, ζ γ, & ζ ε. Et quoniam (per 3 tertij) recta linea quædam per centrum extensa ζ η, quandam rectam lineam non per centrum transeuntem α γ ad angulos rectos secat: etiam bifariam eam secabit: æqualis igitur est α η ipsi η γ. Et quoniam recta linea α γ dissecta est in æqualia in η, in inæqualia autem in ε: rectangulum igitur comprehensum sub α ε & ε γ una cum eo quod fit ex ε η (per 5 secundi) quadrato, æquum est ei quod fit ex η γ. Cõmune apponatur id quod fit ex η ζ. Quod igitur sub α ε & ε γ una cum iis quæ fiunt ex ε η & η ζ, æquum est eis quæ fiunt ex γ η & η ζ. Sed eis*

quæ fiunt ex ε ι, & ι ζ, æquū est id quod fit ex ζ ε, (per 47 primi, eis autē quæ fiunt ex η ι & ι ζ, æquū est id quod fit ex ζ η, (per eandem) Quod igitur continetur sub α ε, & ε η, una cum eo quod fit ex ζ ε, æquum est ei quod fit ex ζ η. Aequalis autem est ζ η ipsi ζ β. Ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur sub α ε, & ε η, una cum eo quod fit ex ε ζ, æquum est ei quod fit ex ζ β. Et per hoc quod continetur sub δ ε, & ε β, una cum eo quod fit ex ζ ε, æquum est ei quod fit ex ζ β. Ostensum autem continetur sub α ε, & ε η, una cum eo quod fit ex ζ ε, æquum est ei quod fit ex ζ β. Quod cōtinetur igitur sub α ε, & ε η, unà cū eo quod fit ex ζ ε, æquū est ei quod continetur, sub δ ε, & ε β, una cum eo quod fit ex ζ ε. Commune auferatur id quod fit ex ζ ε. Reliquum igitur rectangulum comprehensum sub α ε, & ε η, æquum est rectangulo comprehenso sub δ ε, & ε β. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis unius, æquum est rectangulo comprehenso sub segmentis alterius, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 SI extra circulum punctus signetur, ab eo autem ad circulum alia linea secans, alia contingens duæ rectæ lineæ ducātur, quod sub tota secante atque parte sui extrinseca continetur, æquū est ei quadrato quod ex contingente linea describitur.

CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius cētrum e, à quo ducantur ad circulum, duæ rectæ lineæ a b contingens & a d c, secans. Dico quod illud quod fit ex a c in d a, æquum est quadrato lineæ a b. Autenim a d c, trāsit per centrum, aut nō. Transeat ergo primo per centrum quod est e, & ducatur linea e b, quæ per 17 huius perpendicularis erit super lineam a b. Et quia linea d c diuisa est per æqualia in puncto e, & est ei addita linea d a, erit per sextam secundi, quod fit ex c a & a d cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadrato lineæ e a, & ideo per penultimam primi, æquale quadratis duarum linearum e b, & b a, propter id quod angulus b, est rectus. Dempto ergo utrinq; quadrato e b, erit quod fit ex c a, in a d. æquale lineæ a b, quod est propositum. Quod si linea a d c non transit per centrum: sumatur a f e g, transiens per centrum, & ducantor lineæ e d & e h, & sit e h, perpendicularis ad a d c, eritque per 3 huius, d h, æqualis h c. Quia ergo linea d c diuisa est per æqualia in puncto h, & addita sibi linea a d, erit per 6 secundi, quod fit ex c a, in a d, cum quadrato d h: æquale quadrato lineæ a h. Ergo addito utrinque quadrato h e, erit quod fit ex c a in a d, cum quadratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e, propter id quod angulus h, est rectus, & ideo cum quadrato e f, propter id quod e d & e f sunt æquales, æquale quadratis duarum linearū a h, & h e, & ideo per penultimam primi quadrato lineæ a e. Sed per sextam secundi, quod fit ex g a, in a f, cum quadrato f e, æquale est quadrato lineæ a e. Quia ergo utrumque eorum quæ fiunt ex c a, in a d & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e, est æquale quadrato lineæ a e, ipsa erunt inter se æqualia. Dempto ergo utrinque quadrato lineæ e f, erit quod fit ex c a in a d, æquale ei quod fit ex g in a f, est æquale quadrato lineæ a b, per præmissum modum huius. Ergo quod fit ex c a, in a d est æquale quadrato lineæ a b. Quod est propositum.



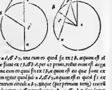
CAMPANI additio. Et ex hac nota, quod puncto extra circulum signato, si ab ipso ad circulum quodlibet secantes lineæ ducantur, rectangula quæ continentor sub totis & earum portionibus extrinsecis, adinuicem sunt æqualia, quoniam omnia sunt æqualia quadrato lineæ contingentis. Nota etiam quod si a quolibet puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad circulum ipsum ducantur, ipsæ erunt adinuicem æquales, Erit enim quadratum utriusque earum, æquale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulū in partē eius extrinsecā. Hoc autē euidentius patet per penultimā primi.



Sic

Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius centrum e, & ab ipso a ducantur duæ lineæ a b & a d, contingẽtes circulum in punctis b, d. Dico ipsas esse æquales. Producam enim lineas e a, e b, & e d. eritque per 17 huius uterque angulorũ b & d, rectus. Quare per penultimam primi, quadratum a e, erit æquale duobus quadratis duarũ linearum a b, & b e, similiter quoque & duobus duarũ a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e, sunt æqualia quadratis duarũ a d & d e. Et quia quadrata duarum quæ sunt b e & e d sunt æqualia, erunt quadrata duarũ quæ sunt a b & a d, æqualia: ergo est a b, æqualis a d. quod est propositum. Aliter etiam. Ducatur linea b d, eritq; per 5 primi, angulus e b d, æqualis angulo e b d, propter id quod linea e b, est æqualis lineæ e d. Et quia uterque duorum angulorum b & d est rectus, erit per communem scientiã angulus a b d residuus, æqualis angulo a d b residuo, per sextã ergo primi: est linea a b, æqualis lineæ a d. *Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 36.*

36 Si extra circulum sumatur signum aliquod, ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earũ altera circulum dispescat, altera uero tangat, quod sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod fit ex tangẽte quadrato.



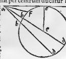
THEON ex Zamb. Extra enim circulum α β γ, sumatur signũ aliquod, sitq; illud δ, & ab ipso δ, in circulum α β γ, cadant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, secet autem circulum α β γ, recta linea δ γ α, & β δ, tangat. Dico quod rectangulum comprehensum sub α δ & δ γ, æquum est ei quod fit ex β δ, quadrato. Recta linea δ γ α, aut est per centrum extensa, aut non. Sit primũ extensa per centrum, sitq; (per primam tertij) ζ, centrum circuli α β γ, & coniũgatur ζ β. Angulus igitur ζ β δ, rectus est. Et quoniam recta linea α γ bifariam dissecta est in ζ, adiacetq; ei recta linea γ δ, quod continetur igitur (per 6 secundi) sub α δ & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ γ, æquũ est ei quod fit ex ζ δ. Aequalis autem est ζ γ, ipsi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ β, æquum est ei quod fit ex ζ δ. Aequum autem est id quod fit ex ζ δ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ, per 47 primi, rectus enim est angulus qui est sub ζ β δ. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ β, æquum est eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ. Commune auferatur id quod fit ex ζ β. Reliquum igitur quod sub α δ, & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ β, tangente. Sed recta linea δ γ α, non sit extensa per centrum circuli α β γ, sitque (per primam tertij) centrũ circuli α β γ, & ab ε, in α γ, (per 12 primi) perpendicularis ducatur ε ζ, & connectantur ε β, ε γ, & ε δ, rectus igitur est angulus ε ζ δ. Et quoniam recta linea quædam per centrum extensa ε ζ, (per 3 tertij) rectam lineam quandam non extensam per centrum α γ, ad angulos rectos secat, etiam bifariam eam secat. igitur α ζ, ipsi ζ γ, est æqualis. Et quoniam recta linea α γ, bifariam diuiditur in ζ signo, adiacet autem ei γ δ, quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit sub ζ γ, æquũ est ei quod fit ex ζ δ, (per 6 secũdi) Commune apponatur quod fit ex ζ ε. Quod igitur cõtinetur sub δ α, & δ γ, una cum eis quæ fiunt ex γ ζ, & æqualia sunt eis quæ fiunt ex ζ δ, & ζ ε. Eis autẽ quæ fiunt ex ζ δ, & ζ ε, æquum est id quod fit ex ζ δ, (per 47, primi) angulus namque qui est sub ε ζ δ, rectus est. Eis uero quæ fiunt ex γ ζ, & ζ ε, (per eandem, æquum est id quod fit ex γ ε. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex, ε γ, æquum est ei quod ex ε δ. Aequalis autem est ε γ, ipsi ε β, ex centro enim in circunferentiam. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ε β, æquum est ei quod fit ex ε δ. Ei autem quod fit ex ε δ, (per 47 primi) æqualia sunt quæ fiunt ex ε β, & β δ, angulus enim qui sub ε β δ, rectus est. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ε β, æquum est eis quæ fiunt ex ε β, & β δ. Commune auferatur quod fit ex ε β: reliquum igitur quod continetur sub α δ & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ β, Si extra circulum igitur sumatur signũ aliquod, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstraße oportuit.

Eucli ex Camp. Propositio 36

36 SI fuerit punctus extra circulum signatus à quo duæ lineæ ad circunferentiam ducantur altera secans, altera circunferentiæ applicata, fueritq; quod ex ductu totius secantis in partẽ sui extrinsecã

æquum ei quod ex ductu applicatæ in seipsam fit, erit linea applicata ex necessitate circulum contingens.

CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius cẽtrum e, à quo ducãtur ad circulum linea a b d, secans ipsum, & linea a c, applicata circunferentiæ, & esto ut quod fit ex d a in a b, sit æquale quadrato a c. Dico lineam a c, esse contingentẽ. Et est hæc conuersa prioris. Si enim non est contingens, sit ergo contingens linea a f, eritq́ per præmissam quod fit ex d a in a b, æquale quadrato lineæ a f. quare quadratũ lineæ a f, est æquale quadrato lineæ a c, ergo a c, est æqualis a f, quod est impossibile per 8 huius. Erit ergo a c, contingens, quod est propositum. Idem ostensiue probabitur. Maneat prior dispositio & hypothesis. Et si linea a b d. transit per centrum ducatur linea c e, erit per 6 secundi, quod fit ex d a in a b, cum quadrato e b, & ideo cum quadrato e c, æquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a b, positũ est æquale quadrato a c: ergo quadratum a c, cum quadrato c e, est æquale quadrato a e: ergo per ultimam primi, angulus c est rectus. Ergo per corrolarium 15 huius, linea a c, est contingens circulum, quod est propositum. Si autem a b d, non transit per centrum, ducatur a puncto a, linea transiens per cẽtrum. Et quia qđ fit ex hac tota in eius partẽ extrinsecam, est æquale ei quod fit ex d a, in a b, per præmissam, ipsum erit æquale quadrato lineæ a c, quare ut prius a c, erit contingens circulum.



Eucli ex Zamb. Theorema 31. Propositio 37. Conuersa præcedentis.

37 Si extra circulum sumatur signum aliquod, & ab eo signo in circulum duæ rectæ lineæ inciderint, & earum altera circulum secet, altera uero incidat, sit autem quod fit sub tota secãte, & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam æquale ei quod fit ex incidente, incidens circulum tanget.

THEON ex Zamberto. Extra circulum igitur α β γ, sumatur signũ sitq́ illud δ, & ab ipso δ, in circulum α β γ, incidant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, & δ γ α, quidem circulũ secet, & δ β, incidat. Sit autẽ quod cõtinetur sub α δ, & δ γ æquum ei quod fit ex δ β. Dico quod δ β, ipsum tangit circulũ α β γ. excitetur enim (per 17 tertij) recta linea contingens circulum α β γ, sitq́ illa δ ε. Sitq́ (per primam eiusdem) ζ, centrum circuli α β γ, & connectantur ζ ε, ζ β, & ζ δ. Angulus igitur ζ ε δ, rectus est. Et quoniam recta linea δ ε, ipsum circulum α β γ, tangit, & recta linea δ γ α, secat: quod cõtinetur igitur sub α δ, & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ ε. Ponitur autem quod id quod continetur sub α δ, & δ γ, æquum sit ei quod fit ex δ β. Quod igitur fit ex δ ε, æquum est ei quod fit ex δ β. Aequalis igitur est δ ε, ipsi δ β. Est autem & ζ ε, æqualis ipsi ζ β, ex centro enim in circumferentiam. Duæ iam δ ε, & ε ζ, duabus δ β, & β ζ, sunt æquales, & basis communis est ζ δ. Angulus igitur δ ε ζ, (per 8 primi) angulo δ β ζ, est æqualis. Rectus autem est angulus δ ε ζ, rectus igitur est, & qui sub δ β ζ. Et ζ β, etiã dimetiens est, quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur: circulum tangit (per 16 tertij). Recta linea igitur δ β, circulum α β γ, tangit. Similiterq́ ostẽdetur, si centrum super α γ, fuerit. Si extra circulum igitur sumatur signum aliquod, & reliqua quæ sequũtur, quod demonstrasse oportuit.



TERTII LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVARTVS

Ex Campano. Diffinitiones

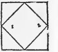
Igura intra figuram dicitur inscribi, quando ea quæ inscribitur eius in qua inscribitur latera unoquoque suorum angulorum ab interiore parte contingit.



2 Circunscribi uero figura figuræ perhibetur, quoties ea quidem figura eius cui circunscribitur omnibus omnes angulos contingit.

Ex Zamberto. Diffinitiones.

Igura rectilinea in figura rectilinea describi dicitur, quando unusquisque inscriptæ figuræ angulus, unumquodque latus eius in qua describitur tangit. 2 Figura autem similiter circa figuram describi dicitur, quando unumquodque latus circunscriptæ, unumquenque angulum eius circum quē describitur tangit. 3 Figura rectilinea in circulo describi dicitur, quādo unusquisque angulus inscriptæ circuli circunferentiam tangit.



4 Circulus uero circa figuram rectilineam describi dicitur, quando circuli circunferētia unumquenque eius circum quam describitur, angulum tangit. 5 Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur, quando circuli circunferentia unumquodque latus eius in qua describitur tangit. 6 Figura uero rectilinea circa circulum describi dicitur, quando unumquodque latus circūscriptæ circunferentiā tangit. 7 Recta linea in circulū coaptari dicitur, quando eius extrema in circuli circunferentiam cadunt.

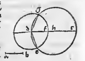


Eucli. ex Camp. Propositio 1.

Ntra datum circulum, datæ lineæ rectæ quæ diametro minime maior existat, æquam rectam lineam coaptare.

CAMPANVS. Sit linea data a b, circulúsque datus c d e, cuius diameter c d, qua non est maior linea a b, uolo intra datum circulum, coaptare lineam æqualem a b. quæ si fuerit æqualis diametro, constat propositum. Si autem minor, ex diametro sumatur d f, ei æqualis, & super punctum d, secundum quantā

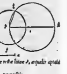
quantitatem lineæ d f, describatur circulus f e g, secans datum circulum in punctis g & e. ad alterũ quorũ ducatur linea a puncto d, ut d e, uel d g, eritq; utralibet earum æqualis lineæ a b, eo quod utraque earum est æqualis lineæ d f, per diffinitionem circuli, quare habemus propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 1

1 In datum circulum, duæ rectę lineæ quæ circuli diametro maior non est, æqualem rectam lineam coaptare.

THEON ex Zamb. Esto datus circulus α β γ, data uero recta linea nõ maior circuli diametro, esto δ, oportet iam in datũ circulum α β γ, ipsi δ, rectæ lineæ æqualem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli α β γ, dimetiens, sitque β γ, Si β γ, æqualis est ipsi δ, iam factum est id quod proponitur, in datum enim circulum α β γ, coaptata est, recta linea β γ, æqualis ipsi δ. Si autem nõ: maior est β γ, quàm δ, ponatur (per 2 primi,) ipsi δ, æqualis γ ε. Et centro quidẽ γ, spatio uero γ ε, (per 3 postulatum) circulus describatur ε α ζ, & connectatur γ α. Quoniam igitur centrum circuli ε α ζ, est signum γ, (per 15 diffinitionẽ primi) æqualis est γ α, ipsi γ ε. Sed ipsi δ, æqualis est ipsa γ ε. Igitur (per primam communem sententiam & δ, æqualis est ipsi α γ. In datum circulum igitur α β γ, datæ rectæ lineæ δ, æqualis aptata est γ α, quod oportebat facere.



Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 INtra assignatum circulum, triangulum triangulo assignato æquiangulum collocare.

CAMPANVS Sit assignatus triangulus a b c, assignatusq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum, collocare unum triangulum æquiangulum triangulo a b c, æquilaterum enim non est necessarium esse, sed est possibile. Produco g d h, contingẽtem circulum in puncto d, super quem facio angulum h d f, ducta linea d f, æqualem angulo c, & angulum g d e, ducta linea d e, æqualẽ angulo b, & protraho lineam e f, eritque per 31 tertij, angulus e, æqualis angulo c, quia uterque est æqualis angulo h d f c. quidem, per positionem. e uero per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f, æqualis angulo b: quare per 32 primi, d tertius, erit æqualis a, tertio, quare habemus propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 2

2 In dato circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum describere.

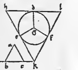
THEON ex Zamb. Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum δ ε ζ, oportet iam in dato circulo α β γ, ipsi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum describere. Excitetur enim (per 17 tertij,) recta linea tangens ipsum circulum α β γ, sitq; η α θ, & tangat in α, & constituatur (per 23 primi,) ad rectam lineam α θ, & ad signum in ea α, angulo qui est sub δ ε ζ, æqualis angulus θ α γ, ad rectam uero lineam α η, & ad signum in ea α, ei qui est sub δ ζ ε, angulo, æqualis angulus η α β, (per eandem,) & coniungantur β γ. Quoniam igitur circulum α β γ, tangit quædam recta linea η α θ, & ab α contactu in circulum ducitur recta linea α γ, angulus igitur est sub θ α γ, (per 32 tertij,) æqualis est angulo qui in alterno est circuli segmento, α β γ. Sed angulus θ α γ, ei qui sub δ ε ζ, est æqualis, angulus igitur α β γ, ei qui sub δ ε ζ, est angulo est æqualis. Et per hoc, angulus α γ β, ei qui est sub δ ζ ε, angulo, est æqualis. Et reliquus igitur angulus β α γ, reliquo ε δ ζ, est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, ipsi δ ε ζ, triangulo, & descriptum est in dato circulo α β γ. In dato igitur circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum descriptum est, quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 **Circa assignatum circulum, assignatu triangulo triãgulum æquiangulum describere.**

CAMPANVS. Sint ut prius assignatus triangulus a b c: assignatusq; circulus d e f, cuius centrum g, circa hunc circulum, uolo describere unum triangulum æquiangulum, triangulo a b c, æquilaterum enim non est necessarium, sed est possibile, Producam basin b c: in utramque partem, ut fiant duo anguli extrinseci, & à centro g producam lineam g d ad circunferentiam & constituam angulum d g e, ducta linea g e, æqualem angulo b, extrinseco, & d g f, ducta linea g f æqualẽ c extrinseco, & à punctis d e f, producam in utrãque partẽ lineas orthogonaliter, quæ per correlarium 15 tertij erunt contingentes circulum, quas protraham quousque concurrant in punctis h k l. Necesse est enim ipsas concurrere, cum enim uterq; angulorũ qui sunt ad d, & uterq; eorum qui sunt ad e, sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e, erunt duo anguli qui sunt ad partem b minores duobus rectis, quare per penultimam petitionẽ, in partẽ illã protractæ concurrent lineæ l d h, k e h. Eadem ratione concurrent duæ lineæ h d l, k f l: cum uterque angulorum qui sunt ad f, sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero h d e g duo anguli d & e, sunt recti erunt duo anguli g & h æquales duobus rectis: cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli: sunt æquales quatuor rectis: ut monstratum est supra 32 primi. Et quia duo anguli b intrinsecus & extrinsecus sunt similiter æquales duobus rectis per 13 primi, at uero b, extrinsecus positus est æqualis d g e, erit intrinsecus b, æqualis h. Simili quoque ratiõe erit c, intrinsecus, æqualis l. Et quia duo anguli b & c, intrinseci sunt minores duobus rectis per 17 primi: erunt similiter duo anguli h & l, minores duobus rectis: quare per penultimã petitionem, duæ lineæ h e & l f protractæ: concurrent in puncto k, fietq; triangulus h k l: & quia angulus h est æqualis angulo b intrinseco, & angulus l, angulo c intrinseco, erit per 32 primi: angulus k æqualis angulo a: quare habemus propositum.



3 Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propositio 3.

Circa datũ circulũ, dato triangulo æquiangulũ triangulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum sit δ ε ζ, oportet circa α β γ, circulũ, ipsi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triãgulũ describere. Extẽdatur ε ζ, ex utraq; parte, in η θ, signa. Et sumatur (per 1 tertij) centrũ circuli α β γ: sitq; illud κ. Et ducatur utcũq; recta linea κ β. Et constituatur (per 23 primi,) ad κ β, rectã lineam, ad signũq; in ea κ, angulo qui est sub δ ε η, æqualis angulus β κ α, angulo autem δ ζ θ, æqualis angulus β κ γ. Et per signa α β γ, (per 17 tertij) excitentur rectæ lineæ tangentes circulũ α β γ, sintq; λ α μ, μ β ν, ν γ λ. Et quoniã rectæ lineæ λ μ, μ ν, & ν λ, tangunt circulum α β γ, in signis α β γ & à centro κ, in α β γ, signa coniunctæ sunt κ α, κ β, & κ γ, anguli igitur qui sunt ad signa α β γ, recti sunt, Et quoniam quadrilateri α μ β κ, quatuor anguli quatuor rectis sunt æquales quoniã quadrilaterũ α μ β κ, in duo triangula diuiditur quorũ anguli κ α μ & κ β μ, duo recti sunt: reliqui igitur anguli α κ β, & α μ β, duobus rectis sunt æquales. Anguli autem δ ε η, & δ ε ζ, (per 13 primi,) duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur α κ β, & α μ β, anguli δ ε η, & δ ε ζ, sunt æquales, quorũ angulus α κ β angulo δ ε η, est æqualis: reliquus igitur angulus α μ β, reliquo angulo δ ε ζ, est æqualis. Similiter quoque ostendetur, quod & angulus λ ν γ, angulo δ ζ ε, est æqualis, & reliquus igitur angulus μ λ ν, reliquo angulo ε δ ζ, est æqualis: æquiangulum igitur est triangulum λ μ ν ipsi δ ε ζ, triangulo. & descriptum circa circulum α β γ. Circa circulum igitur datum: dato triangulo æquiangulum descriptum est, quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 **Intra datum triangulum, circulum describere.**

CAMPANVS. Sit assignatus triangulus a b c. Volo intra ipsum, circulum describere. Hæc est quasi conuersa secundæ Diuido enim duos eius angulos a & b, per æqualia a quidẽ: ducta linea a d b, uero ducta linea b d, quæ

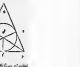
quæ concurrent in puncto d, a quo ducam perpendiculares ad tria latera ipsius trianguli d e, quidem, ad a b d f, ad a b c, & d g, ad a c. Et quia duocum triangulorum e a d, & g a d, angulus a unius, est æqualis angulo a alterius, & uterque angulorũ e & g, rectus, & latus a d, cõmune, erit per 26 primi, linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cũ duorũ triangulorũ e b d, & f b d, angulus b, unius, sit æqualis angulo b alterius, & uterque angulorũ e & f, rectus, latus quoque d b cõmune, erit per eandẽ, linea e d æqualis lineæ d f, quare tres lineæ d e, d f, d g, sunt æquales. Posito ergo cẽtro in d, descriptus circulus secũdũ quãtitatem unius earũ trãsibit per 9 tertij per reliquarũ duarũ extremitates. Et quia per correlarium 15 tertij, unaquæque linearum a b, b c, c a, est contingens circulum. patet perfectum esse propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 4

In dato triangulo, circulum describere.

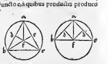
THEON ex Zamb. Sit datum triangulum α β γ. oportet iam in triangulo α β γ. circulum describere. Secentur (per 9 primi) anguli α β γ, & α γ β, bifariam, per rectas lineas β δ, & γ δ, quæ concurrant adinuicem in signo δ. Excitenturque (per 12 primi) ab ipso δ, in ipsas α β, β γ, & γ α, rectas lineas perpendiculares δ ε, δ ζ, & δ η. Et quoniam æqualis est angulus α β δ, angulo γ β δ, & angulus β ε δ, rectus æqualis est angulo β ζ δ, recto: duo iam triangula sunt ε β δ, δ ζ β, duos angulos duobus angulis habẽtia æquales, & unũ latus uni lateri æquale β δ, scilicet quod commune ipsis est æqualium angulorum subtendẽs unũ, & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt, æqualis igitur est δ ε, ipsi δ ζ, & per hoc etiam δ η, ipsi δ ζ, est æqualis. quare & δ ε, ipsi δ η, est æqualis, tres igitur δ ε, δ ζ, & δ η, sibi inuicem sunt æquales (per 1 cõmunem sententiam) Cẽtro igitur δ, spatio uero aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, circulus descriptus, per reliqua signa transibit, & tanget rectas lineas α β, β γ, & γ α, quoniam anguli ad ε ζ η, signa existentes, recti sunt. Si enim eas secat, erit ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos excitata, in circulum cadens, quod esse impossibile, patuit (per 16 tertij) Circulus igitur descriptus centro δ, spatio uero aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, rectas lineas α β, β γ, & γ α, non secat, tanget igitur, & erit circulus descriptus in triangulo α β γ. In dato triãgulo igitur α β γ, circulus descriptus est ε ζ η. Quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 5

Circa trigonum assignatum, siue illud sit orthogonium, siue amblygonium, siue oxygonium: circulum describere.

CAMPANVS. Sit trigonus assignatus a b c. Volo circa ipsum describere circulum. Hæc est quasi conuersa terræ. Diuido duo eius latera a b & a c, per æqualia a b, quidem, in puncto d & a c, in puncto e, à quibus productis produco perpendiculares ad lineas a b & a c, quas protraho quousque cõcurrant in puncto f, sintque d f, & e f. Concurrent enim, quoniam cũ uterque angulorum d & e, sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e, fient duo anguli ad partem in quam protrabuntur, minores duobus rectis, quare concurrent per penultimam petitionẽ, igitur à puncto f, qui est punctus concursus, quẽ dico esse cẽtrum circuli quæsiti protraho lineas ad singulos angulos, quæ sunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f, duo latera a d & d f, sunt æqualia duobus lateribus b d & d f, trianguli b d f, & angulus d unius angulo d alterius, quia uterque rectus. erit per 4 primi f a, æqualis f b. Eadem ratione erit f a, æqualis f c, comparatis lateribus angulis duocum triãgulocum a c f, & c e f, ergo per 9 tertij punctũ f, erit centrum circuli quæsiti. Hæc est uniuersalis demonstratio ad omnes species trigoni. Quia tamen auctor uidetur uelle medium uariare distinguendo inter orthogonium, amblygonium & oxygonium, de quolibet eorũ sigillatim est demonstrãdũ. Sit ergo trigonus propositus orthogonus, sitque angulus a, rectus. Latus b c a, respiciens hunc angulum rectum, diuido per æqualia in f, à quo puncto quem di



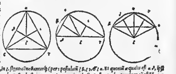
co esse centrum circuli,ad medium punctum utriusque duorũ reliquorum laterũ qui sit d,duco lineã f d. Et quia linea f d,diuidit duo latera a b & b c triãguli a b c per æqualia ipsa erit æquidistans tertio uidelicet lineæ a c,hoc enim demonstratũ est,supra 39 primi. Et quia angulus a positus est rectus, erit per secundam partem & per tertiã 29 primi, uterque angulorũ qui sunt ad d,rectus. Ducatur igitur linea f a,eritq́ per 4 primi,linea a f æqualis lineæ b f,comparatis adinuicem lateribus & angulis triãgulorum a d f,b d f. Et quia linea b f est æqualis lineæ c f,erunt tres lineæ b f,a f,c f,adinuicem æquales,quare per 9 tertij, erit f,centrũ circuli quæsiti. Sit rursus trigonus a b,amblygonius,sitq́ angulus a,obtusus. Latus b c respiciens hunc angulum obtusum,diuido per æqualia in puncto h,a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum,quæ sunt d & e,duco lineas h d & h e,eritq́ d h æquidistans a c,& e h æquidistans a b, propter id quod demonstratum est,supra 39 primi,uidelicet quod linea secans duo latera alicuius triãguli per æqualia tertio est æquidistans,quare per secundam partem 29 primi,erit uterque duorũ angulorũ b d h & c e h,æqualis angulo a,& ideo uterque obtusus. Ductis igitur perpendicularibus d f,ad lineam a b,& e f,ad lineam a c,quousque concurrant in pũcto f quem dico esse centrum,circuli (manifestũ est enim eas concurrere,propter causam prius dictam (secabit utraque earum,lineam b c quæ respicit obtusum,& concurrent extra triangulum a b c. Igitur a puncto f qui est punctus concursus earũ, produco lineas f a,f b,f c. quæ per 4 primi bis assumptam erunt æquales comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f,b d f,deinde aliorum duorũ a e f,c e f,quare per 9 tertij f,est centrum circuli quæsiti. Esto iterum ut trigonus a b c, sit oxygonius. Diuisis omnibus eius lateribus per æqualia,uidelicet latere a b,in puncto d,& latere a c,in pũcta e,& b c in pũcto h, protraho lineas d e,d h. & e h,eritq́ d h,æquidistãs a c,& e h ipsi a b. propter id quod demõstratum est super trigesimam nonam primi,quare per secũdam partem 29 primi,uterque anguloum b d h,c e h,erit æqualis angulo a,& ideo acutus. Ductis igitur perpẽdicularibus d f ad lineã a b,& e f,ad lineam a c,manifestum est eas concurrere intra triangulum a b c,sitque punctus concursus f,quem dico esse centrum circuli,produco enim lineas f a,f b,f c: quæ per 4 primi bis assumptam ut prius erunt æquales. quare per 9 tertij, erit f,centrum circuli quæsiti.



CORRELARIVM Per prædicta patet quod si triangulus fuerit orthogonius,centrũ circuli circunscribẽdi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto si fuerit amblygonius. centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius, cadet intra triangulum. Eucli. ex Zamb. *Problema 5* *Propositio 5*

5 Circa datum triangulum,circulum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ, oportet iam circa datum triãgulum α β γ,circulum describere. Secetur enim (per 10 primi) α β,& α γ,rectæ lineæ bifariam,in δ,& ε,signis, & ab ipsis δ ε,signis,ipsis α β,& α γ, (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur δ ζ,& ε ζ. Concurrũt aũt,aut intra ipsum triangulũ α β γ,aut in ipsa recta linea β γ, aut extra rectam lineam β γ. Concurrant igitur primũ intra ipsum triangulũ,in ζ, signo:cõnectanturq́ (per 1 postulatũ) ζ β, ζ γ,& ζ α. Et quoniã æqualis est α δ, ipsi δ β,cõmunis aut̃ δ ζ,& ad angulos rectos,basis igitur α ζ,(per 4 primi) basi ζ β,est æqualis, Similiter iã ostẽdemus quod etiã γ ζ,ipsi α ζ,est æqualis,quare ζ β,ipsi ζ γ,est æqualis. Tres igitur ζ α, ζ β,& ζ γ, sibi inuicem sunt æquales. Cẽtro igitur ζ,spatio uero aut ζ α, aut ζ β,aut ζ γ,circulus descriptus,trãsibit per reliqua signa & erit circulus descriptus circa triangulum α β γ,describatur iam sicut α β γ. Sed rectæ lineæ δ ζ,& ε ζ, cõcurrant super β γ,rectã lineã in signo ζ,sicut secunda habet descriptio,& cõnectatur α ζ,similiter quoq; ostẽdemus quod ζ,signũ centrũ est circuli descripti circa α β γ,triãgulũ. Sed iam δ ζ,& ε ζ,rectæ lineæ,cõcurrãt extra ipsum triãgulũ α β γ,in signo ζ. Rursus sicut habet tertia descriptio,coniungantur α ζ, ζ β,& ζ γ,rectæ lineæ,& quoniã rursus æqualis est α δ, ipsi*



δ β

δ β, cōmunis autē & ad angulos rectos δ ζ, basis igitur α ζ, (per 4 primi) basi β ζ, est æqualis. Similiter quoq; ostendemus, quod & γ ζ, ipsi α ζ, est æqualis. Centro rursus igitur ζ, spatio uero aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus descriptus transibit per reliqua signa, & erit descriptus circa α β γ, triangulum, describatur sicut α β γ. Circa datum igitur triangulum descriptus circulus est, quod facere oportebat.

CORRELARIVM. Et manifestum est quod quando introrsum trianguli, cadit centrum circuli, angulus β α γ, existens in maiore circuli segmento, recto minor est. Quando autē in β γ, rectā lineam, in semicirculo existēs angulus, rectus est. Quādo uero extra ipsam β γ, rectā lineā centrū cadit, angulus β α γ, existēs in minore circuli segmēto, recto maior est. Quare & quādo minor recto fuerit datus angulus, introrsum ipsius trianguli concurrūt δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ. Quando autē rectus: super β γ. Quando uero maior recto: extra ipsam β γ, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 INtra datum circulum quadratum describere.

CAMPANVS Sit datus circulus a b c d, cuius cētrū e, uolo intra ipsum describere quadratū. Protraho in ipso duas diametros a c & b d. secantes se orthogonaliter supra centrū e, quarū extremitates cōiungo, protractis lineis a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratū quæsitū, ipsæ enim erunt æquales adinuicem per 4 primi ter assumptā, propter id quod quatuor lineæ e a: e b e c, & e d. sunt æquales, & quatuor anguli qui sunt ad e, recti: sed unusquisq; quatuor angulorū a b c & d. est rectus, per primam partem 30 tertij, propter id quod quilibet eorum est in semicirculo erit igitur a b c d quadratū per diffinitionē. Quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 6

6 In dato circulo, quadratum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ oportet iam in circulo α β γ δ quadratum describere. Excitentur enim ipsius circuli α β γ δ, diametri ad angulos rectos adinuicem, sintq; α γ & β δ. & coniungantur α β, β γ, γ δ & δ α. Et quoniā æqualis est β ε, ipsi ε δ, (per diffinitionē 15 primi) centrū enim est ε, cōmunis autē & ad angulos rectos ε α, basis igitur α β, (per 4 primi) basi α δ est æqualis: & per hoc etiā utraq; ipsarum β γ, & γ δ, utrique ipsarum α β & α δ est æqualis. æquilaterum igitur est quadrilaterum α β γ δ. Dico quod etiam rectangulum quoniā enim recta linea β δ, dimetiens est circuli α β γ δ, semicirculus igitur est β α δ rectus igitur est angulus β α δ (per 31 tertij) & per hoc etiam unusquisque angulorum contentorum sub α β γ, β γ δ. & γ δ α, rectus est. Rectangulum igitur est quadrilaterum α β γ δ, ostensum autem est quod & æquilaterū quadratum igitur est (per 30 diffinitionem primi) & descriptum in circulo α β γ δ quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 CIrca propositum circulum quadratum describere.

CAMPANVS Sit propositus circulus a b c d: cuius cētrū e, uolo circa ipsum, describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros a c & b d. sē cantes se orthogonaliter super centrum e, à quarum extremitatibus duco in utrāq; partē lineas orthogonaliter, quousq; qualibet earū concurrat cū duabus lateralibus sintq; puncta cōcursus earū f g h k. eritq; per correlariū 15 tertij, uterque angulorū qui sunt ad unūquēq; quatuor punctorū b c d, rectus: quia ergo in quadrilatero a f b e tres āguli a b & e sunt recti, erit quartus angulus qui est f, rectus habet em quodlibet quadrilaterū, quatuor angolos æquales quatuor rectis ut demonstratum est supra 32 primi. Eadē ratione quilibet angulorum g h k, erit rectus: ergo per secundam partē 28 primi duæ lineæ f g & k h, itēq; duæ f k & g h, sunt æquidistantes, ergo per 34 primi f k est æqualis g h, & f g, ipsi k h. Et quia per eandem f k est æqualis b d, & f g ipsi a c: at uero a b d est æqualis a c: erunt quatuor lineæ f k & g h. & k h. æquales. Sed & quatuor anguli f g k h sunt recti: ut probatum est prius. ergo f g k h, est quadratum per diffinitionē. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 7. Propositio 7.

7 Circa datum circulum, quadratum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ. Oportet iam circa ipsum α β γ δ circulū: quadratum describere, Excitentur ipsius circuli α β γ δ duæ diametri ad angulos rectos adinuicē sintque α γ & β δ: & per signa

α, β, γ, δ, excitentur (per 17 tertij) rectæ lineæ tangentes circulum α β γ δ, sintq; ζ ε, ε θ, & θ ζ, Quoniam igitur recta linea ζ ε, ipsum circulum α β γ δ, tangit in signo α, & ab ι, centro in ipsum α, contactum coniungitur recta linea ι α, anguli igitur qui sunt ad α, sunt recti (per 18 tertij) & ob id etiam anguli qui ad β γ δ, signa sunt recti. Et quoniam angulus α ι β, rectus est, & angulus qui sub ι β ε, quoque rectus est: parallelus igitur est ε θ, ipsi α γ, (per 28 primi) & ob id quoque, α γ, ipsi ζ ε, parallelus est. Similiter quoque iam ostendemus, quod & utraque ipsarum ε ζ, & θ ε, ipsi β ι δ, parallelus est, parallelogramma igitur sunt ε δ, ε γ α ε, ζ β, & β ε, æqualis igitur est ε ζ, ipsi α ι, & ε θ, ipsi ζ ε (per 34 primi. Et quoniam æqualis est α γ, ipsi β δ, sed α γ, utrique ipsarum ε θ & ζ ε, est æqualis, & β δ, utrisque ipsarum ε ζ, & θ ε, est æqualis utraque igitur ipsarum ε θ, & ζ ε, utrique ipsarum ε ζ, & θ ε, est æqualis, æquilaterum igitur est ζ ε θ ε, quadrilaterum. Dico quod & rectangulum. Quoniam enim parallelogrammum est ε β ι α, & angulus α ι β, rectus igitur est & qui sub α ε β, est angulus, (per 34 primi, similiter quoque ostendemus quod & qui ad θ ε ζ, anguli consistunt recti sunt. Rectangulum igitur est, ipsum ζ ε θ ε quadrilaterum, demonstratum uero quod & æquilaterum, quadratum igitur est, & circa α β γ δ, circulum. descriptum est. Circa datum igitur circulum, quadratum descriptum est, quod oportebat facere.



8 Eucl. ex Camp. Propositio 8

Intra quadratum assignatum circulum describere.

CAMPANVS Sit quadratum assignatum a b c d. Volo intra ipsum: describere circulum. Hæc est quasi conuersa 6. Diuido unũquodque latus eius per æqualia: a d quidem in puncto f, b a in puncto g, c b in puncto h, & d c in puncto e. & produco lineas e g & f h, secantes se in puncto k: quem dico esse centrum circuli: erit enim f h æquidistans & æqualis a b, per 33 primi, propter id quod a f, & b h sunt æquales & æquidistantes. Similiter per eandem & d c, ipsi a b, & quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem æquales, erunt per 34 primi quatuor lineæ k e, k f, k g, & k h, æquales: ergo per 9 tertij k: est centrum circuli quæsiti.



Eucl. ex Zamb. Problema 8. Propositio 8

8 In dato quadrato, circulum describere.

THEON ex Zamb. Esto datum quadratum α β γ δ Oportet iam in α β γ δ, quadrato, circulum describere, secetur (per 10 primi) utraque ipsarum α β & α δ, bifariam in ι ζ, signis, & per ι, utrique ipsarum α β, & δ γ (per 31 primi) parallelus excitetur ι θ, & per ζ utrique ipsarum α δ, & β γ. (per 31 primi) parallelus excitetur ζ ε. Parallelogrammum igitur est unumquodque ipsorum α κ, κ β, κ θ, θ δ, κ ε, ε γ, β κ, & κ δ. & eorum latera, uidelicet quæ ex opposito, sunt æqualia (per 34 primi,) & quoniã æqualis est α δ, ipsi α β, & ipsius α δ. dimidiũ est α ι, & ipsius α β, dimidium est α ζ, æqualis igitur est α ι, ipsi α ζ, quare & quæ ex opposito (per eandẽ sunt æquales, æqualis igitur est ζ κ, ipsi ι κ. Similiter quoq; ostendemus quod & utraq; ipsarũ κ θ, & κ ε, utrique ipsarũ ζ κ, & κ ι, est æqualis. Quatuor igitur κ ι, κ ζ, κ θ, & κ ε: sibi inuicẽ sunt æquales, (per 1 communem scientiam.) Centro igitur κ, spatio uero aut κ ι, aut κ ζ, aut κ θ, aut κ ε, circulus descriptus, trãsibit etiam per reliqua signa, & tanget α β, β γ, γ δ, & δ α, rectas lineas: quoniam anguli qui sunt ad signa ι ζ θ ε recti sunt. Si enim circulus rectas lineas α β, β γ, γ δ, & δ α, secat, quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos, introrsum ipsius circuli cadit, quod est impossibile (per 16 tertij) Centro igitur κ, spatio autem aut κ ι, aut κ ζ, aut ζ θ, aut ζ κ circulus descriptus, ipsas rectas lineas α β, β γ, γ δ, & α δ non secat: tanget igitur ea. & in quadratũ α β γ δ, descriptus est. In dato quadrato igitur, & reliqua quæ sequũtur, quod facere oportebat.



Eucl. ex Camp. Propositio 9

9 Circa assignatum quadratũ circulũ describere.

CAMPANVS. Sit quadratum a b c d. Volo circa ipsum circulum describere, Hæc est quasi conuersa 7. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se in puncto e, quem dico esse centrum circuli. Cum enim lineæ a d, & a b, sint æquales: erunt per 5 primi anguli a d b, & a b d, æquales: & quia angulus totalis est rectus: erit (per 32 primi) uterque eorum medietas recti: simili



quoq;

quoq; modo probabitur quælibet partialiũ angulorũ à prædictis diametris & lateribus quadrati propositi contentorũ esse medietatẽ recti. Quia igitur angulus e a d, est æqualis angulo e d a, erit per 6 primi linea e a, æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b, & e c, æqualis e d, quare: quia quatuor lineæ e a, e b, e c, e d, sunt æquales, erit per 9 tertij, e centrum circuli quæsiti, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 9 Propositio 9

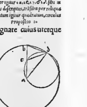
9 Circa datum quadratum, circulum describere.



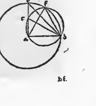
THEON ex Zamberto. *Sit datum quadratum α β γ δ, oportet iam circa α β γ δ, quadratum, circulum describere. Coniunctæ rectæ lineæ α γ, & δ β, sese inuicem secent in ε. Et quoniam æqualis est δ α ipsi α β, communis autem α γ, duæ igitur δ α, & α γ, duabus β α, & α γ, sunt æquales, altera alteri, & basis δ γ, (per 4 primi, basi β γ, est æqualis angulus igitur δ α γ, (per 8 primi) ei qui sub β α γ, est angulo æqualis est. Angulus igitur δ α β, bifariam diuisus est, per lineam α γ. Similiter iam ostendemus quod & unusquisq; angulorum qui sunt sub α β γ, β γ δ, & γ δ α, bifariam diuisus est per α γ, & δ β, rectas lineas. Et quoniam angulus δ α β, æqualis est angulo α β γ, & anguli δ α β, angulus ε α β, dimidium est, & anguli α β γ, dimidium est angulus ε β α, angulus igitur ε α β, angulo ε β α, est æqualis, quare (per 6 primi,) & latus ε α, lateri ε β, est æquale. Similiter iam ostendemus quod & utraque ipsarum ε γ & ε δ, rectarum linearum, utrique ipsarum ε α, & ε β, est æqualis. Quatuor igitur ε α, ε β, ε γ, & ε δ, sibi inuicem sunt æquales. Cẽtro igitur ε, spatio uero aut ε α, aut ε β aut ε γ, aut ε δ, circulus descriptus, trãsibit per reliqua signa & erit descriptus circa α β γ δ, quadratum, describatur sicut α β γ δ. Circa datum igitur quadratum, circulus descriptus est, quod fecisse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 DVum æqualium laterum triangulum designare cuius uterque duorum angulorum quos basis obtinet reliquo duplus existat.



CAMPANVS Intentio est describere unum triangulũ duum æqualium laterũ & tertij inæqualis, cuius uterque angulorum qui superlatus quod est reliquis inequale, existunt ad tertium duplus existat. Ad hoc autem faciendum sumatur linea quælibet quæ sit a b, quæ diuidatur secundum quod docet 11 secundi, in pũcto c, ita quod illud quod fit ex a b, in b c sit æquale quadrato a c. Factóque puncto a centro, secundum ipsius quantitatem describatur circulus b d e, intra quem per primam huius coaptetur linea b d, æqualis lineæ a c, & producantur duæ lineæ d a, d c, Dico triangulum a b d, esse qualis proponitur. Circunscribatur circulus qui sit d c a, per b huius triangulo d c a. Quia ergo linea d b, est æqualis lineæ a c, erit quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato lineæ b d, quare per ultimam tertij b d, linea, est contingens circulum d c a, & per 31 eiusdem, angulus c d b, est æqualis angulo c a d. Posito ergo communi angulo c d a, erit totus angulus b d a, æqualis duobus angulis c a d, c d a, sed per 32 primi, angulus b c d est æqualis eisdem, quia extrinsecus ad ipsos, ergo b d a, est æqualis angulo b c d, & quia angulus a d b, est æqualis angulo a b d, per 5 primi, eo quod latera a b, & a d sunt æqualia: erit angulus b c d, æqualis angulo c b d, ergo per 6 primi, linea c d, est æqualis lineæ b d, quare & lineæ c a, ergo per 5 primi, angulus c a d, est æqualis angulo c d a. Quia ergo uterque angulorum c d b, & c d a, est æqualis angulo c a d, erit totus angulus b d a, duplus ad angulum d a b, & ideo angulus a b d, sibi æqualis, duplus est etiam ad angulum b a d, quod est propositum.



CAMPANI *additio.* Forsan dicet aduersarius circulum d c a, circunscriptum trigono partiali, secare circulum b d e in aliquo pũcto arcus b d: ita q; simul secabit lineam b d unde ipsa nõ erit circulo applicata sicut in demõstratione supponitur, sed ipsum secãs. Sit ergo si possibile est, ut ponit aduersarius, & a puncto b, ducatur ad ipsum circulũ minorẽ, cõtingens b f, & ducãtur lineæ f a, f d, eritq; per penultimã tertij, quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato

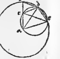
b f.



b f,ergo b f,est æqualis b d,quare per 5 primi, angulus b f d,est æqualis angulo b d f,& quia per 21 tertij,angulus b f a est æqualis angulo a d f,erit angulus b d f, maior angulo a d f.quod est impossibile:cum ipse sit pars eius. Aliter possumus illud refellere,& ostendere quod ille minor circulus nullo modo secabit lineam b d. Forsan enim diceret quod secaret eam,non secando arcũ d b,maioris circuli. Si enim possibile,est quod secet eam,sit hoc in puncto h,eritque quod fit ex a b in b c,æquale ei quod fit ex d b,in b h. Monstratum est enim supra penultimam tertij quod si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet lineæ secantes ad circulum ducantur,quæ sub totis & earũ portionibus extrinsecis continẽtur:æqualia sunt adinuicẽ. & quia quod fit ex a b,in b c,est æquale quadrato d b,quod est impossibile,per 2 secundi,quare constat propositũ. Et nota quod minor circulus necessario secabit maiorem,& abscindet ab eo arcum unũ æqualẽ arcui b d, maior abscindet similiter ab eodem unũ arcum æqualem arcui d c. Quod sic probatur. Si enim minor nõ



secat maiorem,contingit ergo ipsum in puncto d Et quia per 11 tertij circulorũ se contingentium centra & punctus contactus sunt in linea una,erit centrum minoris circuli in linea a d.propter hoc quod in ea est centrum maioris,& punctus contactus,ergo per 30 tertij angulus a c d.est rectus,quare & angulus a d b,est rectus,similiter & angulus a b d,sibi æqualis:est rectus,quod est impossibile per 32 primi. Secet ergo ipsum in punctis e d, dico arcum e d maioris, esse æqualem arcui d b.& arcũ e d minoris, esse æqualem arcui d c.Produco lineas d e,c e,& e a,eritque per 26 tertij,unusquisque quatuor angulorum qui sunt d e c,c e a,d a c,& a d c,æqualis alij,ppter id quod duo arcus d c,& c a, sunt æquales per 27 eiusdem.quare totalis angulus a e g,duplus est ad angulum b a d,& ideo æqualis utriq; angulorũ a b d & a d b Et quia angulus a e d est æqualis angulo a d e, per 5 primi. propter id qđ a e & a d,sunt æquales,à cẽtro enim ad circũferentiã,



erũt duo anguli e d,triãguli a e d æquales duobus angulis d & b,triãguli a d b:ergo per 32 primi,reliquus angulus a unius,est æqualis reliquo angulo a,alterius. Ergo per 25 tertij,arcus e d,maioris,est æqualis arcui d b,& per eãdẽ,arcus e d,minoris, est æqualis arcui d c,& hoc est quod proposuimus. Eucli ex Zamb. Problema 10 Propositio 10

10 Isosceles triangulum constituere, habens unumquenq; eorum qui ad basin sunt angulorum duplum reliqui.



THEON ex Zamb. Ponatur quædã recta linea α ε,seceturq; (per 11 secũdi) in γ,signo ut sub α β,& β γ.cõprehensum rectãgulũ æquũ sit ei quod fit ex γ α,quadrato,& cẽtro α,spatio uero α β.(per 3 postulatũ) circulus describatur β δ ε.Applicetur q; in circulũ β δ ε,ipsi α γ,rectæ lineæ quæ diametro ipsius β δ ε,maior nõ est circuli ε δ ε,æqualis recta linea β δ,(per 1 quarti,)& cõnectãtur α δ,& δ γ,describaturq; (per 5 quarti) circa α γ δ,triangulũ,circulus α γ δ ζ. Et quoniã cõtinetur sub α β,& β γ,rectangulũ æquũ est ei quod fit ex α γ,quadrato,æqualis autẽ est α γ,ipsi β δ,quod igitur continetur sub α β,& β γ,æquum est ei quod fit ex β δ. Et quoniam extra circulum α γ δ ζ,suscipitur signũ aliquod β,& ab ipso ε,in circulũ α γ δ ζ, ceciderint duæ rectæ lineæ β γ α,& β δ,& earũ una secat & altera incidit,& id quod cõtinetur sub α β,& β γ,æquũ est ei quod fit ex ε δ,igitur (per 37 tertij,) β δ,tãgit circulũ α γ δ ζ Quoniã igitur β δ,tangit in δ,signo,ab ipso autẽ δ,contactu ducta est δ γ,angulus igitur β δ γ,(per 32 tertij,)æqualis est ei qui in alterno est circuli segmẽto,angulo qui sub δ α γ. Quoniam igitur æqualis est angulus β δ γ,angulo δ α γ, cõmunis apponatur angulus γ δ α. Totus igitur angulus æqualis est duobus qui sub γ δ α,& δ α γ,sunt angulis. Sed eis qui sunt sub γ δ α,& δ α γ,æqualis est angulus exterior β γ δ,(per 32,primi,)& angulus igitur β δ α, æquus est angulo β γ δ. Sed angulus β δ α, ei qui sub γ β δ,

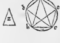
per q;

(per 5 primi) est æqualis, quoniam latus α δ, (per 15 diffinitionem primi) lateri α δ, est æquale, quare & angulus δ β α, (per 1 communem sententiam,) angulo β γ δ, est æqualis. Tres igitur anguli β δ α, δ β α, & β γ δ, sibi inuicem sunt æquales. Et quoniam æqualis est angulus δ β γ, angulo α γ δ, æquale est & latus β δ, lateri δ γ. Sed β δ, ipsi γ α, est æqualis per hypothesin, & α γ, igitur, ipsi γ δ, est æqualis. Quare & angulus γ δ α, (per 5 primi) angulo δ α γ, est æqualis. Igitur anguli qui sunt sub γ δ α & δ α γ, eius qui sunt sub γ α δ, dupli sunt. Angulus autem sub ε γ δ, angulis qui sunt sub γ δ α, & δ α γ, est æqualis. Et angulus igitur β γ δ, eius qui est sub γ α δ, anguli duplus est. Aequalis autem est angulus β γ δ, utrique ipsorum sub β δ α, & δ ε α, angulorum. Et uterque igitur eorum qui sunt sub β δ α, & δ β α, angulorum, eius qui est sub δ α β, duplus est. Isosceles igitur triangulum constitutum est α β δ, habens unumquemque eorum qui ad basin δ ε, sunt angulorum, duplicem reliqui, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

Intra datum circulum: æquilaterum atque æquiangulum pentagonum describere.

CAMPANVS Sit datus circulus a b c. Volo intra ipsum describere pentagonum unum æquilaterum atque æquiangulum. Designo triangulum unum qualem præmissa proponit, qui sit z, cui alium æquiangulum intra datum circulum describo sicut docet 2 huius, qui sit a b c, sitque uterque angulorum a b c & a c b, duplus ad angulum c a b. Vtrumque eorum diuido per æqualia, ductis lineis b e, & c d, eruntque per 26 tertij, quinque puncta a d b c e, diuidunt circulum, adinuicem æquales, propter id quod quinque anguli qui in dictos arcus cadunt, sunt adinuicem æquales. Continuatis igitur illis quinque punctis per lineas rectas quæ sunt a d, d b, b c, c e, & e a, erit pentagonus a d b c e, inscriptus dato circulo qualis proponitur. Est enim æquilaterus per 28 tertij, cum quinque arcus quorum eius quinque latera sunt chordæ, sint adinuicem æquales. Et etiam æquiangulus per 26 eiusdem, eo quod quinque arcus d a e, a e c, e c b, c b d & b d a in quos anguli ipsius pentagoni cadunt, sunt adinuicem æquales. Sicque constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 11 Propositio 11

In dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam in α β γ δ ε, circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Sumatur, (per 14) triangulum isosceles sitque illud ζ η θ, duplum habens unumquemque eorum qui sunt ad η θ, angulorum, reliqui, hoc est eius qui est ad ζ. Et describatur (per 2 quarti) in circulo α β γ δ ε, triangulo ζ η θ, æquiangulum triangulum α γ δ. Ita ut angulo qui ad ζ, angulus qui sub γ α δ, fiat æqualis, & uterque eorum qui sub α γ δ & γ δ α, sunt angulorum, utrique eorum angulorum qui ad η, & θ fiat æqualis, & uterque igitur eorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui est sub γ α δ, duplus est. Secetur (per 9 primi), uterque eorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, angulorum, bifariam per γ ε, δ β, rectas lineas, & coniungantur α ε, β γ, γ δ, δ ε, & ε α. Quoniam igitur uterque angulorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui sub γ α δ, est anguli duplus est, & dissecti sunt bifariam per rectas lineas γ ε, & δ β, quinque igitur anguli qui sunt sub δ α γ, α γ ε, ε γ δ, γ δ β, & β δ α, sibi inuicem sunt æquales. Sed anguli æquales, in æqualibus circunferentijs consistunt (per 26 tertij) quinque igitur circunferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales. Sed æqualibus circunferentijs, (per 29 eiusdem) æquales rectæ lineæ subtendantur, quinque igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales. æquilaterum igitur est pentagonum α β γ δ ε. Dico iam quod & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α β, circunferentiæ δ ε, est æqualis, communis apponatur β γ δ, tota igitur circunferentia α β γ δ, toti circunferentiæ ε δ γ β, est æqualis, & consistit quidem super α β γ δ, circunferentia, angulus α ε δ, & super ε δ γ β, circunferentia, consistit angulus β α ε, & angulus igitur qui sub β α ε, qui sub α ε δ, est angulo æqualis est, & ob idunusquisque eorum qui sunt sub α β γ, & β γ δ, & γ δ ε, angulorum, unicuique eorum qui sunt sub β α ε, & α ε δ, angulorum est æqualis. Aequiangulum igitur est pentagonum α β γ δ ε. ostensum autem est quod & æquilaterum. In dato circulo igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est, quod facere oportebat.

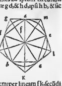


Eucli. ex Camp. Propositio 12

Circa

Circa propositum circulum, pentagonum æquilaterum atque æquiangulum designare.

CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c, cuius centrum f. Volo circa ipsum designare pentagonum, æquilaterum atque æquiangulum. Supra circunferentiam ipsius circuli (quasi secundum doctrinā præmissæ sibi inscripsissem pentagonum) quinque puncta angularia notabo, quæ sint a d b c e, ad quæ a centro ducam lineas f a, f d, f b, f c, f e, & ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in utranque partem, quousque concurrant in punctis g h k l m, eruntq́ hæ lineæ contingentes circulum, per correlarium 15 tertij. Et ad ista puncta concursus, ducam à centro lineas f g, f h, f k, f l, f m. Et quia monstratum est super penultimam tertij, quod si ab aliquo puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad ipsum circulum ducantur, quod ipsæ erunt æquales, erit linea g a, æqualis lineæ g d, & h d, ipsi h b, & sic de cæteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulū, sunt adinuicē æquales, erūt per 26 tertij, quinque anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, consistentes super hos arcus in centro f, sibi inuicem æquales. Sūt aūt duo latera a g, & f a, triāguli f g a, æqualia duobus lateribus d g & f d, triāguli f g d, & latus g f: cōmune ergo per 8 primi, duo anguli eorum qui sunt ad f, itemq́ duo anguli qui sunt ad g, sunt adinuicem æquales: eadem ratione duo anguli qui sunt ad f, in triāgulis d f h, & h f b, itemq́ duo qui sunt ad h, sunt adinuicem æquales. Similiter quoque singuli trium reliquorū angulorum qui sunt b f c, c f e, e f a: & singuli trium qui sunt k l m, diuidantur per æqualia, primi quidem per lineam f k, secūdi per lineam f l, tertij uero per lineā f m. Et quia hi tres anguli qui sunt b f c, c f e, e f a, sunt sibi inuicem æquales, & alijs duobus qui sunt a f d, & d f b, æquales. erunt eorum dimidia quæ sunt decem anguli facti in centro f, adinuicem æqualia. Quia igitur duo anguli a, & f, trianguli g a f, sunt æquales duobus angulis a & f, trianguli m a f, & latus a f, cōmune, erit per 26 primi angulus g, unius æqualis angulo m, alterius, & latus g a, æquale lateri a m. Eadem ratione erit angulus g m, triangulo g f d, æqualis angulo h, in triangulo d f h, & latus g d, æquale lateri d h. Quare, quia g a, est dimidium g m, & g d, dimidium b h & g a, & g d, sunt æqualia, erunt per communem sciētiam g m, & g h, eorum dupla, æqualia. Similiter quoque probabimus g m, esse equalem l, & m l, ipsi l k, & l k, ipsi k h, quare pentagonus g h k l m est æquilaterus. Sed & æquiangulus. Cum enim duo anguli qui sunt ad g, sint adinuicem æquales, & duo qui sunt ad m, similiter adinuicem æquales, & g, partialis, sit æqualis m, partiali (utrunque enim probatum est prius) erit per eandem communem scientiam g, totalis æqualis m, totali, & eadem ratione probabis æqualitatem in cæteris angulis, quare est æquiangulus. Sicque constat propositum.



Eucli. ex Zamb. *Problema 12* *Propositio 12*

12 Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam circa α β γ δ ε, circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Intelligantur descripti (per 11 quarti,) pentagoni angulorum signa α β γ δ ε, ita ut (per præcedentem α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, circunferentiæ sint æquales. & per α β γ δ ε, excitatæ sint (per 17 tertij, ipsum circulum tangentes rectæ lineæ, η θ, θ κ, κ λ, λ μ, & μ η. Sumatur centrum circuli α β γ δ ε, sitq́ (per primam tertij,) ζ, & connectantur rectæ lineæ ζ β, ζ κ, ζ γ, ζ λ, & ζ δ. Et quoniam κ λ, recta linea circulum ipsum α β γ δ ε, tangit in signo γ, & à centro ζ, in ipsum γ, contactū ducta est ζ γ, igitur, (per 18 tertij,) ζ γ, super κ λ, perpēdicularis est, rectus igitur est uterque eorum qui ad γ sunt angulorū. Et per hoc, anguli qui sunt ad δ β, signa, recti sunt. Et quoniam angulus qui sub ζ γ κ, rectus est, quod fit igitur ex ζ κ, æquum est eis quæ fiunt ex ζ γ, & γ κ, (per 47 primi, & per hoc eis etiam quæ fiunt ex ζ β, & β κ, æquū est id quod fit ex ζ κ, (per eādē.) Quæ sunt igitur ex ζ γ, & γ κ, eis quæ fiūt ex ζ β, & β κ, sunt æqualia, quorum quod fit ex ζ γ, æquum est ei quod fit ex ζ β. Reliquum igitur quod fit ex γ κ, reliquo quod fit ex β κ est æquale, æqualis igitur est β κ, ipsi γ κ. Et quoniam æqualis est ζ β, ipsi ζ γ, & communis ζ κ,*

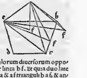


duæ

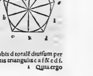
duæ igitur β κ & ζ κ, duabus ε ζ & ζ κ sunt æquales. Et basis β κ, basi ε κ est æqualis. Angulus igitur β ζ κ (per 8 primi) angulo κ ζ γ est æqualis: & angulus β κ ζ (per 4 primi) angulo ζ κ γ. Duplus igitur est angulus β ζ γ, eius qui sub κ ζ γ est anguli, & angulus β κ γ, eius qui est sub ζ κ γ. Et ob id etiã & angulus ε ζ δ eius qui est sub γ ζ λ duplus est: & angulus γ λ δ, eius qui sub γ λ ζ. Et quoniam circumferentia β γ æqualis est circumferentiæ γ δ, æqualis est (per 27 tertij) angulus β ζ γ angulo γ ζ δ: & angulus quidẽ β ζ γ, eius qui est sub κ ζ γ duplus est. & qui sub δ ζ γ, eius qui sub λ ζ γ: angulus igitur κ ζ γ angulo λ ζ γ est æqualis. Duo igitur iam triãgula sunt ζ κ γ & ζ λ γ: duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale (per 26 primi) & eorum cõmune ζ γ, scilicet quod commune ipsis est. & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, & reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur est κ γ recta linea ipsi γ λ, & angulus ζ κ γ, angulo ζ λ γ. Et quoniam æqualis est κ γ ipsi γ λ: dupla igitur est κ λ ipsius κ γ. & per hoc etiam ostendetur, quod θ κ, ipsius β κ dupla est. Et quoniam ostensum est, quod β κ ipsi κ γ est æqualis, & κ λ ipsius β γ dupla est, & θ κ ipsius β κ: igitur θ κ ipsi κ λ est æqualis. Similiter iam ostendetur, quod unaquæq; ipsarum η θ, η μ, & μ λ, unicuiq; ipsarum θ κ & κ λ est æqualis: æquilaterum igitur est pentagonum η θ κ λ μ. Aio etiam quod & æquiangulum. quoniã æqualis est angulus ζ κ γ angulo ζ λ γ, & ostensum est ipsius quidem anguli ζ κ γ duplũ eum esse qui est sub θ κ λ, eius autem qui est sub ζ λ γ duplum eum esse qui est sub κ λ μ angulus igitur qui est sub θ κ λ, angulo qui est sub κ λ μ est æqualis. Similiter iam ostendetur etiam quod unusquisq; eorum qui sunt sub κ θ η, & θ η μ, & η μ λ, unicuiq; eorũ qui sunt sub θ κ λ, & κ λ μ est æqualis. Quinq; igitur anguli qui sunt sub η θ κ, θ κ λ, κ λ μ, λ μ η, & μ η θ, sibi inuicẽ sunt æquales. Aequiangulũ igitur est pentagonum η θ κ λ μ. ostensum autem est quod & æquilaterum. & descriptum est circa circulum α β γ δ ε. quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 INtra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum assignatũ, circulum describere.



CAMPANVS. Sit assignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile) a b c d e. Volo ei inscribere circulum. Hæc est quasi cõuersa 11. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e diuido per æqualia: ductis lineis a f & e f, donec cõcurrant in puncto f intra ipsum pentagonum, quem dico centrum esse circuli. Concurrẽt enim propter id quod dimidium totalis anguli a & similiter totalis anguli e, minus est angulo recto. Si enim intra pentagonum non cũcurrent, aut extra ipsum pentagonũ, aut in latere pentagoni, aut in eius angulo qui utriq; angulorum diuersorum opponitur. Concurrant ergo primo extra in puncto f: & ducatur linea b f. Et quia duo latera e a, & a f, trianguli e a f sunt æqualia duobus lateribus b a & a f trianguli b a f, & angulus a unius angulo a alterius, erit per 4 primi, basis e f æqualis basi f b, & quia angulus a partialis est æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi, f a æqualis f e: quare f a est æqualis f b: ergo per 6 primi, duo anguli b totalis & a partialis, sunt æquales. Quare a partialis est æqualis uel maior a totali, quod est impossibile. Cõcurrant ergo in puncto f super latus b c: eritq; arguendo per præmissas, & præmisso modo, angulus a partialis, æqualis angulo a totali, quod est impossibile. Quod si forsan cõcurrãt in angulo c: erit per easdẽ & eodem modo c b æqualis c a, & ideo adhuc ut prius angulus a partialis: æqualis angulo a totali. Quod quia esse nõ potest: sit ergo punctus concursus qui est f, intra pentagonũ: a quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ sint f g, f h, f k, f l, f m: & ad duos eius angulos propinquos altrinsecus angulis per æqualia diuisis, qui sunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, trianguli a f m sunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, & latus a f commune: erit per 26 primi, f m æqualis f g. Per eandem quoq; probabis f l æqualẽ f m: sumptis duobis triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, angulus b partialis, æqualis angulo e partiali. & quia b totalis æqualis est e totali, & e totalis diuisus est per æqualia erit etiã b totalis diuisus per æqualia. Eodẽ modo probabis d totalẽ diuisum per æqualia, propter æqualitatẽ d partialis & a partialis: sumptis triangulis e a f & e d f.



i Quia ergo

Quia ergo duo anguli g & b trianguli g f b sunt æquales duobus angulis h & b trianguli h f b, & latus f b commune, erit per 26 primi, f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k, æqualem f l: sumptis triangulis l f d, k f d. Quoniã igitur quinq; lineæ f g, f h, f k, f l, & f m sunt æquales: erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum describemus secundum quantitatem unius earum: & tanget omnia latera pentagoni, propter æqualitatem linearum: & nullum eorum secabit: per primam partem 15 tertij: sicq; constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 13. Propositio 13.

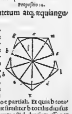
13 In dato pentagono æquilatero & æquiangulo, circulum describere.



THEON ex Zamberto. *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε: oportet iam in pentagono α β γ δ ε, circulum describere. Secetur (per 9 primi) uterq; eorum qui sunt sub β γ δ & γ δ ε, angulorum bifariam, per rectas lineas γ ζ & ζ δ. & ab ζ signo in quo concurrant ad inuicem ipsæ rectæ lineæ γ ζ & δ ζ coniungantur rectæ lineæ ζ β, ζ α, & ζ ε. Et quoniã æqualis est β γ ipsi γ δ, communis autem γ ζ: duæ iam β γ & γ ζ, duabus δ γ & γ ζ sunt æquales: & angulus β γ ζ, angulo δ γ ζ est æqualis: basis igitur β ζ (per 4 primi) basi δ ζ est æqualis. & triangulum β γ ζ triangulo δ γ ζ æquale: & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales: sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus γ β ζ, angulo γ δ ζ. Et quoniam angulus γ δ ε, eius qui sub γ δ ζ est anguli, duplus est. æqualis autem est angulus γ δ ε et qui sub α β γ est angulo, & angulus γ δ ζ angulo γ β ζ. angulus igitur γ β α. anguli γ β ζ duplus est: æqualis igitur est angulus α β ζ, angulo ζ β γ. Angulus igitur α β γ, bifariam diuisus est per β ζ rectam lineam. Similiter quoq; ostendetur quod & uterq; eorum qui sunt sub β α ε & α ε δ angulorum, bifariam diuisus est per utramq; rectarum linearum ζ α & ζ ε. Excitentur (per 12 primi) ab ζ signo in α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α rectas lineas perpendiculares ζ η, ζ θ, ζ κ, ζ λ, & ζ μ. Et quoniã æqualis est angulus θ γ ζ angulo κ γ ζ est aũt angulus ζ θ γ rectus, angulo ζ κ γ recto æqualis: duo iam sunt triangula ζ θ γ & ζ κ γ duos angulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum: commune enim eorum ζ γ subtensum sub uno æqualium angulorum: & reliqua igitur latera reliquis lateribus (per 26 primi) æqualia habebunt. æqualis igitur est perpendicularis ζ θ: ipsi ζ κ perpendiculari. Similiter quoq; ostendetur, quod & unaquæq; ipsarum ζ λ. ζ μ & ζ η, unicuiq; ipsarum ζ θ & ζ κ est æqualis. Quinq; igitur rectæ lineæ ζ η, ζ θ, ζ κ, ζ λ, & ζ μ, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ζ, spatio uero aut ζ η aut ζ θ aut ζ κ aut ζ λ aut ζ μ, circulus descriptus. per reliqua quoq; ueniet signa. Et tanget rectas lineas α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α (per correlarium 16 tertij quoniam anguli qui sunt ad η, θ, κ, λ, μ, signa recti sunt. Si enim non tanget eas, sed secabit continget quod à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta intra ipsum circulum cadet. quod esse impossibile ostensum est (per 16 tertij. Igitur centro ζ, spatio uero uno ipsorum η, θ, κ, λ, μ, signorum descriptus circulus, rectas lineas α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α minime secabit tanget igitur eas (per correlarium 16 tertij) describatur sicut η θ κ λ μ. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo: circulus descriptus est, quod fuerre oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 Circa datum pentagonum quod sit æquilaterum atq; æquiangulum, circulum describere.



CAMPANVS. Sit ut prius datus pentagonus, æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile) a b c d e uolo circa ipsum, describere circulum. Hæc est quasi conuersa 13. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e, diuido per æqualia, ductis lineis a f & f e quousq; concurrãt intra ipsum pentagonum in puncto f: cõcurrent enim & intra pentagonũ, ut probatum est in præmissa. Et a puncto concursus, duco ad reliquos angulos, lineas quæ sint f b, f c, f d: & quia duo latera a f & a b triãguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, f a æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis est æqualis a totali, & e totalis diuisus est per æqualia: erit similiter b totalis diuisus per æqualia. Hoc quoq; modo probabis utrunq; angulorum c & d, diuisum esse per æqualia & quinq; lineas f a, f b, f c, f d, f e, esse æquales: quare per 9 tertij erit centrũ circuli. Sicq; patet propositum.

Eucli.

Eucli. ex Zamb. Problema 14. Propositio 14.

14 Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

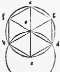


THEON ex Zamberto. Sit datum pentagogonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε. oportet iam circa pentagonum α β γ δ ε, circulum describere. Secetur iam (per 9 primi) uterque eorum qui sunt sub β γ δ & γ δ ε angulorum bifariam, per utramque ipsarum γ ζ & δ ζ. Et à ζ signo in quo concurrunt ipsæ rectæ lineæ, ad signa β, α, ε, coniungantur rectæ lineæ ζ β, ζ α & ζ ε. Similiter præcedenti ostendetur, quod & unusquisque eorũ qui sunt sub γ β α, β α ε & α ε δ angulorum, bifariam secatur per unamquamque ipsarum ζ β, ζ α, & ζ ε rectarum linearum. Et quoniam æqualis est angulus β γ δ angulo γ δ ε, & anguli β γ δ dimidium est angulus ζ γ δ: anguli autem γ δ ε dimidiũ est angulus γ δ ζ. & angulus ζ γ δ igitur angulo ζ δ γ est æqualis. Quare & latus ζ γ, lateri ζ δ est æquale. Similiter iam ostendetur, quod & unaquæque ipsarum ζ β, ζ α, ζ ε, utrique ipsarum ζ γ & ζ δ est æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ & ζ ε, sibijnuicem sunt æquales. Centro igitur ζ, & spatio aut ζ α aut ζ β aut ζ γ aut ζ δ aut ζ ε, circulus descriptus: ueniet per reliqua signa, & descriptus erit circa α β γ δ ε pentagonum quod æquilaterum & æquiangulum est. Describatur & sit α β γ δ ε. Circa datum igitur pentagonum quod est æquiangulum & æquilaterum, circulus descriptus est, quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 15.

15 INtra propositum circulum, hexagonum æquilaterum atque æquiangulum describere.

Ex hoc itaque manifestum est quod latus hexagoni, æquũ est dimidio diametri circuli qui inscribitur.



CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c d: cuius centrum e: uolo sibi inscribere hexagonum æquilaterum atque æquiangulum. Produco diametrũ a e c, & secundum quantitatem semidiametri e c, facto centro puncto c, describo circulum e b d, secantẽ priorem in duobus punctis b, d: à quibus produco duas diametros in circulo primo, quæ sint b e g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo sex lineis quæ sunt a f, f b, b c, c d, d g, & g a: quas dico continere hexagonum quæsitum. Erit enim ut demonstrat prima primi, uterque triangulorum b e c, c e d, æquilaterus: quare & æquiangulus per 5 eiusdem: ergo per 32 primi, duo anguli b e c & c e d, cum uno æquali uni eorum, sunt æquales duobus rectis: propter id quod quisque eorũ est tertia duorum rectorũ: sed ipsi per 13 eiusdem, cum angulo d e g, sunt æquales duobus rectis: ergo angulus d e g, est æqualis utrique eorum, quare per 15 eiusdem, sex anguli qui sunt ad e sunt adinuicem æquales: ergo per 26 tertij, arcus in quos cadunt, sunt æquales: quare & eorũ chordæ per 28 eiusdem, quæ sunt latera ipsius hexagoni. Aequilaterus igitur est. Sed & æquiangulus per 26 tertij, propter id quod sex arcus in quos angularis puncta hexagoni diuidunt circulum: bini & bini sumpti sunt adinuicẽ æquales, ut arcus a f b, arcui f b c: & ideo angulus f qui consistit, in primo, est æqualis angulo b qui consistit in secundo, idem in cæteris, quare constat propositũ. Correlarium ex hoc patet, quod dimidiũ diametri & latus hexagoni, sunt latera eiusdem trianguli æquilateri, ut e c & c b & c d.

CAMPANI additio. Et nota quod non proponitur circa propositum circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum designare. Nec intra talem hexagonũ aut circa talem circulum describere quemadmodum fecit de triangulo, quadrato, & pentagono. non quia non sit necessarium hoc esse possibile: sed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo, & in omni figura æquilatera atque æquiangula quæcunque fuerit. Vnde quamcunque figuram æquilateram & æquiangulam scimus circulo inscribere: eandem circulo, extra & circulum sibi intra & extra, ijsdem medijs, per quæ hoc in pentagono fecimus: describemus. Nota etiam quod

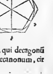
omnis figura æquilatera circulo inscripta aut circunscripta est etiam necessario æquiangula: de inscripta patet per 27 & 6 tertij sumptis arcubus circuli: quibus latera inscriptæ figuræ chordæ sunt, binis & binis. In hos enim arcus ipsius figuræ anguli cadunt. De circumscripta autem ductis a circuli centro lineis ad omnes eius angulos, & ad loca contactus, facile probabis, si plene intellectæ demonstrationi 13 huius diligens intellectus accesserit: erit enim, ut omnes ipsius figuræ angulos, lineæ à centro uenientes per æqualia diuidant: sumptis itaq; quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentũ, & cum duobus ad eorum extremitates a centro uenientibus. duos triangulos ab eis contentos, æquiangulos adinuicem per 4 primi esse probabis. Sicq; faciendo de omnibus, patebit eos esse æquiangulos per hanc communem scientiam, quorum dimidia sunt æqualia tota quoq; esse æqualia.

15 Eucli ex Zamb. Problema 15. Propositio. 15.

In dato circulo, hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



THEON ex Zamberto. *Sit datus circulus αβγδεζ oportet iam in dato circulo αβγδεζ. hexagonum æquilaterum æquiangulumq; describere. Erciteur ipsius αβγδεζ circuli dimetiens, sitq; αδ. Sumaturq; (per 1 tertij) centrum circuli, sitq; illud η, & centro δ, spatio uero δη (per tertium postulatũ) circulus describatur γηεθ: & connectæ rectæ εη & γη extendantur in β. ζ. signa. & connectantur αβ, βγ, γδ, δε, εζ. ζα. Dico quod αβγδεζ hexagonum æquilaterum est & æquiangulum. Quoniam enim η signum, centrum est circuli αβγδεζ, æqualis est (per diffinitionem 15 primi) ηε ipsi ηδ. Rursus quoniam δ signum, centrum est circuli ζηγθ: æqualis est (per eandem) δε ipsi δη. Sed ηε ipsi ηδ ostensum est quod est æqualis. Igitur ηε, ipsi εδ est æqualis (per primam communem sententiam. Aequilaterum igitur est εηδ triangulum & tres igitur eius anguli, εηδ scilicet, ηδε & δεη. sibyinuicem sunt æquales. Quoniam per 5 primi isoscelium triangulorum anguli qui ad basin sibyinuicem sunt æquales, & trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 prim: angulus igitur εηδ duorum rectorum tertium est. Similiter quoq; ostendemus, quod & angulus δηγ, duorum rectorum tertium est. Et quoniam recta linea γη super εβ stans (per 13 primi) † utrobiq; angulos εηγ & γηβ duobus rectis æquos efficit. & reliquus igitur angulus γηβ, tertium est duorum rectorum: anguli igitur εηδ, δηγ & γηβ, sibyinuicem sunt æquales. Quare anguli qui ad uerticẽ, hoc est, βηα, αηζ & ζηε, eisdem εηδ, δηγ & γηβ sunt æquales (per 15 primi). Sex igitur anguli εηδ, δηγ, γηβ, βηα, αηζ, & ζηε, sibyinuicem sunt æquales. Aequales autem anguli, super æqualibus circunferentijs consistunt (per 26 tertij). Sex igitur circunferentiæ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, & ζα, sibyinuicem sunt æquales. At sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur (per 29 eiusdem), sex igitur rectæ lineæ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, & ζα, sibyinuicem sunt æquales. æquilaterum igitur est αβγδεζ bexagonum. Aio quoq; quod & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia αζ æqualis est circunferentiæ εδ: communis apponatur circunferentia αβγδ. Tota igitur ζαβγδ, toti εδγβα est æqualis. Et super circunferentia ζαβγδ, consistit angulus ζεδ: super autem εδγβα circunferentia, consistit angulus αβε. Aequalis igitur est angulus αζε angulo δεζ. Similiter quoq; ostendetur quod & reliqui anguli ipsius αβγδεζ bexagoni. hoc est, unusquisq; eorum qui sunt sub ζαβ, αβγ, βγδ, & γδε, unicuiq; eorum qui sunt sub αεζ & ζεδ angulorũ, sunt æquales. Aequiangulum igitur est bexagonum αβγδεζ Ostensum autem est quod & æquilaterum, & descriptum est in circulo αβγδεζ. In dato circulo igitur αβγδεζ bexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptũ est. quod facere oportebat.*



CORRELARIVM. Hic manifestum est quod bexagoni latus et qui est ex centro circuli est æquale: & si per signa α, β, γ, δ, ε, ζ. circulum tangentes ducamus rectas lineas. describetur circa circulum, bexagonum æquilaterum & æquiangulum consequenter ex prædictis in pentagono. Et insuper per ea quæ similiter in pentagono dicta sunt, in dato bexagono circulum describemus & circunscribemus, quod facere oportebat.

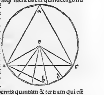
Eucli. ex Camp. Propositio 16.

16 INtra datũ circulum, quindecagonũ æquilaterum atq; æquiangulum designare.

Deinde circa quemlibet circulum assignatum, qui decagonũ æquilaterum atq; æquiangulum, atque intra datum quindecanonum, circulum describere.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c uolo sibi inscribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum, deinde etiam circunscribere, atq; intra talem quindecagonũ propositum, circulum describere. Non proponit autẽ circa talem quindecagonũ, circulum describere: quia hoc satis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam secundæ huius, protraho latus trianguli æquilateri, quod sit a c, & iuxta doctrinam 11 huius latus pentagoni æquilateri atq; æquianguli, quod sit a b. Et quia arcus a c, est totius circunferentiæ tertia, cuius arcus a b est quinta: erit superfluũ inter eos quod est arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, uel duæ quintæ arcus a c, siue duæ quintædecimæ totius circunferẽtiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintã in duabus tertijs ipsius quintæ, uel in duabus quintis ipsius tertiæ, siue in duabus quintisdecimis totius.



Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15: eius enim tertia quæ est 5, excedit eius quintam quæ est 3 in duabus unitatibus quæ sunt duæ tertiæ ipsius ternarij qui est quinta, uel duæ quintæ ipsius quinarij qui est tertia, siue duæ quintædecimæ ipsius 15 qui est totũ. Diuiso igitur arcu b c per æqualia in d, patet utrunq; duorum arcuũ c d, & d b, esse tertiã arcus a b, uel quintam arcus a c, siue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtensis igitur eis, chordis c d, & d b, coaptatisq; cõtinue intra datum circulum sibi æqualibus per primam huius, complebitur figura proposita. Cætera uero duo quæ proponit cũ tertio quod dat intelligere, uidelicet quindecagonũ circulo circunscribere, ac circulum quindecagono inscribere, ac etiam circunscribere: ex 12, 13 & 14 huius plene intellectis facile perficies.

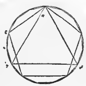
CAMPANI additio. Et nota quod quamcunq; figuram æquilateram circulo scimus inscribere: duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circunscribere, & ipsi circulum. Diuisis enim arcubus quibus latera eius quæ scitur inscribi subtenduntur, per æqualia, & a punctis medijs ad extremitates laterũ ipsius figuræ ductis lineis, fiet intra circulũ figura duplo pluriũ laterũ quæ erit æquilatera per 28 tertij: ergo & æquiangula. Hoc eñ demonstratũ est, supra 15 huius, q͂d omnis figura æquilatera circulo inscripta est etiam æquiangula. Et quia hanc circulo scimus inscribere, sciemus cætera tria per 12, 13, 14 huius. Quia igitur scimus inscribere triangulum æquilaterum: sciemus per hoc & hexagonum, & per hexagonum, dodecagonũ, ac per dodecagonum figuram 24 laterum, & sic in infinitum duplando. Et licet per triangulũ possit, ut diximus, inscribi hexagonus: posuit tamen huius propriam demonstrationem ex qua sequitur potissimum perutile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figuram cuius laterum numerus est pariter par: per pentagonum quoq; sciemus decagonum & figuram 20 laterum: sicq; continue duplando. Idem quoq; intellige de quindecagono, per ipsum enim scientur figuræ 30 & 60, & omnium continue duplatorum laterum. Cæterarum autem figurarum de quibus ista nõ docet, uel quæ per has non habentur: difficilis est scientia & parum utilis, ut sunt heptagona, ennagona, hendecagona. Quod si sciemus triangulum duum æqualium laterum designare, cuius uterq; angulorum ad basin triplus esset ad reliquum: sciremus heptagonum, ut supra pentagonum circulo inscribere: quod si uterq; quadruplus esset ad reliquum, sciremus nonagonum: & si quintuplus, hendecagonum. Idemq; in cæteris figuris imparium laterum, posito utroq; angulorum ad basin multiplici ad reliquum per eum numerum qui est medietas maximi paris sub impari numero laterum ipsius figuræ contenti.

Eucl. ex Zamb. Problema 16. Propositio 16.

16 In dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamberto. *Sit datus circulus α β γ δ: oportet iam in α β γ δ circulo, quintidecagonũ æquilaterum & æquiangulum describere. Describatur in circulo α β γ δ, trianguli æquilateri latus α γ, pentagoni uero æquilateri latus α β in arcu α γ. Qualium igitur est circulus α β γ δ, æqualium segmentorum quindecim: talium quidem circumferentia α β γ, tertium existens ipsius circuli erit quinq;. Circumferentia autem α β, existens quintum cir*

culi, erit trium: reliqua igitur β γ, duorum æqualiũ. Secetur (per 30 tertij) β γ, bifariam in ι: utraq; igitur ipsarum β ι, & ι γ, circunferentiarum, quintumdecimum erit ipsius α β γ δ, circuli. Si igitur contingentes rectas lineas β ι, & ι γ, ipsis æquales in cõtinuum rectas lineas (per 1 quarti) coaptemus in circulum α β γ δ: erit in eo descriptum quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum, quod facere oportebat. Similiter autem ut in pentagono si per circuli diuisionem, tangentes circulum ducemus describetur circa circulum, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: & per ostensionem similiter in pentagonis, & in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum describemus & circunscribemus.



QVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVINTVS.

Euclides ex Campano. *Diffinitiones.*

1 PArs, est quantitas quantitatis minor maioris, cum minor maiorem numerat.

CAMPANVS. Pars, quandoq; sumitur propriè: & hæc est quæ aliquoties sumpta, suum totum præcise constituit: sine diminutione uel augmento: & dicitur suum totum numerare per illum numerũ, secundum quem sumitur ad ipsius totius constitutionem: talem autem partem quam multiplicatiuam dicimus, hic diffinit. Quandoq; sumitur communiter: & hæc est quælibet quãtitas minor, quæ quotiescunq; sumpta, suo toto minus aut maius constituit, quam aggregatiuam dicimus: eo quod cum alia quantitate diuersa totum suum constituat, per se autem quotiescunq; sumpta fuerit, non producat.

2 Multiplex, est maior minoris quando eam minor metitur.

CAMPANVS. Pars, relatiue dicitur ad totum, & in istis duobus extremis, consistit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito minori extremo: diffinit hic maius: uocat autem

autem ipsum, multiplex: propter hoc quod minus aliquoties sumptum, ipsum constituat: erunt igitur relatiue dicta adinuicem, pars & multiplex. Nam omnis pars, submultiplex: ut patet per eius diffinitionem.

3 Proportio, est habitudo duarum quantæcunque sint eiusdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo.

CAMPANVS. Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicē, in eo quod earum altera maior aut minor est reliqua uel sibi æqualis. Nō enim solum in quantitatibus reperitur proportio, sed in ponderibus, potentijs & sonis. In ponderibus quidem & potentijs, uult Plato in Timæo esse proportionem: ubi elemētorum numerum ostendit. In sonis autem esse proportionem, liquet ex musica. Nam (ut uult Boetius in quarto) si quilibet neruus in duas inæquales partes diuidatur: erit ipsarum partium suorumque sonorum, eadem conuerso modo proportio. Sed in quibuscunque proportio reperitur: ea participant naturam proprietatemque quantitatis: non enim reperitur in aliquibus rebus duabus, nisi in eo quod earum una est reliqua maior, aut minor, aut ei æqualis. Quantitatis autem proprium, est secundum ipsam æquale uel inæquale dici, ut uult Aristoteles in prædicamentis: unde liquet proportionem primo in quantitate reperiri, & per ipsam in omnibus alijs: nec esse in aliquibus rebus proportionem, cui similis non sit in aliquibus quantitatibus: propter quod bene dixit Euclides, proportionem simpliciter esse in quantitate: cum eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiusdem generis adinuicem. Cuius diffinitionis intellectus est, quod proportio est habitudo duarum quātitatum adinuicem, quæ attenditur in eo quod una earum est maior aut minor alia, uel æqualis ei: per quod patet quod oportet eas esse eiusdem generis, ut duos numeros, aut duas lineas, aut duas superficies, aut duo corpora, aut duo loca, aut duo tempora. Non enim potest dici linea: maior aut minor superficie, aut corpore: nec tempus, loco: sed linea, linea, & superficies, superficie. Sola enim uniuoca, comparabilia sunt. Quod autem dicit certa habitudo, non sic intelligas quasi nota uel scita, sed quasi determinata, ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita, inquam, determinata: quod hæc & non alia. Non enim est necessarium, ut omnis habitudo duarum quantitatum sit scita à nobis, nec etiam à natura. Nam proportio quædam est discretorum, ut numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem, minor est pars aut partes maioris, ut demonstratur in septimo: quare & in eis omnibus est habitudo certa & nota. At uero in continuis, est proportio magis larga: est enim in ea, ubi minor quantitas est, pars aut partes maioris: & talium omnium mediantibus numeris est proportio nota, quæ & rationalis dicitur. Dicunturque omnes tales quantitates, communicantes, quia eas una & eadem necessario metitur: unde & omnes numeri sunt communicantes: omnes enim ipsos metitur unitas. Est etiam, ubi minor non est pars aut partes maioris: & in talibus non est nota proportio nec nobis nec naturæ. Diciturque hæc proportio irrationalis, & hæ quantitates, incōmunicantes: unde fit ut quæcunque portio reperitur in numeris, reperiatur in omni genere continuorū, ut in lineis, superficiebus, corporibus & temporibus: nō autē è conuerso: infinitæ enim sunt proportiones in cōtinuis repertæ: quas numerorū natura nō sustinet. Sed quæcūque proportio reperitur in uno genere continuorū: eadē reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercūque se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quælibet superficies ad aliquā aliā, & quodlibet corpus ad aliquod aliud, similiter & tēpus: sed nō sic quilibet numerus ad aliquē alium: unde magis est larga proportio in cōtinuis, quàm in discretis. Ex quo manifestum est proportionē geometricam esse

maioris abstractionis, quàm proportionem arithmeticã: omnis enim proportio circa quam arithmetica uersatur, rationalis est: geometria uero, rationales & irrationales æquilateras considerat.

4 Proportionalitas, est similitudo proportionum.

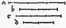
CAMPANVS. Vt si dicamus quod quæ est proportio a ad b, ea est etiam c ad d: proportio quæ est inter a & b, similis est illi quæ est inter c & d. Hæc autem similitudo quæ ex ipsis proportionibus resultat dicitur proportionalitas.



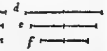
5 Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem, sunt quarum æque multiplicia aut æqua sunt, aut æque sibi sine interruptione addunt aut minuunt.



CAMPANVS. Supposita diuisione proportionalitatis per cõtinuam & discontinuam, diffinit membra diuidentia, & primo continuam. Immo (ut uerius dicam) supposita diuisione proportionalium per cõtinue proportionalia & incontinue: diffinit non continuam proportionalitatem nec continuam, sed continue proportionalia & incontinue: diffinitio autem continuæ proportionalitatis & incontinuæ, satis patet per diffinitionem continue prooortionalium & incontinue. Continua autem proportionalitas, est cum quotlibet quantitatum eiusdem generis, in qua proportione prima antecedit secundam, in eadem quælibet aliarum antecedit proximo consequentem: ut cum dicimus, sicut se habet a ad b, ita b ad c, & c ad d: eritq́ quælibet earum, antecedens & consequẽs: excepta prima quæ est solum antecedẽs, & ultima quæ est tantum consequens. Et in hac quidem proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum, eo quod non sit proportio inter quantitates quæ sunt generum diuersorum: & hæc erit ad minus in tribus terminis constituta. Incontinua autem proportionalitas, est cum quatuor quãtitatum siue omnes fuerint eiusdem generis, siue duæ primæ unius, & duæ postremæ alterius, in qua proportione prima antecedit secundam in eadem tertia antecedit quartam: ut cum dicimus, sicut se habet a ad b ita c ad d: eritq́ earum quælibet, aut tantum antecedens aut tantum consequẽs: nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis sicut erat in proportionalitate continua: eo qđ consequẽs primæ proportionis non cõtinuatur antecedenti secũdæ, sed possibile est ut sint eiusdem generis: & possibile est, ut sint diuersorum. Sicut enim contingit lineam reperiri duplam ad lineam, aut triplam ita superficiem ad superficiem, & corpus ad corpus, & tempus ad tempus, & numerum ad numerum.

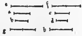


Viso quid sit cõtinua proportionalitas, & quid incontinua, explanemus diffinitionem continue proportionalium præmissam. Quantitates (inquit) proportionales continue, sunt quarũ æque multiplicia aut sibi sunt æqualia, aut æque sibi sine interruptione addũt aut minuũt: uerbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis a, b, c: ad quas sumãtur d, e, f: æque multiplicia, ut sicut d est multiplex ad a, ita e sit multiplex ad b, & f ad c. eruntq́ omnes in eodem genere: multiplicia enim & submultiplicia, in eodem sunt genere: sitq́ ut d, e, f aut sint æqualia adinuicem: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo: ita q́ sicut d addit super e aut minuit ab ipso: ita e addat super f aut minuat ab ipso. Cũ hæc, inquam, multiplicia sic se habuerint: erunt tres quantitates a, b, c, continue proportionales. Multiplicia autem non intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo, quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem: aliter enim diffinitio esset falsa. Nam quarumlibet quantitatum eiusdem generis æquis se differentijs excedentium: æque multiplia accepta æquis etiam differentijs se exce-



excedunt. Vnde similiter se habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatē excessus: nec tamen priores quantitates sunt continue proportionales: immo minorum est semper maior proportio. Hoc autem ideo euenit, quoniam earum multiplicia non similiter se excedunt, quantum ad proportionem, sed solum quantū ad quantitatem excessus, est enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio: uerbi gratia. Sumantur tres numeri æquis differentijs se excedentes, in medietate uidelicet arithmetica, ut 2, 3, 4: horum trium omnes æque multiplices æqualiter se excedunt: dupli quidem binario, tripli ternario, & sic de cæteris: non tamen sunt 2, 3, 4 continue proportionalia: immo minorum est maior proportio: est enim ipsorum proportio sesquialtera & maiorum sesquitertia, quia ergo inter eos non est similitudo proportionum: non erit inter eos proportionalitas: & ideo neque continua neq; incontinua. Patet ergo similitudinem illam additionis aut diminutionis, non intelligi quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem: erit itaq; sensus diffinitionis præmissæ. Continue proportionalia, sunt quorum omnia multiplicia æqualia sunt continue proportionalia. Sed noluit ipsam diffinitionem proponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem, apertæ tamen rei est istud cum sua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a, b, c oportet esse eiusdem generis: ad hoc ut earum multiplicia sibijnuicem æqualia sint, aut similiter se habeant in addendo aut minuendo, Si enim a, & b essent diuersorum generū, essent etiam d & e ipsarum a & b multiplicia, eorundem diuersorum generum, propter hoc quod multiplicia & submultiplicia eiusdem sunt generis: quare d non esset æqualis e: nec ea maior aut minor: nam quantitates diuersorum generum, non sunt adinuicem comparabiles.

6 Quantitates quæ dicuntur esse secundum proportionem unam, prima ad secundam & tertia ad quartam, sunt quarum primæ & tertiæ multiplices æquales, multiplicibus secundæ & quartæ æqualibus fuerint similes, uel additione, uel diminutione, uel æqualitate eodem ordine sumptæ.



CAMPANVS. Posita superius diffinitione quantitatum continue proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium: & est quod quarumlibet 4 quantitatum quarum primæ & tertiæ æque multiplicia sumpta fuerint, itemq; secundæ & quartæ æque multiplicia, fueritq; multiplex primæ, sic se habens ad multiplex secundæ quantum ad additionem aut diminutionem aut æqualitatem sicut multiplex tertiæ ad multiplex quartæ erit proportio primæ earum ad secundam, sicut tertiæ ad quartam: uerbi gratia. Sint quatuor quantitates a, b, c, d: sumanturq; ad primam & ad tertiam quæ sunt a & c: æque multiplicia utpote dupla quæ sint e & f. Itemq; ad secundam & quartam quæ sunt b & d: sumantur alia æque multiplicia, utpote tripla, quæ sint g & h: sitq; ut hæc 4 multiplicia sic sumpta comparata adinuicem secundum ordinem primarum quatuor quantitatum, ita, uidelicet, quod e comparetur ad g, & f ad h, non autem e ad f aut g ad h: sint similia in additione, diminutione & æqualitate: uidelicet quod si e addit supra g & similiter f adddat supra h, aut si e minuit a g, & f similiter minuat ab h: aut si e est æqualis g, & similiter f sit æqualis h: tunc proportio a ad b est sicut c ad d: similitudo autem in addendo aut diminuendo, intelligatur hic sicut in diffinitione continue proportionaliū, uidelicet nō quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem. Quod autem dicit eodem ordine sumptæ, intelligatur sicut expositum est: uidelicet ut multiplicia nō referantur adinuicem secundum ordinem earum quantitatum, quibus æque multiplicia assumuntur, ut multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ, aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ, sed referatur secundum primum ordinem ipsarum 4 quantitatum, uidelicet multiplex primæ ad multiplex secūdæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ. Erit itaque sensus istius diffinitionis. Incontinue proportionales: sunt quatuor quantitates, & proportio primæ ad secundam est sicut tertiæ ad quartam: cum sumptis æque multiplicibus ad primam & tertiam, itemq; æque mul-

multiplicibus ad secundam & quartam: erit proportio multiplicis primæ ad multiplex secundæ, sicut multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ. Sed non diffiniuit sub hac forma, propter causam prædictam: licet a parte rei idem sit. Non est autem necessariũ ut quatuor quãtitates a, b, c, d sint eiusdem generis, eo quod b non cõtinuatur in proportione cum c: sed possunt esse duæ primæ unius generis, & duæ sequentes alterius. Per quod patet quod necesse est referri multiplex primæ ad multiplex secũdæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: non autem multiplex primæ ad multiplex tertiæ, aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ: quia non semper sunt eiusdem generis multiplex primæ & tertiæ, nec multiplex secundæ & quartæ: fuit autem necesse sumere æque multiplices ad primã & tertiã, itemq́ue æque multiplices ad secundã & quartã, & non æque multiplices ad primam & secũdam, & item non æque ad tertiam & quartam: quia nisi per multiplicium sumptionem continuentur termini primæ proportionis cum terminis secundæ, non erit per quid sit proportio a ad b sicut c ad d.

7 **Quantitates quarum proportio est una, proportionales nominantur.**

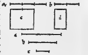
CAMPANVS. Postquam diffiniuit quantitates continue proportionales & incõtinue: diffinit quantitates proportionales simpliciter, & patet diffinitio.

8 **Cum fuerint primæ & tertiæ æque multiplices, itemq́ue secundæ & quartæ æque multiplices, addetq́ue multiplex primæ super multiplicem secundę, non addet autem multiplex tertiæ super multiplicem quartæ, dicetur prima maioris proportionis ad secundam, quàm tertia ad quartam.**

CAMPANVS. Diffinitis quantitatibus proportionalibus, diffinit quantitates improportionales. Sunt autẽ improportionales, inter quas non est similitudo proportionum, quod contingit dupliciter, aut quia maior est proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: aut quia minor: & ideo eius sunt duæ species. Prima, quando maior est proportio primi ad secundum, quam tertij ad quartum: & dicitur hoc, maior improportionalitas. Secunda uero, quãdo minor est proportio primi ad secundum, quam tertij ad quartum: & dicitur minor improportionalitas: diffinit ergo eas inter quas est maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: quæ est maior improportionalitas: diffinitionem autem earum inter quas est minor proportio primæ ad secundam quam tertiæ ad quartam, non ponit, quia ipsa patet ex alia. Cum igitur fuerint quatuor quantitates ad quarum primam & tertiam sumpta sint æque multiplicia, & ad secundam & quartam æque multiplicia, & multiplicia primæ & secundæ relata adinuicem non se habebunt similiter multiplicibus tertiæ & quartæ relatis adinuicem in additione, diminutione & æqualitate: illæ quatuor quantitates erunt improportionales. Quod si ita fuerit quod multiplex primæ sit æquale multiplici secundæ, multiplex uero tertiæ sit minus multiplici quartæ: aut quod multiplex primæ sit maius multiplici secundæ, & similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ: ueruntamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus multiplex primæ multiplex secundæ, quam multiplex tertiæ multiplex quartæ: aut quod multiplex primæ sit minus multiplici secundæ, & similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ, ueruntamen minus minuit quantũ ad proportionẽ non quantũ ad quantitatem excessus, multiplex primæ multiplici secũdæ, q̃ multiplex tertiæ a multiplici quartæ: erit quolibet istorum



istorum 4 modorum maior proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartā. Quatuor aūt modis istis oppositis erit minor proportio primæ ad secundam, quam tertiæ ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter sumētur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ super multiplex secundæ, non autem multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur auctor in diffinitione, latitudinē habet ad istos 4 modos prædictos, & ipsos cōprehendit. Vnde sensus istius diffinitionis est: cum sumptis sic multiplicibus ut proponit, fuerit maior proportio multiplicis primæ ad multiplex secundæ, quam multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad secūdam quàm tertiæ ad quartam, non diffiniuit autem sub hac forma, propter communem causam prius dictam. Vel possumus dicere, quòd additio multiplicis primæ super multiplex secundæ, & non multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur in præmissa diffinitione maioris improportionalitatis, propriè accipitur prout uerba diffinitionis sonant: & non se extendit nisi ad secundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet illorum quatuor modorum sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: unde sensus illius diffinitionis est: cum sumptis sic multiplicibus ut proponit, si multiplici primæ existente maiori multiplici secundæ, non sit necessarium quod multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ: tunc erit maior proportio primæ ad secūdam quam tertiæ ad quartam: propter hoc autem nō posuit reliquos tres additionis modos in prædicta diffinitione, quia iste est illis omnibus magis planus, & ad dictam diffinitionem sufficiens. Nusquam enim est maior proportio primæ 4 quatuor quantitatū ad secundā quam tertiæ ad quartam: quin cōtingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiā reperiri: quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secūdæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Nec usquam contingit hoc reperire, quin sit maior proportio primæ ad secundam quam tertiæ ad quartā, ut demonstrabimus infra supra decimam huius. Possunt autem esse hæ quantitates improportionales diuersorum generum, sicut & quantitates incontinue proportionales si intra eas fuerit incontinua improportionalitas, ut si dicatur maior est proportio a ad b, quam c ad d. Si autem fuerit continua improportionalitas: erunt omnes eiusdem generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate, ut si dicatur maior est proportio a ad b, quàm b ad c.



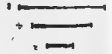
9 **Est autem proportionalitas, ad minus inter tres terminos constituta.**

CAMPANVS. Postquam auctor diffiniuit proportionem, proportionalitatem, & quantitates proportionales & improportionales: ostendit quis sit minimus numerus terminorum inter quos proportionalitas potest consistere: maximum autem nō ponit, quia illum non contingit sumere: potest enim proportio quælibet continuari in terminis infinitis, siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus duæ proportiones similes, eo quod proportionalitas sit similitudo proportionum. Quælibet autē proportio habet antecedens & consequēs. ergo quælibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia & duo consequētia: hoc est, impossibile fieri in paucioribus quàm tribus terminis, in quibus medius eorum anteedens est & consequens, & ideo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem non erit in paucioribus quàm in 4, eo quod in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. si enim fuerit cōtinua, erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua, ad minus inter quatuor.

10 **Si fuerint tres quantitates continue proportionales: dicetur proportio primæ ad tertiam, proportio primæ ad secundam duplicatam.**

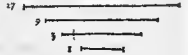
CAMPANVS. Diffinit proportionē quæ est inter extremos terminos cōtinuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ, & dicit quod si fuerit proportio primi ad secun-

secundum, sicut secundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata, hoc est, ex duabus talibus composita: siue (quod idem est) erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secūdum duplicata, hoc est, in se multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint tres numeri continue proportionales, sintq; continue dupli, ut 2.4.8: proportio autem primi ad tertium, erit sicut proportio primi ad secundum in se multiplicata: proportio autem primi ad secundū est dupla: dupla uero in se multiplicata, producit quadruplam: unde proportio extremorum est quadrupla, uidelicet duplum dupli: uel secundum priorem expositionem, proportio extremorū est sicut proportio primi ad secundum duplicata, quia quadrupla constat ex duabus duplis.

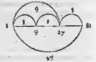


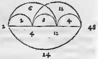
11 Cum fuerint quatuor quantitates continue proportionales, proportio primæ ad quartam, dicetur proportio primæ ad secundam triplicata.

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ est inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis constitutæ: & dicit si fuerint quatuor quātitates continue proportionales: erit proportio primæ ad quartā, sicut proportio primæ ad secundam triplicata, hoc est, ex tribus talibus composita, quoniam tres tales inueniuntur in ea: siue (quod idem est) erit proportio primæ ad quartam, sicut primæ ad secundam triplicata, hoc est in se, postea in productū multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales, sintq; continue tripli, ut sint 1.3.9.27: proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundum in se, postea in productū multiplicata: proportio autem primi ad secūdum, est tripla: tripla uero in se multiplicata: producit noncuplam, & tripla in noncuplam, producit uigincuplamseptuplā: erit itaq; proportio extremorum uigincuplaseptupla, quod est triplum tripli. Vel secundum priorem expositionem, proportio extremorum est sicut proportio primi ad secūdum triplicata, quia uigincuplaseptupla constat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuæ proportionalitatis inter plures quam quatuor terminos constitutæ, propter id quod dimensiones in rebus naturalibus repertæ, non excedunt ternarium. Denominatio autem proportionis duarum quantitatū quibus nullum interponitur medium, habet naturam lineæ. Earum uero quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate: habet naturam superficiei, eo quod fit ex multiplicatione denominationis duarum primarū in se. Omne autē quod ex multiplicatione lineæ in lineā producitur, naturam habet superficiei: si in se quidem, quadrati: si uero in alteram, parte altera longioris. Sed proportionis earum quātitatum denominatio quibus in continua proportione duo media interponuntur: naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarū primo in se: ex qua multiplicatione producitur superficies: deinde in productum, ex qua multiplicatione prouenit solidum siue corpus: omne etenim qđ ex multiplicatione lineæ in superficiē producitur, crescit in solidū. Est ergo ac si diceret: proportio duarum quantitatum, est simplex interuallum, & habens naturam simplicis dimensionis ut lineæ: proportionalitas autem trium, est duplex interuallum, & habens naturam duplicis dimensionis ut superficiei: proportionalitas autem quatuor, est triplex interuallum, & habens naturam trinæ dimensionis aut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt: ideo non diffiniuit proportionem contentā inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis, aut pluribus constitutæ: uel non diffiniuit poportionem in his, quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum constat ex proportione primorum duplicata, & in quatuor terminis constat, ex eadem triplicata, in quinq; terminis constat ex eadem quadruplicata, & in sex ex eadem quincuplicata: unde quemadmodū in tribus terminis continue proportionalibus proportio extremorum continet proportionē primorū bis, & in 4 terminis ter: sic in quinq; terminis cōtinebit quater, & in sex quinquies, & ita deinceps: ut semper proportio extremorum in terminis cōtinue proportionalibus toties contineat proportionem primorum: quot sunt omnes termini, minus



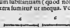
bus uno. Similiter quoque si proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ, est ea quæ producitur ex proportione primorum in se semel multiplicata, & in quatuor in se bis multiplicata, in quinque terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in se ter multiplicata, & in sex terminis quater, & sic semper termini fuerint duobus plures multiplicationibus, siue ut multiplicationes sint æquales medijs extremis interpositis. Et nota quod etiam in proportionalitate cõtinua extremorũ, proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs, ut ex prædictis apparet, & quod proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ denominatur a quadrato, in quattior uero terminis cõstitutæ denominatur à cubo, quorum quidem quadrati & cubi latus est denominatio proportionis primi ad secundum, uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuæ proportionales qui sint continue tripli 3, 9, 27, 81, proportio primi ad secundum, denominatur à ternario, est enim tripla, primi uero ad tertium, à nouenario qui est quadratus ternarij, nã ipsa est nõcupla. At uero proportio primi ad quartũ: denominatur à 27 qui est cubus denominationis proportionis primi ad secũdũ uidelicet ternarij, ipsa enim est uigincupla septupla. Et proportio extremorum improportionalitatis continuæ in tribus terminis constitutæ, denominatur à superficiali nõ quadrato, cuius latera sunt denominationes ipsarũ proportionum, in quatuor uero terminis cõstitutæ: denominatur à solido nõ cubo, cuius tria latera sunt denomationes trium proportionum, quod etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continuæ improportionales, qui sint 2, 4, 12, 48 in quibus proportio primi ad secundum est dupla, secũdi ad tertium tripla, & ideo primi ad tertium sexcupla, tertij uero ad quartum quadrupla. & Senarius ergo qui est denominatio proportionis primi ad tertium, est superficialis, cuius latera sunt 2 & 3 quæ sunt denominationes duarum primarum proportionum. 24 uero qui est denominatio proportionis primi ad quartum, est solidus cuius latera sunt 2, 3, & 4, quæ sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos existentium.





12 Quantitates quæ sunt in proportione una, antecedens ad consequentem & antecedens ad consequentem, dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem, sic consequens ad antecedentem. Itémque permutatim sicut antecedens ad antecedentem, sic etiam consequens ad consequentem.

CAMPANVS. Diffinit species proportionalitatis, quæ sunt sex. uidelicet conuersa, permutata, disiuncta, euersa, & æqua. Sũt autem hæ species, quasi quidam modi arguendi. Diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem & permutatam, in quibus manent antecedentia & consequentia eadem secundum substantiam (quod non est in disiuncta, coniuncta, aut euersa) & in quibus nihil extra sumitur ut in equa. Vocat autem antecedens, primũ extremum proportionis: consequens uero uocat secundum. Vult itaque per hanc diffinitionẽ, quod si fuerit proportio a ad b sicut c ad d. & ex hoc ergo concludam ergo b ad a sicut d ad c, uidelicet ut faciam de antecedentibus consequentia, & de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas econtrario siue conuersa. Si autem sic arguam a ad b sicut c ad d, ergo a ad c sicut b ad d. uidelicet ut ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia, ambo extrema secundæ, consequentia: uult quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas per-



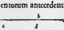
mutata, & in isto modo arguendi fit antecedens secundæ proportionis, consequens primæ, & consequens primæ, antecedens secundæ.

13 **Cooiuncta uero proportioonalitas dicitur, qnoties sicut antecedens cũ consequente ad consequens, sic etiam antecedeos cum consequente ad cõsequens.**



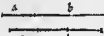
CAMPANVS. Diffinit coniunctam, disiunctam, & euersam, in quibus etiam nihil extra sumitur, sed termini non manent in ipsis ijdem secundum substantiam, & uult quod si ita fuerit ut sit a ad b, sicut c ad d, & ego ex hoc cõcludam ergo totius a b ad d b sicut totius c d ad d, quod iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

14. **Disiuncta uero proportionalitas, dicitur augmentorum antecedentiũ supra consequeotia æqua comparatio.**



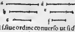
CAMPANVS. Vult quod si fuerit proportio totius a b ad b sicut tous c d ad d, & ex hoc ego cunclu dam ergo a ad b sicut c ad d, quod iste modus arguendi uocetur disiuncta proportionalitas.

15 **Euersa proportionalitas, dicitor quorumlibet antecedentiũ ad augmẽta sui supra consequentia sua similitudo proportionũ.**

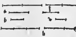


CAMPANVS Vult quod si fuerit a b ad b, sicut c ad d, & ex hoc ego cõcludam ergo a b ad a sicut c d ad c, quod iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

16. **Aequa proportionalitas dicitur, qnantitatibus plurimis propositis, alijsque secundum enndem numerum in uoa proportione applicatis mediorum æquali numero remoto, utrorumque summorum similitudo proportionum.**



CAMPANVS. Diffinit æquam proportionalitatem, quæ ad probandum propositum ad extra sumitur. & uult quod si sumãtur quotlibet quantitates, ut a b c, itemq; totidem aliæ, siue sint eiusdem generis cum primis siue alterius ut d e f, fuerintq; secundæ in proportione primarum siue eodem ordine ut si dicatur a ad b sicut d ad e, & b ad c sicut e ad f, siue ordine conuerso ut si dicatur a ad b, sicut e ad b. & b ad c sicut d ad e, & ex hoc concludatur ergo a ad c sicut d ad f, quod iste modus arguendi uocetur æqua proportionalitas. Horum autem sex modorum arguendi qui dicuntur species proportionalitatis, quatuor probat autor in litera infra in isto quinto. Permutatam quidem proportionalitatẽ, probat in 16 huius, disiunctam uero, in 17, coniunctam in 18, æquam uero proportionalitatem, demonstrat in 22 & 23, sed in 22, cum quantitates duorum ordinum eodem ordine sunt proportionales, in 23 uero: cum & sunt proportionales ordine conuerso. Cõuersam uero proportionalitatem aut euersam non demonstrat, eo quod conuersa patet ex diffinitione quantitatum incontinue proportionalium. Euersa autem patet ex permutata adiuuante 19 ut super eandem 19 sumus dicturi. Qualiter autem cõuersa proportionalitas ex diuisione quantitatum incontinue proportionalium manifesta sit, demonstremus nũc. Sit ergo proportio a ad b, sicut c ad d. uolo ergo demõstrare qđ erit b a d a, sicut d ad c. Sumãtur e ad a, & f ad c, æque multiplicia, similiter quoque g ad b, & h ad d. æque



multiplicia, eritque per conuersionẽ diffinitionis quãtitatum incontinue proportionalium, ut e, & g item que f & h similiter se habeant in additione diminutione & æqualitate intelligo tunc b primum, a secundũ, d tertium, c quartum, sumptaq; sunt ad primum & tertiũ, g & h æque multiplicia. Itemque ad secundũ & quartũ, e & f, æque multiplicia. Et quia multiplicia primi & secundi quæ sunt g & e similiter se habent multi-

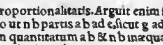
plicaq;

plicibus tertij,& quarti quæ sunt h & f,adinuicem in additione,diminutione & æquali-
tate,erit per dictã diffinitionẽ proportio b primi ad a secundũ,sicut c tertij ad d,quar-
tum,quod est propositũ. Cõstat itaq; modus arguendi qui dicitur conuersa propor-
tionalitas. Huius autem quinti libri principia plurimis difficillima esse uidentur, &
quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat,magis ab intellectu distantia. Ni-
hil enim uidetur intellectui immediatius adhærere,quàm quód duarum quarũlibet
quantitatum æqualium sit ad tertiam quamlibet una proportio, quod tamen huius
quinti septima demonstrat,ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis,quæ ab in-
tellectu primo uidetur quamplurimum esse remota,quis enim nõ facilius duarũ quã-
titatũ æqualiũ ad aliquã tertiã,eãdem esse proportionẽ cõcedat:quàm quatuor quã-
titatum si multiplicia primæ & tertiæ æqualiter sumpta multiplicibus secũdæ & quar-
tæ æqualiter sumptis similiter se habuerint in additione,diminutione & æqualitate,es-
se proportionẽ primæ ad secundã sicut tertiæ ad quartam: Verũ si subtiliter intuemur
liquido constabit non posse uniri intellectui quod proportio duarum quantitatum
æqualiũ ad tertiã sit una,nisi per quid est esse proportionẽ unam,si enim quis ignoret
quid est esse proportionẽ unã eandẽ proportionẽ alteri,quomodo cognoscet duarũ
quantitatũ æqualiũ esse eandẽ proportionẽ ad tertiã:Indiget igitur proculdubio in-
tellectus antequam illam quæ uidebatur cõceptibilis propositio,apprehendat,huius
rei quæ per ipsius diffinitionẽ habebitur cognitione,postmodũ utrũ ea diffinitio dua-
bus quantitatibus æqualibus ad tertiam comparatis cõueniat pertractatione, quod
si diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus conuenire,concludetur propositum, sin
autem oppositum. Nõ est igitur immediata propositio,quàm superficialis apprehen-
sio immediata iudicauit. Similiter quoque immediatius iudicat prima apprehensio
adhærere intellectui quod duarũ quantitatũ inæqualium maior est proportio maio-
ris earum ad aliã quàm minoris ad eandem,quam demonstrat 8 huius,quàm quod 4
quantitatum sit maior proportio primæ ad secundam quam tertiæ ad quartam,cum
multiplicibus ad primam & tertiã æqualiter sumptis,itemq; alijs ad secundã & quar-
tam æqualiter: multiplex primæ addit super multiplex secundæ, & multiplex tertiæ
non addit super multiplex quartæ,ex quo quæ prædicta est propositio demõstratur,
sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi per quid est esse proporoonem maiorem. Igi-
tur oportuit Euclidẽ:quæ quantitates dicũtur proportionales,& quæ improportio-
nales diffinire. Prtiportionales autem,sunt quarũ proportio una est,& improportio-
nales,quarum proportiones diuersæ. Itaque diffiniuit quantitates quarũ proportio
una est,& eas in quibus connectuntur extrema non dissociatis medijs, quas uocauit
continue proportionales,& dixit hanc proportionalitatem,in tribus terminis ad mi-
nus existere,propter hoc quod unum saltem bis sumendum est medium,& eas in qui-
bus accidit interruptio mediorum,& hæc sunt incõtinue proportionales,& hæc pro-
portionalitas ad minus exigit quatuor terminos,propter alterius medij sumptionẽ.
Et diffiniuit etiã quãtitates quæ sunt improportionales,quarũ est maior una propor-
tio quã sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis,tũc facile esset intellectui
cognoscere quæ proportiones essent una & quæ diuersæ. Quæ enim haberent unam
denominatiouẽ,essent una:quæ autẽ diuersas,diuersæ. hæc autem facilitas manifesta
est ex arithmetica,quoniã omniũ numerorũ proportio scita & rationalis est. Vnde Ior-
danus in secũdo arithmeticæ suæ diffiniens quæ prtiportiones sunt eædem & quæ di-
uersæ,dicit easdem esse quæ eandem denominationem recipiunt. Maiorem uero,quæ
maiorem, & minorẽ, quæ minorẽ. Sed infinitæ sunt proportiones irrationales,qua-
rum denominatio scibilis non est,quare cum Euclides consideret in hoc libro suo pro-
portionalia communiter non contrahendo ad rationales uel irrationales quoniam
considerat proportionem repertam in continuis quæ communis est ad istas,non po-
tuit diffinire identitatẽ proportionũ,idẽtitatẽ denominationũ,sicut arithmeticus,eo
quod multarũ proportionum (ut dictũ est) sunt denominationes simpliciter ignotæ,
diffinitionẽ autem oportet fieri ex notis,unde malitia proportionũ irrationaliũ,coe-
git Euclidẽ tales diffinitiones ponere. Quia ergo nõ potuit (ut patet ex præmissis) dif-
finire proportionalitatem siue identitatem proportionum per identitatem habitudi-
num siue denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudi-
num & in conuenientiam terminorum:coactus est refugere ad terminorũ multiplicia,
ut ex illorũ habitudinibus quantum ad excessum & æqualitatem consideratis æquis
numerositatibus sumptorũ,per quod ad naturam irrationalitatis reducũtur,propo-

sitā diffinitionē uenetur, nihil enim in quocūꝗ inæqualitatis genere, terminis magis idē, ꝗ eorū multiplicia, nec terminorū habitudinibus, quā multiplicū habitudo. Et quia proportio est duarū quātitacū eiusdē generis certa habitudo cōsiderata in eo q sunt æquales, aut altera maior, ideo idētitas proportionū existentium inter primam 4 quantitatum ad secundam, & tertiam ad quartam, est similis æqualitas primæ ad secundam, & tertiæ ad quartam aut similis maioritas, aut similis minoritas hæc autem similis æqualitas, aut similis maioritas, aut, similis minoritas tuncest inter quatuor quaslibet quantitates, cum est inter omnes earum æqualiter multiplices.

Quod ergo dicit in quinta diffinitione, quātitates quæ dicūtur cōtinuā proportionalitatē habere, sunt quarū æque multiplicia aut æqua sunt aut æqne sibi sine interruptione addūt aut minuūt: est ac si diceret, omnes illas quantitates uoco continue proportionales (qđ est eas similiter esse æquales cōtinue, & similiter cōtinue esse maiores, & similiter cōtinue esse minores) quarū omnes æque multiplices, aut sibi inuicē sunt, similiter cōtinue æquales, uel similiter cōtinue maiores, uel similiter cōtinue minores quod est etiā ipsas multiplices esse cōtinue proportionales, quod si hoc alicubi in multiplicibus dissonat, eas dico nō esse cōtinue proportiōales. Quod autē dicit in sexta diffinitiōe. Quātitates quæ dicūtur esse secundū proportionē unā prima ad secundā & tertia ad quartā &c. est ac si diceret omnes 4 quātitates uoco incontinue proportionales, & se habere primā ad secundā, sicut tertia se habet ad quartā (quod est primā ad secundā, & tertiā ad quartā similiter se habere in æquando aut addēdo aut minuendo) quarū omnes æque multiplices primæ & tertiæ ad omnes æque multiplices secundæ & quartæ similiter se habent aut in æquando aut addendo aut minuēdo, quod est etiam multiplices primæ in eadē proportione se habere ad multiplices secūdæ, in qua multiplices tertiæ se habēt ad multiplices quartæ, quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus, dico non esse proportionē primæ ad secundā sicut tertiæ ad quartā. Quod autem dicit in 8 diffinitione, est ac si diceret, maiorē proportionē uoco 4 quātitatū primæ ad secundā quàm tertiæ ad quartā (quod est primā magis excedere secūdā quam tertia excedat quartā) quarū aliqua ex multiplicibus primæ addit super aliquam ex multiplicibus secūdæ, aliqua ex multiplicibus tertiæ sumpta secundū numerationem multiplicis primæ, non addente super aliquē ex multiplicibus quartæ sumpta secūdū numerationem multiplicis secundæ, quod est esse maiorem proportionē multiplicis primæ ad multiplicem secūdæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplicem quartæ.

Diffinitiones autē istas nisi sunt aliqui demonstrare, quorū Ametus filius Ioseph tentauit eas demōstrare in epistola sua quā de proportiōe & proportionalitate cōposuit, & accepit tria per modū positionis tanquā principia, quæ dicit esse per se nota & probatiōe non indigere. Quorū primū est qđ si fuerint 4 quantitates, quarū sit proportio primæ ad secundā sicut tertiæ ad quartā, erit econuerso proportio secūdæ ad primā sicut quartæ ad tertiā: & hic est modus arguēdi, quē uocauit superius Euclides cōuersam proportionalitatē. Et errauit, quoniā dixit propositionē esse per se notā: cuius tamen antecedens & consequens sunt ignota. Ignotum est enim quid sit esse proportionē primæ quātitatis ad secūdam sicut tertiæ ad quartam, quare hoc ignoto posito, impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur. Similiter quoque quia consequens est ignotum, impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedat. Secundum principium eius fuit, quod si fuerint 4 quantitates quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartam, si prima sit maior secunda, erit tertia maior quarta, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Tertium fuit quod si fuerint 4 quātitates quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartā, erit primæ ad quodlibet multiplex secundæ, sicut tertiæ ad æque multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum, quod accidebat in primo, accepit enim in omnibus ignota similiter tanquam nota: quare non demonstrauit.



peccauit etiam in secunda demonstratione & in quinta, in quarum qualibet arguit ex 8 uel ex 10 huius quæ probantur ex diffinitione incōtinuæ proportionalitatis. Arguit enim sic, si proportio a b ad e est maior quàm g ad d, sit ergo ut n b partis a b ad e, sicut g ad d. per quod apparet ipsum supponere quod duarum quantitatum a b & n b inæqualiū relatarum ad e maior maiorem & minor minorem ad ipsam obtinet proportionem, uel quod quantitas quæ ad e habebit minorem proportionem quā habeat a b, erit minor

nor a b, quorum primum demonstrat 1 huius, & secundum 10. Nam cum uultis sumere quantitatem quæ se habeat ad e in proportione g ad d, dabo tibi maiorem aut minorem aut æqualem a b indifferenter sicut uoluero, quare aut non demonstrat aut accidit sibi circulus, & principia esse ignotiora conclusionibus. Supponenda sunt igitur cum Euclide principia tanquam nota, & non ipsa ex conclusionibus, sed cõclusiones ex ipsis demonstrandæ sunt.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVINTVS.

Euclides ex Zamberto. Diffinitiones.

PArs est magnitudo magnitudinis minor maioris quando minor metitur maiorẽ. 2 Multiplex autẽ, maior minori, quãdo eã metitur minor. 3 Ratio, est duarũ magnitudinũ eiusdem generis* aliquatenus adinuicem quædã habitudo, 4 Proportio uero est rationũ* identitas 5 Rationem habere adinuicem magnitudines dicũtur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere. 6 In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam: quãdo primæ tertiæ æque multiplices, secundæ & quartæ æque multiplices, iuxta quãuis multiplicationẽ utraq; utrãq; uel una excedũt, uel una æquales sunt, uel unà deficiũt sumptæ adinuicem. 7 Eandẽ autẽ habentes rationem magnitudines, proportionales uocẽtur, 8 Quando uero æque multipliciũ multiplex primæ excesserit multiplicem secundæ, multiplex autem tertiæ nõ excesserit multiplicem quartæ, tunc prima ad secundam maiorem rationẽ habere dicetur, quàm tertia ad quartã. 9 Proportio autẽ in tribus terminis, *minima est. 10 Quãdo tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicem rationẽ habere dicetur quàm ad secundam. Quando autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicẽ rationẽ habere dicetur quàm ad secundã. Et semper deinceps una plus, quo ad proportio fuerit. 11 *Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentes antecedentibus & consequentes consequentibus. 12 Permutata ratio, est acceptio antecedẽtis ad antecedẽs, & cõsequentis ad consequens, 13 *Cõuersa ratio, est acceptio cõsequentis tanquã antecedẽtis ad antecedẽs tanquam ad consequẽs. 14 Cõpositio rationis, est acceptio antecedẽtis cũ cõsequẽte, sicut unius, ad ipsum consequẽs. 15 Diuisio rationis, est acceptio excessus quo excedit antecedẽs ipsum cõsequẽs, ad ipsum cõsequẽs. 16 Cõuersio rationis, est acceptio antecedentis ad excessum quo excedit antecedens ipsum cõsequens. 17 Aequa ratio, est pluribus existentibus ma-

*κατὰ πηλικότητα, id est quod ad quantitatem quod ad quantitatem pertinens

*ὁμοιότης

*ad minus

*ὁμόλογα

*ἀνάπαλιν λόγος e contra uel alibi

*ἀναστροφὴ λόγου

*una Ho.i.binas

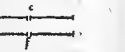
gnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine* una sumptis & in eadem ratione quando fuerit sicut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic in secundis magnitudinibus prima ad ultimam. Vel aliter. Acceptio extremarum per subtractionem mediarum. 18 Ordinata proportio, est cum fuerit antecedens ad consequens, sicut antecedēs ad cōsequēs & consequens ad rem aliam, sicut cōsequens ad rem aliā. 19 Inordinata proportio, est cū fuerit antecedēs ad cōsequens sicut antecedēs ad cōseqnēs, & cōsequens ad rem aliam sicut res alia ad antecedēs. 20 Extēsa proportio, est quādo fuerit sicut antecedēs ad cōseqnens sic antecedens ad consequens, fuerit autem & sicut consequens ad rem aliam, sic consequens ad rem aliam.

21 Perturbata autem proportio, est quando tribus existentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine, fit sicut quidem in primis magnitudinibus antecedens ad consequens sic in secundis magnitudinibus antecedens ad consequens, sicut autem in primis magnitudinibus cōsequens ad rem aliam, sic in secundis res alia ad antecedens.

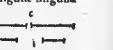
Eucli. ex Camp. Propositio 1

SI fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æquæ multiplices, aut singulæ singulis æquales, necesse est quemadmodum una illarum ad sui comparem, totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

CAMPANVS Sint quotlibet quantitates quæ sint a b, c, aliarū totidem quæ sint d e f, æque multiplices, unaquæque ad sui comparem, aut singulæ sint singulis æquales, ita uidelicet quod sicut a est multiplex d, ita b est multiplex e, & c, multiplex f, uel si a est æqualis d, quod similiter b sit æqualis e, & c æqualis f, dico quod sicut se habet a ad d, ita se habet aggregatum ex omnibus quæ sunt a b c, ad aggregatum ex omnibus quæ sunt d e f.



Quod si singulæ singulis sint æquales, patet propositum per hanc communem scientiam, si æqualibus æqualia addantur, tota quoque erūt æqualia. Si autem sint omnes suis cōparibus æque multiplices, diuisis eis secundum quantitatem suarum submultiplicium, erit aggregatum ex prima parte a & prima b, & prima c, æquale aggregato ex d e f. per prædictam communem scientiam adiuuante hac, quæ eidem sunt æqualia inter se sunt æqualia. Similiter quoque aggregatū ex secundis partibus quantitatum a b, erit æquale aggregato ex d e f. sicque de cæteris, & quia hoc poterit totiens fieri quotiens d continetur in a, erit ut æquale aggregatum ex d e f, totiens cōtineatur in aggregato ex a b c, quotiens d, continetur in a. Quia ergo quotiens d numerat a, totiens aggregatum ex d e f, numerat aggregatum ex a b c, patet quod sicut a est multiplex ad d, ita aggregatum ex a b c, aggregati ex d e f, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

Si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum æqualium numero singulæ singularum æque multiplices, quotuplex est unius una magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

THEON ex Zamb. *Sint quodcunque magnitudines α β, γ δ, quotcunque magnitudinū ε, ζ, æqualiū numero æque multiplices, singulæ singularū. Dico quod quotuplex est α β ipsius ε, totuplices erunt α β, γ δ, ipsarū ε, ζ.*

Quo-

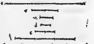
Quoniā enim æque multiplex est α ε, ipsius ι, & γ δ, ipsius ζ, quotcūque igitur magnitudines sunt in α ε, æquales ipsi ι, totidē & in γ δ, sunt æquales ipsi ζ. Dirimatur quidē α β in magnitudines æquales ipsi ι, hoc est α κ, & κ ε, & γ δ, ipsi ζ, æquales magnitudines, hoc est γ θ, & θ δ. Erit nimirū multitudo ipsarum γ θ, & θ δ, multitudini ipsarum α κ, & κ β, æqualis. Et quoniam æqualis est α κ, ipsi ι, & γ θ, ipsi ζ, & α κ, & γ θ, ipsis ι ζ, sunt æquales, & per hoc quoniam æqualis est κ β, ipsi ι, & β δ, ipsi ζ, & γ ε, & θ δ, ipsis ι ζ. Quotcunque igitur sunt in α β, æquales ipsi ι, tot & in ipsis α β, & γ δ, sunt æquales ipsis ι ζ, quotiplex igitur est α ε, ipsius ι, totuplices sunt α β, & γ δ, ipsarū ι ζ. Si fuerint igitur quotcunque magnitudines quotcūque magnitudinum æqualiū numero singulæ singularum æque multiplices, quotuplex est una magnitudo unius, totuplices erunt & omnes omnium, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 SI fuerint sex quantitates quarum prima ad secūdam atque tertia ad quartam æque multiplices, quinta uero ad secundam atque sexta ad quartam æque multiplices, totum primæ & quintæ ad secundam totumque tertiæ & sextæ ad quartam æque multiplicia esse conueniet.

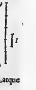
CAMPANVS Sint sex quantitates, a prima, b secunda, c tertia, d quarta, e quinta, f sexta. Sintq́ a & c, æque multiplices ad b, & d. Itēque e, & f, sint æque multiplices ad easdē. Dico q͂d sicut totum aggregatū ex a & e, est multiplex ad quantitatem b, ita totum aggregatum ex c & f, est multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus secundum quem b continetur in a, est æqualis numero secundum quem d continetur in c, similiter quoque numerus secundū quem b continetur in e, est æqualis numero secundum quē d continetur in f, erit per communē scientiam quæ est si æqualibus æqualia addātur & tota quoque erunt æqualia, numerus secūdum quē d continetur in aggregato ex a & e, æqualis numero secundum quem d continetur in aggregato ex c & f, quare sicut aggregatū ex a & e, est multiplex ad b, ita aggregatum ex c & f, est multiplex ad d, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si prima secundæ æque fuerit multiplex, & tertia quartæ, fuerit autem & quinta secūdæ æque multiplex & sexta quartæ, & cōposita prima & quinta, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta quartæ.

THEON ex Zamb. Prima enim α β, secundæ γ, æque multiplex esto, & tertia δ ε, ipsius ζ, quartæ, sit autē & quinta ε κ, secundæ γ, æque multiplex, & sexta ε θ, ipsius ζ, quartæ. Dico quod composita prima & quinta α κ, ipsius γ, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta δ θ, ipsius ζ, quartæ. Quoniam enim æque multiplex est α β, ipsius γ, δ ε, ipsius ζ, quot magnitudines igitur sunt in α β, æquales ipsi γ, totidem magnitudines sunt & in δ ε, æquales ipsi ζ, ac per hoc, & quot sunt in ε κ, æquales ipsi γ, tot etiam sunt in ε θ, æquales ipsi ζ. Quot igitur sunt in tota α κ, æquales ipsi γ, tot sunt in tota δ θ, æquales ipsi ζ. Quotuplex igitur est α κ, ipsius γ, totuplex est δ θ, ipsius ζ. Et composita igitur prima & quinta α κ, ipsius γ, secundæ æque erit multiplex & tertia & sexta δ θ, ipsius ζ, quartæ. Si prima igitur secundæ æque fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta secūdæ æque multiplex & sexta quartæ, etiam composita prima & quinta, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta quartæ. quod demōstrasse oportuit.

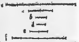


Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 SI fuerint primum secundi & tertiū quarti æque multiplicia, ad primum uero & tertium multiplices sumantur æquales, erunt multiplex primi ad secundum, atque multiplex tertij ad quartum æque multiplicia.

CAMP. Sic sex quātitates, a priā, b scdā, c tertia, d quarta, e quīta, f sexta, sintq́ a ad b & c ad d, itēq́ e ad a & f ad c, æque multiplices. Dico q̄ sicut e est multiplex ad b, ita f ad d

Diuidatur enim e secundũ quantitatem a sui multiplicis, & f secundum quantitatem c, eritq́ propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, ut quælibet partium e sit ita multiplex ad b, sicut quælibet partium f ad d. Quia ergo sicut prima pars e est multiplex ad b ita prima pars est multiplex ad d, itémque sicut secunda pars e est multiplex ad b, ita secunda f ad d, ergo erit per præmissam ut aggregatum ex duabus primis partibus e sit ita multiplex ad b, sicut aggregatum ex duabus primis partibus e f ad d. Et quia rursus tertia pars e (si sit aliqua tertia pars) est ita multiplex ad b sicut tertia f ad d, erit per eandem ut totũ aggregatũ ex tribus primis partibus e sit ita multiplex ad b, sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus f ad d. Sicq́ (si plures fuerint partes e & f) componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus, concludes quod sicut e est multiplex ad b ita f ad d per præmissam totiens sumptã quot fuerint partes in e aut in f, minus una, sicq́ patet propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 3* *Propositio 3*

3 Si primum secundi æque fuerit multiplex & tertium quarti, sumantur autem æque multiplicia primi & tertij, etiam ex æquo eorum quæ sumpta sunt utrunque utriusque æque erit multiplex, alterum quidem secundi, alterum autem quarti.

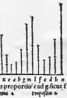
THEON ex Zamb. *Primum enim α secũdi β, æque sit multiplex, & tertiũ γ, ipsius δ, quarti, sumanturq́ ipsorũ α γ, æque multiplicia ε ζ, & η θ. Dico quod æque multiplex est ε ζ, ipsius β, & η θ, ipsius δ. Quoniã enim æque multiplex est ε ζ, ipsius α, & η θ, ipsius γ, quot igitur sunt magnitudines æquales in ε ζ, ipsi α, tot etiã sunt magnitudines in η θ, æquales ipsi γ. Diuidatur quidẽ ε ζ, in magnitudines æquales ipsi α, hoc est ε κ, & κ ζ, & η θ, in æquales ipsi γ, hoc est η λ, & λ θ, erit utiq́ æqualis multitudo ipsorũ ε κ, & κ ζ, multitudini ipsorũ η λ, & λ θ. Et quoniã æque multiplex est α, ipsius β, & γ, ipsius δ, æqualis autẽ est ε κ, ipsi α, & η λ, ipsi γ, æque igitur est multiplex ε κ, ipsius β, & η λ, ipsius δ. Ac per hoc iam æque multiplex est κ ζ, ipsius β, & λ θ ipsius δ. Quoniã igitur primũ ε κ, ipsius β, secundi æque est multiplex & tertiũ η λ, ipsius δ, quarti: est autem & quintũ κ ζ, ipsius β, secundi æque multiplex & sextũ λ θ, ipsius δ, quarti, & compositũ igitur (per 2 quinti) primum & quintũ ε ζ, ipsius β, secundi æque est multiplex, & tertium & sextum η θ, ipsius δ quarti. Si primum igitur secundi æque fuerit multiplex & tertiũ quarti, sumanturq́ primi & tertij æque multiplicia, etiã ex æquo eorum quæ sumpta sunt utrunq́ utriusq́ æque erit multiplex, alterum secundi, alterum autem quarti, quod oportebat demonstrare.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 4*

4 SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum, ad primum autem & tertium æque multiplicia assignẽtur itémque ad secundum & quartum multiplices æquales, erunt assignatæ multiplices eodem ordine proportionales.

CAMPANVS. Sit proportio a primi ad b secundũ, sicut c tertij ad d quartũ, sumanturq́ e ad a, & f ad c, æque multiplicia: itẽque g ad b, & h ad d, æque multiplicia. Dico quod proportio e ad g, est sicut f ad h. Sumam k ad e, & l ad f, æque multiplicia, item que m ad g: & n ad ad h, æque multiplicia. Et quia e & f, sunt æque multiplicia ad a, & c, itemq́ k & l æque multiplicia ad e & f, erunt per præmissam k & l, æque multiplicia ad a & c, per eandem quoq́ erunt m & n, æque multiplicia ad b, & d. Quare per cõuersionem diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis, k ad m, & l ad n, similiter se habebunt in addendo, diminuendo & æquãdo. Quia ergo k & l sunt æque multiplicia ad e & f, itemq́ m & n, æque multiplicia ad g & h, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis proportio e ad g, sicut f ad h, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 4* *Propositio 4*

4 Si primum ad secundum eandem habuerit rationẽ, & tertium ad quartum, etiam æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationẽ sumpta adinuicem.

THEON ex Zamb. Primum enim α, ad secundum β, eandem habeat rationem, quam tertiũ γ, ad quartũ δ. Et sumantur quidẽ ipsorũ α γ, æque multiplicia, ε ζ, & ipsorũ β δ, alia utcũq; multiplicia η θ. Dico quod sicut se habet ε, ad ipsum η, sic se habebit ζ, ad ipsum θ. Sumantur enim ipsorũ ε ζ, æque multiplicia κ & λ, & ipsorum η θ, alia quomodocũq; æque multiplicia, hoc est μ, & ν. Et quoniam æque multiplex est ε, ipsius α, & ζ, ipsius γ, & sumpta sunt ipsorũ ε ζ, æque multiplicia κ & λ, igitur κ, (per 3 quinti) æque multiplex est ipsius α, & λ, ipsius γ, & propterea, æque multiplex est quoq; μ, ipsius β, & ν, ipsius δ. Et quoniam est ut α, ad β, sic γ, ad δ, & sumpta sunt ipsorũ α γ, æque multiplicia κ λ, ipsorum autem β δ, alia quomodocũq; æque multiplicia, hoc est μ, ν, si igitur excedit κ, ipsum μ, excedit & λ, ipsum ν, & si æquale, æquale, & si minus, minus, (per 6 diffinitionem tertij) Sunt autem κ λ, ipsorum ε ζ æque multiplicia, & μ ν, ipsorũ η θ, alia quomodocũq; æque multiplicia. Est igitur ut ε, ad η, sic ζ, ad θ. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertiũ ad quartum, etiam æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem eandem rationẽ habebunt sumpta adinuicem, (per 6 diffinitionem quinti. Quod oportebat demonstrare.



LEMMA siue assumptio. Quoniã igitur demõstratũ est quod si excedit κ, ipsum μ excedit quoq; & λ, ipsum ν, & si æquale, æque: & si minus, minus manifestũ est quod si μ, ipsum κ, excedit & ν, excedit ipsum λ, & si æquale, æquale: & si minus, ac per hoc erit ut η, ad ε, sic θ, ad ζ.

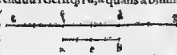
CORRELARIUM Hinc manifestũ est quod si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & contra quoque proportionales erunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 5



5 Si fuerint duæ quantitates quarum una sit pars alterius, minuaturque ab utraque ipsarum ipsa pars, erit reliquũ reliquo atque totum toti æque multiplex, Vel sic, minuaturq; ab utraque ipsarum ipsa pars aliquota, erit reliquum reliqui tota pars, quota totum totius.

CAMPANVS Sit quantitas a b tota pars quantitatis c d, quota est e b ipsius a b, minuaturq; a b ex quãtitate c d, & sit residuũ f c, eritq; f d, æqualis a b, similiter quoq; minuatur e b ex quãtitate a b, sitq; residuum e a. Dico quod quota pars est quãtitas a b quantitatis c d tota est quantitas a e quantitatis c f. Cũ enim f d sit æqualis a b, erit f d, ita multiplex



e b, sicut c d est multiplex a b, ponãtq; d g ita multiplicẽ a e, sicut f d, est multiplex e b eritq; ex prima huius quãtitas f g, ita multiplex a b, sicut f d, est multiplex e b, & quia sic fuit c d, multiplex a b, sicut f d, fuit multiplex e b erit utraque duarũ quantitatũ c d f g, æque multiplex quãtitatis a b, quare per cõmunem scientiam, c d & f g sunt æquales adinuicem, dempta igitur ab utraq; earũ, quãtitate f d, erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e sicut f d, e b, & ideo sicut a b, e b, quare & sicut c d, a b, erit c f, ita multiplex a e, sicut tota c d totius a b, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Si magnitudo magnitudinis æque fuerit multiplex, & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ, ita erit multiplex ut tota totius est.

THEON ex Zamb. Magnitudo etenim α β, magnitudinis γ δ, æque multiplex esto, atque & ablata α ε, ablatæ γ ζ. Dico quod & reliqua ε β, reliquæ δ ζ, æque erit multiplex atq; tota α β, totius γ δ, est multiplex. Quotuplex est α ε, ipsius γ ζ, totuplex fiat ε β, ipsius γ η. Et quoniã (per 1 quinti) æque multiplex est α ε, ipsius γ ζ, & α β, ipsius η ζ, ponitur autẽ æque multiplex α ε, ipsius γ ζ, & α β, ipsius γ δ, æque igitur est multiplex α β, utriusq; ipsorũ η ζ, & γ δ, æqualis igitur est η ζ, ipsi γ δ. Cõmunis auferatur γ ζ, reliqua igitur η γ, reliquæ δ ζ, est æqualis. Et quoniã æque multiplex est α ε, ipsius γ ζ, & ε β, ipsius η γ, æqualis autem est η γ, ipsi δ ζ, æque igitur est multiplex α ε, ipsius γ ζ, & ε β, ipsius ζ δ. Aeque autem ponitur multi-

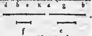
plex

tiplex αι, ipsius γζ, & αβ, ipsius γδ, æque igitur est multiplex ιε, ipsius ζδ, & αε, ipsius γδ. Et reliqua igitur ιβ, reliquæ ζδ, æque multiplex erit: quotuplex est tota αβ, totius γδ. Si magnitudo igitur magnitudinis æque fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æque multiplex erit, quotuplex est tota totius. Quod demonstrasse oportuit.

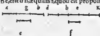
Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 SI fuerint duæ quantitates ad alias duas æque multiplices duæq́ minores à duabus maioribus utraque à sua multiplice subtrahantur, erunt duo reliqua earundem partium æque multiplicia, aut eis æqualia.

CAMPANVS Sint quantitates a b ad c, & d e ad f, æque multiplices, subtrahantur quæ c ex a b, & f ex d e, & sint residua ex a b quidem a g, ex d e, d h, eritq́ g b. æqualis c, & h e æqualis f, dico quod duo residua a g & d h erunt æqualia duabus quantitatibus c f, aut eis æque multiplicia. Sit ergo primo a g, æqualis c, dico quod d h est æqualis f. Sumam enim quantitatē k, equalē f, eritque per præmissas hypotheses, ut toties f sit in h k, quoties c in a b. quare sicut a b est multiplex c, ita h k, est multiplex f, sed sic etiam d e, erat multiplex eiusdem f, erit igitur per communē scientiam, h k æqualis d e, dēpta igitur cōmuni earum quātitate h e, erit d h, æqualis f, quod est propositū.



Si autē a g sit multiplex c, ponam ut e k sit æque multiplex f, eritque ut prius, ut toties f sit in h k, quoties c in a b, sed toties erat etiā in d e, erit igitur ut prius, d e æqualis h k, & d h, e k, quare sicut a g est multiplex c, ita d h est multiplex f, quod est propositum. Aliter idem. Cum secundum eundem numerū contineat quantitas a b quantitatem c, secundū quem quantitas d e quantitatē f, dempta que ab eo unitate remaneat unitas uel numerus secundum quem a g, continet c, & secundū quem d h, continet f, patet quantitates a g, & d h, esse æquales aut æque multiplices quantitatibus c & f.



Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æque fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earundem æque fuerint multiplices, etiam reliquæ eisdem uel æquales, sunt, uel æque ipsarum multiplices.

THEON ex Zamb. *Duæ enim magnitudines αβ γδ, duarum magnitudinū ε, & ζ, æque multiplices, & ablatæ aliquæ αη, & γθ, earundem ε, & ζ, æque sint etiam multiplices. Dico quod & reliquæ ηβ, & θδ, eisdem ε, & ζ aut sunt æquales, aut earum æque multiplices. Sit enim primum, ηβ, ipsi ε, æquale. Dico quod & θδ, ipsi ζ, est æquale. Ponatur enim ipsi ζ, æqualis γκ. Et quoniam æque multiplex est αη, ipsius ε, & γθ, ipsius ζ, æqualis autem est ηβ, ipsi ε, & κγ, ipsi ζ, æque igitur est multiplex αβ, ipsius ε, & κθ, ipsius ζ. Aeque autem ponitur multiplex αβ, ipsius ε, & γδ, ipsius ζ. Aeque igitur est multiplex κθ, ipsius ζ, & γδ, ipsius ζ. Quoniam igitur utraque ipsarū κθ, & γδ, ipsius ζ, æque est multiplex, æqualis igitur (per 1 cōmunem sententiā,) est κθ, ipsi γδ. Cōmunis auferatur γθ, reliqua igitur κγ, reliquæ θδ, est æqualis. Sed ζ, ipsi κγ, est æqualis. θδ igitur, ζ, est æqualis. Quare si ηβ, æqualis est ipsi ε, & θδ, ipsi ζ, erit æqualis. Similiter quoq; ostendemus quod & si multiplex fuerit ηβ, ipsius ε, tam multiplex erit & θδ, ipsius ζ. Si duæ igitur magnitudines duarū magnitudinum æque fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earūdē æque fuerint multiplices, & reliquæ eisdē aut æquales, aut earū æque multiplices erunt. Quod demūstrare oportebat.*



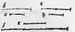
Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI duæ quantitates inæquales ad quālibet comparētur, earū ad illam erit una proportio, itemq́ ad illas proportio illius, una est.

CAMPANVS Sint duæ quantitates a b, æquales, quæ comparentur ad quālibet tertiā ut ad c, dico ꝙ eadē est proportio a ad c, & b ad c, itēq; eadem c ad a, & c ad b. Primū sic probatur. Cum enim c sit consequens ad a primā, & ad b tertiam, ipsa erit in ratione secundæ & quartæ. Sumam igitur d ad a primam, & e ad b tertiam æque multiplices, & sumam f, quamlibet ex multiplicibus c, quæ est secunda & quarta. Et quia a & b quarum sunt æque multiplices d e, positæ sunt æquales, erit ut si d dui

datur

datur secundum quantitatem a,& e secundum quantitatem b,quod partes utrobique sunt numero & quantitate æquales,numero quidem,per hypothesin propter æqualitatem multiplicationis utrobique quantitate autẽ per hanc communem scientiam quoties oportuit repetitam,quæ eidem sunt æqualia sibiinuicem sunt æqualia.



Quia igitur prima ex partibus d est æqualis primæ ex partibus e,& secunda secundæ,& cæteræ ceteris,suntq; tot partes in d quot sunt in e.erit per primam huius, d æqualis e. Quare per communem scientiam, si duæ quantitates æquales comparentur ad aliam tertiam aut ambæ quantitates d & e sunt similiter maiores f,aut similiter minores,aut sibi æquales,igitur ex diffinitione continuæ proportionalitatis,quæ est proportio a primæ ad c secundam,eadem est tertiæ ad c,quartam. quod est propositum. Secundum eodem modo probabis ordine conuerso, ut c ponatur prima & tertia,a uero secunda, b quarta. Cum uero quantitas f,quæ est æque multiplex primæ & tertiæ,sit aut similiter maior quantitatibus d & e quæ sunt æque multiplices secundæ & quartæ, aut similiter minor,aut eis æqualis:erit per eandem diffinitionem proportio c primæ ad a secundam sicut c tertiæ ad b,quartam. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 Aeqoales,ad candem,candem habeot rationem,& eadem,ad æquales

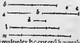
THEON ex Zamb. Sint æquales magnitudines α β,alia autem utcunque magnitudo γ. Dico quod utraque ipsarum α β,ad ipsam γ,eandem habet rationem,& γ,ad utramque ipsarũ α β. Sumantur (per 5 quinti,) ipsarum α β,æque multiplices,sintq; δ ε,ipsius autem γ,alia utcũque multiplex,sitq; ζ. Quoniam igitur æque multiplex est δ ipsius α,& ε,ipsius β. æqualis autẽ est α,ipsi β,æqualis igitur est (per primam cõmunem sententiam,) & δ,ipsi ε. Alia autem quæcũque ζ,multiplex ipsius γ,si excedit igitur δ ipsum ζ,excedit & ε,ipsum ζ,& si æqualis, æqualis & si minor,minor. Et sunt quidem δ ε,ipsarum α β,æque multiplices,& ζ,ipsius γ,alia quæcũque multiplex. Est igitur ut α,ad γ,sic β,ad γ,dico iam quod & γ,ad utramq; ipsarum α β.eandẽ habet rationem, Eisdem namque dispositis,similiter ostẽdemus quod æqualis est δ ipsi ε,alia autem quædam est ζ. Si igitur excedit ζ,ipsum δ,excedit quoque ipsum ε,& si æqualis,æqualis, & si minor,minor. At ζ,ipsius γ,multiplex est,& δ ε,ipsarum α β,aliæ quæuis sunt æque multiplices. Est igitur sicut γ ad β,sic etiam γ,ad α. Aequales igitur ad eandem habent rationem,& eadem,ad æquales,quod fuerat demonstrandum.



Eucli. ex Camp, Propositio 8

8 SI duæ quantitates inæquales ad unam quantitatem proportionẽtur,maior quidem maiorem,mioor uero mioorem obtinebit proportionem. Illius autem ad illas,ad mioorem quidẽ proportio maior,ad maiorem uero minor erit.

CAMPANVS. Sint duæ quãtitates inæquales a & b c,sitque maior b c.& proportionentur ad eandẽ quãtitatẽ quæ sit d,dico qđ maior est proportio b c ad d. quàm a ad d,& quod ecõtrario maior est d ad a quàm d ad b c. Primũ sic probatur. Ponã c b,æqualẽ a,& multiplicabo totiẽs e c,quod proueniat quantitas maior d sitque f g,& sumam k f,ita multiplicẽ b e, & similiter h ita multiplicẽ a,sicut f g,est multiplex e c,eritq; per primã huius h ita multiplex a:sicut k g,est multiplex b c,erit etiã h æqualis k f:propter hoc quod earum submultiplices que sunt a & b e, positæ sunt æquales. Ponã quoq; quod h nõ sit minor d,sed æqualis aut maior, toties enim multiplicabo unã quanq; triũ quantitatũ e c,b e,& a,æqualiter,quod f g multiplex e c proueniat maior d,& quod h multiplex a nõ proueniat minor eadẽ,deinde toties multiplicabo d,quod proueniat quãtitas maior b,sitq; in prima quãtitas multipliciũ d quæ sit maior h,sub qua sumam maximam multiplicẽ d,aut sibi æqualẽ si m est prima in ordine multipliciũ d,que sit l eritq; ut l, nõ sit maior b,& constabit m ex d & h propter id quod omne multiplex cõstat ex proximo precedenti multiplici & simplo,ut triplum ex duplo & simplo excepto primo multiplici quod cõstat ex bis simplo. Quia ergo h est equalis.



k f

K f, non erit K f minor l, itaque K f & d non efficient minus quam l & d, quare non efficient minus quàm m, & quia f g, est maior d, erit K g maior quam m. Intelligo igitur quãtitatem b c primam, d secundam, a tertiam, d quartam, & quia ad primam & tertiã sumpta sunt æque multiplicia uidelicet K g & h, similiter quoque ad secundam & quartam æque multiplicia immo idem in ratione duorũ quod est m, & addit K g, multiplex primæ super m multiplex secundæ, non addit autẽ b multiplex tertiæ super m multiplex quartæ, erit per diffinitionem maioris improportionalitatis, maior proportio b c primæ ad d secundam quàm a tertiæ ad d quartam, quod est primum. Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerso ordine, ut d sit prima & tertia, a secunda b c quarta, addit enim m multiplex primæ, super b multiplicem secundæ, non addit autem m multiplex tertiæ super k g, multiplicẽ quartæ, quare maior est proportio d ad a quàm d ad b c quod est secundum. Ex huius autem demonstrationis modo, patet sufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis, quam posuit author in principio huius quinti. Nusquam enim est maior, proportio primæ quatuor quantitatũ ad secundam quam tertiæ ad quartam, quin cõtingat aliqua æque multiplicia ad primã & tertiã & reperiri, quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secũdæ, non autẽ multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Hæc autẽ multiplicia sic reperiemus, sicut demõstrabitur infra supra 11 huius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

8 In æqualium magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor, & eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

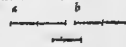
THEON ex Zamb. *Sint inæquales magnitudines, α β, & γ, & sit maior α ε, quàm γ. Alia autem quæuis, sit ut δ. Dico quod α β, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ ad δ, & δ ad γ, maiorem rationem habet, quàm ad α ε. Quoniam enim maior est α ε, quàm γ, ponatur ipsi γ, æqualis ε ι, minor iam ipsarum α ι, & ι β, multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Sit primum α ι, minor quàm ι ε. Et multiplicetur α ι, quoad quod fiet, maius sit ipso δ, & sit illius multiplex ζ κ, quod maius est quàm δ. Et quàm multiplex est ζ κ, ipsius α ι, tam multiplex esto κ θ, ipsius ι ε, & ν, ipsius γ, & sumatur ipsius δ duplum, sitq; illud λ, triplum postmodũ sitq; illud μ, & deinceps uno plus, quoad sumptum multiplex fiat ipsius δ, primo maius quàm κ, sumaturq;, & sit ν, quadruplum quidem ipsius δ, primo autem maius quàm κ. Quoniam igitur κ, ipso ν, primo est minor κ, igitur ipso μ, non est minor. Et quoniam æque multiplex est ζ κ, ipsius α ε, atque æque multiplex est ζ κ, ipsius α ι, æque igitur est multiplex, (per 1 quinti,) ζ θ ipsius α ε. Sed æque multiplex est ζ κ ipsius α ι, & κ ipsius γ, æque igitur multiplex est ζ θ, ipsius α ε, & κ, ipsius γ. Igitur ζ θ, & κ, ipsarum α ε, & γ, æque sunt multiplices, (per eandẽ.) Rursus quoniã æque est multiplex κ θ, ipsius ι β, & κ ipsius γ, æqualis aũt est ι β, ipsi γ, æqualis igitur est & κ θ, ipsi κ. At κ, non est minor quàm μ neq; igitur κ θ, est minor quàm μ. Maior autẽ est ζ κ, quàm δ, tota igitur ζ θ, simul ambabus δ & μ, maior est. Sed ambæ δ & μ, ipsi ν, sunt æquales: quandoquidẽ μ, ipsius δ triplũ est, ambæ autẽ μ, & δ, ipsius δ quadruplices sunt, est autem ν, ipsius δ, quadruplum: ambæ igitur μ & δ, ipsi ν sunt æquales. Sed ζ θ, ipsis μ & δ maior est, igitur ζ θ, ipsum ν excedit. Sed κ, ipsum ν, nõ excedit, & sunt quidẽ ζ θ & κ æque multiplices ipsarum α β, & γ, & ν, ipsius δ, alia quæuis est multiplex. Igitur α ε, ad δ maiorem rationem habet, quàm γ, ad δ. Dico iam quod & δ, ad γ, maiorem rationẽ habet, quàm δ ad α β. Nam illis sic descriptis similiter ostẽdemus quod ν, maior quidem est quàm κ, non uero maior quàm ζ θ: & est quidẽ ν ipsius δ, multiplex. Ipsæ uero ζ θ, & κ ipsarum α β & γ, aliæ quæuis æque multiplices. Igitur δ ad γ, maiorem rationem habet: quàm δ ad α β. Sed iam α ι: maior est quàm ι ε, iam minor ι ε multiplicata, maior aliquando fiet quàm δ. Multiplicetur, & esto κ θ, multiplex quidem ipsius ι β, tam multiplex fiat & ζ κ ipsius α ι, & κ, ipsius γ, similiter ostendemus quod ζ θ, & κ ipsarum α ε, & γ, æque sunt multiplices. Sumaturq; similiter ν multiplex quidem ipsius δ, primo autem maior quàm ζ κ quare rursus ζ κ nõ est minor quàm μ, maior autem est κ θ, quàm δ. Tota igitur ζ θ, ipsas δ μ, hoc est ipsam ν, excedit, & κ ipsam ν, non excedit. Quoniam & ζ κ, quæ maior est quàm κ θ, hoc est quàm κ ipsam ν, non excedit: pariterq; superiora consequuti demonstrationem conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationem habet quàm ad maiorem. Quod demonstrasse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 SI fuerit aliquarum quantitatum ad unam quãtitatem proportio una, ipsas esse æquales, si uero unius ad eas proportio una, ipsas æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sit duarum quantitatum a & b, proportio una ad c, dico eas esse æquales. & si e conuerso fuerit eadem proportio c ad utrãq; earum, adhuc dico eas esse æquales, hæc est conuersa septimæ huius. Primum sic patet. Si enim non sunt æquales, sed altera earum maior, utpote a, erit per primam partem præmissæ, maior proportio a ad c, quam b ad c, quod est contra hypothesin. Secundum quoque patet. quia si a est maior b, erit per secundam partem præmissæ, maior proportio c ad b, quam ad a, quod est etiam contra hypothesin.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

9 Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales adinuicem sunt, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales.

THEON ex Zamb. *Habeat inquam utraque ipsarum α β, ad γ, candē rationem. Dico quod æqualis est α, ipsi β. Si autem non utraque ipsarum α β, ad ipsam γ, eandem non haberet rationem, (per 8 quinti,) habet autem, æqualis igitur est α, ipsi β. Habeat rursus γ, ad utrãq; ipsarum α β, eandem rationē. Dico quod æqualis est α, ipsi β, si autem non, ipsa γ, ad utramq; ipsarum α β, non haberet eandem rationem, habet autem, æqualis igitur est α, ipsi β. Quæ ad eandem igitur, eandē habent rationem, adinuicem sunt æquales, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales. Quod demonstrandum fuerat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI fuerit unius quantitatis ad quantitatem unam proportio maior, quantitatem maiorem esse. Si uero unius ad eandem proportio maior, minorem esse necesse est.

CAMPANVS. Quod si fuerit maior proportio a ad c quàm b ad c, dico a esse maiorem b, & si fuerit maior c ad b quàm c ad a, adhuc dico a esse maiorem b. Hæc est conuersa 8. Primum patet per primam partem 7 & per primam 8, nam per primam partem septimæ, non erit a æqualis b, nec etiam minor, per primam octauæ. Secũdum uero, patet ex secundis partibus earundem.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 Ad eandem, rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior est, ad quam autem eadem maiorem rationē habet, illa minor est.

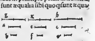
THEON ex Zamb. *Habeat enim α, ad γ, maiorem rationem, quàm β, ad γ. Dico quod α, maior est quam β. Si autem non, aut est α, ipsi β, æqualis, aut ea minor, æqualis autem minime est α, ipsi β, utraque etenim ipsarum α β, ad γ, eandem rationem haberet: (per 9 quinti) non habet autem, igitur α, ipsi β minime æqualis est. Neque etiam minor est α, quam β, nam α, ad ipsum γ, minorem rationem haberet, quàm β, ad γ, (per 8 quinti) non habet autem. igitur α, quàm β, minor non est. Ostēsum autem est, quod neque est æqualis, maior igitur est α, quàm β. Habeat rursus γ ad β, maiorem rationem, quàm γ ad α. Dico quod minor est β, quàm α. Si autem non, aut est ei æqualis aut ea minor, æqualis quidem non est, β ipsi α. Nam γ, ad utramque ipsarum α β, eandem haberet rationem, (per 6 quinti,) non habet autem. Igitur α, ipsi β, minime est æqualis. Neque etiam maior est β, quàm α, nam γ, ad β, minorem rationem haberet, quàm ad α, (per 8 quinti,) non habet autem. Igitur maior nõ est β quàm α: patuit autem quod neque æqualis est, minor igitur est β, quàm α. Ad eandem igitur rationem habentium, maiorem rationem habens, maior est, & ad quam eadem maiorem rationem habet, ipsa minor est. Quod erat demonstrandum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI fuerint quantitatum proportiones alicui uni æquales, ipsas quoque proportiones sibi inuicem æquales esse necesse est.

CAMPANVS Propositionem hanc quam Euclides in principio primi annumerauit inter cõmunes animi conceptiones, quæ eidem sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demõstrat prout proportionibus accõmodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum quæ sunt a ad b, & c ad d, æqualis proportioni quæ est e ad f. Dico proportiones quæ sunt a ad b & c ad d, sibi inuicem esse æquales. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices, itẽq; l ad b, & m ad d,

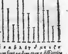


& n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio e ad f est sicut a ad b, & similiter sicut c ad d, erit per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptam si k addit super n, quod g addat super l, & h super m, & si k minuit ab n, quod g minuat ab l, & h ab m, & si k est æqualis n, quod g sit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m similiter se habent in addendo, diminuendo & æquando, mediantibus k n, & erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, a ad b sicut c ad d. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 11

11 Quæ eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem.

THEON ex Zamberto. *Sint enim sicut α, ad β, sic γ, ad δ, sicut uero γ, ad δ, sic ε, ad ζ. Dico quod est sicut α ε, sic ε, ad ζ. Sumantur enim ipsarum α γ ε, æque multiplices, sintq; η θ κ, ipsarum uero β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices, sintq; λ μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic γ, ad δ, & sumptæ sunt ipsarum α γ, æque multiplices η θ, ipsarum autẽ β δ, aliæ quæuis æque multiplices λ μ, si igitur excedit η, ipsum λ, excedit & θ, ipsum μ, & si æquale, æquale: & si deficit, deficit, (per conuersionẽ 6 diffinitionis quinti.) Rursus quoniã sicut est γ, ad δ, sic est ε, ad ζ, & sumptæ sunt ipsarum γ ε, æque multiplices θ κ, & ipsarum δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices μ, & ν, si igitur excedit θ, ipsum μ, excedit quoque κ, ipsum ν, & si æquale, æquale & si minus, minus, (per eandẽ.) Sed si excedit θ, ipsum μ, excedit quoq; & η, ipsum λ, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eandem cõuersionẽ.) Quare si excedit η, ipsum λ, excedit & κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eandem.) Sunt autem η κ ipsarum α, ε, æque multiplices, & λ ν, ipsarũ β ζ, aliæ quæuis æque multiplices. Est igitur sicut α, ad β, sic est ε, ad ζ. Quæ igitur eidem eædem sunt rationes, & adinuicem sunt eædem (per 6 diffinitionem) quod demonstrasse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 Si fuerit proportio primi ad secũdum sicut tertij ad quartum, tertij uero ad quartum maior quàm quinti ad sextum, erit proportio primi ad secundum maior, quàm quinti ad sextum.

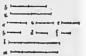
CAMPANVS Sicut in præcedenti, quod hic demõstrat in proportionibus, cõceptibile est in quantitatibus, uidelicet quod si duæ quantites fuerint sibi inuicem æquales, quæcunque fuerit una earum maior, eadẽ maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonstratur, ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, c uero ad d, sit maior quàm e ad f, erit quoq; a ad b, maior q̃ e ad f. Sumã enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices. Itẽq; l ad b,



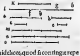
& m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad d est sicut a ad b, & maior quam e, ad f: erit per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis si h addit super m, ut g addat super l, & per cõuersionẽ diffinitiõis maioris improportionalitatis, quod non sit necesse k addere super n. Quia igitur mediantibus h & m si g addit super l, nõ est necesse k addere super n erit per diffinitionẽ maioris improportionalitatis, maior proportio a ad b quam e ad f: quod est propositum.

CAMPANI *additio.* Simili quoque modo probabis. quod si sit a ad b sicut c ad d, & c ad d, minor quàm e ab f, erit a ad b minor quàm e ad f. Cum enim sit c ad d minor q̃ e ad f: erit e ad f: maior quàm c ad d, per conuersionem igitur diffinitionis maioris impro-

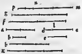
proportiõalitatis, si k addit super n, nõ est necesse q͛d b addat super m, sed si b nõ addit super m, g non addit super l, ergo si k addit super n, nõ est necesse ut g addat super l, per diffinitionẽ igitur maioris improportiõalitatis, maior erit proportio e ad f, quã a ad b, ergo econuerso minor erit a ad b quàm e ad f, q͛d est propositũ. Ex modo autẽ demõstrationis octauæ huius, & hac fiet manifestũ q͛d si fuerit primæ quatuor quãtitatũ ad secũdam maior proportio quam tertiæ ad quartam, cõtinget reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ, quæ cum cõparabũtur ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Quod sic patet.



Sit enim maior proportio a b ad c, quam d ad e. Ponam ergo ut sit proportio a f ad c, sicut d ad e, eritque per hanc 11 & per 10, a f minor a b & sit minor in quantitate f b, quam multiplicabo toties, quod proueniat quãtitas maior c, quæ sit g h, hac conditione ut d toties multiplicata producat quantitatem nõ minorem e, quæ sit k, tunc ponam ut l g sit ita multiplex a f, sicut g h est multiplex f b, aut k p. eritq; per primam huius l h, ita multiplex a b, sicut k d. Deinde ponam quod m sit prima quãtitas multiplex e, quæ sit maior k, & ponam n ita multiplicem c, sicut m est multiplex e, eritque per præmissas hypotheses & conuersionem diffinitiõis incontinuæ proportionalitatis quantitas n prima, multipliciũ c, quæ erit maior l g, nec erit l g minor c. Sumam ergo sub n, maximam multiplicium c, aut sibi æqualem si forsan n sit prima multiplicium eius, quæ sit o, constabitque n, ex o, & c, quia ergo l g non est minor o, & g h est maior c, erit l h, maior n. quare cum k sit minor m, patet propositum.



Conuersam quoque huius demonstrare possumus, uidelicet, quod si contingit reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ, quarum multiplex primæ addat super aliquod multiplex secundæ, & multiplex tertiæ nõ addat super multiplex quartæ, maior erit proportio primæ ad secundam quam tertiæ ad quartam, quod sic probatur. Sint quatuor quantitates, a prima, b secunda, c d tertia, e quarta, sintq; f ad a, & g ad c d, æque multiplicia, similiter h ad b & k ad e, æque multiplicia, & addat f super h, non addat autẽ g super k, dico quod maior est proportio a ad b quam c d ad e. Si enim æqualis, per conuersionẽ diffinitionis incontinuæ proportionalitatis addet g, super k, quod est contra hypothesin. Si autem minor, sit c l ad e sicut a ad b, eritque per huius 10, c l minor c d & sit minor in quantitate l d. Ponam igitur ut m n sit ita multiplex c l, & n p multiplex l d, sicut f est multiplex a, eritque per primam huius m, p ita multiplex c d, sicut f est multiplex a, utraque igitur duarum quantitatum m p & g, est æque multiplex quantitatis c d, ergo ipsæ sunt æquales, nam hæc illatio, demonstrata est in 7 huius. Et quia g non est maior k, non erit m p maior eadem. Sed per conuersionem diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis m n est maior k, eo q͛d f est maior h. ergo m n, est maior m p, quod est impossibile. Quare relinquitur propositum.

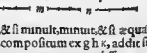


Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 SI fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias proportio una, erit quoque quæ proportio unius ad unam, eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

CAMPANVS. Quod prima proposuit de multiplicibus, hæc proponit de omnibus proportionibus, unde hæc est cõmunior illa, eo quod omnis multiplicitas est pro

portio, non autem econuerso. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f, una proportio, dico quòd quæ est proportio a ad b, eadem est compositi ex a c e, ad compositum ex b d f. Sumãq; g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplicia, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplicia, eritque per primam huius, compositum ex g h k, ita multiplex compositi ex a c e, sicut g est multiplex a. similiter per eandem, compositum ex l m n, erit ita multiplex compositi ex b d f, sicut l est multiplex b, & per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptam si g addit super m, & h addit super m, & k super n, & si minuit, minuit, & si æquat, æquat: ergo per communem scientiã si g addit super l, compositum ex g h k, addit super compositum ex l m n, & si minuit, minuit: & si æquat, æquat ergo per diffinitionẽ incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad b, est sicut compositi ex a c e, ad compositum ex b d f, quod est propositum.



Hæ sequentes duæ propositiones 12 scilicet & 13 ex Zamberto, duabus præcedentibus ex Campano, præpostero ordine respondent 12 unius 13 alterius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

12 Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes, erit sicut una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedẽtes ad omnes consequentes.

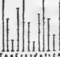
THEON ex Zamb. *Sint quotcunque magnitudines proportionem habentes α β γ δ ε ζ, sicut α, ad β, sic γ, ad δ, & ε, ad ζ. Dico quod est sicut α, ad β, sic est α γ ε, ad β δ ζ. Sumantur enim æque multiplices ipsarum α γ ε, sintq; η θ κ, & ipsarum β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplicas, sintq; λ μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic γ, ad δ, & ε, ad ζ, & sumptæ sunt, ipsarum α γ ε, æque multiplices η θ κ, & ipsarũ β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices hoc est λ μ ν, si igitur excedit η, ipsum λ, excedit & θ, ipsum μ, & κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per cõuersionẽ 6 diffinitionis quinti.) Quare & si excedit η, ipsum λ, excedunt & η θ κ, ipsas λ μ ν, & si æqualis, æquales: & si minor, minores, (per eãdem. Et est η, quidem, & η θ κ, ipsius α, & ipsarum α γ ε, æque multiplices. Quoniam (per primam quinti,) si fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, singulæ singularũ æque multiplices, quàm multiplex est una unius magnitudinum, tam multiplices erunt, & omnes omnium. Ac per hoc, etiam λ, & λ μ ν, ipsius β, & β δ ζ, æque sunt multiplices. est igitur sicut α ad β, sic α γ ε, ad β δ ζ. (per 6 diffinitionem quinti.) Si fuerint igitur quotcunque magnitudines proportionem habẽtes, erit sicut una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes, quod demonstrandum fuerat.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 13

13 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad sextam, prima quoque ad secundam maiorem rationem habebit quàm quinta ad sextam.

THEON ex Zamb. *Prima enim α, ad secundam β, eandem habeat rationẽ & tertia γ, ad quartam δ, tertia uero γ, ad quartam δ, maiorem habeat rationem quàm quinta ε, ad sextam ζ. Dico quod & prima α, ad secundã β, maiorem rationem habebit, quàm quinta ε, ad sextã ζ. Quoniã γ, ad δ, maiorem rationem habet quàm ε ad ζ, sunt enim ipsarũ γ ε, quædã æque multiplices, & ipsarũ δ ζ, aliæ quæuis sunt æque multiplices, ac multiplex ipsius γ, excedit multiplicẽ ipsius δ, multiplex autem ipsius ε, non excedit multiplicem ipsius ζ, sumantur igitur, & sint ipsarum γ ε, æque multiplices η θ, ipsarum autem δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices κ λ. ita quidem ut η, excedat ipsum κ, & θ, ipsum λ, non excedat, & quàm multiplex quidem est η, ipsius γ, tam multiplex esto & μ, ipsius α, quàm multiplex autem est κ, ipsius δ, tam multiplex esto & ν, ipsius β, & quoniam est sicut α, ad β, sic γ, ad δ, &*



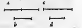
sumptæ

sumptæ sunt ipsarū α γ, æque multiplices μ ν, ipsarū autē β δ, aliæ quæuis æque multiplices ν ξ: si excedit igitur μ, ipsam ν excedit & ν, ipsam ξ, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor: (per cōuersionem sextæ diffinitionis quin tı. Excedit autem (per constructionem) ipsam ξ, excedit igitur & μ, ipsam ν, At θ, ipsam λ, non excedit, sunt autem μ θ, æque multiplices ipsarum α ι, & ν λ, ipsarum β ξ, aliæ quæuis æque multiplices. Igitur α, ad ε, maiorē babet ratio nē, quàm ι, ad ξ. Si prima igitur ad secundam eandem babuerit rationem & tertia ad quartam, tertia autem ad quar tam maiorē rationē babeat quàm quinta ad sextam, prima ad secundam quoque maiorem rationem babebit, quàm quinta ad sextam, quod demonstrare oportebit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritque prima maior tertia, necesse est secundam quarta esse maiorem. Quod si minor, & minorem, si uero æqualis, & æqualem esse.

CAMPANVS Sit proportio a ad b, sicut c ad Dico quod si a est maior c, b erit maior d, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Si enim a sit maior c, erit per primam partem 8 huius, maior proportio a ad d quam c ad d. Quare maior erit a ad d, quam ad b, ergo per secūdam partem 10 huius, b erit maior d, quod est propositum. Quod si a sit minor c, erit per primam partem 8, minor proportio a ad d, quàm c ad d Quare maior erit a ad b, quam ad d, per secundam ergo partem 10, b erit minor d Si autem a sit æqualis c, erit per primam partem 7, a ad d sicut c ad d Quare a ad d, sicut ad b, itaque per secundam partem 9, b erit æqualis d, sicque patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 14

14 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem & tertia quartam, prima uero tertia maior fuerit, & secunda, quarta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

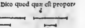
THEON ex Zamberto. Primum enim α, ad secundum ε, eandem babeat ratio nem, & tertium γ, ad δ, quartum, maius autem esto α, quàm γ. Dico quod & β, maius est quàm δ, Quoniam enim α, est maior quàm γ, est autem aliā quædam magnitudo β, igitur (per 8 quin ti) α, ad β, maiorem rationem habet quàm γ, ad ε, Sicutque α, ad ε, sic γ, ad δ, maiorem ra tionem babet, quàm γ, ad β. Ad quod autem idem maiorem rationem babet, illud minus est (per 10 quinti,) minus igitur est δ, quàm ε, quare maior est β, quàm δ. Similiter quoque ostendemus quod & si æquale fuerit α, ipsi γ, æquale erit quoque & β, ipsi δ, & si minus fuerit α, quàm γ, mi nus erit quoque & β, quàm δ. Si prima igitur ad secundam eandem babuerit rationem & ter tia ad quartam, prima autem tertia maior fuerit, & secunda quarta maior erit, & si æqualis, æqualis. & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 SI fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices assignatæ, erit ipsarum multiplicium atque submultiplicium una pro portio.

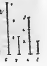
CAMPANVS Sint c ad a, & d ad b, æque multiplices. Dico quod quæ est propor tio a ad b, eadem est c ad d. Diuidatur c secundum quantitatem a. & d secūdum quantitatem b, sunt que tot partes c, quot d, & quia quælibet pars c ad quamlibet partem d se habet sicut a ad b, erit per 12 huius, c ad d, sicut a ad b, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem ha bent sumptæ adinuicem.

THEON ex Zamberto. Sit igitur æque multiplex α β, ipsius γ, & δ ε, ipsius ξ. Dico quod est sicut γ, ad ξ, sic est α β, ad δ ε. Quoniam enim æque est multiplex α β ipsius γ, & δ ε, ipsius ξ, quot igitur magnitudines sunt in α β, ipsi γ, æquales, tot sunt in δ ε, æquales ipsi ξ. Diuidatur α β, in magnitudines æquales ipsi γ, hoc est α η, η θ, θ β, ipsum autē δ ε, in magnitudines æqua les ipsi ξ, hoc est δ κ, κ λ, & λ ε, erit iam magnitudo ipsorum α η, η θ, & θ β, æqualis multitudini

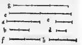


ipsorum δκ, κλ, & λι. Et quoniam αγ, κθ, & θζ, sibi inuicem sunt æquales, & δκ, κλ, & λι, quoque sibi inuicem sunt æquales, est igitur sicut αγ, ad δκ, sic est κθ, ad κλ, & βθ, ad λι, erit igitur (per 12 quinti,) sicut unum antecedentium ad unum consequentium, sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est igitur sicut αβ, ad δι, sic est αβ, ad δι, æqualis autem est αι, ipsi γ, ipsum autem δι, ipsi ζ, est igitur sicut γ, ad ζ, sic est αζ, ad δι. Partes igitur eodem modo multiplicium, eandem habent rationem sumptæ adinuicem, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI fuerint quatuor quãtitates proportiõales, permutatim quoq; proportionales erunt.

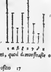
CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d. Dico quod erit a ad c sicut b ad d. Et iste est modus arguendi, qui dicitur proportionalitas permutata, cuius demõstratio sic patet. Sumã e ad a, & f ad b, æque multiplices. itemq; g ad c & h ad d, æque multiplices, eritq; per præmissam e ad f, sicut g ad h, quare per 14 si e addit super g, & f addit super h. & si minuit, minuit & si æquat, æquat per diffinitionẽ igitur incõtinuæ proportiõalitatis erit a ad c, sicut b ad d. Quod est propositũ. Necesse est autem, ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates, eiusdem generis.



Eucli ex Zamb. Theorema 16 Propositio 16

16 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt.

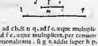
THEON ex Zamberto. *Sint quatuor magnitudines proportionales α β γ δ, sicut α, ad β, sic γ, ad δ. Dico quod & uicissim proportionales erunt, sicut α, ad γ sic β, ad δ. Sumantur quidem ipsarum α β, æque multiplices ε ζ, & ipsarũ γ δ, & aliæ quæuis, æque multiplices η θ, & quoniam æque multiplex est ε, ipsius α, & ζ, ipsius β, partes aũt eodem modo multipliciũ eandẽ habent rationẽ sumptæ adinuicem (per præcedentem, est igitur sicut α, ad β, sic ε ad ζ. Sicut autem α, ad β, sic & γ, ad δ, & sicut igitur γ, ad δ, sic ε, ad ζ, (per 11 quinti. Rursus quoniam η θ, ipsarum γ δ, æque sunt multiplices, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem sumptæ adinuicem (per 15 quinti.) est igitur sicut γ, ad δ, sic est η, ad θ. Sicut autem γ, ad δ, sic ε, ad ζ, & sicut igitur ε, ad ζ, sic η, ad θ, (per 11 quinti.) Si quatuor autem magnitudines proportionales fuerint, prima uero tertia maior sit, & secũda quarta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor (per 14 quinti) Si igitur excedit ε, ipsum η, excedit & ζ, ipsum θ & si æquale, æquale & si minus, minus: (per 6 diffinitionem quinti) Sunt autem ε ζ, ipsarum α β, æque multiplices, & η θ, ipsarum γ δ, aliæ quæuis æque multiplices Est igitur sicut α, ad γ, sic est β, ad δ. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt, quod demonstrasse oportuit.*



Eucli ex Camp. Propositio 17

17. SI fuerint quantitates coniũctim proportionales, easdem disiũctim quoque proportionales esse.

CAMPANVS. Demonstrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas permutata, demonstrat illum qui dicitur proportionalitas disiuncta. Sit itaque proportio a b ad b c, sicut d e ad e f. Dico quod erit a c ad c b, sicut d f ad f e Sumam enim g h ad a c, & h k ad c b, itemque l m ad d f, & m n ad f e, æque multiplices. Eritque per primam huius, g k ita multiplex a b, sicut g h est multiplex a c, & l n, ita multiplex d e sicut l m est multiplex d f, & ideo per præmissas hypotheses, g k, est ita multiplex a b, sicut est l n, d e Ponam iterum k p ad c b, & n q, ad f e, æque multiplices, eruntque per secundam, h p ad c b, & n q ad f e, æque multiplices, per conuersionem igitur diffinitionis incontinuæ proportionalitatis. si g k addit super h p, l n, addit super m q, & si minuit, minuit; & si æquat, æquat; demptis itaque commu-



munibus h κ & m n: erit per communem scientiam, ut si g h addit super κ p, quod l m addit super n q: & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a c ad c b, est sicut d f ad f e, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 17.

17 Si compositæ magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt.

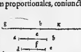
THEON ex Zamberto. Sint compositæ magnitudines proportionales αβ, βε, γδ, δζ, sicut αβ ad βε, sic γδ ad δζ. Dico quod & diuisæ, proportionales erunt: sicut αε ad εβ, sic γζ ad ζδ. Sumãtur enim ipsarum αε, εβ, γζ, ζδ, æque multiplices ηθ, θκ, λμ & μν. ipsarum autem εβ & ζδ, aliæ quæuis æque multiplices, hoc est κξ & νπ. Et quoniam æque multiplex est ηθ ipsius αε, & θκ ipsius εβ: æque igitur est multiplex ηθ ipsius αε, & ηκ ipsius αβ (per primam quinti). Aeque autem est multiplex ηθ ipsius αε & λμ ipsius γζ: æque igitur est multiplex ηκ ipsius αβ, & λμ ipsius γζ (per 11 eiusdem. Rursus quoniam æque est multiplex λμ ipsius γζ, & μν ipsius δζ: æque igitur est multiplex λμ ipsius γζ, & λν ipsius γδ (per primam eiusdem æque autem erat multiplex λμ ipsius γζ & ηκ ipsius αβ. Aeque igitur est multiplex ηκ ipsius αβ, & λν ipsius γδ. igitur ηκ & λν, ipsarum αβ & γδ æque sunt multiplices. Rursus quoniam æque multiplex est θκ ipsius εβ, & μν ipsius ζδ: est autem & κξ ipsius εβ æque multiplex, & νπ ipsius ζδ. & compositum igitur (per 11 eiusdem) θξ ipsius εβ æque multiplex est, & μπ ipsius ζδ. Et quoniam est sicut αβ ad βε, sic est γδ ad δζ. & sumptæ sunt ipsarum quidem αβ & γδ æque multiplices ηκ & λν: ipsarum autem εβ & ζδ aliæ quæuis æque multiplices, hoc est θξ & μπ: si igitur excedit ηκ ipsam θξ, excedit & λν ipsam μπ. & si æqualis, æqualis: & si minor, minor (per conuersionem 6 diffinitionis quinti). Excedat nempe ηκ ipsam θξ: & igitur cõmuni ablata θκ, excedit ηθ ipsam κξ. Sed si excedit ηκ ipsam θξ, excedit & λν ipsam μπ: excedat igitur λν ipsam μπ. & communi ablata μν, excedit & λμ ipsam νπ. Quare si excedit ηθ ipsam κξ, excedit & λμ ipsam νπ. Similiter iam ostendemus quod & si æqualis fuerit ηθ ipsi κξ, æqualis erit & λμ ipsi νπ: & si minor, minor. sunt autem ηθ & λμ, ipsarum αε & γζ æque multiplices, & κξ & νπ, ipsarum εβ & ζδ aliæ quæuis æque multiplices. est igitur sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ (per 6 diffinitionem quinti. Si compositæ magnitudines igitur proportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt: quod demonstrasse oportuit.



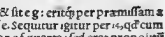
Eucli. ex Camp. Propositio 18.

18 Si fuerint quantitates disiunctim proportionales, coniunctim quoq; proportionales erunt.

CAMPANVS. Demonstrat modum arguẽdi quid dicitur proportionalitas cõiuncta, & est modus cõuersus prioris. Ad cuius demonstrationem, resumatur dispositio præmissæ, & maneant omnes eius hypotheses: excepto quod ponatur esse proportio a c ad c b sicut d f ad f e: dico quod erit proportio a b ad b c, sicut d e ad f e: sequitur enim ex hac hypothesi & alijs hypothesibus præmissæ de multiplicibus æqualiter sumptis, per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, si g h addit super k p, quod l m addat super n q: & si minuit, minuat: & si æquat, æquet: ergo positis cõmunibus h & κ & m n: sequitur per cõmunem scientiam, si g κ addit super h p, quod l n addat super m q: & si minuit, minuat: & si æquat æquet: quare per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, erit proportio a b ad b c: sicut d e ad e f, quod est propositum.



Aliter idem indirecte sic. Cũ sit proportio a c ad c b sicut d f ad f e, nõ est autẽ a b ad b c sicut d e ad e f: sit ergo proportio d e ad aliquam aliam quantitatem: sicut a b ad b c, quæ aut erit maior e f, aut minor: si enim ei esset æqualis, constaret propositum. Sit itaq; primo maior, & sit e g: eritq; per præmissam a c ad c b, sicut d g ad e g: quare d g ad e g, est sicut d f ad f e. Sequitur igitur per 14, qđ cum d g prima sit minor d f tertia: erit ergo g e secũda minor e f quarta: sed erat propositũ q; esset maior. Sit ergo proportio d e ad minorẽ e f, quæ sit e h, sicut a b ad b c: eritq; per præmissã a c ad c b sicut d h ad h e: quare per 11, d h ad h e, sicut d f ad f e. & q̃a d h prima



 est maior d f

d f. tertia erit per 14. e h secunda, maior e f, quarta. quod quia est impossibile, sequitur propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 18 Cōuersa præcedentis.

18 Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, compositæ quoque proportionales erunt.

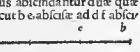


THEON ex Zamb. Sint disiunctæ magnitudines proportionales α ε, ε β, γ ζ, ζ δ, sicut α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ δ. Dico quod & compositæ proportionales erunt, sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad δ ζ. Si autem non est, sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad ζ δ, erit sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad minorem ipsa ζ δ, aut ad maiorem. Sit prius ad minorē δ η. Et quoniam est sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad δ η, compositæ magnitudines proportionales sunt, quare etiam diuisæ proportionales erūt. (per 17 quinti. Est igitur sicut α ε, ad ε β, sic γ η, ad η δ, supponitur autē sic α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ δ. Et sicut igitur (per 11 quinti.) γ η, ad η δ, sic γ ζ, ad ζ δ, maior autē est prima γ η tertia γ ζ, maior igitur est (per 14 quinti.) secūda η δ, ipsa ζ δ, quarta. Sed & minor, quod est impossibile. Igitur non est sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad minorem ipsa ζ δ. Similiter quoque ostendemus quod neque ad maiorem, ad eandem igitur. Si disiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint, & compositæ quoque proportionales erunt, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19 Si à duobus totis duæ portiones abscindātur, fueritque totum ad totum quantum abscisum ad abscisum, erit reliquum ad reliquū quantum totum ad totum.

CAMPANVS Quod quinta proponit de multiplicibus hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus, unde est illa tanto communior, quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b, & c d, à quibus abscindantur duæ quæ sint b e & d f, sitque proportio totius a b, ad totam c d, sicut b e, abscisæ ad d f abscisam. dico quod eadem erit a e residui ad c f, residuum: quæ est totius a b ad totam c d. Cum enim sit a b ad c d sicut b e ad d f erit permutatim a b ad b e, sicut c d ad d f, & disiunctim a e ad e b, sicut c f ad f d, & iterū permutatim a e ad c f, sicut e b, ad f d. & quia sic erat a b ad c d, patet propositum.

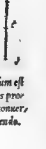


CAMPANI additio. Ex hac autem decimanona, & permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi, qui dicitur proportionalitas euersa ut si sit a b ad b e, sicut c d ad d f, dico quod erit b a ad a e sicut d c ad c f, quia cum sit a b, ad b e, sicut c d ad d f, erit permutatim a b ad c d sicut b e ad d f, quare per hanc 19. b a ad d c, sicut a e ad c f, igitur permutatim b a ad a e, sicut c d ad c f, quod est propositum. Cōuersa quoque proportionalitas, quam ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis demonstrauimus in exponendis principijs huius quinti, potest hic quoque demonstrari indirecte ex permutata proportionalitate & 9 huius, ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, dico quod erit b ad a sicut d ad c, sin autem sit d ad e, sicut b ad a, & quia a ad b est sicut c ad d, erit permutatim a ad c sicut b ad d. & quia iterum b ad a, sicut d ad e: erit quoque permutatim b ad d sicut a ad e, quare erit a ad c. sicut d ad c, si igitur e non sit æquale c, accidet impossibile & contrarium secundæ partis 9, si autem æqualis, erit b ad a sicut d ad c, quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 19

19 Si fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum, erit sicut totum ad totum.



THEON ex Zāb. Esto sicut totū α β, ad totū γ δ, sic ablatū α ε, ad ablatū γ ζ. Dico quod & reliquū ε β, ad reliquū ζ δ erit sicut totū α β, ad totū γ δ. Quoniā enim est sicut totū α β, ad totū γ δ. sic α ε, ad ε ζ, & uicissim quoque (per 16 quinti) sicut α β, ad α ε, sic & δ γ, ad γ ζ. Et quoniā cōpositæ magnitudines proportionales sunt, (per 17 & 18 quinti) etiā disiunctæ proportionales erūt, sicut igitur β ε, ad ε α, sic δ ζ, ad γ ζ, & uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut β ε, ad δ ζ, sic ε α ad ζ γ. Sicut autē α ε, ad γ ζ, sic supponitur totū α β ad totū γ δ, & reliquū igitur ε β, ad reliquū ζ δ, erit sicut totū α β, ad totū γ δ. Si fuerit igitur sicut totū ad totū sic ablatū ad ablatū, & reliquū ad reliquū erit sicut totū ad totū, quod demōstrandum erat. Et quoniā ostensum est quod sicut est α β, ad γ δ, sic est ε β, ad ζ δ, & uicissim sicut α β, ad β ε, sic γ δ ad δ ζ, cōpositæ igitur magnitudines proportionales sunt (per 18 propositionem quinti.) ostensum est autem quod sicut β α, ad α ε, sic δ γ, ad γ ζ, & est conuertendo.

tendo. Hinc manifestum, quod si compositæ magnitudines propositionales fuerint, etiam conuertendo proportionales erunt, quod demonstrandum erat.

Eucli. ex Camp. Propositio 20

I fuerint quodlibet quantitates aliæque secundum earum nume-rum quarum quæque duæ priorum secundum proportionem duarum postremarum necesse est in proportionalitate quidē, æqualitatis ut si fuerit prima priorum ultima maior, & poste-riorum primam ultima esse maiorem. Quod si minor, & minorem. Si ue-ro æqualis, & æqualem.

CAMPANVS Demonstraturus Euclides modum arguendi qui dicitur æqua pro-portionalitas, siue quantitates duorum ordinum directe siue peruersim proporno-nentur: præmittit duo antecedentia ad demonstrandum propositum necessaria, per quorum primum demonstratur æqua proportionalitas cum quatitates duorū or-dinum directe proportionantur. secundum autem cum proportionantur peruersim proponit autem hæc duo antecedentia de quantitatibus duorum ordinum numero æqualibus: quæcunque fuerint. Vniuersaliter enim sum-ptis utrobique quantitatibus secundum quēcūq; nume-rum ueritatem habent, non est autem necesse ut demon-stremus ea, nisi solum in tribus, hoc enim omnino suffici-ens est ad propositum, de pluribus autem quibusq; pate-bit per æquam proportionalitatem cum ipsa demōstra-ta fuerit. Sint igitur tres quantitates a b e. sumanturq; tres aliæ quæ sint c d f. & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f. dico quod si a est maior e. c erit maior f. & si minor, minor & si æqualis, æqualis. Si enim est maior. erit per primam partem 8. maior proportio a ad b, quàm e ad b, quare per 11. maior erit c ad d, quam e ad b, & quia per conuersam proportionalitatem, e ad b est sicut f ad d. erit c ad d maior quàm f ad d, itaque per primam partē 10. c est maior f. quod est propositū. Quod si a sit minor e. per easdem & eodem modo probabitur c esse minorem f. erit enim mi-nor proportio a ad b, quam e ad b. per primam partem 8. ideo per 11. & per conuersam proportionalitatem, minor erit c ad d, quam f ad d, & ideo per primam partem 10. erit c minor f. quod est propositum. Si autem a sit æqualis e. erit per primā partem 7. pro-portio a ad b sicut e ad b sicut e ad b, & ideo per secundam partem 11. & conuersam pro portionalitatē. erit c ad d. sicut f ad d, quare per primam partē 9. c est æqualis f, quod est propositum.



CAMPANI additio. Quidam autē hanc conclusionē demōstrauerūt per proportio nalitatē, permutatim, hoc modo, proportio a ad b. est sicut c ad d, ergo permutatim a ad c, sicut b ad d. & quia rursus b ad e sicut d ad f, erit permutatim b ad d sicut e ad f. sed erat b ad d. sicut a ad c. ergo per 11 erit a ad c. sicut e ad f. itaq; per 14. si a prima est maior e tertia, erit c. secūda maior f. quarta. & si minor, minor, & si æqualis æqualis. quod est propositum. Isti autem errauerunt in sua demonstratione, quia si esset intentio Eu clidis sic demonstrare. non oporteret ipsum præmittere hanc cōclusionem pro antē cedentē ad æquam proportionalitatem. si enim rursus fiat una permutatio propor-tionalitatis ad quam deuētum est. quæ est esse a ad c sicut e ad f, sequitur quod sit a ad e sicut c ad f, & hoc est æqua proportionalitas. Præterea eorum cōclusio non sequitur nisi omnes quantitates amborū ordinū fuerint generis unius. Si enim a b e, sint lineæ & c d f. superficies, aut corpora, aut tempora, non erit tunc permutare proportiones, peccant igitur uniuersaliter dictum, particulariter demonstrantes.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 20

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binæ sum-ptæ & in eadem ratione, ex æquali autē prima tertia maior fuerint, & quar-ta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

THEON ex Zamb. Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero δ ε ζ, binæ sumptæ & in eadem ratione, sicut quidem α, ad β, sic δ ad ε, sicutq; β, ad γ, sic ε, ad ζ. Ex æquali autẽ sit maior α, quàm γ. Dico quod & δ, quàm ζ, maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Quoniam enim maior est α, quàm γ, alia autem quædam β, maior autem ad eandem (per 8 tertij) maiorem rationem habet quàm minor, igitur α, ad β, maiorẽ rationem habet quàm γ, ad β. Sed sicut est quidem α, ad β, sic est δ, ad ε, sicutq; γ, ad β, rursus sic ζ, ad ε. Et δ, igitur ad ε, maiorem rationem habet quàm ζ, ad ε, (per correlarium 4 quinti. Ad eandem autem rationem habentium, maiorẽ rationem habens, maior est (per 10 quinti.) maior igitur est δ, quàm ζ. Similiter quoque ostendemus, quod si æqualis est α ipsi γ, æqualis erit & δ, ipsi ζ, & si minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor: quod oportebat demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 SI fuerint quotlibet quantitates aliæ que secundum earum numerum, quarum quæque duæ ex prioribus quibusque duabus ex posterioribus peruersim comparatæ secundum proportionem earum fuerint, necesse quoque est ut si fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima ultima maior, & posteriorum prima ultima esse maiorem, si autem minor, & minorem. Si uero æqualis, & æqualem.

CAMPANVS. Secundum antecedens, sint tres quãtitates a b e, sumãturq; aliæ tres quæ sunt f c d & sit proportio a ad b, sicut c ad d & b ad e, sicut f ad c, dico quod si a est maior e, erit maior d, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis, hoc autem probatur per easdem & eodem modo, quo præcedens, si enim a sit maior e, erit maior pportio a ad b quam e ad b, quare maior c ad, quã e ad b, & ideo maior quam c ad f, maior igitur f, quam d, per secundam partem 10 quod est propositum. Quod si a sit minor e, erit tandem minor c ad d quam ad f, quare per eandẽ partẽ eiusdẽ f, erit minor d. Si autẽ a sit æqualis e, sequitur ut sit proportio c d sicut c ad f, igitur per secundam partem 9 erit f æqualis d, quod est propositum



Eucli. ex amb. Theorema 21 Propositio 21

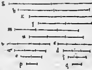
21 Si fuerint tres magnitudines & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, fuerit autem perturbata earũ proportio, ex æquali uero prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.

THEON ex Zamberto. Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem numero æquales δ ε ζ, binæ sumptæ, & in eadẽ ratione, sit autẽ earũ proportio perturbata sicut quidẽ α, ad β, sic ε, ad ζ, sicutq; β, ad γ, sic δ, ad ε, ex æquali autẽ, α, quàm γ, sit maior, dico quod & δ, quàm ζ, maior erit, & si æqualis, equalis: & si minor, minor. Quoniam enim maior est α, quàm γ, & alia quædam β, igitur (per 8 quinti,) α, ad β, maiorem habet rationem quam γ, ad β. Sed sicut quidem α, ad β, sic ε, ad ζ, sicutque γ, ad β, rursus sic ε, ad δ, & ε, igitur ad ζ, maiorem rationem habet, quam ε, ad δ, (per correlarium quartæ quinti,) Ad quã autem eadem maiorem rationẽ habet illa: minor igitur est ζ, quàm δ, maior igitur est δ, quàm ζ. Similiter quoque ostendemus, quod & si æqualis fuerit α, ipsi γ, æqualis erit & δ, ipsi ζ. & si minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ & in eadem ratione, fueritque perturbata earum proportio, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.



22 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq́ꝫ secundum earum numerum quarum quæque duæ secũdum proportionem duarum ex primis in æqua proportionalitate, proportionales erunt.

CAMPANVS Demonstratis antecedẽtibus ad æquam proportionalitatem, hic demonstrat eam, & primo, cum quãtitates duorum ordinum sunt directe proportionales. Non est autem necesse ut demonstraretur, nisi cum in utroque duorũ ordinũ sunt tantum tres quantitates. Per hoc enim euidenter sequitur in utroque ordine fuerint quatuor quãtitates, & deinceps, & ideo etiam nõ oportuit eius antecedens demonstrari, non solũ cum in utroque ordine sunt etiã tres quãtitates. Sint igitur tres quantitates, a b. e, sumanturq́ꝫ tres aliæ quæ sunt c d f. & sit proportio a ad b. sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f, dico quod erit a ad e, sicut c ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c. æque multiplicia. Itẽque k ad b, & l ad d, æque & rursus m ad e, & n ad f, æque eritq́ꝫ per 4. g ad k. sicut h ad l, & k ad m, sicut l ad n, quare per 20. si g est maior m, erit h maior n, & si minor. minor: & si æqualis. æqualis igitur per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, est sicut c ad f. qđ est propositum. Potest quinque hoc demõstrari per 15 huius, sumptis g k m, ad a b e, & h l n, ad c d f, æque multiplicibus, erit enim per 15, g ad k, sicut h ad l, & k ad m, sicut l, ad n. cætera pertracta ut prius. Quod si fuerint quantitates plures tribus in utroque ordine utpote quatuor, additis p & q, ita quod sit e ad p, sicut f ad q, erit iterum a ad p, sicut c ad q. erit enim a ad e. sicut ad f. hoc enim demonstratum est, sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & aliæ tres c f q, ut proponitur. quare a ad p. sicut c ad q. Sicutq́ꝫ demonstratur de quatuor per tres. sublato uno medio, eodem modo demõstrabis de quinque per quatuor, sublatis duobus medijs. & de sex per quinque. sublatis tribus, & sic de cæteris.



Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 22

22 Si fuerint quælibet magnitudines & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, etiam ex æquali in eadem ratione erunt,

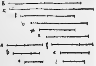
THEON ex Zamb. *Sint quælibet magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero δ ε ζ, binæ sumptæ in eadem ratione, sicut quidem α, ad β, sic δ, ad ε, sicutq; β ad γ, sic ε ad ζ. Dico quod etiam ex æquali in eadem ratione erunt, sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ. Sumantur quidem ipsarum α δ, æque multiplices η θ, ipsarũ autẽ β ε, aliæ quæuis æque multiplices κ λ, & insuper ipsarũ γ ζ, aliæ quæuis multiplices μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic δ, ad ε, & sumptæ sunt ipsarum α δ, æque multiplices η θ, ipsarum autem β ε, aliæ quæuis æque multiplices κ λ, est igitur (per 4 quinti) sicut η, ad κ, sic θ ad λ, & per hoc sicut κ, ad μ, sic λ, ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines sunt η κ μ, & aliæ eisdem æquales numero θ λ ν, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali igitur (per 20 quinti) si excedit η, ipsam μ, excedit & θ, ipsam ν, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor Sunt autem η θ, ipsarum α δ, æque multiplices, & μ ν, ipsarum γ ζ, aliæ quæuis æque multiplices: est igitur (per 6 diffinitionem quinti) sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ. Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione etiam ex æquali in eadem erunt ratione, quod demonstraße oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq́ꝫ secundum earum numerum, quarum ex prioribus quæque duæ secundum proportionem duarũ ex prioribus indirecte proportionatæ, in æqua proportionalitate proportionales erunt.

CAMPANVS Demonstrat æquam proportionalitatem in quantitatibus duorũ ordinum indirecte siue peruersim proportionatis. Nec est necesse quod demonstretur, nisi cum in utroque quorum ordinum sunt tantum tres quantitates, per hoc enim euidenter sequitur quæcunque ponantur in utroque ordine, sicut in præmissa de directe proportionatis demõstratum est. Sint igitur tres quantitates a b e, sumanturq; aliæ tres quæ sint f c d, & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut f ad c, dico quod erit a ad e, sicut f ad d. Sumam enim g ad a. & h ad c. & k ad f, æque multiplicia. itemq; l ad b, & m ad e, & n ad d, æque eritq; per 4. d, ad l, sicut h ad n, & per 15, l ad m, sicut k ad h, quare per 21, si g addit super m, & k cadit super n: & si minuit, minuit: & si æquat, æquat ergo per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, est sicut f ad d, quod est propositum.



Potest quoque & hoc demonstrari per decimamtertiã huius, sumptis g l m ad a b e, & k, b, n, ad f c d, æque multiplicibus, erit enim per decimamquintam g ad l, sicut h ad n & l ad m, sicut k ad h, cætera pertracta ut prius. Cõuenientius tamen demonstrantur hæc & præmissa, secundum primum modum.

Quod si plures tribus fuerint quantitates in utroque ordine, utpote quatuor additis p & q, ita quod sit a ad b sicut d ad q, & b ad e, sicut c ad d, & e ad p sicut f ad c, erit iterum a ad p, sicut f ad q, erit enim per prædemonstrata a ad e, sicut c ad q. Sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & aliæ tres f c q. ut proponitur, quare a ad p, sicut f ad q Sic igitur demõstratur de quatuor per tres, sublato uno medio. Eodem modo demonstrabis de quinque per quatuor, sublatis duobus medijs, & de sex per quinque, sublatis tribus, & sic in cæteris.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 23

23 Si fuerint tres magnitudines aliæ que eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, etiã ex æquali in eadem ratione erunt.

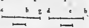
THEON ex Zamberto. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadẽ ratione δ ε ζ, sit autem perturbata ipsarum proportio, sicut quidem α ad ε, sic ε ad ζ, sicutq; β, ad γ, sic δ, ad ε. Dico quod est sicut α, ad γ, sic est δ, ad ζ. Sumantur, inquam, ipsarũ α β δ, æque multiplices η θ κ, ipsarũ autẽ γ ε ζ. aliæ quæuis æque multiplices λ μ ν. Et quoniam æque sunt multiplices η θ, ipsarum α β, partes autem eodem modo multiplicium eandẽ habẽt rationẽ (per 15 quinti,) est igitur sicut α, ad β, sic η, ad θ. Ac per hoc, etiam sicut ε, ad ζ, sic μ, ad ν, & est sicut α, ad β, sic ε, ad ζ. & sicut igitur η ad θ, sic μ, ad ν, (per 11 quinti) Et quoniam est sicut β, ad γ, sic, est δ ad ε, & sumptæ sunt ipsarum quidem β δ, æque multiplices θ κ, ipsarum autẽ γ ε, aliæ quæuis æque multiplices λ μ, est igitur sicut θ, ad λ, sic κ, ad μ, & uicissim (per 16 quinti,) sicut β, ad δ, sic γ ad ε. Et quoniam θ κ, ipsarum β δ, æque sunt multiplices, partes autẽ æque multiplicium eandẽ habent rationẽ (per 15 quinti) est igitur sicut β, ad δ, sic θ, ad κ. Sed sicut β ad δ sic γ ad ε, & sicut igitur θ, ad κ, sic λ, ad μ, (per 11 quinti) Rursus quoniam λ μ, ipsarũ γ ε, æque sunt multiplices, est igitur γ, ad ε, sic λ ad μ, Sed sicut γ ad ε, sic θ, ad κ, & sicut θ, ad γ, sic λ, ad μ, & uicissim (per 16 quinti) sicut θ, ad λ, & κ ad μ. Ostensum autem quod sicut η, ad θ, & sic μ, ad ν. Quoniã igitur tres magnitudines sunt proportionales η θ λ, & aliæ eisdem æquales numero κ μ ν, binæ sumptæ in eadẽ ratione, & est earũ perturbata proportio, ex æquali igitur (per 21 quinti) si excedit η, ipsum λ, & excedit κ. ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus. Sunt autem η κ, ipsarum α δ, æque multiplices, & λ ν, ipsarum γ ζ, æque sũt multiplices, est igitur sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ, (per 6 diffinitionem quinti. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata ipsarum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt. Quod demõstrasse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 24

Si fue-

24 SIfuerit proportio primi ad secuodum tanquam tertij ad quartum: proportio oero quinti ad secūdum tanquā sexti ad quartum, erit proportio primi & quioti pariter acceptorum ad secundum, tanquam sexti & tertij pariter acceptora ad quartū.



CAMPANVS. Quod secunda proposuit de multiplicibus, hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus: unde hæc est illa tanto communior, quāto multiplicitate proportio & se habet ad illam, quemadmodum 11 ad primā. Sit igitur proportio a b ad c, sicut d e ad f: & item b g ad c, sicut e h ad f: dico quod proportio a g ad c, est sicut d h ad f. Erit enim per cōuersam proportionalitatem, c ad b g, sicut f ad e h: quare per 22. erit in æqua proportionalitate a b ad b g: sicut e d ad e h: ergo cōiunctim per 18, a g ad g b, sicut d h ad h e: itaq; per 22, erit in æqua proportionalitate a g ad c, sicut d h ad f, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. *Theorema. 24.* *Propositio. 24.*

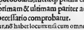
24 Si primum ad secundum eandem habuerit rationē & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secundum eandem ratiooem & sextum ad quartū: etiam composita primum & quiotum ad secundum, eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

THEON ex Zamberto. *Primum etiam α β, ad secundum γ eandem habeat rationem, & tertium δ ε ad quartum ζ, habeat autem & quintum β η, ad secundum γ: eandem rationem & sextum ε θ ad quartum ζ. Dico quod etiam composita primum & quintum α η ad secundum γ eandem habebunt rationem: ac tertium & sextum δ θ ad ipsum ζ quartum. Quoniam enim est sicut β η ad γ, sic est ε θ ad ζ: conuersim quoq; sicut γ ad β η, sic ζ ad ε θ. Quoniam igitur est sicut α β ad γ, sic δ ε ad ζ. sicut autem γ ad β η. sic ζ ad ε θ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α β ad β η, sic δ ε ad ε θ. Et quoniam disiunctæ magnitudines proportionales sunt, compositæ quoq; proportionales erunt (per 18 quinti sicut igitur α η ad η β, sic δ θ ad θ ε: est autem & sicut β η ad γ, sic ε θ ad ζ. ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α η ad γ, sic δ θ ad ζ. Si primū igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit aūt quintū ad secundum eandem rationem, & sextum ad quartum: etiam composita primum & quintum ad secundū eandē habebunt rationē & tertiū & sextum ad quartū. quod oportebat demonstrare.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 25.*

25 SI fueriot quatuor quantitates proporóooales, fueritq; prima earum maxima, & ultima mioima, primam & ultimam pariter acceptas cæteris duabus maius esse oecessario comprobatur.



CAMPANVS. Quod hic proponitur, nō habet locum: nisi cum omnes quatuor quantitates sunt eiusdem generis. Sint igitur quatuor quantitatū eiusdem generis, proportio a b ad c d, sicut e ad f: sitq; a b, maxima. Neq; oportet ponere quod f sit minima: quia ipsum ex hoc sequitur, quod a b posita est maxima: unde non posuit hoc auctor in conclusione tanquam positionē: sed potius tanquam præcedentis positionis conclusionē. Dico quod cum ita fuerit, maius erit aggregatum ex a b & f, quam ex c d & e. Cum enim a b sit maior e, abscindā ex a b, g b æqualem e: similiter quoq; quia c d est maior f, abscindam ex c d, h d æqualem f. Eritq; per hypothesin a b ad c b, sicut g b ad h d, quare per 19, a g residuum ad c h residuum: sicut totum a b ad totum c d. Cum ergo a g se habet ad c h sicut a b ad c d, sed a h est maior c d. quare a g maior est c h: additis igitur utriq; duabus quantitatibus g b & h d, erit per cōmunem scientiam, aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b: & quia d h posita est æqualis f, & g, b e: maius erit aggregatum ex a b & f, quàm aggregatū ex c d & e: quod est propositum.

25 Si qoatuor magoitudines proportionales fuerint, maxima earum & minima, reliquis maiores eruot.

THEON ex Zamberto. Sint quatuor magnitudines proportionales αβ, γδ, ε, ζ: sicut αβ ad γδ, sic ε ad ζ. Sit autem maxima earum αβ, minima uero ζ. Dico quod ipsæ αβ & ζ, ipsis γδ & ε maiores sunt. Ponatur, inquã, (per tertiã primi) ipsi ε æqualis αη, & ipsi ζ æqualis γθ. Quoniam igitur est sicut αβ ad γδ, sic ε ad ζ: æqualis autem est ε ipsi αη, & ipsi ζ æqualis γθ: est igitur sicut αβ ad γδ, sic αη ad γθ, & quoniam est sicut totum αβ ad totum γδ, sic ablatum αη ad ablatum γθ. & reliquum igitur ηβ (per 19 quinti) ad reliquũ θδ, erit sicut totũ αβ ad totum γδ. Maior autem est αβ, quàm γδ: maior igitur est ηβ, ipsa θδ. Et quoniam æqualis est αη ipsi ε, & γθ ipsi ζ igitur αη & ζ sunt æquales ipsis γθ ε. Et quoniam si inæqualibus æqualia addantur tota inæqualia fient (per quartam communem sententiam cum igitur ηβ & θδ sint inæquales, & ηβ maior sit. & ipsi quidem ηβ addantur αη & ζ: ipsi uero θδ addantur γθ & ε, producentur αβ & ζ maiores ipsis γδ & ε. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima earum, reliquis maiores erunt, quod demonstrare oportebat.



Nouem sequentes propositiones qoas ad 25 adiecit Campaous, oihil in Zamberto eis respondens habent: nec plures 25 in oetustioribus Euclidis exemplaribus reperiuntur: quare ex additione Campani esse uideotur.

26 SI fuerit quatuor quantitatum proportio primæ ad secũdam maior quàm tertiæ ad quartam, erit conoersim è cootrario secundæ ad primam mioor quàm quartæ ad tertiam.

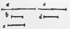
CAMPANVS. Sit proportio a ad b, maior quàm c ad d: dico quod erit è conuerso, modo contrario minor proportio b ad a, quàm d ad c. Si enim est eadem b ad a quæ est d ad c erit è conuerso a ad b ut c ad d: sed non est, immo maior. At uero si est b ad a maior quàm d ad c, sit e ad a, ut d ad c: eritq́ ex duodecim, e ad a minor q̃ b ad a: quare ex prima parte decimæ e est minor b. Ideoq́ ex secũda parte 8, maior erit proportio a ad e, quam a ad b: & quia per cõuersam proportionalitatem, a ad e, sicut c ad d: erit ex duodecima, proportio c ad d maior quam a ad b, sed erit minor, relinquitur ergo propositum. Possumus quoq́ (si libet) astruere propositum ostensiue: manifestum enim est ex prima parte decimæ, quod illa quantitas cuius ad b est eadem proportio quæ est c ad d, est minor a: eo quòd ponitur maior proportio a ad b quàm c ad d: illa ergo quantitas sit e: cum sit igitur proportio e ad b ut c ad d: erit è conuerso b ad e, ut d ad c. Constat autem ex secunda parte octauæ, quod proportio b ad a: minor est quám proportio b ad e. Itaq́ per duodecimam, proportio b ad a: est minor q̃ d ad c. Quod uolumus.



27 Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, erit permotatim maior proportio primæ ad tertiam quàm secuodæ ad quartam.

CAMPANVS. Sit hic quoq́ proportio a ad b maior, quám c ad d: dico quod erit permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d. Eadem enim non erit, quia tunc quoq́ esset permutatim a ad b, sicut c ad d. Neq́ minor: nam si hoc ponatur, sit itaque

e ad c,



e ad c, ut b ad d: eritque ex duodecima, maior proportio e ad c, quam a ad c: quare ex prima parte decimæ, e est maior a. Itaque per primam partem octauæ, proportio e ad b, est maior quam a ad b. Et quia positum est ut sit e ad c, sicut b ad d: erit permutatim e ad b, sicut c ad d: ex duodecima igitur, maior erit proportio c ad d, quam a ad b, sed positum erat oppositum, uerum ergo est propositum. Ostensiue quoque idem, quemadmodum in præmissa. Sumpta enim e ad b, ut c ad d: erit ex prima parte decimæ, e minor a: quia ex prima parte octauæ, maior erit a ad c, quam e ad c. Sed ex permutata proportionalitate, est e ad c, ut b ad d: igitur ex duodecima a ad c: est maior quàm b ad d, quod est propositum

28 Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ ad quartam: erit quoque coniunctim maior proportio primæ & secundæ ad secundam quàm tertiæ & quartæ ad quartam.

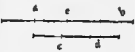


CAMPANVS. Sit maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quod maior erit totius a b ad d, quam totius c d ad d: quia ipsa neque erit æqualis neque minor. Si enim æqualis tunc erit disiunctim, a ad b ut c ad d. Si autem est minor, sit e b ad b, ut c d ad d: eritque ex duodecima, maior proportio e b ad b, quàm a b ad b: itaque ex prima parte decimæ, e b, est maior quam a b: & per conceptionem, e maior quàm a, quare ex prima parte octauæ, maior est proportio e ad b, quàm a ad b: sed e ad b est ut c ad d per disiunctam proportionalitatem. eo quod erat e b ad b: ut c d ad d: ergo per duodecimam, c ad d, est maior quàm a ad b: hoc autem est contra hypothesin. Idem etiam ostensiue. Cum enim propositum sit quod maior sit proportio a ad b, quàm c ad d: sit proportio e ad b, ut c ad d: eritque ex prima parte decimæ, e minor a. Ideoque ex communi scientia, e b erit minor quàm a b: quare ex prima parte octauæ, maior erit proportio a b ad b, quàm e b ad b. At uero proportio e b ad b, est per coniunctam proportionalitatem, sicut c d ad d: positum enim est, ut sit e ad b, tanquam c ad d: igitur ex duodecima, maior est a b ad b, quam c d ad d: quod est propositum.

29 Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & secundæ ad secundã sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam: erit quoque disiunctim proportio primæ ad secundam maior quàm tertiæ ad quartam.

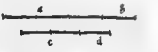


CAMPANVS. Sit proportio a b ad b, maior quàm c d ad d: dico quod erit disiũctim, proportio a ad b, maior quam c ad d: alioqui erit æqualis uel minor. Quod si æqualis: erit per coniunctam proportionalitatem a b ad b, ut c d ad d. Si aũt minor, erit maior c ad d, quam a ad b: ergo per præmissam, maior erit c d ad d, quàm a b ad b quod est incõueniens, quia positũ est quod minor: uerũ est ergo quod dicitur. Quod etiam ostensiue astruemus, hoc modo. Ponemus enim ut proportio e b ad b, sit tanquam proportio c d ad d: eritque ex prima parte 10: e b minor quàm a b: quare ex communi scientia e est minor quàm a: minor igitur est ex prima parte 8, proportio e ad b, quàm sit a ad b: sed proportio e ad b, est sicut c ad d, ex disiuncta proportionalitate: itaque ex 11, proportio a ad b, est maior quam sit c ad d, quod est propositum.



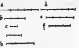
30 Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & secundæ ad secundã sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit euersim minor proportio primæ & secundæ ad primam quàm tertiæ & quartæ ad tertiam.

CAMPANVS. Sit maior proportio a b ad b, quàm c d ad d: dico quod euersim minor erit proportio a b ad a, quàm c d ad d: erit enim disiunctim ex præmissa, maior proportio a ad b, quàm c ad d. Itaque per 26, erit è conuerso minor b ad a, quam d ad c: quare per ante præmissam, coniunctim minor erit b ad a, quàm c d ad c, quod est propositum.



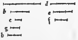
31 Si fuerint tres quātitates in uno ordine, itemque tres in alio, fuerintque primæ priorum ad secundam maior proportio quàm primæ posteriorum ad secundam, itemque secundæ priorum ad tertiam maior quàm secundæ posteriorum ad tertiam: erit quoque primæ priorum ad tertiam maior proportio, quàm primę posteriorum ad tertiam.

CAMPANVS. Sint tres quantitates, a, b, c, itemque aliæ tres, d e f: sitque maior proportio a ad b, quàm d ad e. Itemque maior b ad c, quàm e ad f: dico quod maior erit proportio a ad c, quam d ad f. Sit enim g ad c, ut e ad f: eritque ex prima parte 10, g minor b: quare ex secunda parte 8, proportio a ad g, est maior quàm a ad b: multo maior ergo est proportio a ad g, quam d ad e: sit itaque h ad g, ut d ad e: eritque ex prima parte 19. a maior h: quare ex prima parte 8, proportio a ad c maior est quàm proportio h ad c. At uero proportio h ad c, est per æquam proportionalitatem, sicut d ad f: est enim h ad g, ut d ad e, & g ad c, ut e ad f. igitur ex 12, proportio a ad c, est maior quàm d ad f, quare constat propositum.



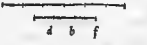
32 Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itemque tres in alio, fuerintque proportio secundæ priorum ad tertiam maior quàm primæ posteriorum ad secundam, itemque primæ priorum ad secundam maior quàm secūdæ posteriorum ad tertiam, erit maior proportio primæ priorum ad tertiam, quàm primæ posteriorum ad tertiam.

CAMPANVS. Sint enim tres quantitates in uno ordine, a, b, c: itemque tres in alio, d, e, f, quemadmodū in præmissa: sitque maior proportio b ad c & maior a ad b, quàm e ad f: dico quod maior erit a ad c, quam d ad f. Sit enim g ad c, ut d ad e: eritque g minor b, per primam partem 10: quare maior erit proportio a ad g, quàm a ad b, per secundam partem 8: igitur multo maior est a ad g, quàm e ad f. Sit itaque h ad g, ut e ad f: eritque a maior h, ex prima parte 10: quare proportio a ad c, maior est quam h ad c, ex prima parte 8. At uero ex 23, proportio h ad c, est tanquā d ad f: eo quod est g ad c, ut d ad e, & h ad g, ut e ad f: igitur ex 11 maior est proportio a ad c, quàm d ad f, quod est propositum.

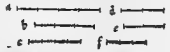


33 Si fuerit proportio totius ad totū, maior quàm abscisi ad abscisum, erit residui ad residuum, maior proportio quàm totius ad totum.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a, & b, a quibus abscindatur c & d: & residua sunt e & f: sitque maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quod maior erit proportio e ad f, quam a ad b: erit enim ex 27, permutatim maior proportio a ad c, quam b ad d: quare ex 30, erit euersim minor proportio a ad e, quàm b ad f, igitur rursus ex 27, permutatim minor erit a ad b, quam e ad f, quod est propositum.



34 Si quotlibet quantitates ad totidem alias cõparentur, fueritq́; cuiuslibet præcedẽtis ad suã relatiuã maior proportio q̃ alicuius subsequẽtis ad suã, erit omniũ harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃ alicuius subsequentiũ ad suã parẽ, aut etiam q̃ omniũ pariter acceptarũ ad oẽs pariter acceptas, minor aũt quàm primæ ad primam.



CAMPANVS. Sint tres quantitates a, b, c, relatæ ad totidem alias quæ sint d, e, f, sitq́; maior proportio a ad d, quàm b ad e, & b ad e sit maior q̃ c ad f: dico q proportio a, b, c, pariter acceptarum ad d, e, f, pariter acceptas, est maior quam b ad e, uel maior quám c ad f, & etiam maior quám b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas: & ipsa est minor quàm a ad d. Cũ enim sit a ad d maior quám b ad e: erit permutatim a ad b maior quàm d ad e: & coniunctim a b ad b, maior quàm d e ad e: & iterum permutatim a b ad d e, maior quám b ad e: quare per præmissam a ad d: est maior quam a b ad d e. Eodemq́; modo probatur maiorem esse b ad e, quám b c ad e f: itaq; maior proportio est a ad d, quám b c ad e f: quare permutatim maior est a ad b c, quam d ad e f: & coniunctim maior a b c ad b c, quám d e f ad e f: & iterum permutatim maior a b c ad d e f, quàm c b ad e f: quare per præmissam, maior est a ad d, quam a b c ad d e f, quod est propositum.

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SEXTVS.

Euclides ex Campano. Diffinitiones.

1 SVperficies similes dicũtur, quarũ anguli unius angulis alterius æquales, lateraq́; æquos angulos continentia proportionalia.



CAMPANVS. Vt si trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq́; angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e sicut a c ad d f, & b c ad e f, ipsi erunt similes.

2 Superficies mutuorũ laterum, sunt inter quarũ latera, incontinua proportionalitas retransitiue habetur.



CAMPANVS. Vt si duorũ quadrilaterorũ a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d c latus secundi fuerit sicut proportio e f lateris secundi ad b c latus primi, illa duo quadrilatera dicuntur mortuorum laterum siue mutekesia.

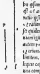
3 Linea dicitur diuidi secundũ proportionẽ habentẽ medium & duo extrema, quando eadẽ est proportio totius ad maiorẽ sui sectionẽ quæ est maioris ad minorẽ.

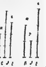
Eucli. ex Zamb. *Diffinitiones.*

Similes figuræ rectilineæ, sunt quæ & angulos æquales ha bent † ad unum, & quæ circa angulos æquales sunt latera proportionalia. 2 Reciprocæ autem figuræ, sunt quādo in utraq; figura antecedentes & consequētes termini rationales fuerint. 3 Extrema & media ratione, recta linea diuidi dicitur, quando fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus. 4 Altitudo uniuscuiusq; figuræ, est à uertice ad basin perpēdicularis deducta. 5 Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus constare dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquā efficiunt quantitatem.

THEON ex Zamb. *Sit enim α β ad γ δ rationem habens datam, ueluti duplam aut triplam aut quamlibet aliam, & γ δ ad ε ζ, eandem quoq; datam. Dico quod ipsius α β & ε ζ ratio, constat ex α β ad γ δ, & ex γ δ ad ε ζ. Vel quod ipsius α β ad γ δ rationis quantitas multiplicata in ipsius γ δ ad ε ζ rationis quantitatem, efficit ipsius α β ad ε ζ rationem. Sit enim primum α β quàm γ δ maior, & γ δ ipsa ε ζ. & sit quidē α β, ipsius γ δ dupla, & γ δ ipsius ε ζ tripla. quoniā igitur γ δ ipsius ε ζ tripla est, ipsius autē γ δ, dupla est α β: igitur α β ipsius ε ζ sexcupla est. quoniam si triplum alicuius duplicamus, fit sexcuplum. hoc enim est proprie cōpositio. Vel sic. Quoniam α β dupla est ipsius γ δ, diuidatur α β in ipsi γ δ æqualia, hoc est α η, & η β. Et quoniā γ δ ipsius ε ζ tripla est. æqualis autem est α η ipsi γ δ: & α η igitur ipsius ε ζ tripla est. Id propterea, & η β ipsius ε ζ tripla est. Tota igitur α β, ipsius ε ζ sexcupla est. Ipsius igitur α β ad ε ζ ratio connectitur per γ δ medium limitem, composita ex ipsius α β ad γ δ & γ δ ad ε ζ ratione. Simiiter autem & si minor fuerit γ δ, utraq; ipsarum α β & ε ζ, idipsum colligitur. Sit enim rursus α β ipsius γ δ tripla, at γ δ ipsius ε ζ sit dimidia: & quoniam γ δ ipsius ε ζ dimidia est, ipsius autem γ δ tripla est α β: igitur α β sesquialtera est ipsius ε ζ. si enim alicuius dimidiū triplicamus, habebit ipsum semel & dimidium. At quoniam α β ipsius γ δ tripla est, & γ δ ipsius ε ζ dimidia est, qualiū est α β æqualium ipsi γ δ trium, taliū est ε ζ duorum. Quare sesquialterum est α β ipsius ε ζ. igitur ratio ipsius α β ad ε ζ: connectitur per γ δ medium limitem, composita ex ipsius α β ad γ δ, & γ δ ad ε ζ ratione. Sed iam rursus sit γ δ utraq; ipsarum α β & ε ζ maior, & sit quidem α β ipsius γ δ dimidium, & γ δ ipsius ε ζ sesquitertium. Quoniam igitur qualium est α β duorum, talium est γ δ quatuor, qualium autem γ δ quatuor, talium ε ζ trium: & qualium igitur α β duorum, taliū ε ζ trium. connectitur igitur rursus ratio ipsius α β ad ε ζ, per γ δ mediū limitem, quæ duorum est ad tria: similiter quoq; & in pluribus, & in reliquis casibus. Et manifestum est quod si à composita ratione quæuis una compositarum auferatur, uno simplicium eiecto, reliqua compositarum assumetur.*







Eucli. ex Camp. *Propositio 1.*

1 Si duarum rectilinearum superficierum æquidistantium laterū siue triāgulorum, fuerit altitudo una, tanta erit alterutra earū ad alteram, quanta sua basis ad basin alterius.

CAMPANVS. Sint duo parallelogramma a b c, d e f: æqualis altitudinis: dico esse proportionem eorum sicut b c ad e f: ponam illa duo parallelogramma super lineā unā, quæ sit g m: eruntq; propter hoc quod sunt æqualis altitudinis, inter lineas æquidistantes, quarū sit altera K n, deinde ex linea g m, sumam g c multiplicē secundū quemcūq; numerū uoluero, ad b c, & diuidā eam in partes æquales b c, in punctis h & b, a quibus & puncto g, ducā æquidistantes lineæ a b, quæ sunt g K & h l: & cōplebo superficies æquidistantiū laterū, K h & l b: eritq; unaquæq; earū



per

per 36 primi: æqualis a c: quare sicut linea g c est multiplex lineæ b c: ita superficies c k, superficiei a c. Si similiter quoque ad lineã e f sumã ex linea g m, lineã f m multiplicẽ secundũ quencũque numerũ uoluero ad e f, & cõplebo, superficiẽ æquidistãtiũ laterũ ducta linea m n æquidistãter lineæ d e, eritque supficies n f ita multiplex supficiei d f, sicut linea m f lineæ e f. Et quia per 36 primi si linea g c est maior linea f m, supficies k c est maior superficie n f, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis, erit per diffinitionẽ incõtinuæ pportiõalitatis, eadẽ proportio basis b c ad basin e f, quæ est superficiei a c ad superficiẽ d f, quod est propositũ. De triangulis unius altitudinis idẽ probabis & eodem modo per 35 primi, ductis lineis ab extremitatibus earũ quas ad bases sumes multiplices, ad uertices triangulorum. Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

1 Triangula & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine, ad se inuicem sunt ut bases.

THEON ex Zamberto. *Sint triangula quidem α β γ, & α γ δ, parallelogramma uero ε γ, & γ ζ, sub eadẽ altitudine existentia perpendiculari scilicet ab α, in β δ, ducta, Dico quod est sicut β γ, basis ad γ δ, basin: sic est α β γ, triangulũ ad α γ δ, triangulum, & ε γ, parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrammũ. Producatur inquã (per 2 postulatum,) β δ ex utraque in θ λ, signa, & ponantur (per 2 primi) ipsi quidem β γ, basi, æquales, quotcunque β η, & η θ, ipsi autem γ δ, basi æquales quotcunque δ κ, & κ λ. Connectanturque α η, α θ, α κ, & α λ. Et quoniam γ β, β η, & η θ, sibynuicem sunt æquales, & triangula quoque α θ η, α η β, & α β γ, sibynuicem sunt æqualia (per 38 primi,) Quod multiplex igitur est θ γ, basis, ipsius β γ, basis, tam multiplex est & triangulum α θ γ, trianguli α β γ. Id propterea, quam multiplex est λ γ, basis, ipsius δ γ basis, tam multiplex est & α λ γ, triangulum, ipsius α δ γ, trianguli, & si æqualis θ γ, basis, ipsi γ λ, basi, æquum est (per 38 primi,) triãgulum α θ γ, triangulo α γ λ, & si basis θ γ, excedit basim γ λ, excedit & triangulum α θ γ triangulum α γ λ, & minor: minus, (per 6 diffinitionem quinti.) Quatuor iam existentibus magnitudinibus duabus quidem basibus hoc est β γ, & γ δ, duobus autẽ triangulis hoc est α β γ, & α γ δ, sumptæ sunt æque multiplices, ipsius quidem β γ, basis, & ipsius α β γ, triãguli, basis uidelicet θ γ, & triangulum α θ γ, ipsorum autem γ δ, basis & α δ γ, trianguli aliæ rursus æque multiplicia, hoc est basis γ λ, & triangulum α λ γ, & demonstratum est quod si excedit basis θ γ, basin γ λ, excedit quoque & triangulum α θ γ, triangulum α λ γ, & si æqualis. æquale, & si minor, minus, Est igitur sicut basis β γ, ad basin γ δ, sic triangulum α β γ, ad triangulum α γ δ, (per sextam diffinitionem quinti.) Et quoniam (per 41 primi ipsius quidem trianguli α β γ, duplum est parallelogrã mum ε γ, ipsius autem α γ δ, trianguli duplum est (per eandem) parallelogrammum ζ γ, partes autem eodem modo multiplicium (per 15 quinti) eandem habent rationem: est igitur sicut triangulũ α β γ, ad triangulũ α γ δ, sic parallelogrammũ ε γ, ad parallelogrammum γ ζ. Quoniam igitur patuit sicut quidem basis β γ, ad basin γ δ, sic triangulũ α β γ ad triangulum α γ δ, sicutque triangulum α β γ, ad triangulum α γ δ, sic parallelogrammum ε γ ad parallelogrammum ζ γ. & sicut igitur (per 11 quinti) basis β γ, ad basin γ δ, sic parallelogrammum ε γ, ad parallelogrammum ζ γ. Triangula igitur & parallelogramma sub eadem altitudine existentia, ad se inuicem sunt sicut bases, quod demõstrare oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 SI linea recta duo trianguli latera secans, reliquo fuerit æquidistans, eam duo illa latera proportionaliter secare. Si uero proportionaliter secet, eam reliquo lateri æquidistare necesse est.

CAMPANUS. Sit triangulus a b c, cuius duo latera a b, & a c secet linea d e, æquidistãter tertio lateri quod est b c, dico quod erit proportio a d ad d b sicut a e ad e c, & econuerso, si fuerit proportio a d ad d b sicut a e ad e c, linea d e erit æquedistãs lineæ b c, protraham enim duas lineas e b & d c, eritque per 37 primi, triangulus e d b, æqualis triangulo d e c, propter id quod ipsi sunt ambo super lineam d e, inter lineas æquidistantes, itaque per secundam partem 7 quinti, proportio trianguli a d e ad utrumque illorum, erit una, sed proportio eius, per præmissam ad triangulum e d b, est sicut lineæ a d ad lineam d b, & ad triãgulũ d e c, sicut lineæ a e ad lineã e c



Nam ipse cũ utroque illorũ est æqualis altitudinis, quare erit proportio a d ad d b, sicut a e ad e c, quod est primũ. Et si hoc fuerit: erit per præmissam, ipsius a d e ad utrũque illorũ pportio una, quare per secundã partẽ 9 quinti, ipsi sunt adinuicẽ æquales, & quia ipsi sunt super eandem basin, uidelicet lineam d e, & ex eadem parte: erit per 39 primi.

linea d e æquidistans lineæ b c,quod est secundum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si trianguli ad unum laterum ducta fuerit aliqua recta linea parallelus proportionaliter secat ipsius triãguli latera,& si trianguli latera proportionaliter secta fuerint,ipsas sectiones connectēs recta linea, parallelus ad reliquum erit ipsius trianguli latus.

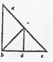
THEON ex Zamberto. Trianguli enim α β γ, parallelus ad latus β γ, agatur δ ε. Dico quod est sicut β δ, ad δ α, sic est γ ε, ad ε α. Cõnectantur enim β ε, & γ δ, æquale igitur est (per 37 primi) triãgulũ β δ ε, triãgulo γ δ ε, in eadem enim sunt basi δ ε, & in eisdem parallelis δ ε, & β γ. Aliud autem quoddam triangulum α δ ε, æqualia autem (per 7 quinti) ad idem eandem habent rationem. Est igitur sicut triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, sic triangulum γ δ ε, ad triangulum α δ ε. Sed sicut quidem triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, sic est β δ, ad δ α, sub eadem namque altitudine perpẽdiculari scilicet ab ε, in α β, ducta cũ sint, ad seinuicẽ sunt sicut bases (per 1 sexti.) Ac propterea sicut triangulum γ δ ε, ad triangulum α δ ε, sic γ ε, ad ε α, & sicut igitur (per 11 quinti) β δ, ad δ α, sic γ ε, ad ε α. Sed iam ipsius α β γ, trianguli, latera α β, & α γ, proportionaliter secentur, sicut β δ, ad δ α, sic γ ε, ad ε α, & cõnectatur δ ε. Dico quod parallelus est δ ε, ipsi β γ. Eisdẽ nãq; dispositis, quoniã est sicut β δ, ad δ α, sic γ ε, ad ε α, sed sicut quidẽ β δ, ad δ α, sic triãgulũ β δ ε, ad triangulũ α δ ε, (per 1 sexti) sicut aũt γ ε, ad ε α, sic triangulũ γ δ ε, ad triangulum α δ ε, (per eandem,) & sicut igitur (per 11 quinti,) triangulum β δ ε, ad triangulũ α δ ε, sic triangulũ γ δ ε, ad triangulũ α δ ε. Vtrũq; igitur ipsorũ β δ ε, & γ δ ε, triãgulorũ, ad α δ ε, eandem habet rationẽ (per 9 quinti.) Aequale igitur (per eandẽ) est triangulũ β δ ε, triãgulo γ δ ε, & in eadem sunt basi δ ε, æqualia autem triãgula & in eadem basi existentia, etiã in eisdem sunt parallelis (per 39 primi) parallelus igitur est δ ε, ipsi β γ. Si trianguli ad unum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea, proportionaliter secat triãguli latera, & si triãguli latera proportionaliter secta fuerint, ipsas sectiões coniũgens recta linea, parallelus erit ad reliquũ trianguli latus. Quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 SI ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basin ducta, angulum illum per æqualia secet, duas partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si uero duæ partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit, reliquis triãguli lateribus proportionales fuerint, lineam illã angulum per æqualia diuidere necessario comprobatur.

CAMPANVS Sit trigonus a b c, cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia, dico quod proportio b d ad d c, est sicut b a ad a c,& econuerso, protraham enim b e, æquidistantẽ a d,& producam c a, quousque concurrat cum b e, in puncto e, eritque per primam partem 29 primi, angulus e b c, æqualis angulo b a d,& per secundam partem eiusdem, angulus c, angulo d a c, quare angulus e, est æqualis angulo e b a, ergo per sextam primi, e a, est æqualis a b,& ideo per primam partem septimi quinti, proportio e a ad a c, est sicut b a ad a c, sed per præmissam, e a, ad a c, est sicut b d ad d c. ergo b a ad a c, sicut b d ad d c, qđ est primum. Secunda pars quæ est conuersa primæ partis, probabitur conuerso modo. Manente enim eadem dispositione, si fuerit proportio b a ad a c, sicut b d ad d c, quia per præmissam e a ad a c est sicut b d ad d c, erit eadẽ proportio e a ad a c, quæ est b a ad a c, ergo per primã partem, 9 quinti e a & a b sunt æquales. quare per 5 primi duo anguli e & e b a, sunt æquales, igitur per primam & secundam partem 29 primi angulus b a d, est æqualis angulo d a c, quod est secundum.

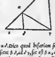


Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si trianguli angulus bifariam secetur, dispescens autem angulum recta linea secuerit & basin, basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis ipsius trianguli lateribus, & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis ipsius trianguli lateribus, a uertice ad sectionem coniuncta

iuncta recta linea bifariam dispescit ipsius trianguli angulum.

THEON ex Zamberto. Sit triangulum α β γ, seceturque (per 9 primi,) angulus β α γ, bifariam per rectã lineam α δ. Dico quod est sicut β δ, ad γ δ, sic est β α, ad α γ. Excitetur enim (per 31 primi) per γ, ipsi δ α, parallelus γ ε, & extensa β α, ei concurrat in ε, & quoniam in parallelos α δ. & ε γ, recta linea α γ, cecidit, angulus igitur α γ ε, (per 29 primi,) æqualis est angulo γ α δ. Sed angulo γ α δ, is qui est sub β α δ, supponitur æqualis, & angulus igitur β α δ, ei qui sub α γ ε, est angulo, est æqualis. Rursus quoniam in parallelos α δ, & ε γ, recta linea cecidit β ε, (per 28 primi,) angulus exterior β α δ, æqualis est angulo interiori α ε γ, ostensum autem est quod angulus α γ ε. angulo β α δ, est æqualis, & angulus α γ ε, igitur, angulo α ε γ, est æqualis, quare & latus α ε, lateri α γ, (per 6 primi,) est æquale. Et quoniã trianguli β γ ε, ad unũ latus ε γ, parallelus acta est α δ, proportionaliter igitur est (per 2 sexti, & per 11 quinti.) sicut β δ, ad δ γ, sic β α, ad α ε. Aequalis autem est, α ε, ipsi α γ. est igitur sicut β δ, ad δ γ, sic β α ad α γ.



Sed esto sicut β δ, ad δ γ sic β α, ad α γ, & connectatur α δ. Dico quod bifariam secatur angulus β α γ, per rectam lineam α δ. Eisdem namque dispositis, quoniam est sicut β δ, ad δ γ, sic est β α, ad α γ, sed sicut β δ, ad δ γ, sic β α, ad α ε, (per secundã sexti,) trianguli enim β γ ε, ad unũ latus ε γ, acta est parallelus α δ, & sicut igitur β α, ad α γ, sic β α, ad α ε, (per 9 quinti,) æqualis igitur est α γ, ipsi α ε, quare & angulus qui sub α ε γ, (per quintã primi,) ei qui est sub α γ ε, est æqualis. Sed qui est sub α ε γ, (per 29 primi) exteriori qui est sub α β δ, est æqualis, angulus autẽ α γ ε, ei qui vicissim est sub γ α δ, angulo est æqualis: igitur β α δ. æqualis est angulo γ α δ. Angulus igitur β α γ, bifariam discinditur sub α δ, recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariam secetur eum autem dispescens recta linea secuerit & basin. basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis trianguli lateribus, & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus, à uertice ad basin contũcta recta linea bifariam secat ipsius trianguli angulum, quod erat demonstrandum.

Eucli ex Camp. Propositio 4

4 Omnium duorum triangulorum quorum anguli unius angulis alterius sunt æquales, latera æquos angulos continentia sunt proportionalia,

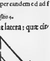
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquianguli: sitq; angulus a æqualis angulo d: & angulus b, angulo e & angulus c angulo f: dico quod proportio d e ad a b, & d f ad a c: est sicut e f ad b c: ponam enim ambos triangulos super lineam unã quæ sit e c: ita quod duo anguli unius qui erũt super hanc lineam, sint æquales duobus alterius qui erunt super eandem: non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius, extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, sitq; a f c: ipse idem triangulus qui



erat a b c: & quia angulus a f c est æqualis angulo e, angulus d f e angulo c per hypothesin erit per primam partem 28 primi, linea a f æquidistans d e, & d f æquidistans a c: complebo igitur superficiem æquidistantium laterum quæ sit g f: eritq; per 34 primi, g a æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per secundam huius g a ad a c, sicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c sicut e d ad d g. erit per 7 quinti d f ad a c: & per eandem e d ad f a, sicut e f ad f c, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 4.

4 Æquiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera; quæ circũ æquales angulos, & similis sunt rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.



THEON ex Zamberto. Sint triangula æquiangula α β γ & δ γ ε æquum habentia angulum qui sub α β γ ei qui sub δ γ ε est angulo, & angulum qui sub β α γ ei qui sub γ δ ε. & insuper angulum qui sub α γ β ei qui sub δ ε γ. Dico quod triangulorum α β γ & δ γ ε latera sunt proportionalia, quæ circum æquales sunt angulos: eiusdemq; rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam β γ, ipsi γ ε. Et quoniam anguli α β γ & α γ β duobus rectis sunt minores (per decimamseptimam primi) æqualis autem est angulus α γ β, ei qui est sub δ

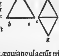
ε γ, ille

ε γ, angulo: anguli igitur α ϐ γ & δ ε γ, duobus rectis sunt minores. Igitur β α & ε δ, productæ, in congressum uenient. Congrediantur conueniantq; in ζ & quoniam per hypothesin angulus δ γ ε angulo α β γ est æqualis pa rallelus est (per 28 primi) β ζ ipsi γ δ. Rursus quoniam per hypothesin, angulus α γ ϐ æqualis est angulo δ ε γ pa rallelus est (per 28 primi) α γ ipsi ζ ε. Parallelogrammum igitur est, ζ α δ γ. Aequalis igitur est ζ α, ipsi δ γ, & α γ ipsi ζ δ. Et quoniam (per 2 sexti) trianguli β ζ ε ad latus unum ζ ε parallelus acta est α γ: est igitur sicut ϐ α ad α ζ, sic ϐ γ ad γ ε. Aequalis autem est α ζ ipsi γ δ. Sicut igitur (per 11 quinti) β α ad γ δ, sic β γ ad γ ε: & uicissim (per 16 quinti) sicut α ϐ ad β γ, sic δ γ ad γ ε. Rursus quoniam parallelus est γ δ ipsi β ζ: est igitur (per 2 sexti) sicut β γ ad γ ε, sic ζ δ ad δ ε. Aequalis autem est ζ δ ipsi α γ. Sicut igitur β γ ad γ ε, sic α γ ad δ ε: uicissim igitur (per 16 quinti) sicut ϐ γ ad γ α, sic γ ε ad ε δ. Quoniam igitur demonstratum est quod sicut α β ad ϐ γ, sic δ γ ad γ ε: sicut autem β γ ad γ α, sic γ ε ad ε δ: ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut β α ad α γ, sic γ δ ad δ ε. Proinde æquiangulorum triangulorũ proportionalia sunt, quæ circũ æquales angulos sunt latera, eiusdemq; rationis, quæ æqualibus angulis latera sub tenduntur, quod fuit demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

5 Omnium duorum triangulorum quorum cunctorum laterum sese respicientium est proportio una, anguli lateribus propor/ tionalibus contenti, æqui sibijnuicem esse probantur.

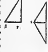
CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Nec fecit ex ea & præmissa unam conclu/ sionem, sicut fecit in secunda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdem me diis demonstratur quibus præcedẽs. Sint itaq; duo trĩanguli a b c, d e f, sitq; proportio a b ad d e, & a c, ad d f, sicut b c ad e f, dico quod angulus a. est æqualis angulo d. & an/ gulus b, angulo e. & angulus c, angulo f. Constituã super lineã e f, in opposita parte triã guli d e f, angulum f e g, æqualem angulo b, & angulum e f g, æqualẽ angulo c. eritque per 32 primi, angulus g, æqualis an/ gulo a: ergo per præmissam, proportio a b ad e g, & a c ad f g sicut b c ad e f, quare a b ad d e, sicut ad e g, & a c ad d f, sicut ad f g, igitur per secundam partem 9 quinti, d e, est æqualis e g, & per eandem d f, æqualis f g, quare per 8 primi, duo trian guli d e f, & g e f, sunt æquianguli, quia ergo triãgulus g e f, est est etiã æquiangulus triangulo a b c, constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

5 Si duo triãgula, latera proportionalia habuerint, æquiangula erũt trian gula, & æquales habebũt angulos sub quibus eiusdem rationis latera sub/ tenduntur.

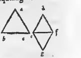
THEON ex Zamberto. Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ, latera proportiona/ lia habentia: sicut α β ad β γ, sic δ ε ad ε ζ: sicut ϐ γ ad γ α, sic ε ζ ad δ ζ. Et præterea sicut β α ad α γ sic ε δ ad δ ζ. Dico quod æquiangulum est α ϐ γ triangulum, triangulo δ ε ζ æqualesq; habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtendũtur: hoc est, angulum α ϐ γ angulo δ ε ζ & angulum ϐ γ α angulo ε ζ δ & insuper angulum β α γ, angulo ε δ ζ. Constituatur (per 23 primi) enim ad rectam lineam ε ζ, ad signaq; in ea ε, ζ, angulo quidem α β γ æqualis angulus ζ ε η, angulo autem α γ β æqualis qui est sub ε ζ η. Reliquus igitur angulus qui sub ϐ α γ, reliquo qui sub ε η ζ est æqualis: æquiangu/ lum igitur est triangulum α β γ, triangulo ζ ε η. Triangulorum igitur α β γ & ε η ζ pro portionalia sunt latera, quæ circum æquales sunt angulos (per 4 sexti) eiusdemq; triã gulis latera subtenduntur. Est igitur sicut α ϐ ad β γ, sic η ε ad ε ζ. Sed sicut α β ad ϐ γ, sic supponitur δ ε ad ε ζ. Igitur sicut δ ε ad ε ζ, sic η ε ad ε ζ utrunq; igitur ipsorum δ ε & η ε, ad ε ζ eandem habet rationem. Aequalis igitur (per 9 quinti) est δ ε, ipsi ε ζ. Id propterea, & δ ζ, ipsi ζ η est æqualis. Quoniam igitur æqualis est δ ε ipsi ε η, commu nis autem ε ζ, duæ igitur δ ε & ε ζ duabus η ε & ε ζ sunt æquales, & basis δ ζ basi ζ η est æqualis. Angulus igitur δ ε ζ (per 8 primi) angulo η ε ζ est æqualis, & triangulum δ ε ζ (per 4 primi) triangulo η ε ζ est æquale, & reliqui an guli reliquis angulis æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus δ ζ ε an gulo η ζ ε, & angulus ε δ ζ angulo ε η ζ. Et quoniam angulus ζ ε δ angulo η ζ ε est æqualis, sed angulus η ε ζ angulo α β γ & angulus α β γ igitur et qui sub ζ ε δ angulo est æqualis. Id propterea, & angulus α β γ, angulo δ ζ ε est æ/ qualis: & insuper angulus qui ad α, et qui ad δ. Aequiangulum igitur est triangulum α γ ϐ, triangulo δ ε ζ. Si bina triangula igitur, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur: quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 OMnes duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, lateraq; illos duos æquos angulos continentia proportionalia, sunt inter se inuicem æquianguli.

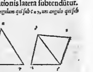
CAMPANVS. Maneat prior dispositio, & sit solũ angulus b, æqualis angulo d e f, & proportio a b ad d e, sicut b c ad e f: dico adhuc duos triãgulos a b c, d e f esse æquiangulos. Cũ sit prima per 4 huius propter hypotheses præmissæ conclusionis, a b ad e g, sicut b c ad e f: erit a b ad d e, sicut a b ad e g: quare per secũdam partem nonæ quinti d e, est æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f sunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e unius angulo e alterius, quia uterq; est æqualis angulo b: ipsi erunt per quartã primi, æquianguli: & quia e g f est etiã æquiangulus a b c, patet propositum.



Eucli ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

6 Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem babuerint, & circũ æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erũt triangula & æquales habebũt angulos sub quibus eiusdẽ rationis latera subtendũtur.

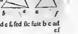
THEON ex Zamberto. Sint bina triangula α β γ, & δ ε ζ, unum angulum qui sub β α γ, uni angulo qui sub ε δ ζ, æqualem habentia, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia, sicut β α, ad α γ, sic ε δ, ad δ ζ. Dico quod triãgulum α β γ, æquiangulum est ipsi triangulo δ ε ζ, & æqualẽ habebit angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum α γ β, angulo δ ζ ε. Cõstituatur enim (per 23 primi,) ad rectam lineam δ ζ, ad signaq; in ea δ ζ, utriq; ipsorum β α γ & ε δ ζ, æqualis angulus ζ δ η, angulo autem α γ β, æqualis angulus δ ζ η, reliquus igitur angulus qui ad β, reliquo angulo qui ad η est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulũ α β γ, triãgulo δ η ζ. Proportionaliter igitur est, sicut β α, ad α γ, sic η δ, ad δ ζ. (per 4 sexti. Receptum autem est, quod sicut β α, ad α γ, sic ε δ, ad δ ζ, & sicut igitur (per 11 quinti) ε δ, ad δ ζ, sic η δ, ad δ ζ. Aequalis igitur est (per 9 quinti) ε δ, ipsi δ η. Et communis δ ζ. Duæ iam ε δ, & δ ζ, duabus η δ, & δ ζ: sunt æquales, & angulus ε δ ζ, (per hypothesin) angulo η δ ζ, est æqualis. Basis igitur ε ζ, (per 4 primi,) basi η ζ, est æqualis, & triangulum δ ε ζ, (per eandem) triangulo η δ ζ, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus δ ζ η, angulo δ ζ ε, & qui ad η, ei qui ad ε. Sed angulus qui sub δ ζ η, et qui sub α γ β, est æqualis, & angulus α γ β, igitur ei qui sub δ ζ ε, est æqualis. Receptum autẽ est, quod angulus β α γ, et qui sub ε δ ζ, est angulo æqualis est, & reliquus igitur qui ad β, reliquo qui ad ε, est æqualis, æquiãgulum igitur est triangulũ α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina triangula igitur unum angulũ uni angulo æqualem babuerint, circum uero æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erunt ipsa triangula, & æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI fuerint duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, duóque suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti duorum uero demum reliquorũ uterque aut neuter recto angulo minor, necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem æquiangulos esse.

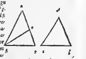
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; angulus a, æqualis angulo d, & proportio a c ad d f, sicut c b ad f e, & uterque duorum angulorum b & e, aut neuter, sit minor recto, dico eos esse æquiangulos. Si enim angulus c unius est æqualis angulo f alterius, patet propositum per præmissam. Sin autem, sit c maior, fiatq; angulus a c g, æqualis eidem, eritque per 32 primi, triangulus a g c, æquiangulus triangulo d e f, quare per quartam huius, proportio a c, ad d f, sicut g c, ad e f, sed sic fuit b c ad e f



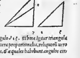
c f. ergo per 9 quinti, g c & b c, sunt æquales, ergo per quintā primi angulus b, est æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorum b & e fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis, quod esse non potest per 17 primi. Quod si uterque fuerit minor recto: erit angulus a g c maior recto per 13 primi: quare & angulus e sibi æqualis, est etiam recto maior, quod est contra hypothesin: quare destructo opposito remanet propositum. Oportet autem utrunque angulorū reliquorum, aut neutrum, esse minorem recto: possibile enim est in eodem triangulo ut in triangulo a b c, lineam g c esse æqualem b c: & ideo erit a c ad utramque earum una proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c æquianguli, quamuis unus angulus unius sit æqualis uno angulo alterius, imo idem ut angulus a: & proportio lineæ a c prout est latus magni ad a c prout est latus parui: sicut b c latus magni ad g c latus parui: utraque enim æqualis, & hoc est, propter hoc qđ angulus g minoris, est maior recto: & angulus b maioris, minor: Nam in omni triangulo duum æqualium laterum, uterque angulorum qui sunt ad basin, est minor recto.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

7 Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios aogulos latera proportionalia, reliquorum oero utrunque simul aut minorem aut non minorem recto, æquiangula erūt triangula, & æquales habebunt angulos circum quos propottionalia sunt latera.



THEON ex Zamberto. *Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ. unum angulum uni angulo æqualem habētia, eum scilicet qui sub β α γ ei qui est sub ε δ ζ. Circum autem alios angulos α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia sicut α β ad β γ, sic δ ε ad ε ζ. Reliquorum uero qui ad γ, ζ, primo utrunque simul maiorem recto. Dico quod æquiangulum est α β γ triangulū, ipsi δ ε ζ triangulo: & æqualis erit angulus α β γ, angulo δ ε ζ. & reliquus qui ad γ, reliquo qui ad ζ. Si enim inæqualis est angulus α β γ ei qui sub δ ε ζ est angulo, alter eorum maior est: sit maior angulus α β γ. & constituatur (per 23 primi) ad α β rectam lineam ad signumque in ea β, ipsi δ ε ζ angulo æqualis angulus α β η. Et quoniā æqualis est angulus qui ad α et qui est ad δ, & angulus α β η et qui sub δ ε ζ: reliquus igitur angulus α η β reliquo angulo δ ζ ε, est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulm α β η, triangulo δ ε ζ. Est igitur (per 4 sexti) sicut α β ad β η, sic δ ε ad ε ζ. Sicutque δ ε ad ε ζ: * recipitur, sic α β ad β γ. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β ad β γ, sic α β ad β η. igitur (per 9 quinti) α β, ad utrunque ipsorum β γ & β η, eandem habet rationem: æqualis igitur est β γ ipsi β η. Quare per quintā primi, & angulus qui ad β η γ, angulo qui sub β γ η est æqualis sed minor recto subijcitur angulus qui ad γ. minor igitur recto est angulus qui sub β η γ. Quare (per 13 primi) & * altrinsecus ipsi angulus α η β, maior est recto. & ostensum est quod æqualis est ei qui ad ζ. & qui ad ζ igitur. maior est recto. Subijcitur autem minor recto, quod est absurdum. igitur inæqualis minime est angulus α β γ. angulo δ ε ζ Aequalis autem est & qui ad α signum ei qui ad δ. & reliquus qui ad γ igitur, reliquo qui ad ζ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ.* Sed rursus supponatur uterque eorum qui ad γ ζ. non minor recto. *Dico rursus quod & sic est æquiangulum triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Eisdem nempe dispositis, similiter demonstrabimus quod æqualis est β γ, ipsi β η. quare & angulus qui ad γ. ei qui sub β η γ est æqualis. At non minor recto est angulus qui ad γ. neque igitur minor recto est angulus qui est sub β η γ. Trianguli igitur β η γ (per 17 primi, duo anguli duobus rectis nō sunt minores, qđ est impossibile. Non igitur rursus inæqualis est angulus α β γ, angulo δ ε ζ, æqualis igitur: est autē angulus qui ad α, ei qui ad δ æqualis. Reliquus igitur qui ad γ, reliquo qui ad ζ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina igitur triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorū uero utrunque simul uel minorem uel non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos circum quos proportionalia sunt latera, quod oportuit demonstrasse.*



* ὑπόκειται

* ἐφεξῆς

Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 SI ab orthogonij angulo recto, ad basio linea perpendicularis ducatur, fient duo triaoguli partiales, toti triaogulo & sibijuoicem similes.

CORRE-

CORRELARIVM

Vnde etiam manifestum est, quia in omni triangulo rectangulo, si ab eius angulo recto ad basin perpendicularis ducatur, erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemque utrumque latus inter totam basin atque sibi conterminalem basis portionem.

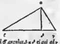
CAMPANVS. Sit trigonus a b c, orthogonus, eiusque angulus a, rectus, à quo ducatur a d perpendicularis ad basin, dico quod uterque duorum triangulorum partialium qui sunt a b d, a d c, similis est totali triangulo a b c, & unus eorum alteri: est enim uterque ipsorum æquiãgulus totali per 32 primi, eo quod uterque est orthogonius & in uno angulo cõmunicat cum totali, quare & sibi inuicem sunt æquianguli, ita quod angulus b est æqualis angulo d a c. & angulus b a d, angulo c, & duo anguli qui sunt ad d. sibi inuicem & angulo a totali æquales, quare per 4 huius latera æquos eorum angulorum angulos respicientia: sunt proportiõalia, ergo per diffinitionem sunt similes, quod est propositum. Vtrumque correlarium ex his euidenter apparet.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

8 Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti & adinuicem.

THEON ex Zamb. Sit triangulum rectangulum α β γ, rectum habens eum qui sub β α γ, angulum, & exciteLur (per 11 primi) ab α in ε γ, perpendicularis α δ. Dico quod simile est utrumque ipsorum α ε δ, & α δ γ, triangulorum, toti α β γ, & insuper adinuicem. Quoniam enim (per 4 postulatum.) æqualis est angulus ε α γ, angulo α δ β, rectus enim uterque est, communis autem est ipsorum duorum triangulorum α β γ, & α ε δ, angulus qui ad ε, reliquus igitur angulus α γ β, reliquo ε α δ, est æqualis (per 32 primi. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo α ε δ. Est igitur (per 4 sexti) sicut γ β, subtendens angulum rectum, α β γ. trianguli ad β α, subtendentem rectum angulum ipsius α β δ, trianguli, sic eadem α β, subtendens angulum qui ad γ, trianguli α ε γ, ad β δ. subtendentem æqualem angulum β α δ, ipsius α β δ, trianguli, & insuper α γ, ad α δ, subtendentem angulum qui ad ε, communem duorum triangulorum. Triangulum igitur α ε γ, triangulo α β δ, æquiangulum est (per 7 sexti) & quæ circum æquales angulos sunt, latera proportionalia habet. Simile igitur est triangulum α β γ, triangulo α ε δ. (per 1 diffinitionem sexti. Similiter iam ostendemus quod & triangulo α δ γ, simile est triangulum α β γ, utrumque igitur ipsorum α β δ, & α δ γ, triangulorum simile est toti α β γ. Dico etiam quod & adinuicẽ sunt similia: triangula α β δ, & α δ γ, Quoniam enim rectus angulus β δ α, recto angulo α δ γ, est æqualis (per 4 postulatum) sed & angulus, β α δ ei qui ad γ ostensum est quod est æqualis: reliquus igitur qui ad ε, reliquo qui sub δ α γ, est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α ε δ, triangulo α δ γ, est igitur sicut ε δ, ipsius α β δ, trianguli subtendens angulum qui sub β α δ, ad δ α ipsius α δ γ, trianguli subtendentẽ angulũ qui ad γ, æqualem ei qui sub β α δ, sic ipse α δ, trianguli α ε δ, subtendens angulum qui ad β, ad δ γ, subtendentẽ angulũ qui sub δ α γ, ipsius trianguli α δ γ, æqualem ei qui ad ε, & insuper β α ad α γ, subtendens rectos angulos. Simile igitur est triangulum α β δ, triangulo α δ γ. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in basim perpendicularis agatur, triangula quæ circum perpendicularem similia sunt toti & adinuicem, quod demonstrasse oportuit.

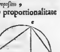


CORRELARIVM. Ex hoc manifestum est, quod si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur ea, ipsius basis segmentis media proportionalis est. Et insuper ipsius basis & uniuscuiusque segmentorum, latus quod ad segmentum, medium proportionale est, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 DVabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propositæ a b & c, inter quas uolo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam unam earum alteri, sitque tota ex eis composita, a d, ita quod b d, sit æqualis c, & super totam describo semicirculum a e d, & produco b e usque ad circũferentiam, perpendicularem ad lineam a d, dico lineam b e, esse quam quærimus, produco enim li-

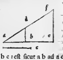


neas e a & e d, eritque per 30 tertij, angulus e totalis rectus, quare per primam partem correlarij præmissæ, proportio a b ad b e, sicut b e ad b d, quod est propositum. 7

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.

CAMPANVS Sint duæ lineæ propositæ a b & c: quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere. Coniungo lineam c angulariter ut contingit, cum linea a b. sitq; a d: ei æqualis. & produco lineã a b usque ad e: donec fiat b e æqualis a d. & protracta linea b d: a puncto e duco lineam sibi æquidistantem. quam & lineã a d. produco quousque concurrant in puncto f, dico igitur lineam d f, esse quam quærimus. est enim per secundã huius, proportio a b ad b e: sicut a d ad d f, ed a ab ad b e: est sicut a b ad a d, per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d: sicut a d ad d f. quod est propositum.

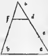


CAMPANI additio. Quod si propositis tribus lineis uelimus inuenire quartam, ad quam sit proportio tertiæ sicut primæ ad secundã: ex prima & secunda fiat linea una & toti compositæ tertia angulariter adiungatur. & a communi termino primæ & secundæ: ducatur linea ad extremitatem tertiæ. & ab altero termino secundæ ducatur huic lineæ æquidistans quousque concurrat cum tertia in cõtinuum rectũque protracta. eritque per secundam huius, linea quã hæc æquidistans abscindet. quæ quæritur. quemadmodum si in hac figura fuerit prima a b, secunda b e, tertia a d: erit quarta d f.

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 AB assignata linea, quotamcumque iubeatis, partem abscindere.

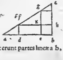
CAMPANVS Sit a b linea assignata, ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere, coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinitæ quantitatis: quæ sit a c, a qua reseco tres æquas portiones: quæ sunt a d, d e, & e c, & produco lineas c b & d f: sibi æquidistãtes, dico a f esse tertiam a b, est enim per secundam huius, proportio c d ad d a, sicut b f ad f a, quare cõiunctim. c a ad d a: sicut b a ad f a. Cum igitur c a sit tripla ad d a: patet a f esse tertiam a b, quod est propositum.



Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 DVabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa, indiuisam quidẽ ad modum diuisæ diuidere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ quas angulariter ut cõtinget coniungam a b & a c, sitque a b diuisa in tres uel qualescũque portiones: signatis in ea punctis d & e, uolo secundum easdem portiones diuidere lineam a c, cum igitur ipsas angulariter coniunxero: protraham lineam b c & æquidistantes ei d f & e g, dico istas æquidistantes diuidere lineam a c: in partes proportionales partibus a b, protraham enim f a æquidistãtem a b, quæ secet e g in puncto K, eritque per secundã huius, proportio g f ad f a: sicut e d ad d a & c g ad g f: sicut h K ad k f, quare & sicut b e ad e d per 34 primi, & secundã partem 7 quinti, quod est propositum. Oportet autem secundã huius toties repetere: quot erunt partes lineæ a b, minus una. At uero 34 primi & 7 quinti, minus duabus.

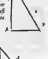


Quinque sequentes ex Zamberto Euclidis propositiones, præpostero ordine quatuor ex Campano præcedentibus respondent, nona undecimæ, decima duodecimæ, undecima & duodecima decimæ cũ additione, decimatertia nonæ.

Eucli.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 9

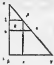
9 **Data recta linea, imperatam partem abscindere.**



THEON ex Zamberto. Sit data recta linea α β, oportet iam ex ipsa α β, imperatam partem abscindere. Imperetur tertia, & ducatur ab α recta linea α γ, faciens angulum cum α β, & sumatur contingens signum super α γ, sitque illud δ, & ponatur ipsi α δ, (per 2 primi,) aequalis δ ε, & ε γ, & connectatur β γ, & per δ, ipsi β γ, (per 31 primi,) parallelus excitetur δ ζ. Quoniam igitur trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta est ζ δ, parallelus, proportionaliter igitur est (per 2 sexti,) sicut γ δ, ad δ α, sic β ζ, ad ζ α, dupla autem est γ δ, ipsius δ α, dupla est igitur & β ζ, ipsius ζ α. Tripla igitur est β α, ipsius α ζ. Data igitur recta linea α β, imperata tertia pars ablata est α ζ, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 10

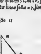
10 **Datam rectam lineam nõ sectam, datæ rectæ lineæ sectæ similiter secare.**



THEON ex Zamberto Sit quidem data recta linea non secta α β, secta uero sit α γ, oportet iam lineam α β, non sectam, secare similiter lineæ α γ, sectæ. Sit linea α γ, secta in signis quidem δ ε, & sitæ sint, ut angulum contingentem comprehendant, & connectatur β γ, & per δ, ipsi β γ, paralleli excitentur δ ζ, & ε η, (per 31 primi,) & per δ, ipsi α β, parallelus excitetur δ θ κ, (per eandem) parallelogrammum igitur est utrumque ipsorum ζ θ, & θ β, aequalis igitur est quidem δ θ, ipsi ζ η, & θ κ, ipsi η β, & quoniam trianguli δ κ γ, ad unum laterum κ γ, recta linea acta est θ ε, proportionaliter igitur parallelus (per 2 sexti) sicut γ ε, ad ε δ, sic κ θ, ad θ δ, aequalis autem est κ θ, ipsi β η, & θ δ, ipsi η ζ. Est igitur (per 2 quinti) sicut γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ. Rursus quoniam trianguli α η ε, ad unum latus ε η, parallelus acta est ζ δ, proportionaliter igitur est (per 2 sexti) sicut ε δ, ad δ α, sic η ζ, ad ζ α, patuit autẽ quod sicut γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ. Est igitur sicut quidem γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ, sicut autem ε δ, ad δ α, sic η ζ, ad ζ α. Data igitur recta linea non secta α β, datæ rectæ lineæ sectæ α γ, similiter secta est, quod facere oportebat.

Eucli. ex Zamb. Problema 3 Propositio 11

11 **Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire.**



THEON ex Zamberto. Sint duæ datæ rectæ lineæ, β α, & α γ, & sitæ sint angulum comprehendentes contingentem, oportet ipsis β α, & α γ, tertiam proportionalem inuenire. Producantur enim α β & α γ, ad signa δ ε, & ponatur (per 2 primi,) ipsi α γ, aequalis β δ, & cõnectatur β γ, & per δ, (per 31 primi) ipsi β γ, parallelus excitetur δ ε. Quoniam igitur trianguli α δ ε, ad unum latus δ ε, acta est parallelus β γ, proportionaliter est (per 2 sexti) sicut α β, ad β δ, sic α γ, ad γ ε, aequalis autem est β δ, ipsi α γ, est igitur sicut α β, ad α γ, sic α γ, ad γ ε. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & α γ, tertia proportionalis eis inuenta est γ ε, quod oportebat facere.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 12

12 **Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire.**



THEON ex Zamberto. Sint datæ tres rectæ lineæ α β γ, oportet ipsis α β γ, quartam proportionalẽ inuenire. Ponantur duæ rectæ lineæ δ ε, & δ ζ, angulũ contingentem comprehendentes eum qui est sub ε δ ζ, & ponatur (per 2 primi) ipsi quidem α, aequalis δ η, ipsi autem β, aequalis η ε, & insuper ipsi γ, aequalis δ θ, & connexa η θ, parallelus ei excitetur (per 31 primi) per ε, sitq; ε ζ. Quoniam igitur trianguli δ ε ζ, ad unum latus ε ζ, acta est parallelus η θ, igitur (per 2 sexti,) est sicut δ η, ad η ε, sic δ θ, ad θ ζ, aequalis autem est δ η, ipsi α, & η ε, ipsi β, & δ θ, ipsi γ: est igitur sicut α ad β, sic γ, ad θ ζ. Tribus igitur datis rectis lineis α β γ, quarta proportionalis inuenta est θ ζ, quod oportebat facere.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propositio 13.

13 **Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalẽ inuenire.**



THEON ex Zamberto. Sint duæ rectæ lineæ α β & β γ, oportet iam ipsarũ

α β, & β γ, mediam proportionalem inuenire. Disponantur (per 14. primi,) rectas lineas, describaturque super α γ semicirculus α δ γ, & excitetur (per 11 primi,) à signo β, ipsi α γ, ad angulos rectos β δ, & coniungantur α δ, & δ γ. Quoniam (per 31 tertij,) in semicirculo angulus est, qui sub α δ γ, rectus est, & quoniam in rectangulo triangulo α δ γ, à recto angulo in basin perpendicularis deducta est δ β, igitur (per correlariũ octauæ sexti) δ β, ipsius basis segmẽtis α β, & β γ, media proportionalis est. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & β γ, media proportionalis inuẽta est δ β, Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 SI duæ superficies æquidistantium laterum quarum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint, latera duos æquos angulos cõtinentia mutekesia esse. Si uero latera duos æquos angulos continentia, mutekesia fuerint, duas superficies esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duæ superficies b c d & c e f g, æquidistantium laterum & æquales, sitque angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem b c ad e g, esse sicut e c ad c d, & si proportio b c ad c g fuerit sicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illas duas super æquidistantium latecum, esse æquales. Coniungam enim eas angulariter, uidelicet angulum c unius cum angulo c alterius, ita quod duo latera earum quæ sunt b c & c g fiant linea una eruntque similiter duo reliqua latera d c & c e linea una, alioqui sequeretur per præsentem hypothesin, quæ est angulum c unius esse æqualem angulo c alterius, & per 15 primi, partem esse æqualem toti, complebo itaque superficiem æquidistantium laterum, productis lineis a d & f g, quousque cõcurrant in b, eritque per primam partem 7 quinti, utriusque superficiem c h proportio una, & quia per primam huius, proportio superficiei a c ad superficiẽ c h, sicut lineæ e c ad lineã c g, & superficiei c f ad eandem superficiem c h. sicut e c ad c d, manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secunda pars sic patet, per primam enim huius, est proportio b c ad c g, sicut a c ad c h, & e c ad c d, sicut c f ad eandem c h, & quia positũ est quod proportio h c est ad c g sicut e c ad d: erit utriusque duarum superficierum a c & e g ad superficiem c h una proportio, ergo per primam partem 9 quinti, a c, est æqualis c f: sicque patet secunda pars.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 13

13 Aequalium, & unum uni æqualem habentium angulum parallelogrãmorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos & quorum parallelogrammorum unum augulum uni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia.

THEON ex Zamberto. Sint æqualia parallelogramma α β, & ϛ γ, æquales habentia angulos qui ad ϛ, & constituantur (per decimamquartam primi in rectas lineas, δ ϛ & ϛ ε, in rectas lineas igitur sunt ζ ϛ, & ϛ η, Dico quod ipsorum α β, & ϛ γ, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, hoc est quod sicut est β δ, ad ϛ ε, sic est η ϛ, ad β ζ. Compleatur namque parallelogrammum ζ ε. Quoniam igitur (per hypothesin æquum est α β, parallelogrammum ipsi β γ, parallelogrammo, aliud autem quoddam ζ ε. est igitur (per septimam quinti,) sicut α ϛ, ad ζ ε, sic β γ, ad ζ ε. Sed sicut quidem α β, ad ζ ε, sic δ β, ad β ε, sicutque β γ, ad ζ ε, sic η β, ad β ζ, & sicut igitur (per primam quinti,) δ β, ad ϛ ε, sic η ϛ, ad β ζ, Ipsorum igitur α β, & ϛ γ, parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos.

Verũ sint latera reciproca, quæ circũ æquales sunt angulos, estóq; sicut δ β, ad ϛ ε, sic η β, ad ϛ ζ. Dico quod æquale est parallelogrammũ α ϛ, ipsi ϛ γ, parallelogrammo, Quoniam enim est sicut δ β, ad ϛ ε, sic η ϛ, ad β ζ, sed sicut quidem δ β, ad ϛ ε, sic (per 1 sexti) α β, parallelogrammum ad ζ ε, parallelogrammũ, sicut aũt η ϛ, ad ϛ ζ, sic ϛ γ. parallelogram-



logrammum ad ζ ι, & ut igitur (per 11 quinti) α β, ad ζ ι, sic ε γ, ad ζ ι, æquum igitur est α β, parallelogrammum, ipsi β γ, parallelogrammo. Aequalium igitur & æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos, & quorum æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 Si duo trianguli quorum unius angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint. latera duos angulos æquos continentia erunt mutekesia. Si uero latera duos æquos angulos cõtinentia fuerint mutekesia, duo trianguli æquales esse comprobantur.

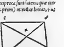
CAMPANVS Sint duo trianguli a b c, c d e, æquales, sitque angulus c, unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem a c ad c e, esse sicut d c ad c b, & si fuerit proportio a c ad c e, sicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illos duos triangulos esse æquales. Coniungam enim eos angulariter ita quod latera a c & c e, fiant linea una eruntque similiter b c, & c d, linea una, aliter sequeretur partem esse æqualem toti per 15 primi, & protraham lineam b e, eritque per primam partem 7 quinti, utriusque dictorum triangulorum ad triangulum c b e, proportio una, & quia per primam huius, primi eorum ad ipsum est, sicut a c ad c e, & secundi eorum ad eundem sicut d c ad c b, manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secunda pars econuerso probatur, quia a c ad c e est sicut primi triãguli ad triangulum b c e, & d c ad c b, sicut secundi ad eũdem (per primã huius,) & quia positum est ut sit a c ad c e, sicut d c ad c b, erit utriusque dictorum triangulorum ad triangulum b c e una proportio, quare per primam partem 9 quinti, ipsi sunt æquales. sicque patet secũda pars.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 15

15 Æqualium & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, & quorum unum uni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. ea quoque sunt æqualia.

THEON ex Zamberto. Sint æqualia triangula α β γ, & α δ ε, unum uni æqualem habentia angulum, eũ scilicet qui sub β α γ et qui sub δ α ε. Dico quod ipsorum α β γ, & α δ ε, triangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, hoc est sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β. Constituantur enim (per 14 primi) in rectas lineas, γ α, ipsi α δ. In directum igitur est ε α, ipsi α β, & connectatur β δ. Quoniam igitur (per hypothesin) æquum est triangulum α β γ, triangulo α δ ε, aliud autem quoddam β α δ, est igitur (per 7 quinti) sicut triangulum β α γ, ad ipsum β α δ, triangulum sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Sed sicut quidem γ α β, ad β α δ, sic γ α, ad α δ, sicut autem (per primam sexti,) ε α δ, ad β α δ, sic ε α, ad α β, & sicut igitur (per 11 quinti) γ α ad α δ, sic ε α, ad α β. Triangulorum igitur α β γ, & α δ ε, reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Verum reciproca sint latera ipsorum α β γ, & α δ ε, triangulorum, estoque sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β. Dico quod æquum est triangulum α β γ, triangulo α δ ε. Connexa enim rursus β δ, quoniam est sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β, sed sicut quidem γ α, ad α δ, sic triangulum α β γ, ad triangulum β α δ, sicut autẽ ε α, ad α β, sic triãgulũ ε α δ, ad triangulũ β α δ, sicut igitur triangulum α β γ, ad triangulum β α δ, sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Vtrumque igitur ipsorum α β γ, & ε α δ, ad β α δ, eandem habet rationem. Aequum igitur est (per nonam quinti) triangulum α β γ, triangulo ε α δ. Aequalium igitur & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Et quorum unum uni æqualem habentium angulũ triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt æqualia, quod demonstrare oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 Si fuerint quatuor lineæ proportionales, quod sub prima & ultima rectangulum continetur, æquum erit ei quod sub duabus reliquis. Si uero quod sub prima & ultima continetur, æquum fue-

rit ei quod duabus reliquis continetur rectangulum, quatuor lineas proportiooales esse conuenit.

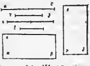
CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a b c d, proportionales, sitque proportio a ad b, sicut c ad d, dico quod superficies contenta sub a & d, æqualis est superficiei contētæ sub b & c, & superficies cōtēta sub a & d, est æqualis superficiei contentæ sub b & c. Et si superficies cōtenta sub a & d est æqualis superficiei cōtētæ, sub b & c, dico quod proportio a ad b est sicut c ad d. Fiāt enim superficies cōtēta sub a & d, & superficies cōtenta sub b & c. Si ergo est proportio a ad b sicut c ad d, latera illarū superficierū erūt mutekesia, sed & anguli ab eis contenti æquales: quia utraq; est rectorum angulorū, quare per secundā partē 15, huius, ipsi sunt æquales quod est primum. Secūdū patet per primā partem eiusdem, si enim ipsæ sunt æquales, quia omnes anguli earū sunt recti: latera earum erūt mutekesia, quare proportio a ad b, sicut c ad d, quod est secūdū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 16

16 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs cootinetur rectāgulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulū æquum fuerit ei quod sub medijs contioetur rectangulo, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β γ δ ε ζ, sicut α β, ad γ δ sic ε, ad ζ. Dico quod sub ipsis α β, & ζ, comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Excitetur enim (per 11 primi,) ab α γ, signis, ipsis α β, & γ δ, rectis lineis, ad angulos rectos α η, & γ θ, & ponatur (per secundam primi,) ipsi ζ, æqualis α η, ipsi autem ε, æqualis γ θ, compleanturq; η β, & θ δ, parallelogramma. Et quoniam est sicut α β ad γ δ, sic est ε, ad ζ, æqualis autem est ε, ipsi γ θ, & ζ, ipsi α η, est igitur sicut α β, ad γ δ, sic γ θ, ad α η. Igitur (per 14. sexti β η, & δ θ, parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos Quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia. Aequum igitur est parallelogrammum β η, ipsi δ θ, parallelogrammo, & est β η, id quod sub α β, & ζ, æqualis enim est α η, ipsi ζ. At δ θ, id est quod sub γ δ, & ε, æqualis enim est γ θ, ipsi ε. Igitur quod sub α β, & ζ, continetur rectangulum: æquum est ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Sed iam quod sub α β, & ζ, comprehenditur rectangulum, æquum esto ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Dico quod quatuor rectæ lineæ proportionales erūt, sicut α β, ad γ δ sic ε, ad ζ. Eisdem namque constitutis quoniam quod sub α β, & ζ, æquum est ei quod sub γ δ, & est quidem quod sub α β, & ζ, ipsum β η, æqualis enim est α η, ipsi ζ, quod autem sub γ δ, & ε, est ipsum δ θ, æqualis enim est γ θ, ipsi ε, igitur β η, æquū est ipsi δ θ, & æquiangula sunt. Aequaliū autem & æquiangulorū parallelogrammorū (per 14. sexti) reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Est igitur (per 11. quinti,) sicut α β, ad γ δ, sic γ θ, ad α η, æqualis autem est γ θ, ipsi ε, & α η, ipsi ζ est igitur sicut α β, ad γ δ, sic ε, ad ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis cōprehensum rectangulū, æquum est ei quod sub medijs comprehenditur rectangulo, & si quod sub extremis comprehenditur rectangulū æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, ipsæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt quod oportebat demonstrare.

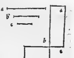


Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI fueriot tres lineæ proportionales, quod sub prima, & tertia rectangulum cootinetur, æquom erit ei quod à secunda quadrato describitur. Si uero quod sub prima & tertia continetur æquum ei quadrato quod à secūda producitur, ipsæ tres lineæ proportionales erunt.

CAM

CAMPANVS. Si est proportio lineæ a ad lineam b, sicut lineæ b ad lineam c, dico quod superficies contenta sub a & c. æqualis est quadrato b. & si superficies contenta sub a & c est æqualis quadrato b, dico quod proportio a ad b est sicut b ad c. hoc autem est euidens per præcedentem, posita alia linea quæ sit æqualis b, ita quod b sit in ratione secundæ & tertiæ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 17

17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulũ, æquum est ei quod à media quadrato. Et si quod sub extremis continetur rectangulum, æquum fuerit ei quod à media quadrato, ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, sicut α, ad β, sic β, ad γ. Dico quod sub α γ, comprehensum rectangulum, æquum est ei quod ex β, quadrato. Ponatur (per 2 primi,) ipsi β, æqualis δ. Et quoniam est (per hypothesin,) sicut α, ad β, sic β ad γ, æqualis autem est β, ipsi δ, est igitur (per 7 quinti,) sicut α, ad β, sic δ, ad γ. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulũ, æquum est ei quod sub medijs continetur rectangulo) per 16 sexti igitur quod sub α γ, æquum est ei quod sub β δ. Sed quod sub β δ, id est quod fit ex β, æqualis enim est β, ipsi δ. Igitur quod sub α γ, comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod ex β, quadrato. Sed iam quod sub α γ, esto æquale ei quod ex β. Dico quod est sicut α, ad β, sic β, ad γ. Eisdem namque constructis, quoniam quod sub α γ, æquum est ei quod ex β, sed quod ex β, id est quod sub β δ, æqualis enim est β, ipsi δ, igitur quod sub α γ, æquum est ei quod sub β δ. Si autem quod sub extremis æquum fuerit ei quod sub medijs, quatuor rectæ lineæ proportionales sunt (per 16 sexti. Est igitur sicut α, ad β, sic δ, ad γ. Aequalis autem est β, ipsi δ, sicut igitur α ad β, sic β, ad γ. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehenditur rectãgulũ, æquũ est ei quod à media quadrato. Et si quod sub extremis comprehenditur rectangulum æquũ fuerit ei quod à media quadrato: tres rectæ lineæ proportionales erũt, quod oportebat demonstrare.



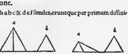
Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 AI fuerint duo trianguli similes, proportio alterius ad alterum est tanquam proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius duplicata.

CORRELARIVM

Manifestum etiam ex hoc, quia omnium trium linearũ continue proportionalium quanta est prima ad tertiam, tanta erit superficies constituta super primam ad superficiem constitutam super secundam cum fuerit ei similis in lineatione & creatione.

CAMPANVS Sint duo trianguli a b c & d e f similes, eruntque per primam diffinitionem æquianguli, & laterũ proportionalium. Sit ergo angulus a, æqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c, angulo f, eritq; pportio a b ad d e. & a c ad d f, sicut b c ad e f, dico quod proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, est sicut proportio b c ad e f. duplicata. Subiungatur enim secũdũ doctrinam 10 huius, duabus lineis b c & e f, tertia in cõtinua proportionalitate quæ sit c g, protracta aut resecata c b, si c g fuerit ea maior aut minor & producatur linea g a. eritque per secundam partẽ 14 huius, triangulus a g c, æqualis triangulo d e f, propter id quod



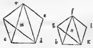
n 4 propor

proportio a c ad d f est sicut e f ad c g, & angulus c æqualis angulo f: quare per secundã partem 7 quinti, trianguli a b c ad utrunq; illorũ, erit una proportio, sed per primam huius, proportio trianguli a b c ad triãgulum a g c, est sicut b c ad g c. At uero proportio b c ad c g, sicut b c ad e f duplicata, per 10 descriptionem quinti: ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, est sicut proportio b c ad d f duplicata, quod est propositum. Si autem c g sit æqualis b c, erit per secundam partem 14 huius: triangulus a b c æqualis triangulo d e f æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata uel triplicata uel quotienscunque sumpta. Istam eandem passionem possemus eodem modo & per eadem media demonstrare de superficiebus æquidistãtium laterum similibus, sumpta solum 13 præsentis loco 14. Non demonstrat autem eam, quia per sequentem demonstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correlarium quod uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus, nondum patet nisi de triangulis, sed demonstrata sequente, patẽs erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente: quia est correlarium huius, non autem sequentis, ex modo enim demonstrationis huius, sua ueritas manifestata est: non ex modo illius.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 OMnes duæ superficies similes multiangulæ, sunt diuisibiles in triangulos similes atque numero æquales, estq; proportio alterius earum ad alteram, sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius, proportio duplicata.

CAMPANVS Sint gratia exẽpli, duo pentagoni a b c d e, f g h k l similes, dico quod ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero æquales, & quod proportio alterius eorum ad alterũ est sicut a b ad f g proportio duplicata, ducãtur enim lineæ duæ a c & a d, itẽmque f h & f k, eritque per præsentem hypothesin & per 6 huius, triangulus a b c, æquiangulus triangulo f g h, & triangulus a e d, triangulo f l k. Similiter quoque per hanc communem scientiam. Si ab æqualibus æqualia demas quæ relinquuntur æqualia sunt. erit triangulus a c d, æquiangulus triangulo f h k. Nam ipsi pẽtagoni, positi sunt æquianli, & laterum proportionalium, & quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem æquianguli, ut probatum est: erunt etiam & similes per 4 huius. & diffinitionem similium superficierum, quare cum ipsi sint numero æquales, patet primum. Secundum sic: protrahantur b d quæ secet a c in puncto m, & g k quæ secet f h in puncto n, eritq; triangulus b c d, æquiãgulus triãgulo g h k per 6 huius & præsentem hypothesin, quare & triãgulus a b m triangulo f g n, & a m d, f n k, ergo per 4 huius, proportio b m ad g n, est sicut a m ad f n, & a m ad f n, sicut m d ad n k: quare per 11 quinti, b m ad g n, sicut m d ad n k, ergo permutatim b m ad m d, sicut g n ad n k. Sed per 1 huius, a b m ad a m d, & b c m ad c m d, sicut b m ad m d. & per eãdem f g n ad f n k, & g n h ad h n k, sicut g n ad n k, ergo per 11 quinti, a b c ad a c d, sicut f g h ad f h k, quare permutatim a b c ad f g h, sicut a c d ad f h k. Eadem ratiõe probabis quod & sicut a c d ad f l k, ergo per 12 quinti totius pentagoni ad totum pentagonũ. sicut a b c ad f g h, per præmissam igitur est proportio pentagoni a c d ad pentagonum f h k, sicut proportio a b ad f g duplicata: quod est propositum. Ex quo cursus patet correlarium præcedentis. Aliter potest demonstrari secundum, cum enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur sint adinuicem similes, erit per præcedẽtem proportio a b c ad f g h sicut b c ad g h duplicata, & a c d ad f h k, sicut c d ad h k duplicata, & a e d ad f l k sicut d e ad k l duplicata, quia igitur omnes hæ proportiones duplicatæ sunt æquales propter hoc quod positum est simplas esse æquales: erit per 12 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum, sicut lateris unius ad suum relatiuũ latus alterius proportio duplicata.

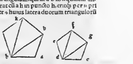


Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 Supra datam lineam, datæ superficiei similem superficiem describere.

CAMPANVS Sit data linea a b, supra quam uolo constituere superficiem similem datæ superficiei quæ sit pentagona, & sit c d e f g: diuido hunc pentagonum in triangulos

los ductis lineis d f, & d g, & super pũctum a constituo angulum æqualẽ angulo c, ducta linea a h, & super punctum b, constituo alium angulum, qui sit a b h, æqualem angulo c d g, protracta linea b h quousque concurrat cũ a h in puncto h, eritq; per 32 primi angulus a h b, æqualis angulo c g d, & ideo per 4 huius latera duorum triangulorũ g c d & h a b, proportionalia. Facio quoque angulum h b k, ducta linea b k: æqualem angulo g d f, & angulum k b l: ducta linea b l, æqualem angulo d g f, & angulum b k l ducta linea k l, æqualẽ angulo d f e, eritque perfectus pentagonus qui constituendus erat super lineam a b, est enim æquiangulus dato pentagono propter æqualitatem angulorum triangulorum, in quos est uterque diuisus, sed & laterum proportionalium, propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum, quæ ex 4 huius euidenter apparet, quare per diffinitionem similium superficierum, pentagonus cõstitutus super lineam a b, est similis pentagono dato, quod est propositum.

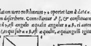


Tres ex Zamberto sequentes propositiones. tribus præcedentibus ex Cãpano, conuerso ordine respondent prima ultimæ: media primæ & ultima mediæ.

Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 18

18 A data recta linea, dato rectilineo simile similiterq; positũ rectilineum describere.

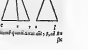
THEON ex Zamberto. Sit data quidem recta linea α β, datum uero rectilineum γ ι. oportet iam à data α β recta linea, ipsi γ ι, rectilineo simile similiterque positum rectilineum describere. Connectantur δ ζ, & constituatur (per 23 primi) ad α β, rectam lineam, ad signaque in ea α β, et qui ad γ, est angulo æqualis angulus η α β, ei autem qui est sub γ δ ζ, æqualis angulus α β η, reliquus igitur qui sub γ δ ζ, et qui sub α η β, est æqualis, æquiangulũ igitur est ζ γ δ, triangulum, ipsi η α β, triangulo (per 4 sexti,) proportionaliter igitur est sicut ζ δ, ad η β, sic ζ γ, ad η α, & γ δ, ad α β. Rursus constituatur (per 23 primi) ad β η, rectam lineam ad signaq; in ea β η, et qui sub δ ζ ι, est angulo æqualis angulus β η θ, ipsi autem ζ δ ι, qui est sub η β θ. Reliquus igitur qui ad ι, reliquo qui ad θ, est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum ζ δ ι, triangulo η β θ. proportionaliter igitur est (per 4 sexti,) sicut ζ δ, ad η β, sic ζ ι, ad η θ, & ι δ, ad θ β, ostensum autem est quod sicut ζ δ, ad η β, sic ζ γ, ad η α, & γ δ, ad α β, & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ζ, ad α η, sic γ δ, ad α β, & ζ ι, ad η θ, & insuper ι δ, ad θ β. Et quoniam æqualis est angulus γ ζ δ, angulo α η β, & angulus δ ζ ι, angulo β η θ, totus igitur qui sub γ ζ ι, toti qui sub α η θ, est æqualis & propterea, & qui sub γ δ ι, et qui sub α β θ æqualis. Est aũt & qui ad γ, et qui ad α, æqualis, & qui ad ζ, et qui ad η, æquiangulum igitur est α θ, ipsi γ ι. & ea quæ circum æquales angulos sunt latera, ei proportionalia habet. Simile igitur est (per primam diffinitionem sexti α θ, rectilineum, ipsi γ ι, rectilineo. A data igitur recta linea α β, dato rectilineo γ ι, simile, simul terq; positum rectilineũ descriptum est α θ, quod facere oportebat.



Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 19

19 Similia triangula, adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis rationis.

THEON ex Zamberto. Sint similia triangula α β γ, & δ ε ζ, æqualem habentia eum qui ad β, angulum ei qui ad ε, sic utque α β, ad β γ, sic δ ε, ad ε ζ, ita ut β γ, & ε ζ, similis rationis sint. Dico quod triangulum α β γ, ad triangulum δ ε ζ, duplicem habet rationem, quàm β γ, ad ε ζ. Sumatur namque (per 10 sexti,) ipsarũ β γ, & ε ζ, tertia proportionalis β η, ut sit sicut β γ, ad ε ζ, sic ε ζ, ad β η, connectaturque α η. Quoniam igitur est sicut α β ad β γ, sic δ ε, ad ε ζ, uicissim igitur (per 16 quinti, sicut α β ad δ ε, sic β γ, ad ε ζ. Sed sicut β γ ad ε ζ, sic est ε ζ, ad β η, & sicut igitur (per 11 quinti.) α β, ad δ ε, sic ε ζ, ad β η. igitur (per 15 sexti,) α β η, & δ ε ζ, triangulorum reciproca latera: quæ circum æquales angulos. Quorum autem unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos ea quoque sunt æqualia (per eandem) Aequale igitur est triangulum α β η, triangulo δ ε ζ, & quoniam est sicut β γ, ad ε ζ, sic ε ζ, ad β η, si autem tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicem habebit rationẽ, quàm ad secũdã, igitur β γ, ad β η, duplicẽ rationẽ habet: q̃ ad ε ζ, (per 10 diffinitionẽ quinti. Sicut aũt γ β, ad β η sic



sic (per 1 sexti) αβγ triangulum ad αεκ triangulum. Triangulum igitur αεγ ad αεκ (per eandem diffinitionem) duplicem rationem habet, quàm εγ ad δζ. Aequale autem est triangulum αβκ, triangulo δεζ. Igitur & triangulum αεγ, ad triangulum δεζ duplicem rationem habet, quàm βγ ad εζ. Similia igitur triangula, adinuicem in duplici ratione sunt similis rationis laterum, quod oportebat demonstrare.

CORRELARIVM. Ex hoc utrinque manifestum est, quod si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: sicut prima ad tertiam, sic quod à prima triangulum ad id quod est a secunda simile similiterque descriptum: quoniam ostensum est quod sicut γβ ad βκ, sic triangulum αβγ ad triangulum δεζ, quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 21.

Similia polygona, in similia triangula diuiduntur, & inæqualia numero, & + æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

ὁμόλογα

THEON ex Zamberto. Sint similia polygona, αβγδε & ζηθκλ. similis autem rationis, esto αβ ipsi ζη. Dico quod αβγδε & ζηθκλ polygona, in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & * æqua ratione totis: & polygonum αβγδε ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet, quàm αε ad ζη. Connectantur βε, εγ, ηλ, λθ. & quoniam polygonum αεγδε (per hypothesim) simile est polygono ζηθκλ: æqualis est angulus βαε, ei qui sub ηζλ est angulo, & est sicut βα ad αε, sic ηζ ad ζλ. Quoniam igitur duo triangula sunt αεε & ζηλ unum angulum uni angulo æqualem habentia: circum autem æquales angulos latera proportionalia: æquiangulum igitur est (per sextam sexti) triangulum αβε triangulo ζηλ: quare & simile. Aequalis aūt est & angulus αβε, angulo ζηλ: est autem & totus αβγ, toti ζηθ æqualis, propter similitudinē polygonorum. Reliquus igitur angulus εεγ, reliquo angulo ληθ est æqualis: & quoniam ob similitudinem ipsorū αεε & ζηλ triangulorū, est sicut εβ ad βλ, sic λη ad ζη, sed & propter similitudinem polygonorum est sicut αβ ad βγ, sic ζη ad ηθ. ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut εβ ad εγ, sic λη ad ηθ: & circum æquales angulos εβγ & ληθ, latera proportionalia sunt: æquiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum εεγ, triangulo ληθ. Quare & triangulum εβγ, ipsi triangulo ληθ est simile. Id propterea etiam (per 5 sexti diffinitionem, triangulum εγδ, simile est triangulo λθκ. Polygona igitur αεγδε & ζηθκλ, in similia triangula diuisa sunt, & æqualia numero.



ὁμόλογα

Dico insuper quod similis rationis sunt totis, hoc est, quod sunt proportionalia, & quidem antecedentia αεε, εβγ & εγδ sequentia autem illorum ζηλ, ληθ & λθκ, & quod polygonum αβγδε, ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, αε ad ζη. Connectantur enim αγ & ζθ. & quoniam propter similitudinem polygonorum, æqualis est angulus αβγ angulo ζηθ, & est sicut αβ ad εγ, sic ζη ad ηθ: æquiangulum est igitur (per sextam sexti) triangulum αβγ triangulo ζηθ. æqualis igitur est angulus βαγ, angulo ηζθ: & qui sub βγα, ei qui sub ηθζ. & quoniam æqualis est angulus βαμ angulo ηζν: patuit autē quod angulus αβμ angulo ζην est æqualis: & reliquus igitur angulus αμε, reliquo ζνη est æqualis. Aequiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum αβμ, triangulo ζην. Similiter quoque ostendemus quod & triangulum βμγ, æquiangulum est triangulo ηνθ. proportionaliter igitur est (per 5 sexti) sicut quidem αμ ad μβ sicut ζν ad νη. Sicut autem εμ ad μγ, sic ην ad νθ. Quare ex æquo (per 22 quinti) sicut αμ ad μγ, sic ζν ad νθ. Sed sicut αμ ad μγ, sic triangulum αβμ ad triangulum μβγ, & αμε ad εμγ, ad seinuicem enim sunt sicut bases (per 1 sexti). Et sicut unum antecedentium ad unum sequentium (per 12 quinti) sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Sicut igitur (per conuersionem primæ diffinitionis sexti) triangulum αμβ ad triangulum βμγ, sic αβε ad γβε. Sed sicut αμβ ad εμγ, sic αμ ad μγ: & sicut igitur (per 11 quinti) αμ ad μγ sic triangulum αεε ad triangulum εβγ. Id propterea, & sicut ζν ad νθ, sic triangulum ζηλ ad triangulum ηλθ. Estque sicut αμ ad μγ, sic ζν ad νθ. & sicut igitur (per 11 quinti, triangulum αεε ad triangulum εεγ, sic triangulum ζηλ ad triangulum ηλθ & uicissim (per 16 quinti) sicut triangulum αεε ad triangulum ζηλ: sic triangulum εεγ ad triangulum ηλθ. Similiter quoque ostendemus connexis βδ & ηκ. quod & sicut triangulum εβγ ad triangulum λη θ, sic triangulum εγδ ad triangulum λθκ. Et quoniam est sicut triangulum αβε ad triangulum ζηλ, sic triangulum εβγ ad triangulum ληθ, & etiam triangulum εγδ ad triangulum λθκ, & sicut igitur (per 12 quinti, unum antecedentium ad unum sequentium: sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur triangulū αβε ad triāgulum ζηλ, sic polygonū αεγδε ad polygonū ζηθκλ. Sed triangulum αβε ad triangulum ζηλ, duplam rationē habet, quam αε similis rationis latus ad ζη similis rationis latus. Similia enim triāgula in duplica ratione sunt similis ratiōis laterū (per 19 sexti) & polygonū igitur αεδε ad polygonū ζηθκλ: duplam habet rationē, quā αβ similis rationis latus ad ζη similis rationis latus. Similia igitur polygona

lygona in similia triangula diuiduntur, & * inæqualia numero, & æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplam rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus, quod demonstrare oportebat.

PRIMVM CORRELARIVM Proinde in uniuersum manifestum est, quod similes recti lineæ figuræ adinuicem in dupla sunt ratione, similis rationis laterum, & si ipsarum α β & ζ η proportionalem accipiamus ξ, ipsa α β ad ξ duplam habet rationem quàm α β ad ζ η. habet autem & polygonũ siue quadrilaterũ ad quadrilaterũ duplam rationẽ, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, α ϐ ad ζ η. patuit autem hoc in triangulis. Similiter autem & in similibus quadratis ostendetur, quod in duplici ratione sunt similis rationis laterũ, patuit autem & in triangulis. Proinde etiam in uniuersum est manifestum, quod si tres rectæ lineæ proportionales fuerint erit sicut prima ad tertiam: sic quæ à prima species ad eam quæ à secunda similis & similiter descripta est.





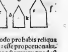
ALITER. Demonstrabimus aliter & expeditius, similis rationis esse triangula. Instituantur enim rursus α ϐ γ δ ε, & ζ η θ κ λ polygona & connectantur β ε, γ ε, η λ, & λ ξ. Dico quod est sicut triangulum α ϐ ε ad ζ η λ, sic ε β γ ad κ η θ, & γ δ ε ad θ κ λ. Quoniam enim simile est triangulum α ϐ ε triangulo ζ η λ, igitur (per 19 sexti, triangulum α β ε ad ζ η λ duplam habet rationem quàm ϐ ε ad η λ. Id propterea & triangulum β ε γ, ad triangulum η λ θ duplam habet rationem, quàm β ε ad η λ. Est igitur sicut triangulum α β γ ad triangulum ζ η λ, sic triangulum β ε γ, ad η λ θ. Rursus quoniam triangulum ε β γ, simile est triangulo λ η θ: igitur ε β γ ad λ η θ duplam habet rationem quam γ ε recta linea ad θ λ. Id propterea, & triangulum ε γ δ duplam rationem habet ad triangulum λ θ κ, quàm γ ε ad θ λ. Est igitur sicut triangulum β ε γ ad λ η θ, sic γ δ ε ad λ θ κ. Patuit autem & sicut ε β γ ad λ η θ: sic α β ε ad ζ η λ. & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ ad ζ η λ, sic β ε γ ad η λ θ. & ε γ δ ad λ θ κ ad λ θ κ. & sicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum consequẽtium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. & reliqua ut in priore demonstratione. quod oportebat demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20 SI fuerint uni superficiei similes, quaslibet superficies sibijnuicem similes esse est.

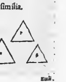
CAMPANVS. Sit uterq; pentagonorum a b c, d e f, similis pentagono g h k: dico eos esse similes sibinuicẽ. Est enim uterq; eorum æquiangulus pentagono g h k: per conuersionem diffinitionis similium superficierum: quare sunt æquianguli adinuicem. Similiter quoque per conuersionem eiusdem diffinitionis, proportio a b ad g h, sicut a c ad g k, & g h ad d e, sicut g k ad d f: ergo per æquam proportionalitatem, a b ad d e, sicut a c ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a b c & d e f, continentia æquos angulos: esse proportionalia. Per diffinitionem itaque similium superficierum: ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 21.

21 Quæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem sunt similia.

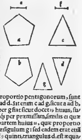
THEON ex Zamberto. Sit utrunq; ipsorum α, b, rectilineorum, simile ipsi γ. Dico quod & α ipsi β est simile. Quoniam enim simile est α ipsi γ, æquiangulum est & ei (per conuersionem primæ diffinitionis sexti) & quæ circum æquales angulos sunt latera, proportionalia habet. Rursus quoniam β simile est ipsi γ: æquiangulum igitur est & ei per eandem, & quæ circum æquales sunt angulos latera proportionalia habet. utrunq; igitur ipsorum α, β, ipsi γ æquiangulum est (per 6 sexti) & quæ circa æquales sunt angulos latera habet proportionalia. quare per eandem & α ipsi β æquiangulum est, & quæ circum æquales sunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur est ϐ ipsi α, quod oportebat demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 21.

21 SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, atque super binas & binas similes superficies designentur, ipsæ quoq; superficies erunt proportionales. Si uero super binas & binas, similes superficies constitutæ fuerint proportionales: ipsas quoq; lineas proportionales esse necesse est.

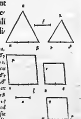
CAMPANVS. Si quatuor lineæ proportionales, a, b, c, d, sitq; proportio a ad b, sicut c ad d: dico quod si superficies similes constituantur super a & b, utpote duo pentagoni similes, & aliæ similes constituãtur super c & d, utpote duo anguli similes, erit ꝓportio pentagonorum sicut triangulorum. Quod si fuerint pentagoni similes & similiter triãguli similes, fueritq; proportio pentagoni ad pentagonum sicut trianguli ad triangulũ: dico quod erit ꝓportio a ad b sicut c ad d.



Subiungantur enim lineis a & b, e, & lineis c & d, f, in cõtinua proportionalitate, sicut docet 10 huius: eritq; per 22 quinti, & per æquam proportionalitatem, a ad e, sicut c ad f: quia ergo per correlarium 17 huius, proportio pentagonorum, est sicut a ad e & triangulorum sicut c ad f: erit ꝓportio pentagonorũ sicut triangulorum: & hoc est primũ. Secundum sic patet. Sint duo pentagoni similes, & duo trianguli similes, sitq; proportio pentagonorum, sunt triangulorum: dico quod proportio a ad b, est sicut c ad d. Sit enim c ad g, sicut a ad b, hoc enim qualiter fiat, dictum est supra 10 huius, & super g fiat sicut docet 19 huius, superficies similis illi quæ est constituta super lineã c: eritq; per præmissam, similis ei quæ constituta est super lineam d: eritq; etiam per primã partem huius 21, quæ proportio pentagoni a ad pentagonum b: eadem trianguli c ad trĩgulum g: sed eadem erat etiã trianguli c ad triangulum d: ergo per secundam partẽ 9 quinti, triangulus d, est æqualis triangulo g. Et quia sunt similes, erit linea g æqualis lineæ d, per primam partem 17 huius, cum super lineas c d & g sint trianguli: uel secundum partẽ 18: cum fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim nõ producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali: erit itaq; c ad d sicut a ad b: quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 22.

22 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint etiam quæ ab eis rectilinea similia similiterq; descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea, proportionalia fuerint: ipsæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.



THEON ex Zamberto. *Sint quatuor rectæ lineæ αβ, γδ, εζ, ηθ, sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Describanturq; (per 18 sexti) ab ipsis αβ & γδ, similia similiterq; posita rectilinea καβ & λγδ. Ab ipsis autem εζ & ηθ, per eandem similia similiterq; posita rectilinea μζ & νθ. Dico quod est sicut καβ ad λγδ, sic est μζ ad νθ. Sumatur enim itaq; (per 11 sexti) ipsarũ αβ & γδ tertia proportionalis ξ. ipsarum autem εζ & ηθ, tertia proportionalis ο, & quoniam est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ, sicut autem γδ ad ξ, sic ηθ ad ο. ex æquali igitur (per 22 quinti, sicut αβ ad ξ, sic εζ ad ο. Sed sicut quidem αβ ad ξ, sic & καβ ad λγδ (per correlarium secundum 20 sexti. Sicut autem εζ ad ο, sic μζ ad νθ. Sed iam esto, sicut καβ ad λγδ, sic μζ ad νθ. Dico quod est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Fiat enim (per 22 sexti) sicut αβ ad γδ, sic εζ ad πρ, & describatur (per 18 sexti) ex πρ, utriq; ipsorum μζ & νθ simile, similiterq; positum σρ. Quoniam igitur est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad πρ, & de*

scripta

pta sunt, ab ipsis quidẽ α β, & γ δ, similia similiterq́; posita κ α β, & λ γ δ, ab ipsis autem ε ζ, & π ρ, similia similiterq́; posita μ ζ, & σ ρ, est igitur sicut κ α β, ad λ γ δ, sic μ ζ, ad σ ρ, positũ autẽ est quod sicut κ α β, ad λ γ δ, sic μ ζ, ad ν θ, & sicut igitur (per 11 quinti) μ ζ, ad σ ρ, sic μ ζ, ad ν θ, igitur (per 9 quinti) μ ζ, ad utrũq; ipsorũ ν θ, & σ ρ, eãdẽ habet rationẽ, æquale igitur est ν θ, ipsi σ ρ. Est autẽ ei & simile similiter positũ æqualis igitur est η θ, ipsi π ρ. Et quoniã est sicut α β, ad γ δ, sic ε ζ, ad π ρ, æqualis autem est π ρ, ipsi η θ, est igitur sicut α β, ad γ δ, sic ε ζ, ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipsis rectilinea similia similiterque descripta, proportionalia erũt, & si ab ipsis rectilinea similia similiterq́; descripta proportionalia fuerint, & ipsæ rectæ lineæ proportionales erunt, quod demonstraſſe oportuit.

LEMMA. Quod autem si rectilinea æqualia & similia fuerint similis rationis latera ipsorum æqualia inuicem sunt, sic demonstrabimus, sint æqualia & similia rectilinea ν θ, & σ ρ, sitq́; sicut θ η, ad θ ν, sic ρ π ad π σ. Dico quod æqualis est ρ π, ipsi η θ. Si autem inæquales sunt, earum altera maior est, sit maior ρ π, quàm θ η, & quoniam est sicut ρ π, ad π σ, sic θ η, ad η ν, & uicissim quoque (per 16 quinti) sicut ρ π, ad θ η, sic π σ, ad η ν, maior autem est ρ π, ipsa θ η, maior igitur & π σ, quàm η ν. Quare & ρ σ, maius est ipso θ ν, sed & æquale (per hypothesim, quod est impoſsibile, inæqualis igitur minime est π ρ, ipsi θ η, æqualis igitur. Quod demonstraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 Cunctæ superficies æquidistantium laterum, quæ circa diametrũ consistunt, toti parallelogrammo atque sibi inuicem sunt similes.

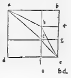
CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d cuius diameter a c, consistant superficies g h & f k æquidistantium laterum circa diametrum dico eas esse similes toti parallelogrammo & sibi inuicem est enim per secũdã huius, b g ad g c & d h ad h c, sicut a e ad e c, ergo coniunctim b c ad c g & d c ad c h, sicut a c ad c e, quare per 11 quinti, b c ad c g sicut d c ad c h, sed etiã sicut a b ad e g cũ a b sit æqualis d c, & e g, b c, eodẽ modo erit a d ad e h, sicut a b ad e g, & d c ad h c, quia ergo ista parallelogrãma sunt æquiangula, cõstat per diffinitionem similium superficierum g h esse simile b d. Simili quoque modo probatur f k esse simile eidem, propter hoc qđ b a ad a k & d a ad a f, est sicut c a ad a e per secundam huius & coniũctam proportionalitatem, quare per 20 huius f k, est etiam simile g h, sicq; patet totum.



Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 Si in suo spatio parallelogrammum partiale distinctum toti parallelogrammo simile atque secundum suum illius esse fuerit, circa eiusdem diametrum consistit.

CAMPANVS Sit ut in parallelogrammo b d sit distinctum parallelogrammum f g, quod sit ei simile & secũdum suũ esse id est participãs cum eo in angulo c dico, quod parallelogrammum f g consistit circa diametrum parallelogrãmi b d, & est hæc conuersa præcedentis, producam enim a e c, quæ si fuerit diameter parallelogrãmi b d, constat propositũ. Sin autem sit a h c diameter eius, & ducatur b k æquidistãs f c, eritque per præmissam parallelogrammum f k, simile parallelogrammo b d, ergo per conuersionem diffinitionis similium superficierum proportio b c ad k c, est sicut d c ad f c, sed per eandem conuersionẽ dictæ diffinitionis, proportio b c ad g c est sicut d c ad f c propter id quod parallelogrammum f g, positum est simile parallelogrãmo



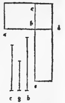
bd,

b d, ergo per 11 quinti proportio b c ad g c, est sicut b c ad k c, utraque enim est sicut d e ad f e, quare per secundã partẽ nonæ quinti, g c est æqualis K c pars uidelicet toti quod est impossibile. Erit igitur a e c diameter paralellogrammi b d, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 Omnium duarum superficierum æquidistantium laterum quarum u/nus angulus unius uni angulo alterius æqualis proportio alterius ad alteram, est quæ producitur ex duabus proportionibus suorum laterũ duos æquos angulos continentiũ.

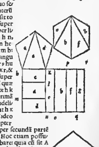
CAMPANVS Sint duæ superficies æquidistãtium laterum, a c & e d, sitque angulus b unius, æqualis angulo b alterius, dico quod proportio unius ad alterã producta ex proportione a b ad b d, & c b ad e, disponam enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in 11 huius adiuncto ad utranque parallelogrammo c d, & ponã ut proportio lineæ f ad lineam g, sit sicut a b ad b d, & g ad h sicut c b ad b e, qualiter enim hoc fiat, dictum est supra 1. huius, eritque per primam huius & 11 quinti, a c ad c d, sicut f ad g, & c d, ad d e, sicut g ad h, quare per 22 quinti erit in æqua proportionalitate a c ad d e: sicut f ad h: & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, ut dictum est in fine expositionis 11 diffinitionis quinti: erit ut a c ad d e, producatur ex eisdem, quare constat propositum.



Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 Datæ superficiei similem, alijq; propositæ æqualem designare.

CAMPANVS Sint propositæ duæ superficies rectilineæ. A. pentagona. B. hexagona. uolo facere unam superficiem similem A, & æqualem B, utramq; propositarum superficierum resoluo in triangulos. A quidem in triangulos a c d. B uero, in triangulos e b f g. & super basin trianguli a, quæ sit h K: cõstituo secũdũ doctrinã 44 primi superficiẽ æquidistãtiũ laterũ rectãgulã, æqualẽ c: quæ sit h l, & l m æqualẽ d, ut sit tota superficies: æquidistãtiũ laterũ h n, cõstituta super basin k: æqualis pentagono A. Eodem modo super lineam K n quæ est secundũ latus huius superficiei h n, constituo aliã superficiem rectangulam æqualem hexagono B: quia facio K o æqualem e: & o p: æqualem b: & p q, æqualem b f: & q r, æqualẽ g: ut sit tota rectangula superficies n r, æqualis hexagono B, & pono per 9 huius, lineã f t, proportionalẽ inter lineã h K & lineã K r, & super eam secundũ doctrinã 19 huius, constituo superficiem u similem superficiei A, dico ipsam esse quã quærimus, & æqualẽ superficiei B Cum enim tres lineæ h k f t, & k r sint continue proportionales, & super primã & secundam sint constitutæ superficies similes uidelicet A & u, erit per correlariũ 17 huius. A ad u, sicut h K ad k r, quare (per primã huius) sicut h n ad n r, & ideo per primam partẽ 7 quinti, sicut A ad n r. & propter hoc per secundã partẽ eiusdẽ, sicut A ad B, itaque per secundã partẽ 9 quinti u est æqualis B: quod est propositum. Hoc etiam possumus ex permutata proportionalitate facile probare: quia cũ sit A ad u sicut h n ad n r: erit permutatim A ad h n sicut u ad n r. & quia A est æqualis h n: erit u æqualis n r: quare u est etiam æqualis B per hanc cõmunẽ scientiã: quæcũq; uni & eidẽ sunt æqualia, inter se sunt æqualia. Nõ est autem necessarium ut superficies h l, l m: & m n æquidistantium laterũ æquales triangulis c a d: aut superficies k o, o p, p q & q r æquales triangulis e b f h, sint rectangulæ: sed ut angulus ex





trin

trinſecus ſuperficiei l m, ſit æqualis angulo intrinſeco ſuperficiei l h: & extrinſecus m n intrinſeco m l ſimiliter quoque ut extrinſecus ſuperficiei k o, ſit æqualis intrinſeco ſuperficiei h n, & extrinſecus o p, intrinſeco k o, ſicq; de cæteris. Cũ enim ſic fuerit erit unaquaque linearum k n & ſibi oppoſita h m, itemque h r, & ſibi oppoſita n q, linea una per ultimam partem 29 primi & per 14 eiuſdem quoties oportuerit æqualiter repetitas, propter id quod omnes ſuperficies h l, l m, & m n, itemq; k o, o p, p q, & q r, ſunt æquidiſtantium laterum, & angulus extrinſecus cuiuſque ſequentis eſt æqualis intrinſeco eam præcedentis, quare duæ ſuperficies h n & n r, erunt æquidiſtantium laterum & inter lineas æquidiſtãtes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue ut prius.

Quatuor ex Zamberto ſequentes propoſitiones, præcedentibus quatuor ex Campano ordine peruerſo reſpondent, prima tertiæ, ſecunda primæ, tertia quartæ, quarta ſecundæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propoſitio 23

23 Æquiangula parallelogramma rationem adinuicem habent compoſitam ex lateribus.

THEON ex Zamberto. Sint æquiangula parallelogramma α γ, & γ ζ, æqualem habentia angulum β γ δ, angulo ε γ η. Dico quod parallelogrammũ α γ, ad parallelogrammũ γ ζ, rationẽ habet compoſitã ex lateribus, hoc eſt ex ea, quam habet β γ, ad γ η, & ex ea, quã habet δ γ, ad γ ε. Ponatur enim, (per 14 primi,) ut ſit in rectas lineas β γ, ipſi γ η, in rectas lineas igitur eſt (per eãdẽ) δ γ, ipſi γ ε. Cõpleaturq; parallelogrãmũ δ η, & ponatur quædã recta linea κ, & fiat (per 12 ſexti,) ſicut quidẽ β γ, ad γ η, ſic κ, ad λ, ſicutq; δ γ, ad γ ε, ſic λ ad μ, proportiões igitur ipſius κ, ad λ, & ipſius λ, ad μ, eædẽ ſunt ipſis rationibus laterum β γ, ad γ η, & ipſius δ γ, ad γ ε. Sed ipſius κ, ad μ, ratio, componitur ex ratione ipſius κ, ad λ, & ipſius λ, ad μ. Quare & κ ad μ, rationẽ habet compoſitã ex lateribus. Et quoniã eſt ſicut β γ, ad γ η, ſic α γ, parallelogrãmum ad γ θ (per primam ſexti,) ſed ſicut β γ, ad γ η, ſic κ, ad λ, & ſicut igitur (per 11 quinti,) κ, ad λ, ſic α γ, ad γ θ. Rurſus quoniã eſt ſicut δ γ, ad γ ε, ſic γ θ, parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrammum, ſed ſicut δ γ, ad γ ε, ſic λ, ad μ. & ſicut igitur (per eandẽ) λ ad μ, ſic γ θ, parallelogrammum ad γ ζ, parallelogrammũ. Quoniã igitur oſtenſum eſt quod ſicut quidẽ κ ad λ, ſic α γ, parallelogrammũ ad γ θ, parallelogrammũ, ſicut autẽ λ ad μ, ſic γ θ, parallelogrãmũ, ad γ ζ, parallelogrãmũ: ex æquo igitur (per 22 quinti) ſicut κ ad μ, ſic α γ parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrãmũ. At κ ad μ, rationem habet compoſitam ex lateribus, & α γ, parallelogrammum igitur ad γ ζ rationem habet confectam ex lateribus. Aequiangula igitur parallelogramma adinuicem rationem habent compoſitam ex lateribus, quod demonſtrare oportebat.



Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propoſitio 24

24 Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma, ſimilia ſunt toti, & adinuicem.

THEON ex Zamberto. Sit parallelogrammum α β γ δ, dimetiens uero illius α γ, circum autem α γ, parallelogramma ſint ε η, & θ κ. Dico quod utrumque ipſorum ε η, & θ κ, parallelogrammorum, ſimile eſt toti α β γ δ, & adinuicem. Quoniam enim trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta eſt parallelus ε ζ, proportionaliter eſt (per 2 ſexti,) ſicut γ ζ, ad ζ α, ſic δ η, ad η α. Sed ſicut γ ζ, ad ζ α, ſic oſtenſa eſt & β ε, ad ε α. Et ſicut igitur (per 11 quinti) β ε, ad ε α, ſic δ η, ad η α, & componendo igitur (per 18 quinti) ſicut β α, ad ε α, ſic δ α, ad α η, & (per 16 quinti) ſicut β α, ad α δ, ſic ε α, ad α η: parallelogrammorum igitur α β γ δ, & ε η: proportionalia ſunt latera, quæ circum communẽ angulum β α δ ſunt: & quoniam parallelus eſt η ζ, ipſi δ γ, æqualis eſt (per 29 primi) angulus α η ζ, angulo α δ γ, & qui ſub η ζ α, ei qui ſub δ γ α, & communis duorum triãgulorũ α δ γ, & α η ζ angulus qui ſub δ α γ. Aequiangulũ igitur eſt triangulũ δ α γ, triangulo α η ζ. Idq; propterea, & triangulũ α β γ, æquiãgulum eſt triangulo α ε ζ, & totum α β γ δ, parallelogrammum ipſi ε η, parallelogrãmo æquiangulum eſt, proportionaliter igitur eſt (per 4 ſexti) ſicut α δ, ad δ γ, ſic α η, ad η ζ, ſicutq; δ γ, ad γ α, ſic η ζ, ad ζ α. Sicut autem α γ, ad γ β, ſic α ζ, ad ζ ε, & inſuper ſicut γ β, ad β α, ſic ζ ε, ad ε α & quoniam oſtenſum eſt ſicut quidem δ γ ad γ α, ſic η ζ, ad ζ α, ſicut uero α γ, ad γ β, ſic α ζ ad ζ ε: ex æquo igitur eſt (per 22 quinti) ſicut δ γ ad γ β, ſic η ζ, ad ζ ε. Parallelogrammorum igitur α β γ δ, & ε η, proportionalia ſunt latera

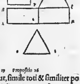


quæ circum æquales angulos. Simile igitur est (per primam diffinitionẽ sexti) parallelogrammũ α ε γ δ, parallelogrammo ι κ id propterea, & parallelogrammum α β γ δ, parallelogrammo κ θ, est simile, utrumq; igitur ipsorum ι θ & θ κ, parallelogrammorum, ipsi α ε γ δ, parallelogrammo simile est. Quæ autem eidem rectilineo similia, & sibi inuicem sunt similia (per 21 sexti) igitur & ι κ, parallelogrammum ipsi θ κ, parallelogrammo simile est. Omnis igitur parallelogrammi quæ circa dimetientem parallelogrãma, similia sunt toti & adinuicem, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Problema 7 Propositio 25

25 Dato rectilineo simile, & alij dato æquale idem constituere.

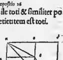
THEON ex Zamberto. Sit quidem datum rectilineum cui oportet simile constituere, α ε γ, cui autem oportet æquale, δ, oportet iam ipsi α β γ, simile, ipsi autem δ æquale, idem constituere, prætendatur (per 44 primi) igitur ad β γ, ipsi triangulo α ε γ, æquale; parallelogrammum ε γ, & ad γ ι, ipsi δ, æquale parallelogrammum γ μ, in angulo qui sub ζ γ ι. qui æqualis est ei qui sub γ θ δ. In rectam lineam igitur est (per 14 primi, ε γ, ipsi γ ζ: & λ ι, ipsi ι μ. Sumaturq; (per 13 sexti,) ipsarum β ι, & γ ζ, media proportionalis κ θ, describaturq; (per 18 sexti, ex κ θ, ipsi α ε γ, simile, similiterq; positum κ κ θ. Et quoniam est sicut ε γ, ad κ θ, sic κ θ, ad γ ζ, si autem tres fuerint rectæ lineæ proportionales sicut prima ad tertiam sic quæ à prima est species ad eam quæ à secũda similis similiterq; descripta: est igitur (per correlarium secundũ 20 sexti) sicut β γ, ad ι ζ, sic triangulum α β γ, ad triangulum κ κ θ. Sed sicut ε γ, ad γ ζ, sic ε ι, parallelogrãmum ad ι ζ, parallelogrammum. Et sicut igitur (per primam sexti) triangulum α β γ, ad triangulum κ κ θ, sic ε ι, parallelogrammum ad ι ζ, parallelogrammum: uicissim quoque igitur (per 16 quinti) sicut triangulum α ε γ, ad ε ι, parallelogrammum, sic triangulum κ κ θ, ad parallelogrammum ι ζ, æquale autem est triangulum α β γ, parallelogrammo ε ι, æquale igitur est triãgulum κ κ θ, ipsi ι ζ, parallelogrammo: sed parallelogrammum ι ζ, ipsi δ est æquale, & κ κθ, igitur, ipsi δ est æquale, est autem κ κ θ. ipsi α β γ simile, Dato igitur rectilineo α β γ, simile, & alij dato δ, æquale, idem θ κ ι, constitutum est, quod facere oportebat.



Eucli ex Zamb. Theorema 19 Propositio 26

26 Si à parallelogrãmo parallelogrammũ auferatur, simile toti & similiter positum, communem angulũ habẽs ei, circũ eundẽ dimetientem est toti.

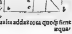
THEON ex Zamberto. A parallelogrammo enim α β γ δ, parallelogrãmum auferatur α ζ, simile ipsi α β γ δ, & similiter positum, cõmunem angulũ habens ei qui sub δ α β. Dico quod circum eandem diametrum est α ε γ δ, ipsi α ζ. Non enim: at si possibile est, sit eorum dimetiens α κ γ, & excitetur (per 31 primi, ab ι utrique ipsarum α δ, & ε γ, parallelus θ κ. Quoniã igitur circum eandem dimetientem est α β γ δ, ipsi κ κ, simile est (per 24 sexti,) α ε γ δ, ipsi κ κ, est igitur sicut δ α, ad α ε sic κ α, ad α κ, (per conuersionem 1 diffinitionis sexti. Est autẽ propter similitudinem ipsorũ α β γ δ, & ι κ, sicut δ α, ad α β, sic κ α, ad α ι. Igitur per 9 quinti, κ α, ad utrãque ipsarum α κ, & α ι, eandem habet rationem, æqualis igitur est α κ, ipsi α ι, minor maiori, quod absurdum est. Igitur α ε γ δ, non est circa eandem dimetientem ipsi κ κ Circa eandem igitur dimetientem est α ε γ δ, parallelogrammum, ipsi α ζ, parallelogrammo. Si à parallelogrammo igitur parallelogrãmũ auferatur, simile toti & similiter positum cõmunem angulũ habens ei, circa eandem dimetientem est toti. Quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 26

26 Super dimidium datæ lineæ parallelogrammum designatum, maius est eo parallelogrammo cui datæ lineæ applicato deest ad completionem lineæ simile & super diametrum consistens super dimidium collocati.

CAMPANVS Sit data linea a b, super cuius dimidium c b, constituatur parallelogrammũ c d, cuius diameter b e, & ad lineam a b applicetur parallelogrãmũ a f, cuius unũ latus secet e c in pũcto g ita quod ad complementũ totius lineæ a b desit superficies f b quæ sit similis, superficiei c d, & cõsistens circa diametrũ eius dico tũc ꝙ parallelogrãmũ c d est maius parallelogrãmo a f. Est enim per 1 huius, a g: æquale g b, & per 43 primi, c f æquale f d, ergo per hãc cõmunẽ sciẽtiã si æqualibus æqualia addas tota quoq; fient æqua-



æqualia, erit gnomo constans ex tribus parallelogrammis quæ sunt c f. f b. & f d. æqualis parallelogrãmo a f. quare parallelogrammũ c d, est maius parallelogrãmo a f. in parallelogrammo e f, quod est propositũ. Idẽ etiã esset si superficies a f fieret altior superficie c d: ut uidere potes in secũda figura in qua etiã per primã huius a g. est æquale g b: demptis itaque utrinque duobus supplemẽtis superficiei f b: excedet parallelogrammum c d, parallelogrammũ a f in parallelogrammo f e.



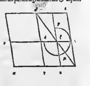
Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 27

27 Omnium parallelogrammorũ ad eandem rectam lineã * proiectorum deficiẽtiumque * specie parallelogrammis, similibus, similiterque positis ei quod à dimidia descriptum est, maximum est quod à dimidia proiectum parallelogrammum simile existẽs * sumpto,

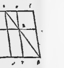
παραβαλλομένων applicatorum. εἴδει, id est figuris

ἐλλειπόντων, id est deficientium.

THEON ex Zamb. Sit recta linea α β, & secetur (per 10 primi,) bifariam in γ, prætenditur quoque (per 18 sexti, ad α β, rectam lineam, parallelogrammũ α δ, deficiens specie parallelogrammo δ β, simili, similiterque descripto ei quod à dimidia ipsius α β, hoc est γ β. Dico quod omniũ ad α ε, comparatorum parallelogrammorum & deficiẽtium specie parallelogrammis similibus similiterque positis ipsi δ ε, maximum est α δ. Prætendatur enim ad α β, rectam lineam parallelogrãmũ α ζ, deficiens specie parallelogrãmo ζ ε, simili similiterque posito ipsi δ ε. Dico quod maius est α δ, ipso α ζ. Quoniã enim simile est δ β. parallelogrammũ ipsi ζ β, parallelogrãmo: circũ eandẽ igitur sunt demetientẽ (per 26 sexti, excitetur eorũ dimetiens δ ε, & describatur figura. Quoniam igitur (per 43 primi) æquũ est ζ γ, ipsi ζ ι, cõmune apponatur ζ β, totũ igitur γ θ toti κ ι, est æquale. Sed γ θ, ipsi γ η, est, æquale (per 36 primi) quoniã & recta α γ, rectæ α ε æqualis. Igitur η γ, ipsi & ι κ, est æquale. Cõmune apponatur γ η, totũ igitur α ζ, toti λ μ ν, gnomoni est æquale. Quare parallelogrãmũ δ ε, hoc est α δ, hoc est α δ, ipso α ζ. parallelogrãmo maius est, omnium igitur ad eandem lineam consistentium parallelogrammorũ & deficientium specie parallelogrammis, similibus. similiterque positis ei quod à dimidia describitur: maximũ est quod à dimidia comparatum est, quod oportebat demonstrare.

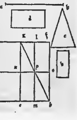


ALITER Sit enim rursus α β, dissecta bifariam in γ, & comparatũ α λ, deficiens specie ipso λ ε. Comparetur que rursus ad α β, parallelogrammũ α ι, deficiens ipso ι β, simili similiterque posito ipsi λ ε. quod à dimidia sit ipsius α β. Dico quod à dimidia comparatum, α λ maius est ipso α ι. Quoniã enim simile est ι ε: ipsi λ ε, circum eãdem dimetientem sunt (per 26 sexti Sit eorum demetiens ι ε, describatur que figura, & quoniã æquũ est λ ζ, ipsi λ θ. quoniã & rectæ ζ η, rectæ η θ, est æqualis: maius igitur est λ ζ, ipso κ ι, æquũ autem est λ ζ ipsi δ λ, maius igitur est & δ λ. ipso κ ι, commune esto κ δ, totum igitur α λ, toto α ζ. maius est quod demonstrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 TRilatera superficie ꝓposita æquũ ei super quãlibet assignatã lineam parallelogrãmũ designare, cui desit ad cõplendã lineã alij superficiei propositæ simile parallelogrammũ quod secundum eiusdẽ suũ esse parallelogrãmo super dimidium datæ lineæ collocato minime maius existat.



CAMPANVS Sit assignata linea a b. & propositus triangulus c, propositumque parallelogrammũ d. uolo super lineam a b: designare parallelogrammum æquale triangulo c, ita quod desit ad cõplendam

dam lineam a b parallelogrammū simile d. & sit ita conditionatum quod triangulus c non sit maior parallelogrāmo simili d, collato super dimidium lineæ a b, alioquin ad impossibile laboraretur. per præmissam. Diuido igitur lineā a b per æqualia in pūcto e & secūdū doctrinā 19 huius super eius eius medietatē b e cōstituo parallelogrammū e f simile d, & cōpleho super totā lineā a b: parallelogrāmū h g. Quia igitur c nō est maior parallelogrāmo e f, sed æqualis ei aut minor sicut positū est, si fuerit ei æqualis, erit parallelogrāmū e g quale intēditur per 36 primi coadiuuāte prima parte 9, & per diffinitionē similiū superficierū & 10 huius. Si aūt minor, sit minor in superficie aliqua, cui æqualis & similis d fiat secūdū doctrinā 25 huius quæ sit h, eritque h similis e f per 20 huius. quare per cōuersionē diffinitionis, æquiangula sibi & proportionaliū laterū. protrahā igitur in parallelogrāmo e f diametrū b k, & resecabo latera k f, & e k superficiei e f, ad mēsurā laterū superficiei h. protractis lineis l m & n o æquidistantibus lateribus superficiei e f, secantibus se in pūcto p, ut superficies k p sit æqualis & similis superficiei h eritq; per 25 huius pūctū p, in diametro k b: protracta itaq; o n usq; ad a d, dico parallelogrāmū a p esse quale proponitur. Deest enim sibi ad cōplementū lineæ a b parallelogrammū p b, quod per 22 & 24 huius est simile parallelogrāmo d. Sed ipsum etiā parallelogrāmū a p est æquale triāgulo c Est enim per primā huius, a n æquale n b, ergo per 43 primi, & hāc cōmunē scientiā si æqualibus æqualia addas, tota quoque fient æqualia, parallelogrāmū a p: est æquale gnomoni n h l, & quia iste gnomo est æqualis triāgulo c propter id quod parallelogrammum e f positum fuit esse maius triangulo c in parallelogrammo h, quod est æquale parallelogrammū k p, patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 8 Propositio 28

28 Ad data rectā lineā dato rectilineo æquale parallelogrāmū cōparare, deficiēs specie parallelogrāmo simili dato. Oportet iā datū rectilineū cui expedit æquū cōparare, nō maius esse eo qđ à dimidia cōparatū similibus existētibus sūptis & eius quod à dimidia & cui expedit simile deficere.

THEON ex Zāb. Sit quidē data recta linea α β, datū uero rectilineū cui oportet æquū prætēdere ad α β sitq; illud γ, nō maius existēs eo quod à dimidia cōparatū est similibus existētibus sūptis, cui autē expedit simile deficere, δ, oportet iā ad datā rectā lineā α β, dato rectilineo γ æquale parallelogrāmū prætēdere deficiēs specie parallelogrāmo simili existēte ipsi δ. Secetur (per 10 primi) α β bifariā in signo ε. Describaturq; (per 18 sexti, ab ε β, ipsi δ, simile similiterq; positū ε β ζ η. Cōpleaturq; α η parallelogrāmū. Iā α η, aut æquū est ipsi γ, aut eo maius per determinationē. Si quidē igitur æquū est α η, ipsi γ, quod quærimus factū iam est. Cōparatū siquidē esset ad datā rectā lineā α β, dato rectilineo γ æquū parallelogrāmū α η deficiēs specie parallelogrāmo η β, simili ipsi δ. Si aūt nō est maius θ ε, ipsi γ, æquale autē θ ε, ipsi η β, maius igitur & η β, quā γ Quo aūt maius est η β, quā γ, tali excessui (per 25 sexti) æquale, ipsi δ, simile similiterq; positū idē cōstituatur κ λ μ ν Sed ipsi η β, ipsum δ est simile. & η μ, igitur, ipsi η β, est simile Esto igitur similis rationis η λ, ipsi η ε, & λ μ, ipsi η ζ. Et quoniā æquū est η β, ipsis γ η μ, maius igitur est η β, quā η μ. Maior igitur est η ε, quā η μ, & η ζ, quā λ μ, ponatur (per 11 primi) ipsi quidē κ λ æqualis η ξ, ipsi aūt λ μ, æqualis η ο, & cōpleatur parallelogrāmū ξ η ο π. Aequū igitur est & simile η π ipsi η μ. Sed η μ, ipsi η β, est simile, & η π igitur ipsi η β, est simile. Circū eādē dimetientē, (per 26 sexti) igitur, est η π, ipsi η β, Sit eorū dimetiēs η π β, & describatur figura. Quoniā igitur æquū est β η, ipsis γ & η μ quorū η π ipsi η μ, est æquale reliquis igitur φ χ ψ, gnomon reliquo γ est æqualis, & quoniam æquum est ε ρ, Totum igitur ο β toti α ρ, est æquale. Sed ξ β, ipsi τ ε, est æquale: quoniā & latus α ε, lateri ε β, est æquale, & τ ε, igitur, ipsi ο β, est æquale. Cōmune applicetur ξ ζ, totum igitur τ σ toti φ χ ψ, gnomoni æquū est Sed φ χ ψ gnomon ipsi γ, ostēsum est quod est æqualis, & τ σ igitur ipsi γ æquū est. Ad datam rectā lineā igitur α β, dato rectilineo γ æquū parallelogrāmū comparatum est τ σ deficiens specie parallelogrāmo π β, simili existēti ipsi δ, quoniam π β, ipsi η π, simile est Quod erat propositum.



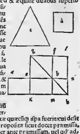
Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 SVper datā lineā datæ superficiei trilateræ æquū parallelogrāmū cōstituere, quod addat super cōpletionē datæ lineæ superficiem æ-

quid-

quidistantium laterum datæ superficiei æquidistantium laterum similem.

CAMPANVS. Sit ut prius data linea a b, & datus triãgulus c, datũq; parallelogrãmum d, uolo super lineã a b cõstituere parallelogrammũ æquale triãgulo c, quod addat super totã lineã a b, parallelogrãmũ simile d. Diuido lineã a b per æqualia in puncto e. & super eius medietatẽ e b facio e f similẽ d, secundũ quod docet 19 huius, & secundum doctrinã 25 huius, facio k l cuius diameter g h, similẽ d & æqualẽ duabus superficiebus e f & c, eritq; per 20 huius k l similis e f. Superposita igitur superficie k l superficiei e f ita quod ambæ cõmunicent in angulo g erit per 25 huius superficies e f, cõsistẽs circa diametrũ superficiei k l: quare punctũ b est in diametro g h, cõplebo igitur parallelogrãmũ a b quod dico esse quale proponitur, quod cõstat protractis linea f b usque ad m, & linea e b, usque ad n. Est enim per primã partẽ huius, a k æquale k b, & ideo per 43 primi est etiã æquale n f, addito ergo utriq; e h. erit per cõmunẽ sciẽtiã a b æquale gnomoni e h f, sed iste gnomo est æqualis triãgulo c. quia parallelogrãmũ k l positum fuit æquale duabus superficiebus c & e f, ergo parallelogrammum a h est æquale c, & addit ad cõplementum lineæ a b parallelogrammum m n, quod per 21 & 20 huius est simile parallelogrãmo d, quare cõstat perfectum esse quod uolumus.

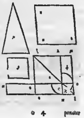


CAMPANI additio Possumus aut ad lineam datam adiũgere parallelogrammum æquale nõ solũ trilateræ superficiei positæ, sed & cuiuslibet rectilineæ figuræ propositæ quæcũq; ipsa fuerit: cui desit ad cõplendã lineã datã superficiei æquidistãtiũ laterũ propositæ sicut docet præmissa, obseruata cõditione eius ne laboretur ad impossibile per ante præmissam. uel qđ addat super cõpletionẽ lineæ superficiẽ æquidistantiũ laterũ similẽ superficiei propositæ sicut proponit cõclusio præsens Propositã enim superficiem cui æquale parallelogrãmum debet ad lineã datã adiũgi quod addat aut diminuat ad cõpletionẽ lineæ parallelogrammũ simile parallelogrãmo dato: resoluemus in triãgulos, & ipsis mediãtibus describemus superficiẽ æquidistãtiũ laterum, totali superficiei propositæ æqualẽ, hoc autẽ qualiter fiat & si scire uolueris: require 25 huius. Dehinc super duplũ basis eius æqualis altitudinis triãgulũ cõstituemus, quẽ (si 41 primi diligẽter inspexeris) parallelogrammo prius designato inuenies esse æqualẽ, quare & superficiei propositæ, huic ergo triãgulo si æquale parallelogrãmũ ad lineam datã adiũxeris quod addat ad cõplementum lineæ aut minuat parallelogrammũ simile parallelogrãmo dato secundũ qđ docet hæc & præmissa: quod propositũ erat te perfecisse non dubites.

Eucli. ex Zamb. *Problema 9* *Propositio 29*

29 Ad datã rectã lineam, dato rectilineo æquale parallelogrãmũ prætẽdere. excedẽs specie parallelogrãmo simili dato.

THEON ex Zãb. *Sit quidẽ data recta linea α β, datũ uero rectilineũ cui expedit ad α β, æquale parallelogrãmũ prætẽdere γ. Cui aũt oportet simile prætẽdere δ, oportet iã ad α β, rectã lineã ipsi γ, rectilineo æquum parallelogrãmũ prætẽdere excedẽs specie parallogrãmo simile ipsi δ. Secetur (per 10 primi,) α β, bifariã in ε, & describatur (per 18 sexti) ex ε β ipsi δ simile similiterq; positũ parallelogrãmũ ε ζ, & ambobus qđẽ β ζ γ æquale, ipsi, aũt δ, simile similiterq; positũ, idẽ cõstituatur η θ. Simile igitur est η θ, ipsi β ζ. Similes aũt ratiõis esto η θ, ipsi ζ λ, & κ θ, ipsi ζ ε. Et quoniã maius est η θ, ipso ζ ε, maior igitur est quidẽ η θ, ipsa ζ λ. & κ θ, ipsa ζ ε. Extendãtur ζ λ, & ζ ε, & ipsi quidẽ κ θ, æqualis esto ζ λ μ, ipsi autẽ κ θ, æqualis esto ζ ε ν. Cõpleaturq; μ ν. Igitur μ ν, ipsi η θ, æquũ est & simile. sed η θ, ipsi ε λ est simile. Igitur (per 26 sexti μ ν ipsi ε λ, est simile, circum igitur eãdẽ diametrũ cõsistũt ε λ & μ ν. Excitetur eorũ dimetiẽs ζ ξ. & describatur figura. quoniã igitur æquũ est ζ θ ipsis ε λ et γ. sed η θ, ipsi μ ν, est æquale, & μ ν igitur ipsis ε λ γ, est æquale Cõmune auferatur ε λ, reliquus igitur ψ χ φ gnomõ ipsi γ est æqlis. Et quoniã α ε, ipsi ε β: est æqlis æquũ est per 36 primi et α ν ipsi ν β hoc est (per 43 primi ipsi λ ο cõe apponatur*

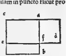


ponatur ι ζ, totum igitur α ζ, æquum est ipsi φ χ ψ, gnomoni. Sed φ χ ψ gnomon æqualis est ipsi γ. Igitur α ζ, ipsi γ est æquale. Ad datam igitur rectam lineam α ε, dato rectilineo γ, æquale parallelogrammum comparatum est α ζ, excedens specie parallelogrammo π ο, simili existente ipsi δ. Igitur δ simile est ipsi ε ζ, & ε ζ ipsi ι π, est simile, circum eandem dimetientem consistunt, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.

29 **Q**Vamlibet lineam propositam, secundum proportionem habentem medium duóque extrema secare.

CAMPANVS Sit proposita linea a b: quam uolo diuidere secundũ proportionem habentẽ mediũ & duo extrema. Ex ipsa describo quadratum b c. & ad eius latus a c adiungo secundũ quod docet præmissa, parallelogrammũ c d æquale quadrato b c: quod sit simile b c. sitque latus parallelogrãmi c d. quod æquidistat a c: d e. & secet lineã a b in puncto f. Dico, lineã a b esse diuisam in puncto f sicut proponitur. Est enim a d quadratũ. propter id quod est simile b c, quare a f, est æquale f d, sed & f e est æqualis a b: propter id quod est æqualis a c per 34 primi, & quia c d æquale b c: dempto ab utroque c f: erit a d æquale e b, & angulus f unius angulo f alterius. ergo per 15 huius latera sunt mutekesia: ergo e f ad f d sicut a f ad f b. & quia e f est æqualis a b, & f d: erit a b ad a f sicut a f ad f b: ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idẽ etiã potest demõstrari ex 11 secũdi. Diuidatur enim a b in puncto f: secundũ quod docet 11 secundi, sitque e b quod continetur sub tota a b & eius parte f b: ita quod f e sit æqualis a b & a d sit quadratum a f est itaque per prædictã 11 secũdi e b. æquale a d. Quod restat arguere ut prius per 15 huius, uel sic: cum A b sit diuisa in puncto f secundum quod docet 11 secundi: quod fit ex a b prima in f b tertiam est æquale quadrato a f secundæ: ergo per secundã partem 16 huius proportio a b primæ ad a f, secũdam est sicut a f secundæ ad f b tertiã: per diffinitionem itaque diuisa est a b ut proponitur.



Eucli. ex Zamb. Problema 10 Propositio 30

τεμεῖν secare Datam rectam lineam terminatam, extrema ac media ratione* dispescere.

THEON ex Zamberto. *Sit data recta linea terminata α β, oportet iam ipsam α ε. rectam lineam extrema & media ratione *dispescere. Describatur enim. (per 46 primi) ex α ε. quadratum ε γ. Compareturque (per 29 sexti.) ad α γ, ipsi ε γ. æquum parallelogrammũ γ δ excedens specie α δ. simili ipsi ε γ. Quadratũ autẽ est β γ, quadratũ igitur est & α δ, & quoniã æquũ est ε γ, ipsi γ δ, cõmune auferatur γ ι, reliquum igitur ε ζ, reliquo α δ est æquale, est autẽ & æquiangulũ. igitur (per diffinitionem 2 tertij, & per 14 sexti) ipsorum ε ζ, & δ α, reciproca sunt latera: quæ circũ æquales angulos. Est igitur sicut ζ ι, ad ι δ, sic α ι, ad ι ε. Aequalis autem est ζ ι, ipsi α γ, hoc est ipsi α ε. Ipsa autẽ ι δ. ipsi α ι. Est igitur sicut β α, ad α ι, sic α ι, ad ι β, maior autem est (per 34 primi,) α β, quàm α ι: maior igitur est & α ι, quàm ι ε. Igitur α ε. recta linea extrema & media ratione secta est, in ι, & maius segmentum ipsius est α γ, quod fecisse oportuit.*



ALITER *Sit data recta linea α ε. oportet ipsam iã α β, extrema, & media ratione secare, secetur enim α ε, in γ. (per 11 secundi) ut quod sub α ε, & ε γ, æquum sit ei quod ex γ α, quadrato. Quoniã igitur quod sub α β & β γ. æquũ est ei quod ex γ α, est igitur (per 17 huius) sicut ε α, ad α γ sic α γ, ad γ β. Igitur α ε, media & extrema diuisa est ratione in γ. quod oportebat facere.*

Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 **S**I fuerint duo anguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus æquidistet, fuerintq; illa quatuor latera secundum æquidistantiam relata, proportionalia, illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est.

CAMPANVS Sint duo anguli a b c, d c e constituti super angulum a c d. sitque a c æquidistans d e & d c: a b, & sit proportio a c ad d e, sicut a b ad d c, dico quod duæ bases eorũ b c & c e. sunt linea una. Est enim angulus a æqualis angulo d: quia uterq; eorũ est æqualis angulo a c d per primam partem 29 primi, igitur per præsentem hypothe

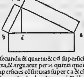
sin-

sin & 6 huius: ipsi trianguli sunt æquianguli, & angulus b, est æqualis angulo d c e, & angulus a c b angulo e, quare per 13 primi tres anguli qui sunt ad c, sunt æquales duobus rectis, ipsi enim æquātur tribus angulis utriuslibet duobus triangulorum, ergo per 14 primi b c, est linea una quod est propositū. *Eucli. ex Camp.* *Propositio 31*

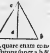


31 IN omni triāgulo rectāgulo superficies lateris quod subtēditur angulo recto, æqualis est superficiebus duorū laterū angulū rectum continentiū pariter acceptis, cū fuerint similes ei in lineatione & creatiōe.

CAMPANVS Quod proponit penultima primi de superficiebus quadratis, proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus, unde hæc est illa tanto uniuersalior, quanto superficies laterata quadrato. Sit itaque triangulus rectangulus a b c, cuius angulus a sit rectus Dico quod superficies constituta super latus b c, est æqualis duabus superficiebus constitutis super a b & a c, cum omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ. Ducam perpēdicularē a d, ad lineam b c, eritq; per secundam partē correlarij 8 huius, proportio b c ad c a, sicut c a ad d c, & c b ad b a, sicut b a ad d b. Sit itaque super quālibet trium linearum b c, c a & a b fiat superficies similis alijs in figura & situ. erit per correllarium 17 huius proportio superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super c a secūdam, sicut b c primæ ad d c tertiam: & itē eiusdem superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super a b secundā: sicut b c primæ ad d b tertiam per idē correlariū. Quare per conuersam proportionalitatē superficiei a c ad superficiē c b, sicut c d ad c b, & similiter superficiei a b ad superficiem b c, sicut b d ad superficiē b c, & ponatur a c prima & c b secunda & quarta: & c d superficies tertia, & a b superficies quinta, & b d superficies sexta, & arguatur per 24 quinti quod proportio superficiei constitutæ super b c ad duas superficies cōstitutas super c a & c b simul. est sicut b c ad c d & d b simul. quia igitur b c est æqualis duabus lineis c d & d b simul sumptis, erit superficies constituta super b c æqualis duabus superficiebus constitutis super c a & a b simul sumpus: quod est propositum.



CAMPANI *additio* Conuersam quoq; huius possumus facile demonstrare per modū demōstrationis ultimæ primi, sit enim triāgulus a b c, sitq; superficies cōstituta b c æqualis duabus superficiebus cōstitutis super duas lineas a b & a c sibi similibus Dico quod angulus a est rect9, ponā enim angulum c a d rectū & lineā a d æqualē a b, & claudo superficiem ducta linea d c, eritq; per hanc 31 superficies constituta super c d æqualis duabus constitutis super duas lineas c a & a d similibus, quare etiam constitutæ super b c sibi simili, hæc enim posita est æqualis duabus constitutis super a b & a c sibi similibus, erit ergo linea b c æqualis c d, quare per 8 primi angulus a est rectus. Quod est propositum.



Sequentes duæ ex Zamberto propositiones, duabus præcedētibus ex Campano præpostero ordine respondent.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 21* *Propositio 31*

31 In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum subtendente latere species, æqualis est eis quæ ab rectum angulum comprehendentibus lateribus speciebus similibus similiterq; descriptis. *vide figura*

THEON ex Zamberto. *Sit triangulum α β γ, rectum habens angulum qui sub β α γ. Dico quod quæ ex β γ species, æqualis est eis quæ ex β α, & α γ, speciebus similibus similiterque descriptis.* Excitetur *(per 12 primi,) perpendicularis α δ, Quoniā igitur in triangulo rectāgulo α β γ, ab α recto angulo β γ, in basim perpendicularis acta est α δ, triangula α β δ, & α δ γ, quæ ad perpendicularem, similia sunt toti α β γ, & sibi inuicem (per 8 sexti,) quoniam simile est α β γ, ipsi α β δ, est igitur sicut γ β, ad β α, sic α β, ad β δ. At quoniam tres rectæ lineæ proportionales sunt est igitur (per correlarium secundum 20 sexti,) sicut prima ad tertiam sic quæ à prima species ad eam quæ à secunda*



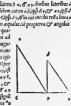
ad ſecũda ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Sicut igitur γ ε, ad ε δ, ſic ſpecies quæ ex ε γ, ad eã quæ ex β α, ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Id propterea & ſicut β γ, ad γ δ, ſic ſpecies quæ ex β ad eã quæ ex γ α. Quare ſicut ε γ, ad ε δ, & δ γ, ſic quæ ex β γ, ſpecies ad eas quæ ex ε α, & α γ, ſimiles ſimiliterq; deſcriptæ ſũt. Aequalis aũt eſt ε γ, ipſius β δ, & δ γ, æqualis igitur eſt, ſpecies quæ ex ε α, & α γ. ſunt ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. In rectangulis igitur triangulis, quæ ad rectum angulũ ſubtendentẽ ſpecies, æqualis eſt eis quæ ad rectum angulum cõprehendentibus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis, quod demõſtraſſe oportuit.

ALITER. Quoniam (per correlarium primũ 20 ſexti,) ſimiles figuræ in dupla ſunt ratione ſimilis rationis laterum, igitur quæ ex ε γ, eſt ſpecies ad eam quæ ex ε α, duplã rationem habet quàm γ β, ad ε α, habet autem & quod ex β γ, quadratũ ad id quod ex α, quadratum duplã rationem quàm γ α, ad ε α, & ſicut igitur quæ ex γ β, ſpecies ad eam quæ ex β α, ſpeciem: ſic quadratum quod ex γ ε, ad quadratum quod ex ε α. Id propterea & ſicut ſpecies quæ ex ε γ, ad ſpeciem quæ ex γ α, ſic quadratũ quod ex ε γ, ad quadratum quod ex γ α, Quare & ſicut ſpecies quæ ex β γ, ad ſpecies quæ ex β α, & α γ, ſic quadratũ quod ex ε γ, ad quadrata quæ ex ε α, et α γ. Quadratũ aũt quod ex β γ, æquũ eſt eis quæ ex β α, & α γ, quadratis (per 47 primi,) æqualis igitur eſt ſpecies quæ ex ε γ, eis quæ ex ε α, & α γ, ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis.

Eucl. ex Zamb. Theorema 22 Propoſitio 32

32 Si duo triangula componantur ad unum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ut quæ eiuſdem rationis eorum latera ſint etiam parallela, reliqua ipſorum triangulorum latera in rectam lineam erunt.

THEON ex Zamberto. Sint bina triangula α β γ, & δ γ ε, duo latera β α, & α γ. duobus lateribus δ γ, & δ ε, proportionalia habentia, ſicut quidem α β, ad α γ, ſic δ γ, ad δ ε, parallelum autem α β, ipſi δ γ, & α γ, ipſi δ ε. Dico quod in rectam lineam eſt β γ, ipſi γ ε. Quoniam enim parallelus eſt α β, ipſi δ γ, & in eas incidit recta linea α γ, anguli igitur (per 29 primi.) *utrobiq; qui ſub β α γ, & α γ δ, ſibi inuicem ſunt æquales. Id propterea & angulus γ δ ε, angulo α γ δ, eſt æqualis. Quare angulus β α γ, angulo ε δ γ. eſt æqualis, & quoniam duo triangula ſunt α β γ, δ γ ε, unum angulum qui ad α, uni angulo qui ad δ, æqualem habentia, circum autem æquales angulos latera proportionalia, ſicut quidem β α, ad α γ. ſic γ δ, ad δ ε, æquiangulum igitur eſt (per 6 ſexti, triangulum α β γ, triangulo δ γ ε. Aequalis igitur eſt angulus α β γ, angulo δ γ ε, patuit autẽ quod angulus α γ δ, æquus (per 29 primi) angulo β α γ. Totus igitur angulus α γ ε, duobus α β γ, & β α γ, eſt æqualis. Communis apponatur angulus α γ β. Igitur anguli α γ ε, & α γ β, eis qui ſunt ſub γ α β, α γ β, & γ β α, ſunt æquales. Sed anguli β α γ, γ β α, & α γ β, (per 32 primi) duobus rectis ſunt æquales, & anguli igitur α γ ε, & α γ β, duobus rectis ſunt æquales. Ad aliquam autem rectam lineam α γ. ad ſignũ quæ in ea γ, duæ rectæ lineæ β γ, & γ ε, non ad eaſdem partes ductæ, æquos *utrobique ſub α γ ε, & α γ β, duobus rectis æquales efficiunt angulos, (per 14 primi,) in rectam lineam igitur eſt β γ, ipſi γ ε. Si bina igitur triangula componantur ad unum angulum, duo latera duabus lateribus proportionalia habentia, ut eorum ſimilis rationis latera etiam parallela ſint, reliqua ipſorum triangulorum latera in rectam lineam erunt. Quod demonſtraſſe oportuit.



ἐναλλὰξ

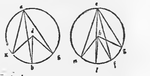
ἐφεξῆς

Eucli. ex Camp. Propoſitio 32

32 SI in circulis æqualibus ſupra centrum ſiue ſupra circunferentiã anguli cõſiſtant, erit angulorũ proportio tanquam proportio arcuũ illos angulos ſuſcipientium.

CAMPANVS Sint circuli a b c cuius centrũ d, & e f g cuius centrũ h æquales, ſuper quorũ centra fiant duo anguli b d c & f h g, & ſuper eorum circunferentias alij duo qui ſint b a c &, f e g, dico quod proportio angulorũ tam eorũ qui ſunt ſuper centra quã eorũ qui ſuper circũferẽtias eſt ſicut arcus b c ad arcũ f g. Continuabo enim illis duobus arcubus alios arcus æquales: ſiue ſecundũ eundẽ numerũ ſiue ſecundum diuerſos, ſitq; arcus k b æqualis b c, & uterque duorum arcuum l m & f l. æqualis f g, & producã lineas k d, k a, m h, l h, m e & l e. erũtque per 26 tertij: anguli qui ſunt ad d adinuicem æquales, ſimiliter quoque & qui ſunt ad h, adinuicẽ æquales, Idẽ, etiã de his qui

qui sunt ad a,& de ijs qui sunt ad e,sicut igitur arcus k c est multiplex arcus b c,ita angulus k d c anguli b d c.& angulus k a c anguli b a c,similiter sicut arcus m g est multiplex arcus f g, ita angulus m h g anguli f h g,& angulus m e g anguli f e g,sed si arcus k c est æqualis arcui m g,angulus k d c est æqualis angulo m h g, & angulus k a c angulo m e g,& si maior,maiores,& si minor, minores per 26 tertij: per diffinitionem itaque incontinuæ proportionalitatis proportio arcus b c ad arcũ f g,est sicut anguli b d c ad angulum f h g,& sicut anguli b a c ad angulũ f e g, quod est propositum.Idem intellige in eodem circulo,



Eucli.ex Zamb. Theorema 23 Propositio 33

33 In æqualibus circulis anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs in quibus consistunt,& si ad centra & si ad circunferentias fuerint constituti,tum etiam sectores,ut puta ad centra constituti.

THEON ex Zãb. Sint æquales circuli αβγ,& δεζ,ad eorũq; centra η θ,anguli sint βηγ,et εθζ,ad eorũ circunferentias uero,anguli qui sub βαγ,& εδζ.Dico quod est sicut circunferentia βγ,ad circunferentiam εζ,sic est angulus βηγ,ad angulum εθζ,& angulus βαγ,ad angulum εδζ,& insuper ηβγ,sector ad θεζ,sectorem. Ponatur (per 28 tertij,)ipsi quidem βγ,circunferentiæ æquales quotcunque ordine hoc est γκ,& κλ,ipsi autem εζ, quotcunque æquales circunferentiæ ζμ,& μν.Connectanturque ηκ,ηλ,θμ,& θν.Quoniam igitur æquales sunt βγ, γκ,& κλ,circunferentiæ ad inuicem,æquales (per 27 tertij,)quoque sunt anguli βηγ,γηκ,& κηλ Quotuplex igitur est βλ,circũferẽtia ipsius βγ,circũferẽtiæ,totuplex est & angulus βηλ,anguli βηγ.Id propterea etiã quotuplex est εν,circũferẽtia ipsius εζ,circunferẽtiæ,totuplex est & angulus εθν,ipsius εθζ.Si igitur æqualis est circũferẽtia βλ,ipsi circunferentiæ εν,æqualis est & angulus βηλ,angulo εθν,& si maior est βλ,circunferentia quàm εν,circunferentia, maior est & angulus βηλ,angulo εθν,& si minor,minor.Quatuor iam existentibus magnitudinibus, duabus,inquam,circunferentijs βγ,& εζ,binisque angulis hoc est βηγ,& εθζ,suscipiuntur quidem ipsius βγ,circunferentiæ atque ipsius anguli βηγ,æque multiplices hoc est βλ circunferentia & angulus βηλ,ipsius autem εζ circunferentiæ & anguli εθζ,circunferentia εν,& angulus εθν.Ostensum autem est quod si circunferentia βλ,excedit circunferẽtiam εν, angulus quoque βηλ excedit angulum εθν,& si æqualis,æqualis:& si minor,minor. Est igitur (per 6 diffinitionẽ quinti.)sicut βγ, circunferentia ad εζ, circunferentiam: sic angulus βηγ ad angulum εθζ. Sed sicut angulus βηγ,ad angulum εθζ,sic angulus βαγ,ad angulum εδζ,duplus enim est (per 20 tertij,)uterq; utriusq;. Et sicut igitur βγ,circunferentia ad εζ circunferentiam,sic angulus βηγ, ad angulum εθζ,& angulus βαγ,ad angulum εδζ.



In æqualibus igitur circulis anguli eandẽ habẽt rationẽ ipsis circũferentijs,& si ad centra & si ad circunferẽtias cõstituti fuerint,quod demonstrasse oportuit. Dico etiã quod & sicut βγ,circũferentia ad εζ, circunferentiã,sic ηβγ,sector ad θεζ,sectorẽ.Cõnectantur βγ & γκ,& assumptis super βγ,& γκ,circũferentijs ξ ο,signis,connectãtur βξ,ξγ,γο,& οκ.Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) duæ βη,& ηγ,duabus γη et ηκ,sunt æquales, æqualesq; angulos cõprehendũt,et basis βγ,ipsi γκ,est æqualis,triãgulũ igitur ηβγ, (per 4 primi) triãgulo ηγκ,est æquale.Et quoniã æqualis est βγ,circũferentia ipsi γκ,circũferẽtiæ,& reliqua igitur quæ in totũ circulũ αβγ,circũferentia reliquæ quæ in eundẽ totũ αβγ,circulũ circũferentiæ est æqualis.Quare et angulus βξγ,ipsi γοκ,est æqualis,Simile igitur (per 10 diffinitionẽ tertij) est βξγ,segmentũ,ipsi γοκ,est segmẽto,& in æqualibus sunt rectis lineis βγ & κγ.Quæ autem super æqualibus rectis lineis similia circulorum segmenta consistunt,ea adinuicem sunt æqualia (per 24 tertij: segmentum igitur βξγ,ipsi γοκ,segmento est æquale,est autem & triangulum ηβγ, triangulo ηγκ,æquale. Totus igitur sector ηβγ,toti ηγκ,sectori est æqualis.Id propterea & κηλ,sector,utrique ipsorum ηβγ,& ηγκ,est æqualis. Tres igitur sectores ηβγ,ηγκ,& κηλ,sibi inuicem sunt æquales.Id propterea

pterea & θ ι ξ, θ ξ μ, & θ μ ν. sectores, sibi inuicem sunt æquales. Quotuplex igitur est β λ. circumferentia ipsius ε γ circumferentiæ, totuplex est & λ κ β. sector ipsius κ β γ. sectoris. Id propterea & quotuplex est ν ι. circumferentia ipsius ι ξ. circumferentiæ, totuplex est & θ ι ν sector ipsius θ ι ξ. sectoris. Si igitur æqualis est β λ. circumferentia ipsi ι ν circumferentiæ, æqualis est & β κ λ. sector ipsi ι θ ν. sectori. Et si excedit ε λ. circũferentia ipsam ι ν. circumferentiã, excedit quoq; & β κ λ. sector ipsum θ ι ν. sectorẽ. & si deficit, deficit. Quatuor iam existẽtibus magnitudinibus, duabus inquam β γ, & ι ξ. circumferentiis, duobusque κ ε γ, & ι θ ξ. sectoribus, suscipiũtur æque multiplices ipsius quidem β γ



circumferentiæ & ipsius κ β γ sectoris, hoc est β λ. circũferentia & κ β λ. sector ipsius autẽ ι ξ. circumferentiæ & ipsius θ ι ξ. sectoris, circumferentia nempe ι ν. & sector θ ι ν. Et ostensum est quod si circumferentia ε λ excedit ipsam circumferentiam ι ν. excedit quoque & β κ λ. sector ipsum ι θ ν. sectorem, & si æqualis, æqualis: & si deficit deficit. Est igitur (per conuersionem diffinitionis sexti, sicut circũferentia ε γ. ad ι ξ. sic κ ε γ. sector ad θ ι ξ. sectorem.

CORRELARIVM Et manifestum est quod sicut sector ad sectorem, sic angulus ad angulum.

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SEPTIMVS.

Ex Campano triplex principiorum genus. Primum. *Diffinitiones.*

Vnitas, est qua unaquæq; res una dicitur. 2 Numerus, est multitudo ex unitatibus composita. 3 Naturalis series numerorum, dicitur in qua secundum unitatis additionem fit ipsorum computatio. 4 Differentia numerorum, appellatur numerus quo maior abundat à minore. 5 Numerus primus dicitur, qui sola unitate metitur. 6 Numerus compositus dicitur quẽ alius numerus metitur. 7 Numeri contra se primi dicuntur, qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8 Numeri adinuicem compositi siue communicantes dicuntur, quos alius numerus quàm unitas metitur, nullusque eorum est ad alium primus. 9 Numerus per alium multiplicari dicitur, qui toties sibi coacervatur, quoties in multiplicante est unitas. 10 Productus uero dicitur, qui ex eorum multiplicatione crescit. 11 Numerus aliũ numerare dicitur, qui secundũ aliquẽ multiplicatus illũ producit. 12 Pars, est numerus numeri minor maioris, cum minor maiorẽ numerat. Et qui numeratur numerantis muluplex appellatur. 13 Denominans, est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto. 14 Similes dicuntur partes, quæ ab eodẽ numero denominantur.

Prima

15 Prima simpla numeri pars, est unitas. 16 Quādo duo numeri partem habuerint cōmunem, tot partes maioris dicetur esse minor, quoties eadem pars fuerit in minore, totæ uero, quoties ipsa fuerit in maiore. 17 Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem, in eo quod est maioris pars uel partes. Maioris uero ad minorem, secundum quod eum cotinet & eius partem uel partes. 18 Cum fuerint quotlibet numeri cōtinue proportionales, dicetur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata, ad quartum uero triplicata. 19 Cum continuatæ fuerint eædem uel diuersæ proportiones, dicetur proportio primi ad ultimum, ex omnibus composita. 20 Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorē, pars, uel partes ipsius minoris quæ in maiore sunt. Maioris autem ad minorem, totum uel totū & pars uel partes, prout maior superfluit. 21 Similes siue una alij eadem dicuntur proportiones, quæ eandem denominationē recipiūt. Maior uero, quæ maiorem. Minor autem, quæ minorem. 22 Numeri uero quorum proportio una, proportionales appellantur. 23 Termini siue radices dicuntur, quibus in eadem proportione minores sumi impossibile est.

Petitiones.

1 Cuilibet numero, quotlibet posse sumi æquales prout libet, uel multiplices. 2 Quolibet numero, aliquem quantūlibet sumere posse maiorem. 3 Seriem numerorum, in infinitum posse procedere. 4 Nullum numerum in infinitum posse diminui.

Communes animi conceptiones.

1 Omnis pars, minor est suo toto. 2 Quicunq; eiusdē siue æqualium fuerint æque multiplices, ipsi quoq; erūt æquales. 3 Quibus idem numerus æque multiplex fuerit, siue quorum æque multiplices fuerint æquales, & ipsi etiam erunt æquales. 4 Omnis numeri pars est unitas, ab ipso denominata. 5 Omnis pars est minor, quæ maiorē habet denominationē, maior uero, quæ minorem. 6 Quilibet numerus totus est ab unitate, quota pars ipsius est unitas. 7 Quicunque numerus in unitatem ducitur, seipsum producit, & in seipsum numerat. Vnitas quoq; in quemcunq; ducta, producit eundem. 8 Quicunq; numerus numerat duos, numerat quoq; compositum ex illis. 9 Quicunq; numerus numerat aliquem, numerat omnem numeratū ab illo. 10 Quicunq; numerus numerat totum & detractum, numerat residuum.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER SEPTIMVS.

Euclidis ex Zamberto. Diffinitiones.

VNitas, est qua unumquodq; eorum quæ sunt unum dicitur.* 2 Numerus autem, ex unitatibus composita multitudo. 3 Pars, est numerus numeri minor maioris, quãdo dimetitur maiorem. 4 Partes autem, quando non metitur. 5 Multiplex uero, maior minoris, quando eum metitur minor. 6 Par nnmerus, est qui bifariã diuiditur. 7 Impar uero, qui bifariam non diuiditur, uel qui unitate differt à pari. 8 Pariter par numerus, est quem par numems metitur per numerũ parem. 9 Pariter autem impar, est quem par numerus metitur per imparem numerum.

10 Impariter uero par, est quem impar numerus dimetitur per numerum parem. 11 Impariter uero impar numerus est, quem impar numerus metitur pet imparem numerũ. 12 Primus numerus, est quem unitas sola metitur. 13 Primi adinuicem sunt numeri, quos unitas sola dimetitur cõmunis mensura. 14. Compositus numerus, est quem numerns aliquis metitur. 15 Compositi autem adinuicem numeri, sunt quos numerus aliquis cõmunis dimensor metitur. 16 Numerns numerum multiplicare dicitur, quãdo quotæ sunt in ipso unitates toties componitur multiplicatus, & gignitur aliquis. 17 Quando autem bini numeri sese adinuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus, planus appellatur. Latera uero illius, multiplicantes sese inuicem numeri. 18 Quando uero tres numeri sese multiplicãtes adinuicem fecerint aliqnem, factus solidus appellatur, latera uero illius, multiplicantes sese inuicem numeri.

19 Quadratus numerus, est qui æque æqualis, uel qui sub duobus æqualibus numeris continetur. 20 Cubus uero, qui æque æqualis æque uel qui sub tribus æqualibus numeris continetur. 21 Numeri proportionales, sunt quando primus secundi, & tertius quarti æque fuerit multiplex, uel eadem pars uel eædem partes.

Similes plani & solidi numeri, sunt qui proportionalia habent lateta.

Perfectus numerus, est qui suijpsius pattibus est æqualis.

Eucli. ex Camp. Propositio 1.

SI à maiore duorum numerorũ minor dettahatur donec minus eo supersit, ac deinde de minore ipsum reliquũ donec minus eo relinquatur, itemq; à reliquo primo reliquum secundum quousque minus eo supersit, atq; in huiuscemodi continua detractione nullus fuerit

fuerit reliquus qui ante relictum numeret usque ad unitatem, eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo numeri ab & cd, cd, minor: detrahaturque cd ex ab quoties potest, & sit residuũ eb, qui erit minor cd, alioqui posset ex ipso adhuc detrahi cd, detrahatur & ipse eb ex cd, quoties potest, sitque residuũ fd, sed & fd detrahatur ex eb quoties potest, & sit residuum gb, quod sit unitas, dico tunc numeros ab & cd, esse contra se primos. Si enim sunt compositi, numerabit eos communiter per diffinitionem aliquis numerus præter unitatem, qui sit h, & quia h numerat cd, numerabit ae per penultimã conceptionẽ, & quia idem numerat ab, numerabit etiam eb per ultimam conceptionẽ. ergo & cf per penultimã, quare & fd per ultimam, ergo & ge per penultimã. ergo & gb per ultimam, & quia gb est unitas, sequitur numerũ esse partem unitatis uel sibi æqualem, quod est impossibile. Erunt igitur ab & cd, contra se primi, quod est propositum.

a . . . . e . . . g . b
c . . . . . f . . . d
h . .

CAMPANI additio. Quod si duo numeri ab & cd sint contra se primi, non erit in hac mutua detractione status antequam ad unitatem perueniatur. Et est istud conuersum eius quod autor proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit status antequam perueniatur ad unitatem, sit ut gb sit numerus qui detrahatur ab fd, & nihil sit residuum: igitur gb numerat fd, ergo per penultimam conceptionem, numerat & eg, & quia etiam numerat seipsum, numerabit per antepenultimam conceptionem totum eb, ergo per penultimam numerat cf. Sed ostensum est prius quod numerat fd, ergo per antepenultimam numerat totum cd, quare per penultimam numerat ae, & quia ostensum est prius quod etiam numerat eb, sequitur per antepenultimã ut etiam numeret ab: quia igitur numerus gb numerat utrumque duorum ab & cd, numeri ab & cd sunt compositi: non igitur contra se primi, quod est contra hypothesin. Per hanc ergo uiam, propositis quibusque duobus numeris, inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem, ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status antequam perueniatur ad unitatem, ipsi sunt compositi.

a . . . . e . . . g . b
c . . . . f . . . d

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Si duobus numeris inæqualibus expositis, sublato semper minore, à maiore reliquus minime metiatur præcedentem quoad assumpta fuerit unitas, qui à principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Duobus namque inæqualibus numeris propositis αβ & γδ, sublato semper minore à maiore, reliquus minime metiatur præcedentem quoad sumpta fuerit unitas. Dico quod ipsi αβ & γδ, primi adinuicem sunt, hoc est quod ipsos αβ & γδ unitas sola dimetitur. Si autem αβ & γδ non sunt primi adinuicem, eos aliquis numerus metietur, metiatur, estoque ε, & γδ ipsum βζ metiens, relinquat se minorem ζα. At αζ ipsum δη metiens, relinquat se minorem ηγ. & ηγ ipsum ζθ metiens, relinquat unitatem θα. Quoniam igitur ε ipsum δγ metitur, & γδ ipsum βζ metitur, igitur & ε ipsum βζ metitur: metitur autem & totum βα. & reliquum igitur αζ metietur. At αζ ipsum δη metitur, & ε igitur ipsum δη metietur: metitur autem & totum δγ, & reliquum igitur γη metietur. At γη ipsum ζθ metitur. & ε igitur ipsum ζθ metietur: metitur autem & totum ζα, & reliquã igitur αθ metietur unitatem, numerus existens, quod est impossibile. Igitur ipsos αβ & γδ nullus numerus metietur. Igitur αβ & γδ, primi adinuicem sunt, quod demonstrare oportebat.*

ε . .
δ . . . η . . γ
β . . . . . ζ . . θ . α

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 PRopositis duobus numeris adinuicem compositis, maximum numerum communem eos numerantem inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerans, numerat numerum maximum ambos numerantem.

CAMPANVS. Sint duo numeri compositi ab & cd, minor, cd, quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem, uolo inuenire maximũ numerum eos cõmuniter numerantẽ. Secundum modum & similitudinẽ prioris, minuo minorem de maiori, quoad possum, uidelicet cd de ab, & sit residuum eb: itemque eb de cd quoad possum,

a . . . . e . . . . . . b
c . . . . . . f . . . d
g . . . .

 & sit

& sit residuum f d, & quia huius diminutio non potest fieri infinities per ultimam petitionem, nec potest etiam ad unitatem peruenire in proposito per præcedentem, quia tunc essent numeri propositi contra se primi, quod est contra hypothesin, sit ut cum detraxero f d ex e b quoad potero, quod nihil sit residuū: dico tunc f d esse maximum numerum numerantem a b & c d. Quod enim numeret eos, patet per penultimam & antepenultimam conceptionē, alternatim quoties oportuerit repetitas, sicut in demonstratione conuersæ præcedentis. Numerat enim f d, e b, quia cum ab ipso detrahitur quoad potest, nihil fit residuum, ergo & c f per penultimam conceptionem, ergo & c d per antepenultimam, quare & a e per penultimam, igitur & a b per antepenultimam. Quod autem nullus maior f d, numeret a b, & c d, sic patet. Si enim fieri potest, sit numerus g maior f d, numerans utrumque duorum numerorum a b & c d: quia igitur g numerat c d, numerabit per penultimam conceptionem a e, & quia numerat a b, numerabit per ultimam e b, ergo per penultimam numerat c f. & quia etiam numerat c d, numerabit per ultimam f d, maior videlicet, minorem, quod est impossibile. Ex hoc secundo processu liquet correlarium.

a . . . . e . . . . . . b
c . . . . . . f . . . d
g . . . .

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 2

Duobus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem dimensionem inuenire.

THEON ex Zamberto. *Sint dati bini numeri non primi adinuicem, αβ & γδ: oportet iam ipsorum αβ & γδ, maximam dimensionem inuenire. Si quidem γδ ipsum αβ metitur, metitur autem & seipsum. Igitur γδ, ipsorum γδ & αβ communis dimensio est. & manifestum est quod maxima, nullus enim maior ipso γδ, ipsum γδ metietur. Si autem γδ non metitur ipsum αβ, ipsorum αβ & γδ sublato (per primam septimi) semper minore à maiore, sumetur numerus aliquis qui metietur præcedentem. unitas quidem non sumetur. Si autem non, erunt αβ & γδ primi adinuicem, quod non supponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem. & γδ quidem ipsum βε metiens, (per primam septimi) relinquat se minorem αε, αε autem ipsum γδ metiens, relinquat se minorem γζ & γζ, ipsum αε metiatur. Quoniam igitur γζ ipsum αε metitur, & αε ipsum δζ metitur: igitur γζ ipsum δζ metietur, metitur & seipsum, & totum igitur γδ metietur. At γδ ipsum βε metitur, & εζ igitur ipsum βε metitur: metitur autem & εα, igitur & totum βα metietur: metietur quoque ipsum γδ, igitur γζ ipsos αβ & γδ metitur. Igitur γζ ipsorum αβ & γδ cōmunis dimensio est. Dico enim quod & maxima, si γζ ipsorum αβ & γδ non est maxima communis mensura, metietur ipsos αβ & γδ numeros aliquis numerus maior existens ipso γζ metiatur, estoque η. Et quoniam η ipsum γδ, & γδ ipsum βε metitur, & η igitur ipsum βε metitur. Metitur autem & totum αβ, & reliquum igitur αε metietur: At αε γ ipsum δζ metitur, & η igitur ipsum δζ metietur. metietur autem & totum γδ, & reliquum igitur γζ metietur, maior minorem, quod est impossibile. Igitur ipsos αβ & γδ numeros numerus non metietur, maior existens ipso γζ. Igitur γζ ipsorum αβ & γδ maxima est cōmunis mensura, quod oportebat facere.*

β . . . . α
δ . . . . . γ
β . . . . α
δ . . . . ζ . . γ
β . . . . . . ε . . . . α
η . .
δ . . . . . ζ . . γ

CORRELARIVM. *Ex hoc manifestum est quod si numerus binos numeros metitur, & maximam communem eorum dimensionem metietur.*

Eucli. ex Camp. Propositio 3

Propositis tribus numeris adinuicem compositis, maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

CAMPANVS. Priusquam hanc tertiam conclusionem demonstremus, demonstrandum arbitramur ipsius antecedens, uidelicet, propositis tribus numeris, qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicem compositi. Sint itaque tres numeri a, b, c, de quibus uolo uidere utrum ipsi sint adinuicem cōpositi: per primam igitur inquiro an duo primi qui sunt a & b sint adinuicē primi, quod si sic, non erunt a, b, c, adinuicē compositi per diffinitionem. Si autem a & b sunt adinuicē compositi, sit per præcedentem d maximus numerus eos numerans, qui si numerat c, erunt per diffinitionem, a, b, c, adinuicem compositi. Si autem non numerat ipsum, sed ipsi c, & d quidem sunt contra se primi, non erunt a, b, c, adinuicem cōpositi, nam quicunque numeraret eos, numeraret etiam d per correlarium præcedentis, sicque essent d & c compositi, quod est

a . . . .
b . . . .
c . . .
a . . . . d . . .
b . . . . e . .
c . . . . . .
c . . . . . .
c . . . . . .

contra

contra hypothesin. Si autem c & d sunt cõpositi, erũt etiam a, b, c adinuicem compositi. Sit enim per præmissam, e, maximus numerans c & d, qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b, quare per diffinitionem a, b, c, sunt adinuicem compositi. Simili quoq; modo scietur, propositis quotlibet pluribus quam tribus, an omnes sint adinuicem compositi. Propositis itaque tribus qui sunt adinuicem compositi, qui etiam sint a, b, c, uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes. Sumo secundum doctrinam præmissæ, d maximum numerantẽ a & b, qui si numerat c, ipse est quem quærimus: alioqui per correlarium præcedentis sequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat c, erunt tamen c & d adinuicem compositi per hypothesin & correlarium præcedentis & diffinitionem: sit igitur maximus eos numerans e, dico e esse maximum numerantem a, b, c. Quod enim eos numeret, patet per hanc ultimam hypothesin quæ est ipsum esse maximum numerantem c & d, & per penultimam conceptionem. Et quod nullus eo maior numeret eos, sic patet: sit enim si potest fieri, f maior e, qui numeret a, b, c, qui cum numeret a & b, numerabit per correlarium præmissæ d, & quia etiam numerat c, numerabit per idem correlarium e, maior, uidelicet, minorem, quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e, numerans a, b, c, quod est propositum.







CAMPANI additio. Simili quoq; modo inuenietur maximus numerus, numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos. Vnde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere, quia idem est modus & ars in tribus & pluribus.

Ex ultimo autem huius demonstrationis processu, possumus etiam istud correlarium huic tertiæ conclusioni adijcere.

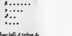
CORRELARIVM. Vnde manifestum est quod omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compositos, numerat maximum numerantẽ eos omnes, & etiam maximos numerantes binos & binos eorum.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 3

3 **Tribus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem mensuram inuenire.**

THEON ex Zamberto. *Sint dati tres numeri non primi adinuicem α, ε, γ, oportet iam ipsorum α, β, γ, maximam communem dimensionem inuenire. Sumatur ipsorum α, β, maxima communis mensura δ, (per secundam septimi.) Iam ipse δ, ipsum γ aut metitur aut non metitur, metiatur primum: metitur autem ipsos & α, ε. Igitur δ metitur ipsos α, β, γ. Igitur δ, ipsorum α, ε, γ communis dimensio est. Dico iam quod & maxima. Si autem δ ipsorum α, ε, γ non est maxima communis mensura, metietur ipsos α, β, γ, numeros aliquis numerus maior ipso δ. Metiatur, & esto ε. Quoniam enim ε metitur ipsos α, ε, γ, metietur igitur & ipsos α, β. Igitur & ipsorum α, β, maximam communem mensuram metietur, (per correlarium secundæ septimi.) Ipsorum autem α, β, maxima cõmunis mensura est δ. Igitur γ ipsum δ metitur, maior minorem, quod est impossibile (per constructionem) ipsos igitur α, β, γ, numeros, numerus aliquis non metietur maior existens ipso δ. Igitur δ ipsorum α, β, γ, maxima communis dimensio est. Non metiatur iam δ ipsum γ. Dico quod primum δ & γ, non sunt primi adinuicem. Quoniam enim α, β, γ, (per hypothesin) non sunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus. At ipsos α, β, γ, metiens, metietur & ipsos α, ε, & ipsorum α, β, maximam mensuram δ, metietur (per correlarium secundæ septimi.) Metitur autem & γ. Ipsos igitur δ, γ, numeros, numerus aliquis metietur: igitur δ & γ, non sunt primi adinuicem. Sumatur (per primam septimi) igitur ipsorum δ, γ, maxima communis mensura ε, & quoniam ε ipsum δ metitur, at δ ipsos α, β, metitur, & ε igitur ipsos α, β, metitur: metitur autem & γ. Igitur ε ipsos α, β, γ metitur. Igitur ε ipsorum α, β, γ, communis dimensio est. Dico autem quod & maxima. Si autem ε ipsorum α, β, γ, non est maxima mensura, ipsos α, ε, γ, numeros metietur aliquis numerus maior existens ipso ε. metiatur, & esto ζ. Et quoniam ζ ipsos α, β, γ, metitur, & ipsos α, ε, metitur, & ipsorum α, ε, igitur communem maximam*





 mensuram

mensuram metietur (per correlarium secundæ septimi.) Ipsorum autem α, β, maxima communis mensura est δ. Igitur ζ ipsum δ metitur: metitur autem & γ. Igitur ζ ipsos δ, γ, metitur. & ipsorum δ, γ, maximam communem mensuram metietur (per idem.) At ipsorum δ, γ, maxima communis mensura est ε. Igitur ζ ipsum ε metitur, maior minorem, quod est impossibile. Ipsos igitur α, β, γ, numeros numerus aliquis non metitur maior existens ipso ε. Igitur ε ipsorum α, β, γ, maxima communis dimensio est, quod fecisse oportuit.

α . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . .
ζ . . .

CORRELARIVM. Proinde manifestũ est, q̃ si numerus aliquis tres numeros metitur, & maximã eorum cõmunem dimensionẽ metietur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicẽ, maxima cõmunis dimensio inuenietur.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 OMnium duorum numerorũ inæqualium, minor, maioris aut pars est, aut partes.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, b, minor, dico quod b est pars uel partes a. Aut enim b numerat a, aut non, si numerat, pars eius est per diffinitionẽ. Si non numerat ipsum, aut ergo sunt adinuicem primi, aut non, si non sunt adinuicem primi, habebunt per diffinitionem partem communem, quæ quoties fuerit in b tot partes a dicetur esse b per diffinitionẽ: si autem sint adinuicem primi, quia tamen omnis numeri pars est unitas ab ipso denominata, patet idem per unitates.

a . . . .
b . . . .
b . . . . . .
b . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 4

4 Omnis numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes.

THEON ex Zamberto. *Sit bini numeri α, βγ, & sit minor βγ. Dico quod βγ ipsius α, aut pars est aut partes. Ipsi enim α, βγ, aut primi adinuicem sunt, aut non: sint primum α, βγ, primi adinuicem. Diuiso etenim βγ in eas quæ in ipso sunt unitates, erit unaquæq; unitas earum quæ in βγ, pars aliqua ipsius α, proinde partes est βγ, ipsius α. Non sint autem ipsi α, βγ, primi adinuicem. Iam βγ ipsum α aut metitur, aut non metitur. Si quidem igitur βγ ipsum α metitur, pars est βγ ipsius α. Si autem non, sumatur (per secundam septimi) ipsorum α, βγ, maxima communis mensura, sitq; δ. Diuidatur βγ in æquales ipsi δ, hoc est βε, εζ & ζγ. Et quoniã δ ipsum α metitur, pars est δ ipsius α: æqualis autem est δ unicuiq; ipsorum βε, εζ & ζγ: & unusquisq; igitur ipsorum βε, εζ & ζγ, ipsius α est pars. Quare partes est βγ ipsius α. Omnis igitur numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes, quod demonstrare oportebat.*

α . . . .
β . . . . γ
β . . . . . . γ
β . . . ε . . . ζ . . . γ
δ . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 SI fuerint quatuor numeri, quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acceptorum, quota primus secundi.

CAMPANVS. Volens Euclides hos libros de numeris aliquo præcedentiũ non indigere, sed per seipsos stare, partem eius quod proposuit per primam quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc quintam huius septimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a, b, c, d, sitq; b tota pars a, quota d, c: dico quod b & d pariter accepti sunt tota pars a & c pariter acceptorũ, quota b est a. diuisis enim a & c secũdum quantitatem b & d, argumentare sicut in prima quinti: erit enim ut totidem sint partes a, quot c per positionem, & ut aggregatum ex prima parte a & prima c, sit æquale aggregato ex b & d: similiter quoq; & aggregatum ex secunda parte a & secunda c, & quia hæc aggregatio toties potest fieri quoties cõtinetur b in a, sequitur ut numerus æqualis aggregato ex b & d, toties contineatur in aggregato ex a & c, quoties b continetur in a, quare constat propositum.

a . . . . c . . . . . .
b . . . . d . . .

Eucli ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uterque utriusque eadem pars erit, quæ unus unius.

THEON ex Zamberto. *Numerus enim α, numeri βγ esto pars, & alter δ alterius εζ eadem pars, quæ est α ipsius βγ. Dico quod uterque α, δ, utriusq; βγ & εζ eadem pars est, quæ & α ipsius*

α . . . . . .

α ipsius ε γ. Quoniam enim α pars est ipsius β γ, eademque pars est δ ipsius ε ζ, quot igitur sunt in ipso β γ numeri æquales ipsius α, tot sunt & in ipso ε ζ numeri æquales ipsi δ. Diuidatur, inquam, β γ in æquales ipsi α, hoc est β κ & κ γ, & ε ζ in æquales ipsi δ, hoc est ε θ & θ ζ, erit iam æqualis multitudo ipsorum β κ & κ γ, multitudini ipsorū ε θ & θ ζ. Et quoniā æqualis est β κ ipsi α, & ε θ ipsi δ, igitur β κ & ε θ, α, δ sunt æquales. Id propterea etiam κ γ ipsi α est æqualis, & θ ζ ipsi δ: ipsi igitur κ γ θ ζ ipsis α δ æquales sunt. Quot igitur sunt in ipso β γ numeri æquales ipsi α, tot sunt & in ε γ & ε ζ æquales ipsis α, δ. Quotuplex igitur est β γ ipsius α, totuplex est & uterque ε γ & ε ζ, utriusque α, δ. Quæ igitur pars est α ipsius ε γ, eadem pars est, & uterque α, δ, utriusque β γ & ε ζ. quod oportebat demonstrare.

β . . . . . κ . . . . . . γ
δ . . . .
ε . . . . θ . . . . ζ

Euclides ex Campano. Propositio 6

6 SI fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti totæ partes secundi & quatri pariter acceptorum, quotæ primus secundi.

CAMPANVS. Quod proposuit præmissa de parte, proponit ista de partibus. Sint itaque ut prius quatuor numeri a, b, c, d, sitque ut b sit tot & totæ partes a, quot & quotæ d est c: dico quod b & d pariter accepti erunt tot & totæ partes a & c pariter acceptorū, quot & quotæ b est a. Dico autem tot & totas, quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur, quorum alter numerator dicitur, alter denominator, ut cum dicimus tres quintæ, ternarius numerat, quinarius denominat. Quia igitur b est partes a, sit ut sint partes eius numeratæ ab h & denominatæ a k, eritque similiter per positionem, d partes c numeratæ ab h & denominatæ a k. Vna itaque partium b sit e, & una partium d sit f, eritque per hypothesin, e pars b denominata ab h, & pars a denominata a k. Similiter quoque & f erit pars d secundum h, & pars c secūdum k. Compositus igitur ex e & f sit g, eritque per præmissam, g pars b & d pariter acceptorum, secundum h, itemque per eandem erit pars a & c pariter acceptorum, secundum k: quare per 16 diffinitionem erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorū numeratæ ab h & denominatæ a k, eo quod eorum communis pars est g minoris secundum h & maioris secundum k, & quia sic erat b, a. constat propositum.

a . . . . . . c . . . .
b . . . . d . . . .
g
e . . f . . . .
h . . k . . .

CAMPANI annotatio. Potes autem & per hanc & præmissam, quod proponit de quatuor numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quot si quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur, fuerintque singuli singulorum tota pars aut partes, quota uel quotæ primus secūdi, erunt quoque omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorū, quota uel quotæ primus secundi, quod facile probatur per hanc & præmissam, quoties oportuerit repetitas. Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis, aliqua ad demonstrationem eorum quæ hic proponit, ex 11 quinti facile demonstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia uidetur oppositum (aliter enim superuacue proposuisset multa de numeris, quæ demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere) necesse habuimus proprijs uti demonstrationibus tanquā ex prioribus nihil sumentes, solis huius septimi contenti principijs: propter quod & petitiones & communes animi conceptiones, proposito proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuimus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 6

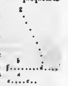
6 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uterque utriusque eædem partes erunt, quæ unus unius.

THEON ex Zamberto. Numerus enim α β, numeri γ esto partes, & alter δ ε, alterius ζ eædem partes, quæ α β ipsius γ. Dico quod & uterque α β & δ ε, utriusque γ, ζ, eædem partes sunt, quæ α β ipsius γ. Quoniā enim quales partes est α β ipsius γ, eædem partes est & δ ε ipsius ζ: quot igitur partes sunt in ipso α β ipsius γ, tot partes & in δ ε, ipsius ζ. Diuidatur quidem α β in partes ipsius γ, hoc est α κ & κ β, necnon δ ε in partes ipsius ζ, hoc est δ θ, & θ ε. Erit multitudo ipsorum α κ, κ β æqualis multitudini ipsorum δ θ, θ ε: & quoniam qualis pars est α κ ipsius γ, talis pars est & δ θ ipsius ζ: qualis igitur pars est α κ ipsius γ, talis pars est ut uterque α κ & δ θ utriusque γ, ζ. Id propterea & qualis pars κ β ipsius γ, talis pars est & uterque κ β & θ ε utriusque γ ζ. Quales igitur partes sunt α β ipsius γ, tales partes sunt & uterque α β & δ ε, utriusque γ, ζ quod demonstrare oportebat.

α . . . . κ . . . β
γ . . . .
δ . . . . θ . . . . ε
ζ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI fuerint duo numeri quorum unus alterius pars, detrahaturque ab ambobus ipsa pars, erit reliquus tota pars reliqui, quota totus totius.



CAMPANVS. Quod proponit hic Euclides de numeris, proposuit superius in quinta quinti de quantitatibus in genere. Sit ita ut quota pars est totus a totius b, totus sit c detractus ab a, d detracti a b: dico quod tota erit e residuus a f residui b, quota est totus a totius b, & hæc est quasi conuersa quintæ. Sit enim per petitionem, e tota pars g, quota c est d, eritque per 5, tota pars a compositi ex g & d, quota est c, d: quare & quota est a, b igitur per secundam conceptionem compositus ex g & d est æqualis b. dempto itaque ab utroque numero, d, erit g æqualis f. quare erit e tota pars f, quota est a, b, tota enim erat e, g, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 7

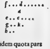
7 Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati, & reliquus reliqui pars erit qualis totus totius.

THEON ex Zamberto. Numerus enim αε numeri γδ pars esto, qualis ablatus αε ablati γζ. Dico quod & reliquus εβ reliqui ζδ eadem est pars, qualis est totius αβ totus γδ. Qualis enim pars est αε ipsius γζ, talis pars esto & εβ ipsius γη. Et quoniam qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est & αε ipsius γη, qualis igitur pars est αε ipsius γζ, talis est (per 5 septimi) & αβ ipsius ζη. Qualis autem pars est αε ipsius γζ, talis pars supponitur αβ ipsius γδ. Qualis pars igitur est αβ ipsius ζη, talis pars est αβ ipsius γδ: igitur αβ, utriusque ipsorum ηζ & γδ eadem pars est: æqualis igitur est ζη ipsi γδ. Communis auferatur γζ. Reliquus igitur ηγ, reliquo ζδ est æqualis. Et quoniam qualis pars est αε ipsius εζ, talis pars est εβ ipsius ηγ, æqualis autem est ηγ ipsi ζδ, qualis igitur pars est αε ipsius γζ, talis pars est & εβ ipsius ζδ. Sed qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est & αβ ipsius γδ. qualis igitur pars est εβ ipsius ζδ, talis pars est & αβ ipsius γδ. Et reliquus igitur εβ, reliqui ζδ talis est pars, qualis totus αβ totius γδ, quod oportebat demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 8

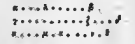
8 SI à duobus numeris (quorum alter alterius partes) propositis partes illæ subtrahãtur, erit reliquus reliqui eædem partes quæ est totus totius.



CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa sextæ, ut si sit quot & quotæ partes est totus a totius b, tot & totæ c detractus a, b, ad detracti a b, erit e residuus a, tot & totæ partes f residui b, quot & quotæ est a, b. Sit enim g una partium a, & h una partiũ c, eritque propter hypothesin, g tota pars a, quota h, c, & tota b, quota h, d: detrahatur igitur h d g, & remaneat k, eritque k per præmissam, tota pars e, quota g, a, & tota f per eandem, quota g, b: quia igitur e & f habent partem cõmunem quæ est k, erit per 16 diffinitionem, e partes f tot quidem quota pars est k, e, & totæ, quota est k, f. & quia tot & totæ erat a, b, patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 8

8 Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati, & reliquus reliqui eædem partes erit, quæ totus totius.



THEON ex Zamberto. Numerus enim αβ, numeri γδ partes esto, quæ ablatus αε, ablati γζ. Dico quod reliquus εβ, reliqui ζδ eædem partes est, quæ totus αβ totius γδ. Ponatur enim ipsi αβ æqualis ηθ, quæ igitur partes est ηθ ipsius γδ, eædem partes est & αε ipsius γζ. Diuidatur quidem ηθ in ipsius γδ partes, hoc est ηκ & κθ & αε in ipsius γζ partes, hoc est αλ & λε, erit autem æqualis multitudo ipsorũ ηκ & κθ multitudini ipsorum αλ & λε, & quoniam qualis pars est ηκ ipsius γδ talis pars est & αλ ipsius γζ, maior autem est γδ ipso γζ, maior igitur est & ηκ ipso αλ, ponatur ipsi αλ æqualis μη. Igitur qualis pars est ηκ ipsius γδ, talis pars est

pars est & κ μ ipsius γ ζ, & reliquus igitur μ κ (per 7 septimi) reliqui ζ δ eadem pars est, sicut totus α κ totus γ δ. Rursus quoniam qualis pars est κ ε ipsius γ δ talis pars est & ε λ ipsius γ ζ, maior autem est γ δ ipso γ ζ, maior igitur est & ε κ ipso ε λ, ponatur ipsi ε λ æqualis κ ν. Qualis igitur pars est κ ε ipsius γ δ, talis pars est & κ ν ipsius γ ζ, & reliquus igitur ν ε (per 7 septimi) reliqui ζ δ eadem pars est, quæ totus κ ε totus γ δ. Patet autem quod & reliquus μ κ reliqui ζ δ eadem pars est, qualis totus α κ totus δ γ: & uterque igitur μ κ & ν ε (per 5 septimi) ipsius δ ζ eædem partes est, quæ totus ε α totus γ δ. Aequalis autem est uterque simul μ κ & ν ε ipsi ε β. At ε κ ipsi ε α, & reliquus igitur ν β, reliqui ζ δ eædem partes est, quæ totus α β totus γ δ, quod oportebat demonstrare.

α . . . . λ . . . . . β
ε . . . μ . κ . . . ν . ε
γ . . . . ζ . . . δ

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 SI fuerint quatuor numeri quorũ primus secundi tota pars quota tertius quarti, erit permutatim tota pars aut partes primus tertij, quota pars aut partes secundus quarti.

CAMPANVS. Sit a primus tota pars b secundi, quota c tertius d quarti: sintq́ a & b minores c & d, aliter enim esset econuerso ei quod proponitur, dico quod quota pars uel partes est a, c, tota uel totæ est b, d: diuidantur enim, b quidem secundum quantitatẽ a, d uero secũdum c, eruntq́ per præsentẽ hypothesin, tot partes b, quot d, & quia unaquæq́ partium b est æqualis a, & unaquæq́ d, c, est autem a, c, pars aut partes per præsentem hypothesin & per quartã huius, erit unaquæq́ partium b suæ comparis ex partibus d ut prima primæ secunda secundæ sicq́ de cæteris, tota pars aut partes quota uel quotæ est a, c per 5 igitur uel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ est a, c, quod est propositum.

b . . . . . . ; d . . . .
a . . . c . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 9

9 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uicissim qualis pars est uel partes primus tertij, eadem pars erit uel partes secundus quarti.

THEON ex Zamberto. Numerus enim α numeri β γ esto pars, & alter δ alterius ε ζ eadem pars, qualis est α ipsius β γ: minor autem esto α ipso δ. Dico quod & uicissim qualis pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est uel partes β γ ipsius ε ζ. Quoniam enim qualis pars est α ipsius β γ, talis pars est & δ ipsius ε ζ, quot igitur sunt in β γ numeri æquales ipsi α, tot sunt & in ε ζ æquales ipsi δ. Diuidatur quidem β γ in ipsi α æquales, hoc est β κ & κ γ, & ε ζ in ipsi δ æquales, hoc est ε θ & θ ζ, erit iam æqualis multitudo ipsorum β κ & κ γ, multitudini ipsorum ε θ & θ ζ: & quoniam æquales sunt β κ & κ γ numeri adinuicẽ, & ε θ & θ ζ numeri, sibyinuicem sunt æquales, & æqualis est multitudo ipsorum β κ & κ γ multitudini ipsorum ε θ & θ ζ, qualis igitur pars est β κ ipsius ε θ uel partes, eadem pars est κ γ ipsius θ ζ uel eædem partes. Itaq́ qualis pars est β κ ipsius ε θ uel partes, talis pars est (per 5 quinti & 5 septimi) & uterque β γ utriusq́ ε ζ uel eædem partes, æqualis autem est κ β ipsi α, & ε θ ipsi δ. Qualis igitur pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est & β γ ipsius ε ζ uel eædem partes, quod oportebat demonstrare.

α . . . .
β . . . . κ . . . . γ
δ . . . . .
ε . . . . . . θ . . . . . ζ

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti, erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quotæ secundus quarti.

CAMPANVS. Sint quatuor numeri ut prius, quorũ similiter minores sint a & b, sitq́ a totæ partes b, quotæ c est d. dico quod quota pars aut partes est a, c, tota uel totæ est b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui sunt a & c eruntq́ per præsentem hypothesin tot partes a, quot c, & qa unaquæq́ ex partibus a est tota pars b, quota quælibet ex partibus c est d (hoc enim habemus ex nostra hypothesi) erit permutatim per præmissam ut quota pars aut partes est b, d, tota uel totæ sit unaquæq́ ex partibus a suæ cõparis ex partibus c per quintam igitur uel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ est a, c, quod est propositum.

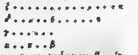
a . . . . . b . . . . . .
c . . . . d . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 10

10 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uicissim

cissim quæ partes est primus tertij uel pars, eædem partes erit & secundus quarti uel eadem pars.

THEON ex Zamb. *Numerus enim αβ numeri γ partes esto, & alter δε alterius ζ eædem esto partes, sit autem αβ ipso γ δε minor. Dico quod & uicissim quales partes est αβ ipsius δε uel pars, eædem partes est & γ ipsius ζ uel eadem pars. Quoniam enim quales partes est αβ ipsius γ, eædem partes est & δε ipsius ζ, quot igitur sunt in ipso αβ partes ipsius γ, tot & in δε sunt partes ipsius ζ. Diuidatur quidem αβ in ipsius γ partes (æquales,) hoc est ακ & κβ. Itidemq; δε in ipsius ζ partes (æquales) hoc est δθ & θε, erit tam æqualis multitudo ipsorũ ακ & κβ, multitudini ipsorum δθ & θε. Et quoniam qualis pars est ακ ipsius γ eadem pars est & δθ ipsius ζ, uicissim quoq; (per præcedentẽ) qualis pars est ακ ipsius δθ uel partes, eadẽ pars est & γ ipsius ζ uel eædẽ partes. Id propterea qualis pars est κβ ipsius θε uel partes, talis pars est & γ ipsius ζ uel partes. Quare qualis pars est ακ ipsius δθ uel partes, eadem pars est & αβ ipsius δε uel eædẽ partes (per diffinitionẽ.) Sed (per 6 septimi) qualis pars est ακ ipsius δθ uel partes, talis pars ostensus est & γ ipsius ζ uel eædem partes, & (per 11 quinti) quales igitur partes est & αβ ipsius δε, uel pars, eædem partes est & γ ipsius ζ uel eadem pars, quod oportebat demonstrare.*



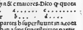
Hæc undecima, in Zamberto nullam habet respondentem.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI fuerint quatuor numeri proportionales, quorũ primus secundo & tertius quarto sit maior, erit secundus tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota uel quotæ quartus tertij, quatuor numeros proportionales esse conueniet.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d, sintq; a & c maiores. Dico q̃ quota pars aut partes est b, a, tota uel totæ est d, c, & econuerso. Erit enim per conuersionẽ diffinitionis similium proportionũ, ut quoties b in a, toties sit d in c, & si qua pars aut partes b superfluunt in a, tota pars aut partes d superfluant in c, si itaque contineatur b in a sine superfluitate partis, quia toties sine superfluitate continetur d in c, erit per diffinitionẽ similium partium quota pars b a, tot ad c. Quod si quotieslibet cõtinetur b a cum superfluitate partis toties continetur d in c cum superfluitate similis partis, distinctio a secundũ b ut superfluitate, atq; c secundũ d ut superfluat f, erit tota pars c, b quota f, d. At quia toties continetur b in differẽtia a ad e, quoties d in differentia c ad f, erit per cõmunem scientiam toties e in a quoties f in c: cum igitur a & b habeant e partem cõmunem, similiter c & d, f, sit itaq; e in b quoties f in d, itemq; e in a quoties f in c, erit per 16 diffinitionẽ, b tot & totæ partes a, quot & quotæ d c. Si autem quotieslibet b cõtinetur in a cum superfluitate quotlibet partiũ, toties continetur d in c cum superfluitate totidem & similiũ partium, distincto a secũdum b ut superfluat e, similiter c secũdum d ut superfluat f, erit e tot & totæ partes b, quot & quotæ f, d. Sumpta itaq; una ex ipsis, argumentandũ ut prius, sicq; patet primũ. Secũdum sic. Sit b, a, tota pars aut partes, quota uel quotæ d, c, dico q̃ erit proportio a ad b, sicut c ad d: si enim est tota pars, constat propositũ. Si autẽ totæ partes, diuisis eis secundũ partes illas, patebit toties esse b in a, quoties d in c, & totam partem aut partes b, superfluere in a, quota an quotæ d superfluunt in c, per diffinitionẽ itaq; est proportio a ad b, sicut c ad d, sicq; liquet totum.







Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SI à duobus numeris secundum suas proportiones duo numeri detrahantur, erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum.

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic de numeris. Vt si sit proportio totius a ad totum b sicut c detracti ab a ad d detractũ a b, erit e residui a ad f residuũ b, sicut a ad b. Si enim a sit minor b, erit per præsentem hypothesin



thesin & per conuersionem diffinitionis, c tota pars aut partes d, quota uel quotæ est a,b, per 7 igitur uel 8, erit e tota pars aut partes f, quota uel quotæ est a,b, per diffinitionẽ igitur erit proportio una, quod est propositum. Quod si a sit maior b, erit per primã partẽ præmissæ quota pars aut partes b,a, tota uel totæ d,c, quare per 7 uel 8, tota uel totæ erit f, e, itaq; per secundã partem præmissæ erit e ad f, sicut a ad b, quare constat propositũ.

CAMPANI annotatio. Cedunt autem huic, 7 & 8, hæc enim sola quod ambæ illæ, continet. Volunt autem quidam secundam partem huius probare per 19 quinti, sed si hoc intenderet Euclides, cũ ista proponat particulariter quod illa uniuersaliter, uane (illa demõstrata in quinto) proposuisset hãc hic in septimo, & quia iterũ non demonstrant eam simpliciter per 19 quinti. At uero nec modũ demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationem huius, cum illa demonstretur in quantitatibus in genere per proportionalitatẽ permutatã quæ infra demonstratur in numeris. Existimo autẽ, & rationabiliter conuinci uidetur Euclidem (quem uoluĩ demonstratoris arithmetici, gratia decimi in quo sine numerorũ aliqua præcognitione transire nõ poterat constat assumere) idcirco plurima eorũ quæ in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit, hic repetere demõstranda de numeris, quoniã per alia principia propria uidelicet numerorũ, quæ magis nota sunt intellectui q̃ ea per quæ processit in quinto, ipsa demonstrare intendit, principia enim quinti propter malitiã quantitatũ incõmunicantiũ difficilia sunt: principia uero numerorũ, magis ultro se intellectui applicant facilius q̃ quàm illa. Egent enim illa intellectui magis disposito.

Hæc sequens undecima Euclidis ex Zamberto propositio, duodecimæ præcedenti ex Campano respondet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 11

11 Si fuerit sicut totus ad totum sic ablatus ad ablatum, & reliquus ad reliquum erit sicut totus ad totum.

THEON ex Zamb. *Esto sicut totus α β ad totum γ δ, sic ablatus α ε ad ablatum γ ζ. Dico quod & reliquus ε β ad reliquũ ζ δ, est sicut totus α β ad totum γ δ. Quoniam enim est sicut α β ad γ δ sic α ε ad γ ζ, qualis igitur pars est α β ipsius γ δ uel partes, eadem pars est & α ε ipsius γ ζ uel eædem partes: & reliquus igitur ε β (per 8 septimi, reliqui ζ δ eadem pars est uel partes, quæ α β ipsius γ δ: est igitur (per 11 quinti) sicut ε β ad ζ δ, sic α β ad γ δ. Quod oportebat demonstrare.*

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 SI fuerint quotlibet numeri proportionales, quantus erit unus antecedens ad suum consequentem, tanti erunt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

CAMPANVS. Quod proponit Euclides per 13 quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc de numeris. Vt si sint a,b, & c,d, & e,f proportionales, dico q; quæ est proportio a ad b ea est quæ a,c,e pariter acceptorũ ad b d,f pariter acceptos. Si enim a,c,e sint minores b,d, f, erit per conuersionẽ diffinitionis quota pars aut partes a b, tota uel totæ c,d & e,f: per 5 ergo uel per 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes a,b, tota uel totæ a,c,e pariter accepti b,d,f pariter acceptorũ, quare per diffinitionẽ, proportio una. Si autem a,c,e, sunt maiores b,d,f, erit per per primam partem 11, quota pars uel partes b,a, tota uel totæ d,c & f,e, per 5 ergo uel 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes b,a, tota uel totæ b,d,f, pariter accepti a,c,e pariter acceptorũ: itaq; per secũdam partẽ 11, proportio a ad b sicut a,c,e pariter acceptorũ, ad b,d,f pariter acceptos, quod est propositũ.

Eucli ex Zamb. Theorema 10 Propositio 12

12 Si fuerint quotcunq; numeri proportionales, erit sicut unus antecedentium ad unum sequentiũ, sic omnes antecedentes ad omnes cõsequẽtes.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β sic γ ad δ. Dico quod est sicut α ad β, sic sunt α & γ ad β & δ. Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β sic γ ad δ, qualis igitur pars est α ipsius β uel partes eadem pars est & γ ipsius δ uel partes, & (per 5 septimi) uterq; igitur α, γ utriusq; β, δ, eadem pars est uel eædem partes, quæ α ipsius β: est igitur (per 11 quinti) sicut α ad β, sic α γ ad β δ, quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI fuerint quatuor numeri proportionales, permutatim quoque proportionales erunt.

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata quam demonstrauit Euclides per 26 quinti in genere, proponit hic demonstrandū in numeris. Vt si sit proportio a ad b sicut c ad d, erit permutatim a ad c sicut b ad d, erit enim a maior b aut minor, similiter quoq; & maior c aut minor.

Sit itaq; primo minor utroq; erit ergo per præsentem hypothesin & conuersionem diffinitionis, a tota pars aut partes b, a . . b . . . . c . . . d . . . . . . quota uel quotæ c, d, per 9 itaq; uel 10, erit permutatim a tota pars aut partes c, quota uel quotæ b, d, quare per diffinitionē proportio una. Sit secundo a maior utroq;, erit per primam partem 11, ut quota pars aut partes est b, a, a . . . . b . . . c . . . . d . . tota uel totæ sit d, c, quare per 9 uel 10 tota pars aut partes erit b, d, quota uel quotæ c, a. Igitur per secundam partem 11 erit a ad c, sicut b ad d. Sit tertio a maior b, & minor c, eritq; per primam partem 11 tota pars aut partes b, a, a . . . . b . . c . . . . d . . . quota uel quotæ est d, c, quare per 9 uel 10 quota uel quotæ est a, c, tota uel totæ erit b, d, per diffinitionē itaq; proportio una. Vltimo quoq; sit a minor b maiorq; c, eritq; ut tota pars aut partes sit c, d, quota uel quotæ est a, b, a . . . b . . . . . . c . . d . . . . per 9 itaq; uel 10 erit tota uel totæ d, b, quota uel quotæ c, a, quare per secundā partem undecimæ, b ad d, sicut a ad c, sicq; constat propositū. Huic autem cedunt 9 uel 10, quia hæc sola quod ambæ illæ proponit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 13

13 Si quatuor numeri proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt.

THEON ex Zamb. Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ. sicut α ad β, sic γ ad δ. Dico quod & uicissim proportionales erunt, sicut α ad γ, sic β ad δ. α . . . . β . . . . *Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β sic γ ad δ. qualis igitur pars est* γ . . . . δ . . . *α ipsius β uel partes, eadem pars est & γ ipsius δ uel partes (per 6 septimi.) Vicissim igitur qualis pars est α ipsius γ uel partes, eadem pars est & β ipsius δ uel partes (per 9 septimi & 10 eiusdem.) Sicut igitur α ad γ, sic β ad δ (per 11 quinti.) Quod erat demonstrandū,*

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 SI fuerint quotlibet numeri aliiq; secūdum eorum numerū, omnesq; duo ex prioribus secūdū proportionē omniū duorū ex posterioribus, in proportione æqualitatis proportionales erunt.

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas quā demonstrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic demonstrandū in numeris directæ proportionalitatis: æquam autem proportionalitatē quam demonstrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectæ proportionalitatis, non proponit demonstrandum in numeris, sed eam demonstrabimus infra super 19 huius, nec est necessarium ut prædemonstremus in numeris, quod demonstratū est per 11 quinti de quātitatibus in genere, uidelicet, si quotlibet proportiones in numeris fuerint uni æquales uel eædem, ipsas esse sibi æquales uel easdem, hoc enim manifestum est per diffinitionem. Vt si a ad c & e ad f, a . . . . c . . . . e . . . . b . . . . b . . . f . . sit sicut b ad d, erit tam a, c quám e, f tota pars aut partes, quota uel quotæ b, d, aut toties cōtinebit a, c, & f, quoties b, d, & tota pars aut partes superfluēt e in a, & f in e, quota uel quotæ d in b. quia ergo quota pars aut partes est a, c, tota uel totæ est e, f, aut quoties a continet c toties e, f, & quota pars aut partes c superfluūt in a tota uel totæ f in e. erit per diffinitionē a ad c sicut e ad f. Sint igitur uti proponitur numeri a, b, e & alii totidem c, d, f. sitq; a ad b, a . . . . c . . . . b . . . . . . d . . . c . . . . f . . sicut c ad d. & b ad e, sicut d ad f: dico quod erit in æqua proportionalitate a ad e, sicut c ad f, erit enim per præmissam a ad c, sicut b ad d, sed & b ad d, sicut e ad f: quare a ad c, sicut e ad f: igitur per eandem a ad e, sicut c ad f, idem erit sumptis pluribus, sicq; constat propositum.

CAMPANI additio. Quoniam autem Euclides cæteras quatuor species proportionalitatis quæ sunt conuersa, coniuncta, disiuncta, euersa, proponit demonstrandas in numeris, conueniens arbitramur eas quas non autor tanq; facile demonstrabiles

prætermisit

prætermisit demonstrare. Primum itaque demonstrabimus conuersam, ut si sit a ad b, sicut c ad d, dico quod erit econuerso a . . . . c . . . . . . b . . . . d . . . b ad a, sicut d ad c: si enim fuerit a minor b, tunc quoque eriec minor d, & tota pars aut partes a, b, quota uel quotæ c, d, quare per secundam partem 11, erit b ad a, sicut d ad c: si autem fuerit a maior b, erit quoque & c maior d, & per primam partem 11 b tota pars aut partes a, quota uel quotæ d, c, per diffinitionem igitur, b ad a, sicut d ad c.

Disiunctam proportionalitatem ostendere.

Vt si sit a b ad b, sicut c d ad d, erit a ad b, sicut c ad d, erit enim permutatim a b ad c d, sicut b ad d, & per 11 sicut a ad c, a . . . . b . . . c . . . . d . . quia ergo a ad c, sicut b ad d, erit permutatim a ad b, sicut c ad d.

Cooiunctæ proportiooalitati demoostratiooem afferre.

Vt si sit a ad b, sicut c ad d, erit a b ad b, sicut c d ad d: erit enim permutatim a ad c, sicut b ad d: quare per 12 a b ad c d, sicut b ad d, permutatim igitur erit a b ad b, sicut c d ad d. a . . . . . . b . . . c . . . . d . .

Euersam proportionalitatem restat in oomeris stabilite.

Vt si sit a b ad b, sicut c d ad d, erit a b ad a, sicut c d ad c, erit enim permutatim a b ad c d, sicut b ad d, quare per 11 sicut a ad c, permutatim igitur erit a b ad a, sicut c d ad c patet itaque totum. a . . . . . . b . . . c . . . . d . . Ex his quoque leue est demonstrare in numeris, quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitatibus in genere, uidelicet.

Si ptoportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum, quinti quoque ad secundum sicut sexti ad quartū, erit proportio primi & quioti pariter acceptorū ad secundū sicut tertij & sexti pariter acceptorū ad quartū.

Vt si sit a ad b, sicut c ad d, itemque e ad b sicut f ad d, erunt a & e pariter accepti ad b, sicut c & f pariter accepti ad d, erit enim per conuersam proportionalitatem b ad e, sicut d ad f: quare per æquam proportionalitatem a ad e, sicut c ad f, ergo coniunctim a & e ad e, sicut c & f ad f, itaque per æquam proportionalitatem a & e ad b, sicut c & f ad d, quod est propositū. a . . . . e . . . . c . . . . . . f . . . b . . . . d . . .

Eodemque modo probabis econuerso, si sit b ad a, sicut d ad c, itemque b ad e, sicut d ad f, erit b ad a & e, sicut d ad c & f, erit enim per cunuersam proportionalitatē a ad b, sicue c ad d: quare per æquam a ad e, sicut c ad f, & cōiunctim a & e ad e, sicut c & f ad f, igitur econuerso e ad a & e, sicut f ad c & f. per æquam itaque prrportionalitatē erit b ad a & e, sicut d ad c & f, quod erat propositum. Ex hoc quoque manifestum rst quod si fuerit proportio quotlibet numerorū ad primum sicut totidem aliorum ad secundum, erit aggregati ex omnibus antecedētibus ad primum, ad primum, sicut aggregati ex omnibus antecedentibus ad secundum, ad secundum. Itemque econuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secundi ad totidem alios, erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum, sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 14

14\. **Si fuetiot quotcunque numeri, & alij eisdem æquales numero*cum duobus sumpti & in eadem ratione, & ex æquali in eadem ratione eruot.**

* ὁι δύο, bini, duo & duo

THEON ex Zamberto. *Sint quotcunque numeri α, β, γ & alij eisdem æquales numero cum duobus sumpti in eadem ratione δ, ε, ζ, sicut quidem α ad β, sic δ ad ε, sicutque β ad γ, sic ε ad ζ. Dico quod & ex æquali est sicut α ad γ, sic δ ad ζ. Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β, sic δ ad ε, & uicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic β ad ε. Rursus quoniam est sicut β ad γ, sic est ε ad ζ, uicissim igitur (per eandem) est sicut β ad ε, sic γ ad ζ. sicut autem β ad ε, sic α ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad δ, sic γ ad ζ. Vicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad γ, sic δ ad ζ, quod oportuit demonstrasse.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 16*

16 SI numeret unitas aliquem numerum quoties quilibet tertius aliquem quartum, erit quoq; permutatim ut quoties unitas numerat tertium, toties secundus numeret quartum.

CAMPANVS. Vt si sit unitas ad a, sicut b ad c, erit permutatim unitas ad b, sicut a ad c. Non superfluit autem hæc, demonstrata permutata proportione, non enim ex illa potest concludi quod hic proponitur. Nam illa demonstrata est de quatuor numeris proportionalibus, unitas uero non est numerus per diffinitionem. Hoc ergo modo pateat propositum. Diuidatur a per unitates, & c, secundum quantitatē b, eruntq; per præsentē hypothesin tot partes a, quot c, & quia unaquæq; partium a est unitas, & unaquæq; partium c est æqualis b, erit ut quoties unitas in b, toties unaquæq; partium a in sua compari ex partibus c, per modum itaq; demonstrationis quintæ, sequetur toties esse a in c, quoties unitas in b, quod est propositum.

unitas b . .
.
a . . . . c . . . .

Eucli. ex Zamb. *Theorema 15* *Propositio 15*

15 Si unitas numerum aliquem metiatur, pariter autem alter numerus alium quempiam numerum metiatur, & uicissim pariter unitas tertium numerum metietur, & secundus quartum.

THEON ex Zamberto. *Vnitas, inquam, α numerum aliquem βγ metiatur, pariter autem alius numerus δ, alium quempiam numerum εζ metiatur. Dico quod & uicissim pariter α ipsum δ numerum metietur, & βγ ipsum εζ. Quoniam enim æque α unitas ipsum βγ numerum metitur, & δ ipsum εζ: quot igitur sunt in βγ unitates, tot sunt in εζ numeri æquales ipsi δ. Diuidatur, inquam, βγ in eas quæ in eo sunt unitates, hoc est βη, ηθ & θγ. Ipse uero εζ in ipsi δ æquales, hoc est εκ, κλ & λζ, est iam æqualis multitudo ipsorum βη, ηθ & θγ, multitudini ipsorum εκ, κλ & λζ: & quoniam βη, ηθ & θγ unitates sibi inuicem sunt æquales, & εκ, κλ & λζ numeri sibi inuicem sunt æquales, & est æqualis multitudo ipsarum βη, ηθ & θγ unitatum multitudini ipsorum εκ, κλ & λζ numerorum, est igitur sicut βη unitas ad εκ numerum, sic est ηθ unitas ad κλ numerum, & θγ unitas ad λζ numerum: erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentium ad unum consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est igitur sicut βη unitas ad εκ numerum, sic βγ ad εζ: æqualis autem est βη unitas ipsi α unitati, & εκ numerus ipsi δ numero: est igitur (per 11 quinti) sicut α unitas ad δ numerum, sic βγ ad εζ: pariter igitur α unitas ipsum δ numerum metitur, & βγ ipsum εζ, quod oportuit demonstrasse.*

α .
β . η . θ . γ
δ . .
ε . . κ . . λ . . ζ

Eucli. ex Camp. *Propositio 17*

17 SI duorum numerorū uterque ducatur in alterum, qui inde producentur erunt æquales.

CAMPANVS. Sicut si ex a in b proueniat c, & ex b in a proueniat d, erunt c & d æquales. Cum enim b multiplicatus per a producat c, erit per conuersionē diffinitionis b in c, quoties unitas in a, ergo per præmissam, erit a in c, quoties unitas in b. Et quia toties est a etiam in d, quia ex b in a fit d, sequitur ut toties sit a in c quoties in d, per conceptionem igitur c & d sunt æquales.

unitas .
a . . . b . . . .

CAMPANI annotatio. Possumus quoq; hanc conclusionem alio modo proponere. Si duorum numerorum uterque ducatur in alterum idem numerus utrobique proueniet, ut si ex a in b proueniat c, idem etiam ex b in proueniet. Quia enim ex a in b fit c, erit prius per conuersionem diffinitionis b in c quoties unitas in a. Et permutatim per præmissam a in c, quoties unitas in b, quia igitur a toties sibi coaceruatur in c, quoties in b est unitas, sequitur per diffinitionem quod ex b in a fit c.

c . . . .
d . . . .

Eucli. ex Zamb. *Theorema 14* *Propositio 16*

16 Si bini numeri multiplicantes se adinuicem, fecerint aliquos, geniti ex eis æquales adinuicem erunt.

THEON ex Zamberto. Sint bini numeri α, β, & α quidem ipsum β multiplicans, efficiat γ, & β ipsum α multiplicans, efficiat δ. Dico quod æqualis est γ ipsi δ. Quoniam enim α ipsum β multiplicans, γ fecit, & β igitur ipsum γ metitur per eas quæ in α sunt unitates: metitur autem & ε unitas ipsum α numerum per eas quæ in eo sunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipsum α numerum metitur & β ipsum γ. Vicissim igitur (per 15 septimi) pariter ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum γ. Rursus quoniam β ipsum α multiplicans, fecit ipsum δ, igitur α ipsum δ metitur per eas quæ in ipso β sunt unitates. Metitur autem & ε unitas, ipsum β per eas quæ in eo sunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum δ: pariter autem ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum γ. Pariter igitur α, utrunque γ, δ, metitur: æqualis igitur est γ ipsi δ, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 Si unus numerus in duos ducatur, tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum, quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

CAMPANVS. Multiplicet a utrunque duorum numerorum b & c, & proueniant d & e. Dico quod erit proportio d ad e, sicut b ad c: sequitur enim per conuersionem diffinitionis eius quod est multiplicari, ut b in d, & c in e sit, quoties unitas in a: quare per diffinitionem, proportio d ad b, est sicut e ad c æqualiter enim eos continent, quia quoties unitatem, ergo permutatim d ad e, sicut b ad c, quod est propositum.

Vnitas

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 17

17 Si numerus duos numeros multiplicans, fecerit aliquos, geniti ex eis eandem rationem habebunt, quam multiplicati.

THEON ex Zamb. Numerus enim α duos numeros β, γ, multiplicans, efficiat ipsos δ, ε. Dico quod est sicut β ad γ, sic est δ ad ε. Quoniam enim α ipsum β multiplicans, ipsum δ fecit, & β igitur ipsum δ metitur per eas quæ in α sunt unitates. Metitur autem & ζ unitas, ipsum α numerum, per eas quæ in eo sunt unitates. Pariter igitur ζ unitas ipsum α numerum metitur, & β ipsum δ: est igitur sicut ζ unitas ad α numerum, sic est β ad δ. Propterea iam & sicut ζ unitas ad α numerum, sic γ ad ε: & sicut igitur (per 11 quinti) β ad δ, sic γ ad ε. Vicissim igitur (per 15 septimi) est sicut β ad γ, sic est δ ad ε. Si igitur numerus duos, & reliqua quæ sequuntur, quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 Si duo numeri unum multiplicent, erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicantium.

CAMPANVS. Ex conuersione antecedentis præmissæ, concluditur hæc eadem passio quæ in præmissa, ut si uterque duorum numerorum b & c multiplicet a, & proueniant d & e, erit d ad e, sicut b ad c: erit enim per ante præmissam ut ex a in b & c fiant d & e: quare per præmissam d ad e, sicut b ad c, quod est propositum.

CAMPANI annotatio. Potes autem quod proponit per hanc & præmissam de duobus numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quod si unus multiplicet quotlibet, erit productorum & multiplicatorum una proportio. Similiter quoque si quotlibet multiplicent unum erit, erit productorum & multiplicantium una proportio, quod per hanc & præmissam quoties oportuerit repetitas, facile probabis. Hic autem (ut supra polliciti sumus) demonstrare uolumus æquam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirectæ proportionalitis, quam demonstrat Euclides per 15 quinti, in quantitatibus in genere. Dicimus igitur:

Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirecte proportionales, extremi quoque in eadem proportione proportionales erunt.

Vt si sit a ad b, sicut d ad f, & b ad e, sicut c ad d, erit a ad e, sicut c ad f: ducatur enim c in d & f, & proueniãt g & h, eritq; per præmissam g ad h, sicut d ad f, quare & sicut a ad b. ducatur item f in d, & proueniat k: eritq; per hanc 19 g ad k, sicut c ad f, & quia ex f in d fit k, fiet idem econuerso per 16 ex d in f, quia igitur ex c & d in f fiunt h & k, erit per hanc 19, h ad k, sicut c ad d, quare sicut b ad e, & quia iam ostensum est quod est g ad h sicut a ad b, erit per 11, a ad e sicut g ad k, sed sic erat etiã c ad f: est igitur a ad e, sicut c ad f, quod est propositũ. Idem probabis si fuerint in utroq; ordine numeri plures tribus quemadmodũ probatur in 23 quinti, de quantitatibus pluribus tribus.

g . . . .
h . . . .
a . . . . c . . . .
b . . . . . . d . . .
e . . . . f . .
k . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 18

18 **Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes, fecerint aliquos, geniti ex eis eandem habebunt rationem quam multiplicantes.**

THEON ex Zamberto. *Duo enim α, β, numerum aliquem γ multiplicantes, efficiant ipsos δ, ε. Dico quod est sicut α ad β, sic est δ ad ε. Quoniã α enim multiplicans ipsum γ, fecit ipsum δ. & γ igitur ipsum α multiplicans, facit ipsum δ. id propterea γ ipsum β multiplicans, ipsum ε fecit. Numerus iam γ duos numeros α, β, multiplicans, fecit ipsos δ, ε. Est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic est δ ad ε, quod oportuit demonstrasse.*

α . . . .
β . . . . .
γ . . .
δ . . . .
ε . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 **SI fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producetur, æquum erit ei quod ex ductu secundi in tertium. Si uero quod ex primo in ultimum producetur, æquum est ei quod ex secundo in tertium, illi quatuor numeri sunt proportionales.**

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides per 16 sexti, de quatuor lineis proportionalibus, proponit hic de quatuor numeris proportionalibus. uerbi gratia. Sit proportio a ad b, sicut c ad d. fiatq; ex a in d, e, & b in c, f: dico quod e & f sunt æquales, & econuerso. Ducatur enĩ a in b, & fiat g, eritq; per 18 g ad e, sicut b ad d. & quia per 17 ex b in a fit g, & ex eodem b in c, f, erit per 18 g ad f, sicut a ad c: æquales igitur sunt f & e, quod est primum. Nec oportet prædemõstrare si unius numeri ad duos sit una proportio, quod sunt æquales, aut si ipsi sunt æquales, quod unius ad ipsos sit una proportio. Si enim est una proportio g ad e & ad f, aut ipse erit tota pars uel partes e quota uel quotæ idem est f, & tunc per conceptionem patet e & f esse æquales, aut toties g continebit e quoties f, & superfluent in eo tota pars uel partes e quota uel quotæ in eodem superfluent f, & tunc etiam per conceptionem patet eos esse æquales. Quod si ipsi fuerint æquales patet per conceptionẽ, quod aut g erit tota pars uel partes e quota uel quotæ f. & tunc per diffinitionẽ erit ipsius g ad utrunq; eorum proportio una, aut æqualiter continebit utrunq; cum superfluitate similium & tot numero partium, & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad utrunq; proportio una.

e . . . .
g . . . .
f . . . .
a . . . . c . . . .
b . . . d . .

Secundum sic patet. Sit e productus ex a in d, æqualis f producto ex b in c: dico proportio a ad b est, sicut c ad d, & est hæc conuersa primæ partis. Sit enim ut prius g, qui fit ex a in b. & quia e & f sunt æquales, erit g ad utrunq; eorum proportio una, & quia ut prius per 18, g ad f sicut a ad c, & ad e sicut b ad d, erit a ad c, sicut b ad d, quare permutatim a ad b, sicut c ad d.

CAMPANI annotatio. Non proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus, quod ille qui ex ductu primi in tertium producitur, sit æqualis quadrato medij, & si ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit æqualis quadrato medij, quod illi tres numeri sint continue proportionales, sicut proponit in 16 sexti, de tribus lineis hoc enim facile demonstratur per hanc 20, medio illorum trium numerorum, æquali assumpto, quemadmodũ in sexto de tribus lineis probatur per quatuor, assumpta quarta æquali mediæ.

Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 19

19 Si quatuor numeri proportionales fuerint, qui ex primo & quarto fit, æquus est ei qui ex secundo & tertio. Et si qui ex primo & quarto fit numerus æqualis fuerit ei qui ex secundo & tertio, ipsi quatuor numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ: & α quidem ipsum δ multiplicans, efficiat ipsum ε. & β ipsum γ multiplicans, efficiat ipsum ζ. Dico quod æqualis est ε ipsi ζ. Ipse autem α ipsum γ multiplicans, efficiat ipsum η. Quoniam igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, multiplicans autem ipsum δ, ipsum ε fecit, numerus iam α duos numeros γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, & igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic est η ad ε. Sicut autem γ ad δ, sic α ad β: & sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic η ad ε. Rursus quoniam α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, sed β ipsum γ multiplicans, ipsum ζ fecit, duo iam numeri α, β, numerum aliquem γ multiplicantes, ipsos fecerunt η, ζ: est igitur (per 18 septimi) sicut α ad β, sic η ad ζ, sed sicut α ad β, sic η ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti) η ad ε, sic η ad ζ. Igitur η ad utrunque ipsorum ε, ζ, eandem habet rationem: æqualis igitur est ε ipsi ζ (per 7 quinti.) Sit uero rursus æqualis ε ipsi ζ. Dico quod est sicut α ad β, sic est γ ad δ. Eisdem namque dispositis, quoniam α ipsos γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic η ad ε: æqualis autem est ε ipsi ζ. est igitur sicut η ad ε, sic η ad ζ (per secundam partem septimæ quinti.) Sed sicut quidem η ad ε, sic γ ad δ: sicut igitur γ ad δ, sic η ad ζ. sicut autem η ad ζ, sic α ad β, (per 18 septimi) sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic γ ad δ. Quod oportebat demonstrare.*



Eucli ex Zamb. Theorema 18 Propositio 20

20 Si tres numeri proportionales fuerint, qui sub extremis æqualibus est ei qui à medio. Et si qui sub extremis æqualibus fuerit ei qui à medio, ipsi tres numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint tres numeri proportionales α, β, γ, sicut α ad β, sic β ad γ. Dico quod qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β. Ponatur enim ipsi β æqualis δ: est igitur sicut α ad β, sic δ ad γ. Igitur qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β, δ. at qui ex β, δ, æquus est ei qui ex β: æqualis enim est β ipsi δ. Qui igitur ex α, γ, æquus est ei qui ex β.*

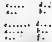
Sed qui ex α, γ, æquus esto ei qui ex β. Dico quod sicut α ad β, sic est β ad γ. Quoniam enim qui ex α, γ, æquus est ei qui ex β, qui uero ex β, æquus est ei qui ex β, δ, est igitur (per undecimam quinti) sicut α ad β, sic δ ad γ, æquus autem est β ipsi δ: est igitur sicut α ad β, sic β ad γ, quod erat demonstrandum.



Euclides ex Campano, Propositio 21

21 NVmeri secundum quamlibet proportionem minimi, numerant quoslibet in eadem proportione, minor minorem & maior maiorem æqualiter.

CAMPANVS. Sint a & b, minimi numeri in sua proportione, sitque c ad d, sicut a ad b: dico quod a numerat c, & b, d, æqualiter. Cum sit enim a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d: erit igitur a, c tota pars uel partes, quota uel quotæ b, d: si itaque fuerit pars, constat propositum. At si partes, sit e una partium a, & f una partium b, & quia tota pars est e, c per hypothesin quota f, d, erit per diffinitionem proportio e ad c, sicut f ad d, quare permutatim e ad f, sicut c ad d, quare etiam sicut a ad b: non sunt itaque a & b, minimi suæ proportionis, quod est contrarium positis.



Similiter quoque.

Quotlibet numeri, siue in eadem proportione siue in diuersis minimi, numerant omnes in eadem proportione quisque suum correlatiuum æqualiter.

Vt si sint a,b,c, minimi in eadem proportione uel in diuersis, sintque in eadem uel eisdem d,e,f, ita quod sit d ad e, ut a ad b, & e ad f, ut b ad c: dico quod a numerat d, & b, e, & c, f, æqualiter: quia enim est a ad b, ut d ad e, erit permutatim a ad d, ut b ad e & quia b ad c, ut e ad f, erit etiam permutatim b ad e, ut c ad f, quare b ad e, & c ad f, sicut a ad d, & quia a, b, c, sunt minores d, e, f, erit b, e, & c, f, tota pars aut partes, quota est a, d. Si itaque pars, constat propositum. At si partes, sit g una partium a, & h una partium b, & k una c, eritque per præsentem hypothesin tota pars h, e, & k, f, quota g, d: quare per diffinitionem b ad e, & k ad f, sicut g ad d, permutatim igitur erit g ad h, ut d ad e, & h ad k, ut e ad f: quare g ad h, ut a ad b, & h ad k, ut b ad c, quia ergo g, h, k, sunt minores a, b, c, & in eadem proportione, sequitur contrarium positi.

d . . . . e . . . . f . . . .
a . . . . b . . . c . .

d . . . . e . . . . c . . . .
a . . . . b . . . c . .
g . . . h . . k .

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 Minimi numeri eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem, minor minorem.

THEON ex Zamberto. *Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipsis α, β, ipsi γδ & εζ. Dico quod æqualiter γδ ipsum α metitur, & εζ ipsum β. Ipse enim γδ, ipsius α non est partes. Si enim possibile, esto γδ ipsius α partes: & εζ igitur ipsius β eædem partes est, quæ & γδ ipsius α. Igitur quot sunt in γδ partes ipsius α, tot sunt & in εζ, partes ipsius β. Diuidatur quidem γδ in ipsius α partes, hoc est γη & ηδ. Sicque εζ in ipsius β partes, hoc est εθ & θζ, erit iam æqualis multitudo ipsorum γη & ηδ, multitudini ipsorum εθ & θζ: & quoniam æquales sunt γη & ηδ numeri adinuicem, sunt autem & εθ, θζ numeri inuicem æquales, estque multitudo ipsorum γη & ηδ æqualis multitudini ipsorum εθ & θζ: est igitur (per 7 quinti) sicut γη ad εθ, sic ηδ ad θζ. Erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentium ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut γη ad εθ, sic γδ ad εζ. Igitur γη & εθ, ipsis γδ & εζ in eadem ratione sunt, minores existentes eis, quod est impossibile. Supponuntur enim ipsi γδ & εζ minimi, eandem rationem habentium eis. Igitur γδ non est partes ipsius α, pars igitur. & εζ igitur ipsius β eadem pars est quæ & γδ ipsius α, pariter igitur γδ ipsum α metitur, & εζ ipsum β. quod oportebat demonstrare.*

γ . . η . . δ
ε . . θ . ζ
α . . . .
β . . . .

Huic ex Zamberto propositioni respondet id quod supra, ad 19 addidit Campanus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22

22 Si fuerint tres numeri, & alij eisdem æquales numero,* cum duobus sumpti & in eadem ratione. fuerit autem perturbata eorum proportio, & ex æquali in eadem ratione erunt.

* ἀνὰ δύο, bini

THEON ex Zamberto. *Sint numeri α, β, γ, & alij eisdem æquales numero δ, ε, ζ, cum duobus sumpti, & in eadem ratione: sit autem perturbata eorum proportio. sicut quidem α ad β, sic ε ad ζ. & sicut β ad γ, sic δ ad ε. Dico quod & ex æquali est sicut α ad γ, sic est δ ad ζ. Quoniam enim est sicut α ad β, sic ε ad ζ, qui igitur ex α, ζ, (per 20 septimi) æqualis est ei qui ex β, ε. Rursus quoniam est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, qui igitur ex δ, γ, æqualis est ei qui ex β, ε. ostensum autem est quod qui ex α ζ, æquus est ei qui ex β, ε. & qui ex α, ζ igitur, (per 20 septimi,) æquus est ei qui ex δ, γ. Est igitur (per 11 quinti) sicut α ad γ, sic δ ad ζ. quod oportebat demonstrare.*

α . . . . . .
β . . . .
γ . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 Si fuerint duo numeri secundum suam proportionem minimi, ipsi erunt adinuicem primi.

CAMPANVS

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, secundum suam proportionē minimi: dico quod ipsi sunt contra se primi. Si enim non, numeret eos c secundum d & e: eritq; per 15 d ad e, sicut a ad b, & quia d & e sunt minores a & b, sequitur a & b non esse suæ proportionis minimos, quod est contrariū positioni.

a . . . . . . b . . . . .
c . .
d . . . . e . . .

Similiter quoq;.

Si fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum proportionum (siue eadem siue diuersæ fuerint) minimi, nullus numerus numerabit omnes.

Vt si sint a, b, c, minimi in continuatione suarum proportionum: dico quod nullus numerabit omnes. Sin autē, numeret os d, a quidem secundum e, b uero secundum f, & c secundum g: eritq; per 15 e ad f, sicut a ad b, & f ad g, sicut b ad c, quia ergo e, f, g, sunt minores a, b, c, & secundum proportionē eorum, non erunt a, b, c, quales positi sunt, quod est inconueniens. Quanquā autem nullus numeret a, b, c, si fuerint minimi, potest tamen esse ut quoslibet duos ex eis numeret unus, ducto etenim quolibet numero in aliquem ad se primum, ac utroq; eorum in aliquem tertium ad utrunq; primum, prouenient tres numeri quorum quique duo erunt compositi, nullus tamen numerabit omnes. Sint enim a, b, c, tres numeri quorum quisque sit primus ad alios, ducaturq; a in b & c, & proueniat d & e, itemq; b in c, & proueniat f, dico quosq; duos ex d, e, f, esse adinuicem compositos, tamen nullus numerabit omnes. Duos quosq; patet esse compositos. a enim numerat d & e, b uero d & f, & c, e & f, quod autē nullus numeret omnes, patebit, prius demonstrato quod a est maximus numerans d & e, b quoq; maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f. Hoc autem sic constat, si enim a non est maximus numerans d & e, sit itaque g, numeretq; d secundum h, & e secundum k, erit per secundam partem 19 a ad g, sicut h ad b, itemq; per eandem a ad g, sicut k ad c. Quia ergo a est minor g, erit h minor b, & k minor c, & quia h ad k, sicut b ad c, utraque enim est sicut d ad e per 11 bis assumptam, sunt autem h & k minores b & c, erit per immediate sequentem, & per hanc hypothesin, quod b & c sunt contra se primi, reperire minimis minores, quod quia est impossibile, erit a maximus numerans d & e. Eodemq; modo probabitur quod b sit maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f, si quis ergo numerat d, e, f, per correlarium secundæ ter assumptum ipse numerabit a, b, c, sed quisque eorum primus erat ad reliquos. Accidit igitur impossibile.

e . . . . . f . . . . g . . .
a . . . . b . . . . c . . . .
d . .
g . . . . . h . . . . k . . .
a . . . . b . . . c . .
d . . . . e . . . . f . . . . . .

Similiter quoq;.

Quotlibet numeri quos unus non numerat, secundum continuationem suarum proportionum sunt minimi.

Vt sit sint a, b, c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat: dico quod ipsi sunt in continuatione suarum proportionū minimi. Alioquin sint minimi d, e, f, qui per 21 numerabunt a, b, c, quisque suum relatiuum æqualiter: sit ergo ut secundum g. eritq; per 17 ut uiceuersa g numeret a, b, c, secundum d, e, f, quare accidit contrarium positioni.

a . . . . b . . . . c . . . . . .
d . . . . . e . . . . . f . . .
g . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 23

23 Primi numeri adinuicem, minimi sunt eandem rationem habentium eis.

THEON ex Zamberto. *Sint primi numeri adinuicem α, β. Dico quod ipsi α, β, minimi sunt eandem rationem habentium eis: si autem α & β non sunt minimi eandem habentiū rationem eis, erunt aliqui numeri ipsis α, β,*

minores in eadem ratione existentes ipsis α, β, sint autem γ, δ. Quoniam igitur minimi numeri eandem rationem habentium, eis metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorem (per 21 septimi) hoc est antecedens ipsum antecedentem, & consequens ipsum consequentem, æqualiter igitur γ ipsum α metitur, & δ ipsum β. Quoties iam γ ipsum α metitur, tot unitates sint in ε, & δ igitur ipsum β metitur, per eas quæ in ipso ε sunt unitates, & quoniam γ ipsum α metitur per eas que in ipso sunt unitates, igitur & ε ipsum α metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates. Id propterea & ε ipsum β metitur, per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Igitur & ε ipsos α, β, metitur primos existentes adinuicem. Quod est impoßibile (per 13 diffinitionem septimi.) Non erunt igitur aliqui numeri ipsis α, β, minores in eadem ratione existentes ipsis α, β. Minimi igitur sunt α & β eandem rationem habentium eis. Quod oportuit demonstrasse.

α . . . . . .
β . . . .
ε . . .
γ . . . . .
δ . . . .

Sequens ex Campano 23, præcedenti 23 ex Zamberto respondet: præcedens autem ex Campano 22, sequenti ex Zamberto 24.

Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 QVilibet numeri contra se primi, sunt secundum suam proportionem minimi.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ, ut si duo numeri sint a & b contra se primi, ipsi erunt secundum suam proportionem minimi, sin autem, sint minimi in eadem proportione (si possibile est) c & d, constat itaque per 21 quod c numerar a, & d, æqualiter: sit igitur ut secundum e, erit per 17 ut uiceuersa e numeret a & b, a quidem secundum c, & b secundum d: non sunt igitur a & b contra se primi, quod est contra hypothesin.

a . . . . b . . . . .
e . .
c . . . . d . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 24. Conuersa præcedentis.

24 Minimi numeri eandem rationem habentium eis, primi adinuicem sunt.

THEON ex Zamberto. Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis α, β. Dico quod α, β, primi adinuicem sunt. Si autem α, β, adinuicem non sunt primi, metietur aliquis numerus ipsos α, β, metiatur, & esto γ: & quoties quidem γ ipsum α metitur, tot unitates sint in δ: quoties autem γ ipsum β metitur, tot unitates sint in ε. Et quoniam γ ipsum α metitur per eas quæ in δ unitates existunt, igitur & γ ipsum δ multiplicans ipsum α fecit: id propterea & γ ipsum ε multiplicans, ipsum β fecit: numerus igitur γ duos numeros δ, ε, multiplicans, ipsos α β fecit. Est (per 17 septimi, & per 11 quinti) igitur sicut δ ad ε, sic est α ad β: ipsi igitur δ ε ipsis α, β, in eadem sunt ratione minores existentes, quod est impoßibile. Ipsos igitur α, β, numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur ipsi α, β, primi inuicem sunt. Quod demonstrasse oportuit.

α . . . .
β . . . .
γ . . . . .
δ . . . .
ε . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 SI fuerint duo numeri contra se primi, si quis unum eorum numeret, ad alterum esse primus necessario comprobatur.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, c uero numeret a. Dico quod c primus est ad b, alioquin, numeret eos d, quæ per penultimam cõceptionem numerabit etiam a, non sunt ergo a & b, contra se primi, d enim nnmerat ambos.

a . . . . b . . . . .
c . . d . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 25

25 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, unum eorum metiens ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamberto. Sint bini numeri primi adinuicem α & β. Ipsum autem α metiatur aliquis numerus γ. Dico quod & γ, β, primi adinuicem sunt. Si autem γ, β, non sunt adinuicem primi, metietur ipsos γ, β, aliquis numerus: metiatur, & esto δ. Et quoniam δ ipsum γ metitur, & γ ipsum α metitur, & δ igitur ipsum α metitur: metitur autem & β. Igitur δ ipsos α, β, metitur, primos adinuicem existentes, quod est impoßibile (per 13 diffi-

α . . . .
β . . . .
γ . . .
δ . . . .

nitionem

positionem septimi.) Ipsos igitur ε, γ, numeros numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur γ, ε, primi adinuicem sunt, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 SI fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi, qui ex ductu unius in alterum producetur, ad eundem erit primus.

CAMPANVS. Sit uterque duorum numerorum a & b, primus ad c, & ex a in b fit d. Dico quod d est primus ad c, aliter enim numeret eos e, d, quidem secundum f: eritque per secundam partem 20, a ad e, sicut f ad b, & quia a & c sunt primi, & e numerat c, ipse erit per 24 primus ad a quare per 23 a & e, sunt secundum suam proportionem minimi: sequitur ergo per 21, ut e numeret b, & quia positum est quod ipse numeret c, non erunt b & c contra se primi, quod est contra hypothesin.

a . . . b . . . .
c . . . . . .
d . . . .
e . . f . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 26

26 Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint, & ex eis genitus ad eundem primus erit.

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, ad aliquem numerũ γ, primi sint, & α ipsum β multiplicans, ipsum δ efficiat. Dico quod ipsi γ δ, primi sunt adinuicem. Si autem γ, δ, non sunt primi ad inuicem, metietur eos aliquis numerus, metiatur, & esto ε. Et quoniam γ, α, primi adinuicem sunt, ipsum autem γ metitur aliquis numerus ε, igitur ε, α, (per 25 septimi) primi sunt adinuicem. Quoties iam ε metitur ipsum δ, tot unitates sint in ζ, & ζ igitur ipsum δ metitur, per eas quæ in ε sunt unitates. Igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum δ fecit. Sed & α ipsum β multiplicans, ipsum δ fecit: æqualis igitur est qui ex ε, ζ, ei qui ex α, β. Si autem qui sub extremis æquus fuerit ei qui sub medijs, quatuor numeri proportionales sunt (per 19 septimi.) Est igitur (per 11 quinti) sicut ε ad α, sic est β ad ζ. Ipsi autem α, ε, primi: ipsi autem primi, & minimi. minimi autem numeri (per 21 septimi) eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem minor minorem, hoc est antecedens antecedentem, & consequens consequentem. Igitur ε ipsum β metitur: metitur autem & γ, igitur ε ipsos γ, β, metitur primos existentes adinuicem, quod est impossibile (per 13 diffinitionem septimi.) Ipsos igitur γ, δ, numeros, numerus aliquis non metietur, ipsi igitur γ, δ, primi adinuicem sunt. Quod oportebat demonstrare.

α . . β . . .
γ . . . . .
δ . . . . .
ε . . .
ζ . .

Euclides ex Campano. Propositio 26

26 SI fuerint duo numeri contra se primi, qui ex uno eorum in seipsum producitur, ad reliquum est primus.

CAMPANVS. Sint contra se primi a & b, & ex a in se fiat c. Dico quod c primus est ad b: sit enim d, æqualis a, eritque d primus ad b, & ex a in d, fiet c, per præmissam igitur patet c primum esse ad b, quod proposuimus.

a . . . b . . . .
c . . . .
d . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 27

27 Si duo numeri primi adinuicem fuerint, qui ex uno eorum fit, ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamberto. Sint bini numeri primi adinuicem α, β, & α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat. Dico quod ipsi β, γ, primi adinuicem sunt. Ponatur enim ipsi α, æqualis δ. Et quoniam α, β, primi adinuicem sunt, æqualis autem est α ipsi δ, & δ, β: igitur primi adinuicem sunt: uterque igitur ipsorum δ, α, ad β primus est, & qui ex δ, α, igitur fit, ad β primus est (per 26 septimi.) Qui autem ex δ, α, fit numerus, est γ, igitur γ, β, primi adinuicem sunt, quod erat demonstrandum.

α . . β . . . .
γ . . . .
δ . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 SI duobus numeris ad alios duos comparatis, uterque ad utrunque fuerit primus, qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

CAMPANVS

CAMPANVS. Sint a & b, priores, c & d, posteriores: fitq; uterque duorum a & b, primus ad utrunq; duorum c & d, & ex a in b fit e, & ex c in d, f: dico quod e primus est ad f. Hoc autem 25 ter assumpta euidenter cõcludit. Cum enim fiat e ex a in b, quorũ uterq; primus est a ad c & ad d, erit per ipsam e primus ad c, & itẽ per ipsam primus ad d. Quia item f fit ex c in d, quorum uterq; primus est ad e, erit rursus per ipsam f primus ad e, quod est propositũ.

a . .   b . . . . .
e . . . .
c . . .   d . . . .
f . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propositio 28

28 Si bini numeri ad binos numeros uterque ad utrunque primi fuerint, & qui ex eis fient, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, ad binos numeros γ, δ, uterque ad utrunq; primi sint. & α quidem ipsum β multiplicans, efficiat ipsum ε, & γ ipsum δ multiplicans, efficiat ipsum ζ. Dico quod ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim uterque ipsorum α, β, ad ipsum γ primus est. & qui ex α, β, igitur fit (per 26 septimi) ad γ primus est: qui autem fit ex α, β, est ε, igitur ε, γ, primi sunt adinuicem. Id propterea & ipsi ε, δ, primi sunt adinuicem: & uterque igitur ipsorum γ, δ, ad ε primus est. & qui ex γ, δ, igitur, ad ε primus est, (per eandem.) Qui autem fit ex γ, δ, est ζ. Igitur ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quod erat demonstrandum.

α . . .
β . . . . .
ε . . . .
γ . .
δ . . . .
ζ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 Si fuerint duo numeri contra se primi, ducaturq; eorum uterque in seipsum, erunt inde producti contra se primi. Itemq; si in utrunque productorum suum ducatur principium, erunt quoq; producti contra se primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra se primi, ducaturq; uterque in se, & proueniant ex a quidem c, ex b uero d: itemq; ducatur a in c, & proueniat e, & b in d, & proueniat f: dico c & d esse cõtra se primos, itemq; e & f, contra se primos. Est enim per 26 c primus ad d: per eandem igitur erit d primus ad a & ad c, sicq; constat primum, quod est c & d esse contra se primos.

a . .
c . . . .
e . . . .
b . . .
d . . . .
f . . . .

Reliquum sic, est enim uterque duorum numerorum a & c, primus ad utrunq; duorum b & d, itaq; per 27, erit e primus ad f, quod est reliquũ. Non solum autem erit e primus ad f, sed etiam per 25, ad b & ad d, itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; si infinities duceretur utrunq; productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi, & non solum, sed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

Eucli. ex Zamb. Theorema 27 Propositio 29

29 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & multiplicans uterq; seipsum fecerit aliquos, qui ex eis fiunt, primi adinuicẽ erunt. Et si qui in principio, genitos multiplicãtes fecerint aliquos, & illi quoq; primi adinuicem erunt, & semper circa extremos hoc continget.

THEON ex Zamberto. Sint bini numeri primi adinuicem α, β. & α seipsum multiplicans, efficiat γ, ipsum uero γ multiplicãs, efficiat ε. At β seipsum multiplicans, efficiat δ, ipsum autem δ multiplicans, efficiat ζ. Dico quod γ, δ, & ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim α, β, primi adinuicẽ sunt, & α seipsum multiplicans fecit ipsum γ, igitur γ, β, primi sunt adinuicem (per 27 septimi.) Quoniam igitur γ, β, primi sunt adinuicem, & β seipsum multiplicans ipsum δ fecit, igitur γ, δ, primi sunt adinuicem. Rursus quoniam α β primi adinuicẽ sunt (per eandem) & β seipsum multiplicans, ipsum δ fecit. Igitur α, δ, primi sunt adinuicem (per eandem). Quoniam igitur bini numeri α, γ, ad binos numeros β, δ, uterque ad utrunq; primi sunt (per 27 septimi) & qui ex α, γ, igitur fit ad eum qui ex β, δ, primus est, qui autem ex α, γ, est ε, qui ex δ, β, uero est ζ. igitur ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quod oportuit demonstrasse.

α . . .
γ . . . .
ε . . . .
β . . . .
δ . . . .
ζ . . . .

Eucli. ex

Euclides ex Campano. Propositio 29

29 SI fuerint duo nnmeri contra se primi, qui ex ambobus coaceruatur, ad utrunque eorum erit primus. Si nero ex ambobus coaceruatus ad utrunque eorum fuerit primus, duo quoque numeri adinuicem erunt primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra se primi, dico quod ex eis compositus a b, ad utrunque eorum erit primus, & econuerso: nam si d numerat totum a b, & alterum eorum, numerabit per cõmunem scientiam & reliquũ: quare non erunt contra se primi, sed hoc positum fuerat, patet ergo primum. Secũdum sic. Sit a b primus ad utrunque suorum componentiũ qui sunt a & b, dico quod a & b, sunt contra se primi. Posito enim quód d numeret utrunque duorum numerorum a & b, sequitur per cõmunem scientiam quod etiam numeret a b ex eis compositum, quare ad neutrum duorum numerorum a & b, erit a b primus, sed positum erat quod esset ad utrunque, accidit igitur impossibile.

a . . . b . . . .
d . .

CAMPANI annotatio. Eodem quoque modo si coaceruatus ex duobus, primus fuerit ad alterũ, primus quoque erit ad reliquum: ideoque & coaceruati inter se. Sit enim compositus ex a, b, primus ad a, dico quod erit etiam primus ad b, alioqui numeret eos d, qui per conceptionẽ numerabit & a, cum numeret totum & detractum: hoc autem inconueniens, erat enim compositus ex a & b, primus ad a.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28 Propositio 30

30 Si bini nnmeri, primi adinuicem fuerint, & uterque simul ad alterum ipsorum primus erit, Et si uterque simul ad unum aliquem eorum primus fuerit, & qui in principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Componantur enim bini numeri primi adinuicem, αβ & βγ. Dico quod & uterque αβγ, simul ad alterum ipsorum αε, εγ, primus est. Si autem γα & αβ primi adinuicem non sunt, metietur eos aliquis numerus, metiatur, & esto δ. Quoniam igitur δ ipsos γα & αβ metitur, & reliquum igitur εγ metietur. Metitur autem & εα. Igitur δ ipsos αε & εγ metitur, primos existentes adinuicem, quod est impossibile (per 13 diffinitionem septimi.) ipsos igitur γα & αβ numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur γα & αε, primi adinuicem sunt. Id propterea iam & ipsi γα & βγ, primi sunt adinuicem. Igitur αγ, ad utrunque ipsorum αε & εγ primus est. Sint rursus γα & αβ, primi adinuicem. Dico quod ipsi αε & βγ primi adinuicem sunt. Si enim ipsi αε, βγ, primi non sunt adinuicem, metietur ipsos αε & εγ, numerus aliquis, metiatur, & esto δ, & quoniam δ utrunque ipsorum αε & εγ metitur: & totum igitur γα, metietur: metietur autem & ipsum αε. Igitur δ, ipsos γα, αε primos adinuicem existentes metietur. quod (per 13 diffinitionem septimi) est impossibile. Ipsos igitur αβ & εγ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur αε & βγ, primi adinuicem sunt Quod oportuit demonstrasse.*

α . . . . β . . . . . . γ
δ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 OMnis numerus compositus, ab alio primo numeratur. Zamb. 33

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus compositus Dico quod aliquis primus numerat ipsum, quia enim est cõpositus, numerabitur ab aliquo numero qui sit b, qui si fuerit primus, uerum erit quod dicitur: si autem compositus, sit c qui numerat eum, qui etiam per communem scientiam numerabit a: si ergo ipse fuerit primus, constat quod dicitur. At si compositus, necessario numerabit eum alius qui sit d, qui etiam per communem scientiam numerabit a, de quo ratiocinare ut prius Quia ergo quoties occurrit compositus necesse est minorem assumere, qui compositũ occurrentem numeret, sequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum, alioquin accidet impossibile & contrarium petitioni, numerum in infinitum decrescere.

a . . . .
b . . . .
c . . . . . .
d . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 31

31 Omnis numerus, aut est primus, aut à primo nnmeratur. Zamb. 34

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus, dico ipsum esse primum, uel numerari a primo, quia si non est primus, erit compositus, quilibet autem talis, ab aliquo primo numeratur per præmissam: a igitur, uel primus est uel a primo numeratur, quod proponitur,

a . . . . .
a . . . .
. . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 32

Zamb. 31

Omnis numerus primus, ad omnem quem non numerat est primus. 32

CAMPANVS. Sit a numerus primus non numerans b, dico quod a & b, sunt contra se primi: si enim c numerat eos, non est uerum quod a sit primus.

a . . . . . b . . . .
c . .

Eucli. ex Camp. Propositio 33

Zamb. 33

Si numerus ex duobus productus, ab aliquo primo numeretur, necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare. 33

CAMPANVS. Sit c productus ex a in b, & sit d numerus primus qui ponatur numerare c: dico quod d numerat a uel b. numeret enim c, secundũ e: si ergo non numerat a, erit primus ad ipsum per præmissam, & ideo erunt secundum suam proportionem minimi per 23, & quia a ad d, sicut e ad b, per secundam partem 20, sequitur ut d numeret b per uigesimamprimam, quod est propositum.

a . . . . b . . . . . .
c . . . .
d . . . e . . . .

CORRELARIVM. Vnde manifestũ est, q si aliquis numerus numerat productum ex duobus, uel si eidem fuerit cõmensurabilis, cõmensurabilis quoq erit alteri eorũ.

Campanus 30 31 32 33

Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propositiones, quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus hoc præpostero ordine respondent.

33 34 31 32 Zambertus

Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 31

Omnis primus numerus, ad omnem numerum quem non metitur primus est. 31

THEON ex Zamb. *Sit primus numerus α, & ipsum β non metiatur. Dico quod ipsi β, α, primi adinuicem sunt. Si autem ipsi α, β, non sunt adinuicem primi, aliquis numerus eos metietur, metiatur γ, ipse γ, non est unitas. Quoniam igitur γ ipsum β metitur, & α non metitur ipsum β, igitur γ ipsi α non est idem. Et quoniam γ ipsos α, β, metitur, & α igitur metitur primum existentem, non existens ei idem, quod est impossibile (per 15 diffinitionẽ septimi). Ipsos igitur α, β, numerus aliquis non metietur. Igitur ipsi α, β, primi adinuicem sunt, quod oportuit demonstrasse.*

α . . . . β . . . .
γ . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propositio 23

Si bini numeri multiplicantes se adinuicem fecerint aliquem, factum autem ex eis metitur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur. 32

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α, β, multiplicantes se adinuicem, ipsum efficiant γ, ipsum autem γ, metiatur aliquis numerus primus δ. Dico quod δ, unum ipsorũ α, β, metitur. Ipsum α non metiatur, estq; primus δ, Igitur α, δ, primi adinuicem sunt (per præcedentem). Et quoties δ ipsum γ metitur, tot unitates sint in ε. Quoniã igitur δ ipsum γ metitur per eas quæ in ε sunt unitates: igitur δ ipsum ε multiplicans, ipsum γ efficit. Atqui & α ipsum β multiplicãs, ipsum efficit γ: æqualis igitur est qui ex δ, ε, ei qui ex α, β. Est igitur (per 19 septimi) sicut α ad δ, sic ε ad β. Ipsi autem δ, α, primi sunt, primi autem & minimi: minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem, & minor minorem (per 21 septimi) hoc est antecedens antecedentem, sequens sequentem. Igitur δ ipsum β metitur. Similiter quoq; ostendemus quod & si δ ipsum β non metiatur, metietur & α. Igitur δ unum ipsorum α, β metitur. Quod erat demonstrandum.*

α . . . .
δ . . . .
γ . . . .
β . . . .
ε . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propositio 33

Omnis compositus numerus, sub alicuius primi numeri dimensionem cadit. 33

THEON ex Zamb. *Sit compositus numerus α. Dico quod α sub alicuius primi numeri dimensionem cadit. Quoniam enim α compositus est, metietur eum aliquis numerus (per 14 diffinitionem septimi) metiatur, & esto β, & si β primus est, manifestũ iam est quod quærimus (per eandem.) Si autem compositus, metietur eum aliquis numerus (per eandem) metiatur, & esto γ. Et quoniam γ ipsum β metitur, & β ipsum α metitur, & γ igitur ipsum α metitur, & si quidem γ primus est, manifestum iam est id quod quæritur. Si autem compositus, eum aliquis numerus metietur: tali uero facta consideratione, sumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedentem, qui & ipsum α metietur. Si autem non sumetur, metientur ipsum α numerũ infiniti numeri, quorũ alter altero minor est, quod est impossibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus numerus qui metietur præcedentem,*

γ . . .
β . . . .
α . . . .

præcedentem, qui & ipsum α metietur. Omnem igitur compositum numerum, primus aliquis numerus dimetitur. quod oportuit demonstraße.

ALITER Sit compositus numerus α. Dico quod eum aliquis primus numerus metitur. Quoniam compositus est ipse α, metietur eum aliquis numerus (per 14. diffinitionē septimi) & sit minimus metientiū eum β. Dico quod β primus est. Si autem β, primus non est, metietur igitur eum aliquis numerus. Cadat sub dimēsionem ipsius γ. Igitur γ ipso β minor est, & quoniam γ ipsum β metitur, & β ipsum α metitur, & γ igitur ipsum α metitur minor existens ipso β ipsum α metientium minimo quod absurdum est, Igitur β non est compositus, sed primus.

α ....
β ...
γ ..

Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 34

34 Omnis numerus, aut primus est, aut eum aliquis primus metitur.

THEON ex Zamb. Sit numerus α. Dico quod est α, aut est primus, aut eum aliquis numerus primus metitur. Si quidem primus est α, factum iam est id quod quæritur. Si autem compositus, eum aliquis numerus primus metietur (per 33 septimi.) Omnis igitur numerus, aut primus est, aut eum aliquis primus numerus metitur quod oportuit demonstraße.

α ...
α ......

Eucli. ex Camp. Propositio 34

34 Nvmeros secundum proportionem numerorum assignatorum minimos inuenire.

CORRELARIVM

Vnde manifestum est, maximum numerum duos communiter numerantem, secundum minimos illius proportionis eos numerare.

CAMPANVS Sint a & b numeri propositi, secundum quorum proportionem uolumus inuenire minimos, si ergo fuerint contra se primi, sunt quales inquirimus: per 23 si autem compositi: sumatur (ut docet secunda) maximus eos communiter numerans qui sit c, numeretque eos secundum d & e, eruntque in eadē proportiōe per 15 quos dico esse quales quærimus. Sin autem, sint f & g, qui per 21 numerabunt a & b æqualiter, sit igitur ut secundum h eritque per secundam partem 20 c ad h, sicut f ad d, uel sicut g ad e quare c est minor h, itaque cum h numeret a & b non fuit c maxima eos numerans, sed erat positum quod sic ergo contra hypothesin.

a .... b ....
c ..
d ... e ....
f .. g ...
h .....

CAMPANI additio.

Numeros secundum continuitatem proportionum numerorum assignatorum minimos reperire.

CORRELARIVM

Vnde etiam manifestum est maximum numerum quotlibet communiter numerantem, secundum minimos proportionum eorum eos numerare.

Vt si sint a b c secundū quorū proportiones uolumus minimos inuenire: siue fuerint in eadē proportione siue in diuersis, si nullus numerus nūerat eos omnes, ipsi sunt quos quærimus, per 23, hoc enim ibi demonstratum est. Si autē unus numerat omnes, sumatur ut docet tertia maximus eos cōmuniter numerans qui sit d, numeretque eos secundū e f g, qui erunt in eadem proportione per 15 dico eos esse quos quærimus, alioqui sint h κ l, qui per 21 numerabunt a b c, æqualiter. sit ut secundum m, eritque per secundam partē 20 d ad m, ut h ad e, uel κ ad f, uel l ad g. Minor est igitur d quàm m. quare cum m numeret a b c, non fuit d maximus eos numerans. quare sequitur impossibile: fuit enim d. maximus numerans a b c.

a ...... b .... c ....
d ..
e ... f .... g ......
h .. κ ... l ....

Eucli. ex Zamb. Problema 9 Propositio 35

35 Numeris datis quotcunque, inuenire minimos easdem rationes habentium eis.

THEON ex Zamberto. Sint dati quotcunque numeri α β γ. Oportet iam inuenire minimos eãdẽ rationem habentium eisdem α β γ. Ipsi enim α β γ, aut primi adinuicem sunt aut non. Siquidẽ ipsi α β γ, primi sunt adinuicem, minimi sunt eandem rationem habentiũ eis (per 23 septimi) Si autẽ non sumatur (per 3 septimi ipsorum α β γ, maxima communis dimensio δ, & quoties δ, unumquenque ipsorum α β γ. metitur: tot unitates sint in unoquoque ipsorum ε ζ η, & unaquisque igitur ipsorum ε ζ η, unumquenque ipsorum α β γ, metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Igitur ipsi ε ζ η, ipsos α β γ: æque metiuntur. Igitur (per 15 septimi.) ipsi ε ζ η, ipsis α β γ, in eadem sunt ratiõe. Dico iam quod & minimi. Si enim ipsi ε ζ η, non sunt minimi eandem rationem habentium eisdem α β γ: erunt aliqui numeri ipsis ε ζ η, minores in eadem ratione existentes ipsis α β γ. Sint θ κ λ, æque igitur θ metitur ipsum α. & uterque ipsorũ κ λ, utrũque ipsorum β γ. Quoties autem θ ipsum α metitur, tot unitates sint in ipso & μ, uterque igitur (per 21 septimi) ipsorum κ λ, utrunque ipsorum β γ, metitur per eas quæ in μ sunt unitates, Et quoniam θ ipsum α metitur per eas quæ in μ, sunt unitates, & μ igitur ipsum α metitur per eas quæ in θ sunt unitates. Id propterea μ utrũque ipsorũ β γ. metitur per eas quæ in utrũque ipsorũ κ λ, sunt unitates. Igitur μ, ipsos α β γ, metitur. Et quoniam θ ipsum α metitur per eas quæ in μ sunt unitates, igitur θ ipsum μ multiplicans, ipsum α fecit. Id propterea & ε, ipsum δ multiplicans, ipsum effecit α. Aequalis igitur est qui ex ε μ, (per 16 septimi.) Est igitur (per 19 septimi,) sicut ε ad θ, sic est μ, ad δ, maior autem est ε, ipso θ, maior igitur est & μ ipso δ, & metitur ipsos α β γ, quod est impossibile. Supponitur namque δ ipsorum α β γ, maxima communis dimensio. Igitur non erunt aliqui numeri, minores ipsis ε ζ η, in eadem existentes ratione ipsis α β γ. Igitur ε ζ η, minimi sunt eandem rationem habentiũ ipsis α β γ, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 QVilibet duo numeri minimos numeros suæ proportionis maior minorem & minor maiorem multiplicantes, minimum ab ipsis numeratum producunt.

CORRELARIVM

Vnde manifestum est minimum quem duo numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, minimique in eorum proportiõe c & d. eritque per primam partem 20, ut ex a in d, & b in c fiat idem numerus qui sit e. quem dico esse minimum numeratum ab a & b, alter enim, sit f, quem numerent a & b secundum g & h, eritque per secundam partem 20, h ad g sicut a ad b, & sicut c ad d, & per 18 erit c ad h, sicut e ad f, cum itaque per 21 c numeret h, e numerabit f, maior minorẽ, quia ergo hoc est impossibile constat uerum esse quod dicitur.

Eucl ex Camp. Propositio 36

36 PRopositis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire.

CORRELARIVM

Manifestum etiam ex hoc est, minimũ numerum quẽ quotlibet numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint propositi numeri a, b, c, d. Volo inuenire minimum numerum numeratum ab eis. Inuenio itaque primo minimum numeratum ab a & b, quod si a numerat b non erit alius quã b, si autem non numerat eum nec econuerso, si ipsi sunt contra se primi ex uno in alterũ prouenit, erit minimus per 23, & præmissam Quod si sunt communicantes: sumantur minimi eorũ proportione, ut docet 34 & maiore in minorem eorũ multiplicato, proueniet e, qui erit minimus numeratus ab eis per præmissam. Simili quoque modo inueniatur minimus numeratus ab e & c, qui sit f, eritque f, minimus numeratus ab a b c, sed & minimus quem numerant f & d, sit g, eritque g minimus quem nnmerant numeri propositi, quod enim omnes ipsum numerent

merent.patet per conceptionem,sed si non est minimus, ponatur ergo h, quem quia numerãt a & b . numerabit etiã ipsum,e per correlarium præmissæ.per idem quoque correlariũ.numerabit ipsum f,sed & g,maior itaq; numerat minorẽ.qđ est impossibile CAMPANI *additio*. Hæc & præmissa proponũtur in alia ioco sub tribus conclusionibus, quarũ prima æquiualet præmissæ.secũda componitur ex correlarijs ambobus, tertia proponit de tribus:quod hæc de quotlibet numeris. Est itaque prima.

Zamb. 35

Datis duobus numeris, minimum ab eis numeratum inuenire.

Dati numeri sint a & b,quorũ minor si numerat maiorem,est maior quem quærimus,alio qui maior eorũ numeraret minorẽ se. Si aũt neuter neutrũ numeret,si ipsi sunt cõtra se primi,erit qui ex a in b prouenit(qui sit c)minimus omniũ quẽ numerãt a & b. Nã si minorẽ eo numerauerint,esto d,quẽ nũerent secundũ e & f,eritq; per secũdã partẽ 20 a ad b,sicut f ad e,& quia a & b sunt suæ proportionis minimi per 23,numerabit a f,per 21,& quia per 18 est c ad d sicut a ad f,nã ex b in a & f fiũt c & d,sequitur c numerare d.sed erat d minor c,quare impossibile. Si autẽ a & b sint cõmunicantes,negociare propositũ ut in 35.

a . . . b . . . .
c . . . .
d . . . .
e . . f . . . . .

Secunda trium conclusionũ ex ambobus correlarijs est confecta.

Zamb. 37

Si plures numeri numerum unum numerent, necesse est ut minimus quem numerant eundem numerum numeret.

Vt si sit quilibet numerus quẽ nũerat a & b,d:minimusq; ab eisdẽ numeratus c, erit ut c. numeret d.cum enim sit d maior c,si c non numerat ipsum:numerabit tamen aliquid eius,sitque plurimum quod numerat e,& residuũ sit f,eritq; f minus c,quia igitur a & b numerãt c:numerabũt per cõmunem scientiã & e sed numerabunt d,itaque per aliam cõmunẽ sciẽtiã numerabũtur f, inconueniens ergo sequitur quod c non fuit minimus quẽ numerãt a & b Idẽ quod cõuinces & eodẽ modo de quolibet nũerato a quotlibet pluribus,scilicet quod minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eundem numeret. Vltima trium conclusionum.

a . . b . . .
d
e . . . . f . .
c . . . . . .

Zamb. 38

Propositis tribus numeris, minimum numerorum ab eis numeratorũ inuenire.

Tres numeri propositi sint a, b, c,minimusq; quem numerant a, & b,sit d,qui sumetur ut prima trium conclusionum docet. Si igitur c numerat d,scito d esse quem quærimus. Si enim a,b, c,minorem eo numerant,sit e,quem per præmissam conclusionem numerabit d,quod est impossibile. Si autem c non numerat d.sumatur e minimus numeratus ab eis. Quod autẽ e numeretur ab a, b, c,patet,quia c numerat ipsum, & d similiter,ergo & a, b:qui numerant d,quare e numerabitur ab a, b.c Eritq; e minimus quẽ numerant a,b, c. Sin autem,sit f,quem per præmissam conclusionem numerabit d,sed c numerat f,quia a, b, c,numerantũ e,quare c, d numerabunt eum,quare c,d, numerabunt eum:quare per præmissam e numerabit eum,maior minorem,quod esse non potest Idem inuenies & eodem modo:quotlibet propositis.

a . . . b . . . . c . . . .
d . . . .
e . . . .

a . . . b . . . . c . . . .
d . . . .
e . . . .
f . . . .

Duæ præcedentes ex Campano propositiones, 35 scilicet & 36, tribus ex Zamberto sequentibus Euclidis propositionibus sic respondeot, ut correlarium 35 ex Campano, 37 ex Zamberto respondeat. 36 autem ex Campano, sit ad 36 & 38 ex Zamberto propositiones uniuersales.

Eucli.ex Zamb. Problema 4 Propositio 36

36

Duobus numeris datis, inuenire quem minimum metiũtur numerum.

THEON ex Zãb. *Sint dati bini numeri α β, oportet iam inuenire quem minimũ numerũ metiuntur. ipsi α β certe aut primi sunt adinuicem,aut nõ. Sint prius α,β,primi adinuicẽ & α,ipsum β,multiplicans,efficiat ipsum γ, & igitur ipsum α multiplicans,ipsum effecit γ,(per 16 septimi. igitur ipsi α,β,ipsum γ metiuntur. Dico iam quod & minimum. Si autem non,ipsi numeri α β,metiuntur aliquem numerum minorem existentem γ,metiantur,& esto δ, &*

 quoties

quoties α, ipsum δ, metitur, tot unitates sint in ε, quoties autẽ β, ipsum γ, metitur, tot unitates sint in ζ. Igitur α, ipsum ε, multiplicans, effecit ipsum δ, & β, multiplicans ipsum γ, effecit ipsum δ, æqualis igitur est qui ex α ε, ei qui ex β ζ, est igitur (per 15 septimi,) sicut α ad β, sic est ζ, ad ε, ipsi autẽ α β, sunt primi, primi autẽ (per 23 septimi,) & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorẽ, & minor minorem. Igitur (per 21 septimi) β, metitur ipsum ε, sequẽs uidelicet sequentẽ. Et quoniã α, ipsos β, ε, multiplicãs ipsos γ, δ, fecit, est igitur (per 17 septimi,) sicut β, ad ε, sic γ ad δ. At β, ipsum ε metitur, metitur ergo & γ, ipsum δ, maior minorẽ, quod est impoßibile. Igitur ipsi α, β, non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso γ, quando ipsi α, β, primi adinuicem fuerint. Igitur γ, minimus est qui sub ipsorum α, β, dimensionem cadit. Non sint primi ipsi α, β, adinuicem, & sumantur (per 35 septimi, minimi numeri eandem rationem habentium ipsis α, β, sintq; ζ, ε, æqualis igitur est qui ex α, ε, ei qui ex β, ζ, (per decimamnonam septimi,) & α, ipsum ε multiplicans: efficiat ipsum γ, & β, igitur ipsum ζ multiplicãs effecit ipsum β. Igitur α, β, ipsum γ, metiuntur. Dico iam quod & minimum, si non: metiuntur ipsi numeri α, β, aliquẽ numerum minorem existentem ipso γ, metiantur, & esto δ, & quoties quidem α, ipsum δ, metitur: tot unitates sint in η. Quoties autem β, ipsum δ, metitur: tot unitates sint in θ, κ, igitur κ multiplicans: effecit ipsum δ, ipse β, uero ipsum θ, multiplicans, effecit ipsum δ, æqualis igitur est qui ex α, κ, ei qui ex β, θ. Est igitur (per decimãnonã septimi,) sicut α, ad β, sic est θ, ad κ. Sicut autem α, ad β, sic ζ ad ε, & (per undecimam quinti,) igitur sicut ζ, ad ε, sic θ ad κ, ipsi autem ζ, ε: minimi uero eandem rationem habentes æque metiũtur: maior maiorem, & minor minorem, (per 21 septimi.) Igitur ε, ipsum κ, metitur, & quoniam α, ipsos ε, κ, multiplicans, ipsos fecit γ δ, est igitur, (per 17 septimi,) sicut ε ad κ, sic est γ, ad δ. At ε, ipsum κ metitur, & γ, igitur ipsum δ, metitur, maior minorem, quod est impoßibile. Ipsi igitur α, β, non metientur aliquem numerum minorem existẽtem ipso γ, Igitur γ, minimus existens: sub ipsorum α, β, dimensionem cadit, quod oportuit facere.

α . . . β . . . .
γ . . . .
γ . . . .
ε . . . .
ζ . . . . .
ζ . . α . . . .
ε . . . β . . . . . .
γ . . . .
δ . . . .
θ . .
κ . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 37

37 **Si bini numeri numerum aliquem mẽsi fuerint, & minimus qui sub eorum dimensionem cadit, eundem metietur.**

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, numerum aliquem γ δ metiantur, minimus uero sit ε. Dico quod ε quoque ipsum γ δ, metitur. Si autem ε, ipsum γ δ, non metitur, ipsum δ ζ, metiens ipse ε, relinquat seipso minorem hoc est γ ζ, & quoniam ipsi α β, ipsum ε metiuntur, at ε, ipsum δ ζ, & ipsi α, β, igitur ipsum δ ζ, metientur, metiuntur autẽ & totum δ, & reliquũ igitur γ ζ, metientur minorem existentem ipso γ: quod est impoßibile. Haud igitur non metitur ε, ipsum γ δ, metitur ergo quod erat demonstrandum.

α . .
β . . .
ε . . . . . .
β ζ . . . ζ . . . .

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 38

38 **Tribus numeris datis, inuenire quem minimum numerũ metiuntur.**

THEON ex Zamberto. Sint dati numeri α, β, γ, oportet iam inuenire, quem minimum numerum metiuntur. Suscipiatur enim (per 36 septimi) minimus numerus δ, qui sub ipsorum α, β, dimensionem cadat. Iam γ, ipsum δ, aut metitur, aut non metitur. metiatur prius, metiuntur autem & ipsi α, β, ipsum γ. Igitur ipsi α, β, γ, ipsum δ, metiuntur, Dico quod & minimum. Si autem non: ipsi α, β, γ, numeri metientur numerum minorem ipso δ, metiantur ε. Quoniam ipsi α, β, γ, ipsum ε, metiuntur, igitur & α, β, ipsum ε metiuntur, & minimus igitur quem ipsi α, β, metiuntur, metietur ipsum ε, per 37 septimi. At minimus quem ipsi α β, metiuntur, est δ. Igitur δ, ipsum ε metietur, maior minorẽ, quod est impoßibile. Ipsi α, β, γ, igitur, non metientur numerum aliquem minorem existẽtem ipso δ, Igitur ipsi α, β, γ, minimum δ, metiuntur. Non metiatur rursus γ, ipsum δ, & suscipiatur (per 36 septimi) minimus numerus ε, quem metiantur ipsi γ δ. Quoniam α, β, ipsum δ, metiuntur, at δ, ipsum ε, metitur, & α, β, ipsum ε, igitur metiuntur, metitur autem & γ, ipsum ε, igitur ipsi α, β, γ, ipsum ε metiuntur. Dico quod & minimum, si autem non ipsi α, β, γ, metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso ε, metiantur ζ, Quoniam ipsi α, β, γ, ipsum ζ, metiuntur, & ipsi α, β, igitur ipsum ζ, metiuntur, & minimus igitur quem α, β, metiuntur, ipsum ζ, metietur (per 37 septimi,) minimus autẽ quẽ ipsi α, β, metiũtur, est δ, igitur δ, ipsum ζ, metitur, metitur aũt & γ, ipsum ζ igitur ipsi δ, γ, ipsum ζ, metiuntur, quare (per eandẽ) & minimus quẽ ipsi γ, δ, metiũtur, ipsum ζ, metietur. At minimus quem ipsi γ, δ, metiũtur: est ε. Igitur ε ipsum ζ metitur maior minorem, quod est impoßibile. Ipsi α, β, γ, igitur non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso ε. Igitur ε minimus est: quem ipsi α, β, γ, metiuntur, quod oportebat facere.

α . . .
β . . . .
γ . . . . . .
δ . . . .
ε . . . .
α . . .
β . . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 **SI numerus aliquis alium numerum numeret, erit in numerato pars à numerante denominata.**

CAM-

CANPANVS Huius sensus est, quod omnis numerus numeratus a ternario: habet tertiam, & numeratus a quinario: habet quintam sicque de cæteris ut si b numeret a, erit in a pars denominata a b, nũeret enim ipsum. quoties unitas in c, eritque per 16 ut c quoque toties numeret a, quoties unitas in b, quare tota pars est c, a: quota unitas b, & quia unitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem scientiam: erit c pars a, denominata a b, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34 Propositio 39

39 **Si numerum aliquis numerus metiatur, mensus cognominatam partẽ habebit metienti.**

THEON ex Zamb. Numerum enim α, numerus aliquis β, metiatur. Dico quod α, cognominatam partem habet ipsi β. Quoties enim β, ipsum α metitur, tot unitates sint in γ. Quoniam β, ipsum α, metitur per eas quæ in γ, sunt unitates, metitur autem & δ, unitas ipsum γ, per eas quæ in eo sunt unitates, æque igitur (per 15 septimi,) δ, unitas ipsum γ, numerum metitur, & β, ipsum α. Vicissim igitur (per eandẽ,) æque δ unitas ipsum β metitur numerũ, γ, ipsum α. Qualitas igitur pars est δ, unitas ipsius β, nũeri talis pars est & γ, ipsius α. At δ, unitas pars est ipsius β ei cognominata, & γ, igitur ipsius α, pars est cognominata ipsi β. Quare α, partem habet γ cognominatam ipsi β, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 38

38 **SI numerus aliquis partem quantamcunque habeat, numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.**

CAMPANVS Hæc est cõuersa præmissæ: cuius est intẽtio, quod omnis numerus habens tertiam, numeratur a ternario, & habens quintam, à quinario, sicque de cæteris, ut si b sit pars a denominata a c, sequitur ut c nũeret a, quia enim b est pars a denominata a c, sed & unitas est pars c denominata ab ipso c per conceptionem, sequitur ut quoties unitas numerat c, toties b numeret a, itaque per 16 quoties unitas b, toties c, numerat a, quare constat propositum. Aliter idem. Cum sit b pars a, sit tota unitas c, eritque per hanc communem scientiam, unitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam c, denominans b in a: & quia est b in a quoties unitas in c, euidenter sequitur propositum per 16.

Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 40

40 **Si numerus partem habuerit quamlibet, eum numerus cognominatus parti, metietur.**

THEON ex Zamb. Numerus inquam α, partem habeat quamlibet β, & ipsi β, parti cognominatus sit numerus γ. Dico quod γ, ipsum α, metitur. Quoniam enim β, ipsius α, pars est cognominata ipsi γ, est autem & δ unitas ipsius γ, pars cognominata ei: qualis igitur pars est δ, unitas ipsius γ, numeri: talis pars est & β ipsius α, æque igitur δ unitas ipsum γ numerum metitur: & β, ipsum α. Vicissim igitur (per 15 septimi,) æque δ, unitas ipsum β numerum metitur: & γ ipsum α, & γ igitur ipsum α metitur quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 **NVmerum minimum, propositarum denominationum habentem partes inuenire.**

CORRELARIVM

Ex quo manifestũ est, quod minimus numerus numeratus à quotlibet, est minimus habens partes denominatas ipsis.

CAMPANVS. Sint a, b, c, d denominantes partes propositas, & e minimus numeratus ab eis sumptus secundum 36. ipsum e dico esse quem quærimus Sint enim secundũ quos numerant ipsum f, g, h, k: eritque per 16 & hãc cõmunem scientiam, unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta. ut uiceuersa f, g, h, k, numerent e secundum a, b, c, d, quare sunt partes eius ab illis dictæ: est igitur e habens partes propositarum denominationum. Minimus etiã, quoniam si alter fuerit ut l, sint partes l dictæ ab eis m, n, p, q: eruntque

per 15 & prædictam communem scientiam a,b,c,d, uiceuersa partes l dictæ ab m,n,p,q, quare non erat e minimus quem numerāt a,b,c,d, quod est inconueniens.

CAMPANI *annotatio.* Habito minimo, si cura est habere secundum, aut quotūcunque libet, si secūdum quidem sum, e duplū minimi, si tertiū, triplū, & ad hunc modū in alijs. Cum enim omnis multiplex ipsius e numeretur ab a,b,c,d, per hanc communē scientiā omnis numerus numerans alium, numerat omnem numeratū ab illo: necesse est per 37 ut omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a,b,c,d, si itaque duplus e, nō fuerit secundus habens partes propositarū denominationū, erit alius, quē sicut sequitur esse maiorem e, sic sequitur esse minorem duplo, & quia illum numerant a,b,c,d, per 35 sequitur per correlarium 36 quod e numeret eūdem, quod est impossibile, cum enim numeret se: numeraret per hanc cōmunē scientiam, omnis numerus numerans totū & detractū: numerat residuum, differentiam illius ad se, quæ cum sit minor eo, maior numerus numeraret minorem, quod esse non potest. Sequitur itaque duplum e, esse secundum numerū habentem propositarum denominationum partes. Similiter quoque argues triplum e esse tertium, probato duplo esse secūdum, alioqui quia esset triplo minor & duplo maior: sequeretur e numerare aliquem inter ipsius duplum & triplum, quod ut prius patet, est impossibile: probato autem triplo esse tertium: ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum, & sic in cæteris.

l . . . .
m . . . .
n . . . .
p . . . . .
q . . .

CAMPANI *additiones.*

Minimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue, reperire.

Vt minimum numerum habentem secundam quæ secunda habeat tertiam, quæ etiam tertia habeat quartam, aut qualitercunque contingat eas ab eisdem uel diuersis denominari. Multiplicare oportet denominatorem primæ partis in denominatorem secundæ, & ex eis productum in denominatorem tertiæ, productumque quoque in denominatorem. sicque de cæteris usque ad ultimam, a prima, uel usque ad primam ab ultima, & qui prouenerit: erit qui inquiritur, ut proposito 60 uel 15. Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. Sint numeri partes propositas denominantes a,b,c, uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partē denominatam ab a, ita quod illa pars habeat partem denominatā a b, sed & hæc aliā dictam a c. Ducatur itaque c in b, & proueniat e, & e in a, & proueniat f, eū dico esse quem quærimus. Cum enim f proueniat ex a in e, erit e pars f dicta ab a, sed & propter hoc erit c pars e dicta a b, & quia unitas est pars c dicta ab ipso c, patet f habere partes ut proponitur. Si ergo f non fuerit minimus: sit g, sitque h pars eius dicta ab a & k pars h dicta a b, l quoque pars k dicta a c, eritque per 15, f ad g, ut e ad h & e ad h, ut c ad k, itemque c ad k, ut unitas ad l, quare permutatim f ad e, ut g ad h, & e ad c, ut h ad k, & c ad unitatē ut k ad l, ergo per 15, erit in proportione æqualitatis f ad unitatē, ut g ad l, ergo permutatim erit f ad g ut unitas ad l, quare cū g sit minor f, erit l minor unitate, sequitur igitur impossibile: partē numeri, minorē esse unitate: erit itaque f minimus, habēs partes ut proponitur. Quo inuento si cura fuerit habere secūdum aut quotūcūque libet, per minimi multiplices (ut prius dictum est) sumendi erunt. hoc autem 39 proponitur in alio secundum hunc modum.

f . . . .
e . . . .
c . . . .   b . . .   a . .
unitas
.
g . . . .
h . . . .
k . . . . .
l . .

Propositis partibus quotiscunque libet, minimum numerum eas continentium inuenire.

Vt si partes propositæ sint a,b,c, sintque eas denominantes d,e,f, & sumatur minimus quē numerant d,e,f, qui sit g, hūc dico esse quem quærimus, erunt enim in eo propositæ partes per 37, qui si nō fuerit minimus eas continens: sit ergo h, quem numerabunt d,e,f, per 35 igitur non erit g minimus numeratus ab eis, quod est inconueniens, quia minimus erat:

a *tertia* d . . .
b *quinta* e . . . . .
c *sexta* f . . . . . .
g . . . .
h . . . .

CAMPANI *annotatio.* Intelligo uero partes a,b,c, indeterminate poni, non sub quantitate certa, aliter enim non esset necessarium ut minimus numerus quem numerant d, e,f, esset

e,f,esset minimus continens partes propositas,plurimas enim contingit partes reperi re,quas numerus numeratus ab eorum denominatoribus non continet,uerbi gratia Tres numeri qui sunt 15,90,& 72,sunt eiusdem numeri partes,primus quidem tertia, se cũdus uero quarta,& tertius quinta,nec tamẽ minimus quẽ numerant denominato res eorũ qui est 60:partes istas cõtinet Instandũ igitur est(si partes sub certa quãtitate poruantur)primæ consequentiæ huius demõstrationis Non enim sequitur ut arguit per 37 si ternarius hunc numerat,ergo hic numerus positus est eius tertia,sed ergo ha bet tertiam,quapropter idem est quod proponitur secundum utrunq; modũ,sed se cundum primum:conuenientius uidetur quod inrẽditur proponi. Attendere autem oportet cum omnis pars habeat quantitatem,quod in eo cõtingit ponere quotlibet & quaslibet partes secundum quantitatem,& inquirere quis minimus eas contineat: & sub quibus denominationibus Minimum autem eas continentem constat esse mini mum numeratum ab eis:secundum quos uero numerat:sunt qui illas in illo denomi nant.Contingit iterum ponere quotlibet & quaslibet denominationes,& inquirere in quo minimo hæ denominationes reperiuntur & secundum quas quantitates. Mini mum quoque constat esse minimum numeratum ab illis,secundum quos uero nume rant.sunt qui quantitates determinãt,utrobique autem idcirco inquiritur minimus. quia infiniti sunt hinc quidem qui has partes continent:inde uero in quibus hæ deno minationes reperiuntur.Contingit rursus ponere quotlibet partes & totidem deno minationes uel quotlibet denominationes & totidem partes,non autem quaslibet cũ quibuslibet:sed certas cum certis. Si enim ponam partes tres,quatuor,quinque & de nominationes earum 6,7,8,& inquiram quis numerus continet has partes sub istis de nominationibus:similis ero inquisitori uano quærenti impossibile. Certas igitur con uenit ponere partes cum denominationibus certis & nõ ut cõtingit,& inquirere quis numerus positas partes sub positis denominationibus continet,non autem quos mi nimus,unicus enim est,nam siue proposita fuerit una pars & una denominatio , siue plures & plures,non erit sumere plures numeros quod propositum erit cõtinentes. Solus enim est cuius ternarius est quinta:non plures. Solus quoque cuius ternarius octaua,& senarius quarta:nõ plures. Ideoq; proponẽtem partes & denominationes ipsarum in toto, non est quærere quis minimus continet has partes sub istis denomi nationibus:sed quis unus continet.proponentem autem partes tantũ,cõtingit quæ rere quis minimas continet & à quibus in eo denominantur:solas quoque proponẽ tem denominationes,cõuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo re periuntur Conuenientius autem uidetur partes per denominationes,inquirere, quã denominationes per partes,diuersitatem quidem denominationum nõ partium:co mitatur proportionum diuersitas.

Eucli.ex Zamb. Problema 6 propositio 41

41 Numerum inuenire, qui minimus existens habeat datas partes.

THEON ex Zamb. *Sint datæ partes α,β,γ,oportet iam numerum inuenire, qui minimus existens habeat ipsas α,β,γ,partes. Sint (per 39 septimi,) ipsæ α,β,γ,partes cognominatæ numeris δ,ε,ζ,& sumatur,(per 38 septimi η,minimus numerus, quem δ,ε,ζ,metiuntur. Quoniam igitur ipsi δ,ε,ζ,metiuntur η,cognominatam partem habet η,ipsis δ,ε,ζ,(per 39 septimi. Ipsis autẽ δ,ε,ζ,cognominatæ partes sunt α,β,γ. Igitur η,habet partes α,β,γ,Dico quod & minimus existens Si autẽ η,non existat minimus habens ipsas α,β,γ,partes:erit aliquis numerus minor ipso η,qui habebit ipsas partes α,β,γ, Sit (per 40 septimi,) θ,quoniam θ,habet ipsas partes α,β,γ,igitur numeri cognominati partibus α,β,γ, metientur ipsum θ,partibus autem α β γ,numeri δ,ε,ζ,cognominatæ sunt. Igitur ipsi δ,ε,ζ, ipsum θ metientur, qui minor est ipso η. Quod est impossibile. Non erit igitur aliquis numerus minor ipso η:qui habeat ipsas α,β,γ,partes:quod oportebat demonstrare.*

a secunda d . .
b tertia e . . .
c quarta f . . . .
g . . . .
h . . . .

SEPTIMI LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER OCTAVVS.

Ex Campano. Diffinitiones

Latera numerorum dicuntur, quorum multiplicatione numeri producuntur. 2 Superficialis appellatur numerus, qui sub duobus lateribus continetur. 3 Solidus uero, qui sub tribus, ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 4 Quadratus, est numerus superficialis æqualibus lateribus consistens. 5 Cubus, est solidus æqualibus consistens lateribus. 6 Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi, quorũ latera sunt proportionalia.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 SI numerorum quotlibet continuæ proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi, eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint continue proportionales a, b, c, duoque extremi qui sunt a, c, sint contra se primi, dico quod in eadem proportione, non reperientur totidem minores. Si autem contingit: sint d, e, f, eritque per 15 septimi, a ad c, sicut d ad f, & quia a & c sunt minimi in sua proportione per 23 eiusdem, sequitur per 21 ut a numeret d, & c, f, maiores scilicet minores, quod esse non potest.

a . . . . b . . . . . . c . . . .

d . . . e . . . . . f . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 SI fuerint quotcunque numeri continue proportionales extremi uero ipsorũ primi adinuicem fuerint, minimi sunt eãdem rationem habentium eis.

THEON ex Zamberto. Sint quotcunque numeri continue proportionales α, β, γ, δ, extremi autem ipsorum hoc est α, δ, primi sint adinuicem. Dico quod ipsi α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: sint minores ipsis α, β, γ, δ, ipsi ε, ζ, η, θ, in eadem ratione existentes eis. Et quoniam ipsi α, β, γ, δ, in eadem sunt ratione ipsis ε, ζ, η, θ, & æqualis est multitudo ipsorum ε, ζ, η, θ, ac α, δ, multitudini ipsorum α, β, γ, δ, ex æque igitur est sicut α ad δ, sic ε, ad θ, primi sunt adinuicem, primi uero, & minimi (per 14 septimi,) minimi autem numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequẽtem (per 21 septimi.) Metitur igitur α, ipsum ε, maior minorem, quod est impossibile. Igitur ipsi ε, ζ, η, θ, minores existentes ipsis α, β, γ, δ, in eadem non sunt ratione ipsis. Igitur α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis quod oportebat demonstrare.

α . . . .

β . . . .

γ . . . .

δ . . . .

ε . . . . . .

ζ . . . .

η . . . .

θ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 NVmeros quotlibet continuæ proportionalitatis, secundum proportionem datam minimos, inuenire,

CORRELARIVM

Vnde manifestum erit, quod si fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis secundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati, quod si fuerint quatuor, erunt extremi cubi.

CAMPANVS Sint datæ proportionis minimi, a & b ducaturque a in se, & fiat c, & in b, & fiat d, b, quoque in se, & proueniat e, eruntque c, d, e, continue proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 septimi. Et quia c & e sunt contra se primi per 25 eiusdem: erunt c, d, e, secundum datam proportionem minimi per præmissam. Ducatur iterum a in omnes illos, & proueniant f, g, h, & b in e, & proueniat k, & erunt etiam f, g, h, k, continue proportionales in proportione a, ad b, per 18 & 19 septimi: minimi quoque per 25 eiusdem & præmissam. Hac uia & ratione inuenientur quinque, uel sex, uel quotlibet.

a ..
b ...
c ....
d ......
e ....
f ....
g ....
h ....
k ....

Eucli ex Zamb. Problema 1 Propositio 2

2 Numeros inuenire continue proportionales minimos, quotcunque imperauerit quispiam, in data ratione.

THEON ex Zamberto. Sit data ratio in minimis numeris, ipsius α ad β, oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos quotcunque imperauerit quispiam in ipsius α ad β, ratione. Imperentur iam quatuor, & α, seipsum multiplicans, efficiat γ, ipsum uero β, multiplicans, efficiat ipsum δ: & insuper β, seipsum multiplicans, ipsum efficiat ε. Et insuper α, ipsos γ, δ, ε, multiplicans, ipsos ζ, η, θ, faciat, at β, ipsum ε, multiplicans efficiat ipsum κ. Et quoniam α, seipsum multiplicans ipsum effecit γ, ipsum autem β, multiplicans fecit ipsum δ, numerus iam α, binos numeros α, β, multiplicans effecit γ, δ. Est igitur (per decimamseptimam septimi,) sicut α, ad β, sic est γ, ad δ. Rursus quoniam α, ipsum β, multiplicans ipsum δ, fecit, at β, seipsum multiplicans ipsum fecit ε, uterque igitur ipsorum α, β, ipsum β, multiplicans effecit utrunque ipsorum δ, ε. Est igitur (per 18 septimi,) sicut α, ad β, sic est δ ad ε. Sed sicut α, ad β, sic est γ, ad δ, & sicut igitur (per undecimam quinti,) γ, ad δ, sic est δ, ad ε. Et quoniam α, ipsos γ, δ, multiplicans ipsos ζ, η, fecit, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ, ad δ, sic est ζ, ad η. Sicut autem γ, ad δ, sic erat α, ad β, & sicut igitur (per undecimam quinti,) α, ad β, sic est ζ, ad η. Rursus quoniam α, ipsos δ, ε, multiplicans, ipsos effecit η, θ, est igitur (per eandem 17,) sicut δ ad ε, sic est η ad θ, sed sicut δ ad ε, sic est α, ad β, & sicut igitur (per undecimam quinti) α, ad β, sic η, ad θ. & quoniam ipsi α, β, ipsum ε, multiplicantes ipsos effecerunt θ, κ: est igitur (per 18 septimi,) sicut α ad β, sic θ, ad κ, patet autem quod & sicut α ad β, sic ζ, ad η, & η ad θ, & sicut igitur (per undecimam quinti,) ζ ad η, & η ad θ, sic est θ ad κ. Igitur ipsi γ, δ, ε, & ζ, η, θ, κ, proportionales sunt in ipsius α ad β ratione. Dico quod & minimi quoniam enim ipsi α, β, minimi sunt eandem rationem habentium eis, minimi autem eandem rationem habentium primi sunt adinuicem (per 21 septimi,) ipsi α, β, igitur primi sunt adinuicem, & uterque ipsorum α, β, seipsum multiplicans, utrunque ipsorum γ, ε, fecit: utrunque autem ipsorum γ, ε, multiplicans: utrunque ipsorum ζ, κ, fecit. Igitur (per uigesimamnonam septimi,) ipsi γ, ε, & ζ, κ, primi sunt adinuicem. Si autem fuerint quotlibet numeri continue proportionales, extremi autem ipsorum primi adinuicem fuerint: minimi sunt eandem rationem habentium eis, (per primam octaui.) ipsi γ, δ, ε, igitur & ζ, η, θ, κ, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis α, β, quod oportuit fecisse.

α ...
β ....
γ ....
δ ....
ε ....
ζ ....
η ....
θ ....
κ ....

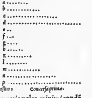
PORISMA siue correlarium. Proinde manifestum est, quod si tres numeri continue proportionales minimi fuerint eandem rationem habentium eis: extremi eorum quadrati sunt, si autem quatuor, cubi.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 SI numeri quotlibet continue proportionales secundum suam propor

proportionem fuerint minimi, duos eorum extremos cõtra se primos esse necessario comprobatur.

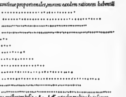
CAMPANVS. Hæc tertia est conuersa primæ. Sint enim a, b, c, d, cõtinue proportionales, & secundum suam proportionem minimi, dico quod a & d extremi, erunt ad inuicem primi, minimi enim in proportione a ad b, sint e & f, eruntque per 24 septimi contra se primi, per hos ergo duos secundum doctrinam præmissæ inueniantur totidem cõtinue proportionales & minimi quot sunt numeri propositi, primo quidem tres qui sunt h k, deinde quatuor: qui sunt l, m, n, p, & ad hunc modum continue per additionem unius, quousque fiant tot quot sunt numeri propositi ut sunt hic l, m, n, p, sequitur ergo l, m, n, p, æquales esse a, b, c, d, eo quod in eadem proportione sunt utrique minimi, & quia l & p sunt contra se primi per 24 septimi, erũt quoque a & d illis æquales, cõtra se primi, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 3 Conuersa primæ.

3 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, minimi eandẽ rationem habentium eis, eorum extremi primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. Sint quotcunque numeri continue proportionales, minimi eandem rationem habentiũ eis, α, β, γ, δ. Dico quod extremi eorum hoc est α, & δ, primi adinuicem sunt. Sumantur enim (per 2 octaui uel 35 septimi,) bini numeri minimi in ipsorũ α, β, γ, δ, ratione: hoc est ε ζ. Tres autem η θ κ, & semper deinceps uno plus, quoad assumpta multitudo æqua sit multitudini ipsorũ α, β, γ, δ. Suscipiantur, sintque λ μ ν ξ. Igitur (per 25 septimi) eorum extremi λ ξ, primi adinuicem sunt. Quoniam enim ε ζ, primi sunt, utерque autem eorum se ipsum multiplicans utrũque ipsorũ η, κ, fecit utrunque autem ipsorũ η, κ, multiplicans utrũque ipsorum λ, ξ, fecit igitur (per 29 septimi,) ipsi η, κ, primi sunt & λ, ξ. Et quoniam ipsi α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis, sunt autẽ & λ, μ, ν, ξ, minimi in eadem ratione existentes ipsis α, β, γ, δ. & æqualis multitudo ipsorum α, β, γ, δ, multitudini ipsorum λ, μ, ν, ξ, unusquisque igitur ipsorũ α, β, γ, δ, unicuique ipsorũ λ, μ, ν, ξ, est æqualis, æqualis igitur est α, ipsi λ, & δ ipsi ξ, & quoniam ipsi λ ξ, primi adinuicem sunt, æqualis autem est λ ipsi α, & ξ, ipsi δ, igitur & ipsi α, δ, primi sunt adinuicem, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris secundum ipsas proportiones continuatim proportionalibus inuenire.

CAMPANVS. Assignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur ut docet 34 septimi. sintque prima inter a & b, secunda inter c & d, tertia, inter e & f, sic quoque de pluribus si fuerint plures, uolo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g minimum quem numerant b & c & quoties b numerat ipsum g, toties a nũeret h, id quoqꝫ toties numeret k, quoties c g. Itaqꝫ si e numerat k, sit ut f numeret l, erũtqꝫ h, g, k, l, quos quærimus. cõstat enĩ per 15 septimi, qꝛ sit h ad g, sicut a ad b, et g ad k, sicut c ad g, at k ad l, sicut



cut e ad f. Minimi quoque, nam si alij sint minimi ut m n p q, oportebit per 21 septimi, bis assumptam ut uterque duorum b & c numeret p, quare & g numerabit eundem per correlarium 35 septimi, quod est inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l, minimi.

At uero si e non numerat k, sit m minimus numeratus ab eis scilicet e & k, quē m quoties numerat k, toties h numerat n, & g toties p, eruntq; per 18 septimi, n p m, in proportione h g k, quare n ad p, ut a ad b, & p ad m, ut c ad d, sed quoties e nūerat m, toties f nūeret q, & erit per eādē m ad q, sicut e ad f. Manifestū igitur q; assignatæ proportiones, cōtinuatæ sunt in quatuor nūeris qui sunt n p m q. Qui si nō fuerint minimi, sint (si possibile est) alij qui sint r. s, t, x, quia itaq; per 21 septimi, bis assumptā uterq; duorum numerorū b & c numerat s, sequitur per correlarium 35 septimi, ut g numeret eundem. quare etiam k numerabit t at quia per 21 septimi, ut e numerat eundem t, non erit m minimus quem numerant k & e. Hac ratione quartam illis & quotlibet alias sine omni offendiculo cōtinuare poteris

a ... b ..
c .... d ...
e ..... f ....
g ....
h ....
k .....
n ....
p ....
m ....
q ....
r ....
s ....
t ....
x ....

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 4

4 Rationibus datis quibuscunque in minimis numeris, numeros inuenire continue proportionales minimos in datis rationibus.

THEON ex Zamb. Sint datæ rationes in minimis numeris, ipsius α ad β, & ipsius γ ad δ, & ipsius ε ad ζ oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Sumatur enim η minimus numerus quem metiuntur β γ. & quoties quidem β, ipsum η, metitur, toties α ipsum θ metiatur. quoties autem γ ipsum η metitur, toties δ, ipsum κ, metiatur. At ε, ipsum κ aut metitur, aut non metitur. Metiatur primum. Et quoties ε ipsum κ metitur, toties & ζ, ipsum λ metiatur. & quoniam α, ipsum θ, æque metitur & β, ipsum η, est igitur (per 17 septimi.) sicut α ad β, sic est θ, ad η. Id propterea & γ, sicut γ ad δ, sic η ad κ. & insuper sicut ε ad ζ sic κ ad λ, igitur ipsi θ η κ λ, continue sunt proportionales, & in ipsius α ad β, & ipsius γ ad δ, & insuper ipsius ε ad ζ, ratione. Dico quod & minimi. Si autē ipsi θ η κ λ, non sunt continue proportionales minimi in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ rationibus: erunt aliqui numeri minores ipsis θ η κ λ, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ rationibus: sint autem ν ξ μ ο. Et quoniam est sicut α ad β, sic ν ad ξ, ipsi autem α β, minimi, minimi autem (per 21 septimi) metiuntur eandem habentes æque, maior maiorem & minor minorem, hoc est antecedens antecedentē, sequens sequentem, igitur β, ipsum ξ metitur, id propterea & γ, ipsum ξ metitur. Igitur γ β, ipsum ξ, metiuntur, & minimus igitur quem ipsi β γ, metiuntur (per 37 septimi) ipsum ξ metietur minimus autem quem ipsi β γ, metiuntur est η. Igitur η ipsum ξ metitur maior minorem quod est impossibile. Non erunt igitur aliqui numeri minores (per 15 septimi.) ipsis θ η κ λ, continue proportionales in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Non metiatur iam ε, ipsum κ. & sumatur (per 36 septimi,) minimus numerus quem metiuntur ipsi ε κ, & sit μ, & quoties quidem κ, ipsum μ, metitur, toties uterque ipsorum η θ utrunq; ipsorum ν ξ metiatur. Quoties autē ε, ipsum μ, metitur, toties & ζ, ipsum ο, metiatur. Et quoniā θ ipsum ν, & η, ipsum ξ, æque metitur, est igitur sicut θ ad η, sic est ν ad ξ. Sicut autem θ ad η, sic est α ad β, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic ξ ad ν. Id propterea etiam sicut γ ad δ, sic est ξ ad μ. Rursus quoniam quoties ε, ipsum μ metitur, toties & ζ, ipsum ο, est igitur sicut ε ad ζ, sic est μ ad ο. Igitur ipsi ν ξ μ ο, continue proportionales sunt in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Dico quod & minimi. Si autem ipsi ν ξ μ ο: nō sunt continue proportionales

α ... β .....
γ .. δ ...
ε .... ζ ....
θ ....
η ....
κ ....
λ ....
ν ....
ξ .....
μ ....
ο ....
ν ....
ξ ....
π ....
ρ ....
σ ....
τ ....

tionales minimi in ipsorum α β γ δ ε ζ rationibus, erunt aliqui numeri ipsis ξ ο μ ν, minores, continue proportionales in ipsorum α β γ δ ε ζ, rationibus. Sint π ρ σ τ. Et quoniã est sicut π ad ρ, sic est α, ad β, ipsi autem α ϛ, minimi, minimi autem (per 21 septimi) metiuntur eadem rationem habentes eis æqualiter antecedens antecedentem & sequens sequentem, igitur β, ipsum ρ metitur. Id propterea etiam γ, ipsum ρ, metitur. Igitur ipsi β, γ, ipsum ρ metiuntur, & minimus igitur per 36 septimi, quem ipsi α γ, metiuntur, ipsum metietur ρ, minimus autẽ quem ipsi β γ, metiuntur, est ν. Igitur ν ipsum ρ metitur, est\[q́;] sicut ν, ad ρ, sic est μ, ad σ. & ν igitur ipsum σ metitur, metitur autem & ε, ipsum σ. Igitur ipsi ε ν, ipsum σ, metiuntur. & minimus quem ipsi ε ν, metiuntur. (per eandem. (metietur ipsum σ. Minimus autẽ quem ipsi ε ν, metiuntur: est μ. Igitur μ, ipsum σ metitur, maior minorem, quod est impossibile. Igitur non erũt aliqui numeri minores ipsis ν ξ, μ ο, continue proportionales in ipsius α ad ϛ, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Igitur ipsi ν ξ μ ο, continue proportionales minimi sunt in ipsorum α ϛ γ δ ε ζ, rationibus, quod oportuit fecisse.

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 Omnium duorum numerorum compositorum proportio unius ad alterum, est ex laterum suorum producta proportionibus.

CAMPANVS. Quod proponit 24 sexti de superficiebus æquidistantium laterum, proponit hæc de numeris cõpositis. Sint duo numeri compositi a b, latera a, sint c & g, latera b, sint e & f. dico itaq; quod proportio a ad b, constat ex ea quæ est c ad e & d ad f. Sit enim ut ex d in e, fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuersionẽ diffinitionis laterum erit per 18 septimi, a ad g, sicut c ad e, & per 19 eiusdem g ad b, sicut d ad f quare per diffinitionem, proportio a ad b, composita est ex ea quæ est c ad e, & ea quæ est d ad f, quod est propositum.

a ....
b ....
c ..
d ......
e ....
f .....
g ....

CAMPANI annotatio. Nec est necessarium ut continuemus proportiones laterum (uidelicet eam quæ est c ad e & eã quæ est d ad f) in minimis numeris repertis, secundum doctrinam præcedentis, ut docẽt quidam, hoc enim est proposito præter necessarium. Arguũt enim posito quod illi minimi sint h k l, ita quod sit h ad k sicut c ad e & k ad l, sicut d ad f, proportionem h ad l esse compositam ex propositorum laterum proportionibus. Sumptõque g fieri ex d in e, arguunt a ad g, ut h ad k, quia ut c ad e, & g ad h ut k ad l, quia ut d ad f, ideoque secũdum æquã proportionalitatem, & a ad b ut h ad l, concludunt igitur a ad b, cõponi ex quibus h & l. uerum quidem sed non necessarium assumpto.

a ....
g ....
b ....
c ..
e ....
d ......
f .....
h ....
k ....
l ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Plani oumeri, adinuicem rationem habent compositam ex lateribus.

THEON ex Zamberto. Sint plani numeri α β, ipsius quidem α, latera sint γ δ, ipsius autem β, sint ε ζ. Dico quod α ad β, rationem habet ex lateribus compositam. Rationibus enim datis quas habent γ ad ε, & δ, ad ζ, suscipiantur (per 4 octaui) numeri continue proportionales minimi in ipsorum γ ε, & δ ζ, rationibus sintq; κ θ λ, ut sit sicut γ ad ε, sic est κ, ad θ, sicutque δ, ad ζ, sic θ, ad λ. Ipsi igitur κ θ λ habent laterum rationes. Sed ipsius κ ad λ ratio cõposita est ex ea quam habet κ ad θ, & ex ea quam habet θ, ad λ, ipsi igitur κ ad λ, rationem habet ex lateribus compositam. Dico igitur quod est sicut α ad β, sic κ ad λ, ipse enim δ ipsum ε multiplicans efficiat ipsum λ. Quoniã δ ipsum γ, multiplicans ipsum fecit α, multiplicans autẽ ipsum ε efficit λ, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad ε, sic est α, ad λ. Sicut autem γ ad ε, sic κ ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti) κ, ad θ, sic α ad λ. Rursus quoniã ε ipsum δ, multiplicans ipsum fecit λ, sed & ipsum ζ, multiplicans ipsum fecit β. est igitur (per 17 septimi) sicut δ ad ζ, sic est λ, ad β. Sed sicut δ ad ζ, sic est θ, ad λ, & sicut igitur (per 11 quinti) θ, ad λ, sic λ, ad β. Patuit autẽ quod sicut κ, ad θ, sic est α ad λ. Aeque igitur est (per 14 septimi) sicut κ ad λ, sic est α, ad β. ipse autẽ κ ad λ, rationẽ habet cõpositam ex lateribus. & α igitur ad β, rationẽ habet compositã ex lateribus, quod oportuit demõstrasse.

α ....
λ ....
β ....
γ ...
δ ......
ε ....
ζ ....
κ ....
θ ....
λ ....

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 **S**I numerorum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret, nullus eorum numerabit ultimum.

CAMPANVS Sint a.b,c,d,e, cõtinue proportionales. dico quod si a nõ numeret b, nullus eorũ numerabit e. Manifestum autẽ est quod si ipsum numeret, omnes numerabunt e. & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequẽtem. Si autem nõ numerat ipsum, patet quod d non numerabit e, nec simpliciter aliquis eorum proxime sequẽtem e, quia sunt positi continue proportionales. Sed quod nullus alius ut c numeret ipsum, sic constat.

a ....
b ....
c ....
d ....
e ....
f ....
g .....
h ....

Sumantur secundum doctrinã 2 huius, totidem minimi continue proportionales in proportione eadem: quot sunt ipse c & omnes sequentes, qui sunt f g.h, eruntq; per 3 huius & f & h, contra se primi, & quia per æquam proportionem c ad e ut f ad h, cum f non numeret h. nec c numerabit e, eodẽ modo nec aliquis aliorũ, quare liquet quod propositum est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 6

6 Si fuerint quotcunque numeri cõtinue proportionales, primus autem secundum non metiatur, & alius nullus nullum metietur.

THEON ex Zamberto. Sint numeri continue proportionales α,β,γ,δ,ε. Ipse autem α, ipsum β, non metiatur. Dico quod & alius nullus, nullum metitur. Quod quidem ipsi α,β,γ,δ,ε, continue adinuicem sese non metiũtur manifestum est: quia neque α, ipsum β metitur, dico iam quod neque alius ullus, ullũ aliũ metietur. Dico quod neque α, ipsum γ metitur. quot enim sunt ipsi α,β,γ, tot sumãtur (per 35 septimi,) minimi numeri eandem rationem habentiũ ipsis α,β,γ, sintque ζ,η,θ. Et quoniam ipsi ζ,η,θ, in eadem ratione sunt ipsis α,β,γ, & est æqualis multitudo ipsorum α,β,γ, multitudini ipsorum ζ,η,θ, ex æquali igitur (per 14 septimi,) est sicut α, ad γ, sic est ζ, ad θ. Et quoniam est sicut α ad β, sic est ζ, ad η, non metitur autem α, ipsum β, igitur neque ζ ipsum η, metitur. Igitur ζ, non est unitas. Si enim ζ, esset unitas, omnem numerum metiretur. Et ζ,θ, (per 3 octaui,) primi sunt adinuicem igitur neque ζ, ipsum θ, metitur. & est sicut ζ, ad θ, sic α, ad γ, neque igitur α, ipsum γ metitur. Similiter quoque ostendemus, quod neque alius ullus ullum metietur, quod oportuit demonstraße.

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 **S**I numerorum continue proportionalium primus ultimum numeret, idem ipse & secundum numerabit.

CAMPANVS Sint qui prius, continue proportionales, dico si a numerat e: ipse nũerabit b. alioqui ex præmissa non numeraret e, quod est contrarium & impossibile. Non solum autem numerabit b: sed & omnes, & quisque eorum. quemlibet ipsum sequentem.

a ..
b ....
c ....
d ....
e ....

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 7

7 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, primus autem extremum metiatur, & secundum quoque metietur.

THEON ex Zamb. Sint quotcunque numeri proportionales α,β,γ,δ, at α, ipsum δ metiatur. Dico quod & α, ipsum β metietur. Si autem non metitur α, ipsum β, neque alius ullus (per 7 octaui) alium ullum metietur, quod (per hypothesim) est impoßibile, supponitur enim α, ipsum δ metiri, metitur autem α, ipsum δ, metitur igitur & α, ipsum β, quod oportuit demonstraße.

α ...
β ......
γ ....
δ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 **S**I inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint, totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere necesse est.

CAMPANVS Sint a & b, inter quos cadunt c & d in cōtinua proportione habētes se in proportione e ad f, dico quod totidem cadunt inter e & f & in eadem proportione, quot inter a & b. Sint enim g, h, k, l, totidem minimi: quot sunt a & b qui inter eos cadunt, sumpti quemadmodum docet 2 huius, continue proportionales in eadem proportione, eruntq; per 3 g & l, cōtra se primi. & per æquā proportionalitatē erit g ad l, sicut a, ad b, ideoq; & sicut e ad f, & quia ipsi sunt in sua proportione minimi per 25 sep. sequitur per 21 eiusdē ut g numeret e, & l, f æqualiter, toties igitur nūeret h, m, & k, n. positisque m & n inter e & f, cōstat per 15 septimi, e, m, n, f esse cōtinue proportiōales queadmodū sunt h, k, l, & ideo queadmodū a, c, d, b, quare patet quod dictū est.

a . .
c . . . .
d . . . .
b . . . .
e . . .
m . . . . . .
n . . . .
f . . . .
g .
h . .
k . . . .
l . . . .

CAMPANI annotatio. Ex hac constat nullam superparticularem posse per æqualia diuidi, si enim hoc esset, oporteret inter duos numeros sola unitate distātes numerū cadere medium quod esse non potest ideoq; tonus in musica quem sesquioctaua continet proportio, in duo uera semitonia diuidi non potest. sed necessario diuiditur in minus semitonium & maius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 8

8 Si inter duos numeros cōtinue proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continue proportionales ceciderint numeri, tot & inter eandē rationem habentes eis continue proportionales cadent.

THEON ex Zamb. *Inter binos enim numeros α, β, continue proportionales cadant numeri γ, δ, F iatq; sicut α, ad β, sic ε, ad ζ. Dico quotquot inter ipsos α, β, cōtinue proportionales numeri cadunt, tot quoq; inter ipsos ε, ζ, cōtinue proportionales cadent. Quot enim sunt multitudine ipsi α, β, γ, δ, tot sumantur (per 35 septimi,) minimi numeri eandem rationem habentium eisdem α, β, γ, δ, sintq; η, θ, κ, λ. Igitur extremi ipsorum hoc est η, λ, primi sunt adinuicem (per 3 octaui. Et quoniā ipsi α, γ, & δ, β, ipsis η, θ, & κ, λ, in eadem sunt ratione, & æqualis est multitudo ipsorū α, γ, & δ, β, multitudini ipsorum η, θ, & κ, λ, ex æquali igitur (per 14 septimi,) est sicut α, ad β, sic est η, ad λ. Sicut autem α, ad β, sic ε, ad ζ, ut igitur η, ad λ, sic est ε, ad ζ. Ipsi autem η, λ, primi sunt. primi autem & minimi. minimi uero numeri. eandem rationem habentes eis æque metiuntur maior maiorem & minor minorē (per 21 septimi,) hoc est antecedens antecedentem & sequens sequentem, æque igitur η, ipsum ε, metitur, & λ, ipsum ζ. Quoties autem η, ipsum ε metitur toties & utrque ipsorum θ, κ, utrunque ipsorum μ, ν, metiatur ipsi*

α . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
η .
θ . . .
κ . . . .
λ . . . .
ε . .
μ . . . .
ν . . . .
ζ . . . .

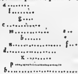
igitur η, θ, κ, λ, ipsos ε, μ, ν, ζ, æque metiuntur. Igitur (per 18 septimi,) ipsi η, θ, κ, λ, ipsis ε, μ, ν, ζ, in eadem sunt ratione. Sed ipsi η, θ, κ, λ, ipsis α, γ, δ, β, in eadem sunt ratione, & ipsi α, γ, δ, β, igitur, ipsis ε, μ, ν, ζ, in eadē sunt ratione. Ipsi autē α, γ, δ, β, continue sunt proportionales, & ipsi ε, μ, ν, ζ, igitur continue proportionales sunt. Quot igitur inter ipsos α, β, continue proportionales numeri ceciderunt, tot & inter ε, ζ, continue proportionales cadunt quod oportuit demonstraße.

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 SI inter duos numeros contra se primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint, inter utrunque eorum & unitatem totidem continua proportionalitate cadere necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, inter quos cadant in continua proportionalitate c & d. Dico quod totidem erunt continue proportionales inter a & unitatem, itemque totidem inter b & unitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, sumpti ut docet 34 septimi, ex quibus sumantur tres continue proportionales & minimi in

in eorum proportiōe prout docet 2 huius, qui sint g,h,k, deinde quatuor, qui sint l,m,n,p, & hoc toties fiat usquequo sic sumpti fiant totidē quot sunt nūeri propositi, ut sunt hic l,m,n,p. Constat itaque (cum sint a,c,d,b, in sua proportione minimi per primam huius, sintq́; l,m,n,p, totidē minimi in eadem, non sit autem possibile esse aliquid minus minimo) quod numeri l,m,n,p, æquales erūt numeris a,c,d,b, quisque suo relatiuo, est igitur l, æqualis a, & p, b. Manifestum autem est ex secunda huius, quod ex f in se fit k, & ex eodē in k, p. per diffinitionē igitur eius quod est multiplicari erit f, in k, k quoq; in p, quoties unitas est in f. itaque unitas, f,k,p, sunt continue proportionales, similiter autem & unitas e,g,l. Sumptis ergo a & b loco l & p sibi æqualium erunt inter a & unitatem g, & e, & inter b & unitatem k & f, continue proportionales totidem, quot sunt inter a & b, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 9

9 **Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & inter eos continue proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continue proportionales ceciderint numeri, tot quoque inter utrunque eorum & unitatem continue proportionales cadunt.**

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri primi adinuicem α,β, & inter eos continue proportionales cadāt γ,δ, & ponatur ι unitas. Dico quotquot inter α,β, continue proportionales ceciderunt numeri, tot quoque inter utrunque ipsorum α,β, & ι, unitatem continue proportionales numeri cadent. Sumantur (per 35 septimi,) bini numeri minimi in ipsorum α,γ,δ,β, ratione existentes, sintque ζ,η, tres autem sintq́; θ,κ,λ, & semper ordinatim uno plus quo ad æqualis fiat multitudo ipsorum multitudini ipsorum α,γ,δ,β, sumantur: sintq́; μ,ν,ξ,ο. Manifestū iam est quod ζ, seipsum multiplicans, fecit ipsum θ, ipsum autem θ, multiplicans, ipsum effecit μ, & η, seipsum multiplicans, ipsum λ, effecit: ipsum autem λ, multiplicans, ipsum ο fecit. Et quoniam ipsi μ,ν,ξ,ο, (per hypothesin) minimi sunt eandem rationem habentium ipsis α,β, sunt autem (per 1 octaui,) & ipsi α,γ,δ,β, minimi eandem rationem habentium ipsis α,β, & æqualis est multitudo ipsorum μ,ν,ξ,ο, multitudini ipsorum α,γ,δ,β, unusquisque igitur ipsorum μ,ν,ξ,ο, unicuiq; ipsorum α,γ,δ,β, est æqualis. Aequalis igitur est μ ipsi α, & ο, ipsi β. Et quoniam ζ seipsum multiplicans, ipsum effecit θ, igitur (per 16 septimi,) ζ, ipsum θ, metitur per eas quæ in ζ, sunt unitates: metitur autem & ι, unitas ipsum ζ, per eas quæ in ipso sunt unitates, pariter igitur (per 15 septimi) ι unitas ipsum ζ, numerum metitur, & ζ, ipsum θ. Est igitur sicut ι, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ ad θ. Rursus quoniam ζ, ipsum θ multiplicans, ipsum effecit μ, igitur θ, ipsum μ, metitur per eas quæ in ζ sunt unitates. Metitur autē ι, unitas ipsum ζ numerum per eas quæ in ipso sunt unitates, æque igitur (per eandem) ι, unitas ipsum ζ, metitur numerum. & θ, ipsum μ. Est igitur sicut ι, unitas ad ζ, numerum sic est θ, ad μ. Ostensum autem est quod & sicut ι, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ, ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti,) ι, unitas ad ζ numerum: sic est ζ, ad θ, & θ ad μ. At μ, ipsi α, est æqualis, est igitur sicut ι unitas ad ζ numerum, sic est ζ, ad θ, & θ, ad α. Id propterea (per 7 & 11 quinti, & sicut ι, unitas ad η, numerum: sic λ ad λ, & μ ad β. Quot igitur inter ipsos α,β, continue proportionales ceciderint numeri, tot & inter utrunque ipsorum α,β, & ipsum ι, unitatem continue proportionales numeri cadunt. Quod erat demonstrandum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 **Si inter utrunque eorum & unitatē quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.**

CAMPANVS Sint duo numeri a & b, sintq́; c & d c d inter a & unitatē e quoque & f inter b & unitatem, continue proportionales. Dico totidem esse inter a & b continue proportionales. Hæc est conuersa prioris, excepto quod ad subiectum

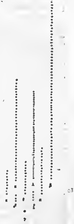
præmissæ, appositum erat a & b esse contra se primos, quod non apponitur hic ad passionem, quapropter universalior est passio huius: subiecto illius. Quia igitur quoties unitas in d, toties est d in c & toties c in a, constat quod ex d in se, fit c, & ex eodem d in c a. Similiter quoque ex f in se & in c, fient e & b. Ducatur itaque d in f, & productus sit g, itemque idem d ducatur in g & e, & sint producti h & k. Constat igitur ex 18 septimi, quod c ad g, ut d ad f, & ex 19 quod g ad e, ut d ad f, quare c, g, e, sunt continue proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum sunt a ad h sicut c ad g, & h ad k sicut g ad e, & per 19 k ad b sicut d ad f, igitur sunt a, h, k, b, continue proportionales. Quare constat propositum.



Eucli ex Zamb. Theorema 8 Propositio 10 Cõversa præcedẽtis.

10 Si inter binos numeros & unitatem continue proportionales numeri ceciderint, quot inter utrunque ipsorum & unitatem continue proportionales ceciderint numeri tot & inter eos continue proportionales cadent.

THEON ex Zamberio. *Inter binos enim numeros α, β, & unitatem γ, continue proportionales cadant numeri δ, ε, & ζ, η. Dico quot quot inter utrunque ipsorum α, β, & ipsam γ unitatem, continue proportionales ceciderunt numeri: tot quoque inter α, β, continue proportionales cadent. Igitur δ, ipsum ζ, multiplicans, ipsum efficiat θ, utrque autem ipsorum δ, ζ, ipsum θ multiplicans, efficiat ipsos κ, λ. Et quoniam est sicut γ, unitas ad δ, numerum sic est δ, ad ε, æque igitur ε, unitas ipsum δ, metitur numerum, & δ ipsum ε. Ipsa autem γ, unitas ipsum δ, numerum metitur per eas quæ in ipso sunt δ unitates, & δ, igitur numerus ε metitur per eas quæ in δ, sunt unitates. Igitur δ, seipsum multiplicans, ipsum ε, fecit. Rursus quoniam est sicut γ, unitas ad δ, numerum sic est ε ad α, æque igitur γ, unitas ipsum δ, numerum metitur, & ε, ipsum α. At γ unitas, ipsum δ, numerum metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates, & ε, igitur ipsum α, metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates. Igitur δ, ipsum ε multiplicans, ipsum α fecit. Id propterea etiam ζ, seipsum multiplicans, ipsum η, fecit, ipsum autem η, multiplicans, ipsum β, fecit. Et quoniam δ, seipsum multiplicans ipsum ε, fecit, ipsum autem ζ, multiplicans ipsum fecit θ, est igitur (per decimum septimam septimi.) sicut δ, ad ζ, sic est ε ad θ. Id propterea etiam sicut δ, ad ζ, sic θ, ad η. Et sicut igitur (per undecimã quinti.) ε ad θ, sic θ ad η. Rursus quoniam δ, utrunque ipsorum ε, θ, multiplicans, utrunque ipsorum α, κ, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut ε ad θ, sic α, ad κ Sed sicut ε, ad θ, sic est δ, ad ζ, & sicut igitur (per undecimam quinti) δ ad ζ, sic α, ad κ. Rursus quoniam uterque ipsorum δ, ζ, ipsum θ, multiplicans, utrunque ipsorum κ, λ, fecit: est igitur (per decimamseptimam septimi,) sicut δ, ad ζ sic κ ad λ Sed sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & sicut igitur (per undecimam quinti,) α, ad κ, sic κ ad λ. Insuper quoniam ζ, utrunque ipsorum θ, η, multiplicans, utrunque ipsorum λ, β, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut θ ad η, sic λ ad β. Sicut autem θ ad η, sic δ ad ζ, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ, ad ζ, sic λ ad β, patuit autem quod sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & κ ad λ, & λ ad β, igitur ipsi α, κ, λ, β: continue sunt proportionales. Quot igitur inter utrunque ipsorũ α, β, & γ, unitatẽ, continue proportionales cadunt numeri: tot & inter α, β, continue cadunt, quod demonstrasse oportuit.*



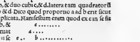
Hæc undecima ex Campano, duabus ex Zamberto sequentibus respondent.

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

SI fuerint ambo quadrati, erit proportio unius ad alterum tanquam sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uero ambo fuerint cubi, erit proportio alterius ad alterum tanquam sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

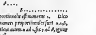
CAMPANVS. Sint duo quadrati a & b, & duo cubi c, & d. latera tam quadratorũ quàm cuborum, sit e, quidem a & c, f uero, b & d. Dico quod proportio a ad b erit sicut e ad f duplicata, c uero ad d sicut eadem triplicata. Manifestum enim quod ex e in se fit a, & ex ipso e in a, c, sic quoque ex f in se fit b, & ex ipso in b, d, ducatur igitur e in f, & proueniat g, & in g & b, & proueniant h & k, eritq́ per 18 septimi a ad g, sicut e ad f. & per 19 g ad b, sicut e ad f, igitur ex diffinitione, a ad b, sicut e ad f duplicata, quod est primum. Secundum eodẽ modo constat. Sunt enim per 18 iterum c ad h sicut a ad g, & h ad k, sicut g ad b, & per 19 k ad d, sicut e ad f, quare c, h, k, d, sunt etiam continue proportionales in proportione e ad f, per diffinitionem igitur erit c ad d, sicut e ad f, triplicata, quod est secundum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 11

11 Duorum numerorum quadratorum, unus medius proportionalis est numerus, Et quadratus ad quadratum duplam habet rationem. quàm latus ad latus.

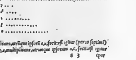
THEON ex Zamberio. Sint quadrati numeri α, β, & ipsius quidem α, latus sit γ, ipsius uero β, sit latus δ. Dico quod ipsorum α, β, unus medius proportionalis est numerus, & α, ad β, duplam habet rationem quàm γ, ad δ. Ipse enim γ, ipsum δ, multiplicans, ipsum efficiat ε. Et quoniã α, quadratus est, latus autem eius est γ, igitur γ, seipsum multiplicans ipsum effecit α, id propterea & δ, seipsum multiplicans ipsum β fecit. Quoniam igitur γ, utrunque ipsorum γ, δ, multiplicans utrunque ipsorum α, ε, effecit, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ ad δ, sic est α, ad ε. Rursus quoniam γ, ipsum δ, multiplicans ipsum effecit ε, ut δ, seipsum multiplicans ipsum effecit β, duo iam numeri γ, δ, unum & eundem multiplicantes δ, ipsos ε, β, effecerunt. Est igitur (per 18 septimi,) sicut γ ad δ, sic est ε ad β. Sed sicut γ ad δ, sic est α ad ε,) & sicut igitur (per 11 quinti) α ad ε, sic est ε ad β. Ipsorum igitur α, β, unus medius proportionalis est numerus ε. Dico iam quod & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim tres numeri proportionales sunt α, ε, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam rationem habet quàm α ad ε. Sicut autem α ad ε, sic γ ad δ, igitur α ad β, duplam rationem habet, quàm γ latus ad δ latus, quod oportuit demonstrasse.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 12

12 Duorum cuborum numerorũ, bini medij proportionales sunt numeri. Et cubus ad cubum triplam rationem habet, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamberto. Sint bini cubi numeri α, β, & ipsius quidem α, latus esto γ, ipsius autem β, latus esto δ. Dico quod ipsorum α, β, bini medij proportionales sunt numeri, & α ad β, triplam ratiõnẽ habet, quàm γ ad δ. Igitur γ, seipsum multiplicans, ipsum efficiat ε, ipsum autem δ, multiplicans, ipsum efficiat ζ, at δ seipsum multiplicans, ipsum η, faciat. Vterq; aũt ipsorũ γ, δ, ipsum ζ multiplicans, utrunque ipsorum θ, κ, faciat. Et quoniam α cubus est, ipsius autem latus est γ, igitur γ seipsum multiplicans ipsum effecit ε, ipsum autem ε, multiplicans ipsum α, confecit. Id propterea & δ seipsum multiplicans, ipsum η effecit, ipsum autem η, multiplicans, ipsum effecit β. Et quoniã γ utrunque ipsorum γ, δ, multiplicans, utrunq; ipsorũ ε, ζ, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut γ ad δ, sic est ε, ad ζ. Id propterea etiam (per eãdem,) sicut γ ad δ, sic ζ ad η. Rursus quoniã γ utrũq; ipsorũ ε, ζ, multiplicans, utrũq; ipsorũ α, θ, fecit: est igitur sicut ε ad ζ, sic α ad θ, sicut aũt ε, ad ζ, sic γ ad δ. Et sicut igitur (per 11 quinti) γ, ad δ, sic est α, ad θ. Rursus quoniam uterque ipsorũ γ, δ, ipsum ζ multiplicans, utrũque ipsorũ θ, κ, fecit: est igitur (per 18 septimi) sicut γ ad δ, sic est θ ad κ. Rursus quoniam δ utrũque ipsorũ ζ, η, multiplicans, utrunque ipsorum κ, β, fecit: est igitur



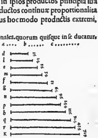
 (per

(per 17 septimi,) sicut ζ ad κ, sic est κ ad β, sicut autem ζ ad κ, sic est γ ad δ. Et sicut igitur (per 11 quinti,) γ ad δ, sic κ ad β. Patuit aũt quod et sicut γ ad δ, sic est κ ad θ, et θ ad κ, et κ ad β. Ipsorum igitur α, β, sunt medij proportionales sunt, hoc est θ, κ. Dico iam quod et α ad β triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniã enim quatuor numeri proportionales sunt α, θ, κ, β igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α ad β, triplam habet rationem quàm α ad θ, sicut autem est α ad θ, sic est γ ad δ igitur α ad β triplam rationem habet quàm γ ad δ. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SI numerorum continuæ proportionalitatis quisque in seipsum ducatur, qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducantur, inde quoque productos continuæ proportionalitatis esse necesse est. Idem'que in omnibus hoc modo productis extremitatibus.

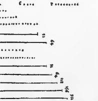
CAMPANVS Sint a, b continue proportionales, quorum quisque in se ducatur, & proueniant ex a quidem, d. ex b uero e. ex c, f. Dico quod d, e, f, sunt continue proportionales quod si item a ducatur in d & proueniat g. b quoque in e. & proueniat h, & c in f. proueniat k, dico etiam quod g. h, k, erunt continue proportionales. Sit enim ex a in b, l, & ex c in eundem, m. eruntque per 18 & 19 septimi, d l, e, m, f, continue proportionales in proportione a, b, c, itaque per æquam proportionalitatem argue d ad e, sicut e ad f, quod est primũ. Reliquũ sic: Ducatur a in l & proueniat n & p, c quoque ducatur in e & m. & proueniãt q & r eruntque per easdẽ g, n, p, h, q, r, k, cõtinue quoq; proportionales in proportione primorum, per æquã igitur proportionalitatẽ cõclude g ad h sicut h ad k quod est reliquum. Eadem erit ratio, quotiescunque primi in productos ducantur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 13

13 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, & multiplicans unusquisque seipsum fecerit aliquos, qui fiũt ex ipsis proportionales erũt. Et si qui in principio genitos multiplicantes, fecerint aliquos, & ipsi quoq; proportionales erunt, & semper circa extremos hoc euenit.

THEON ex Zamb. Sint quotlibet numeri cõtinue proportiõales α, β, γ, sicut α ad β sic β ad γ, et ipsi quidẽ α, β, γ, se ipsos multiplicãtes, efficiant ipsos δ, λ, ζ, ipsos autem δ, ζ, multiplicãtes, ipsos efficiant ν, θ, π, Dico quod et ipsi δ, λ, ζ, et ipsi ν, θ, π, continue sunt proportionales. Ipse nãque α, ipsum β multiplicans, ipsum efficiat λ, uterque aũt ipsorum α, β, ipsum multiplicans λ, efficiat utrũq; ipsorum μ, ν, et rursus ipse β, ipsum γ, multiplicãs, ipsum efficiat ξ, uterq; aũt ipsorũ β, γ, ipsum ξ multiplicans, utrunq; ipsorũ ο, π, faciat. Similiter iam ex præcedẽtis theorematis discursu ostẽdemus quod ipsi δ, λ, ε, et ν, μ, ν, θ, cõtinue sunt proportionales in ipsius α ad β, ratiõe, et ipsi ε, ξ, ζ, et θ, ο, π, κ sunt proportionales in ipsius β, ad γ, ratione. Et est sicut α, ad β, sic est β ad γ, et ipsi δ, λ, ε, igitur, ipsis ε, ξ, ζ, in eadẽ sunt ratione, et insuper ipsi ν, μ, ν, θ, ipsis θ, ο, π, κ. Et æqualis est quidẽ ipsorũ δ, λ, ε, multitudo, multitudini ipsorũ ε, ξ, ζ, ei autem quæ ipsorum est ν, μ, ν, θ, ea quæ ipsorum est θ, ο, π, κ Ex æquali igitur (per 14 septimi,) est sicut quidẽ δ, ad ε, sic est ε, ad ζ. Sicut autem ν ad θ, sic est θ ad κ, quod demonstrare oportebat.



Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 SI quis quadratus numerus aliũ quadratũ numeret, latus quoq; suum, latus illius numerare probatur. Si uero latus suũ latus illius numeret, quadratus numerat quadratũ.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b quadrati, lateraq; eorũ c & d, dico quod si a numerat b, c quoq; numerabit d, & econuerso. Cõstat enim quod ex c in se fit a, ex d quoq; in se, b fiat igitur, e ex c in d, eruntq; per 18 & 19 septimi, a, e, b, cõtinue proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b, idem ipse per 7 huius, numerabit e, quare & c, d, quod est primum. Cõuersa sic patet. si e numerat d, a numerabit e, propter id quod proportio a ad e sicut c ad d; & si numerat e, ipse numerabit b, propter hoc quod sunt continue proportionales.

a ....
e ......
b ....
c ..
d ...

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 14

14 Si quadratus numerus quadratum numerũ mensus fuerit, & latus latus metietur. Et si latus latus metiatur, & quadratus quadratum metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α, β, latera uero ipsorũ sint γ, δ, at α ipsum β metiatur. Dico quod & γ ipsum δ metietur. Igitur γ, ipsum δ multiplicans, efficiet ipsum ε. Igitur (per 17 & 18 septimi, & 11 quinti, ac 11 octaui.) ipsi α, ε, β, continue proportionales sunt in ipsius γ ad δ ratione. Et quoniam ipsi α, ε, β, continue sunt proportionales, & metitur α ipsum β, metitur igitur (per 7 octaui,) & α ipsum ε. Estq; sicut α ad ε, sic γ ad δ, metitur igitur & γ ipsum δ. Sed iam metitur & γ ipsum δ. Dico quod & α ipsum β metitur, eisdem namque dispositis similiter ostendemus quod ipsi α, ε, β, continue sunt proportionales in ipsius γ ad δ, ratione, & quoniã est sicut γ ad δ, sic est α ad ε, metitur autem γ ipsum δ, metitur igitur & α ipsum ε, & sunt ipsi α, ε, β, continue proportionales, metitur igitur & α ipsum β. Si quadratus igitur, & quæ sequuntur reliqua quod oportebat demonstrare.*

α ....
ε ....
β ....
γ ...
δ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 SI cubus aliũ cubũ numeret, latus quoq; suũ, latus alterius numerabit. Si uero latus suũ, latus alterius nũeret, cubus nũerabit cubũ.

CAMPANVS Sint duo nũeri a & b cubi, lateraq; eorũ c & d. dico quod si a numerat b, c quoq; nũerabit d, & ecõuerso ducatur enim b in se & fiat e, d quoq; in se, & fiat f, cõstat igitur q ex c in e fit a, & ex d in g, b, fiat itaq; f, ex c in d erũtq; per 17 & 19 septimi, e, f, g, cõtinue proportionales in proportione c ad d, sed & b, & k, prouenint ex c in f & g, per easdẽ igitur erũt a, h, k, b: continue quoq; proportionales in eadem proportione, itaque si a numerat b idem per 7 huius numerabit b, quare & c, d, est enim c ad d, sicut a ad b, constat igitur prima pars. Conuersa patet, sicut conuersa prioris. Nã si c numerat d, a quoque numerabit b, quem si numerat, necesse est ut numeret b.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 15

15 Si cubus numerus cubum numerum mẽsus fuerit, & latus latus metietur, Et si latus latus mensum fuerit, & cubus cubum metietur:

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubũ β metiatur, & ipsius quidẽ α, latus sit γ, ipsius autẽ β sit δ. Dico quod γ ipsum δ metitur. Igitur γ, seipsum multiplicãs ipsum efficiat ε, & insuper γ, ipsum δ multiplicans ipsum efficiat ζ. Ad δ seipsum multiplicãs ipsum efficiat η. Vterq; autẽ ipsorũ γ, δ, ipsum ζ multiplicãs, utrũq; ipsorũ θ, κ, faciat. Manifestũ iam est (per 17 & 18 septimi & 11 octaui,) quod ipsi ε, ζ, η, & α, θ, κ, β, cõtinue sunt proportionales, in ipsius γ ad δ. ratione. Et quoniã ipsi α, θ, κ, β, cõtinue sunt proportionales, & metitur α, ipsum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α, ipsum θ, & est sicut α ad θ, sic est γ ad δ. Metitur igitur & γ ipsum δ. Sed iã metiatur γ, ipsum δ. Dico quod & α, ipsũ β metitur. Eisdẽ n. q; dispositis similiter ostẽdemus quod ipsi α, θ, κ, β cõtinue proportiõales sunt in ipsius γ ad δ, ratione. quoniã ẽ enim γ ipsum δ, metitur, estq; sicut γ ad δ, sic α ad θ, & α igitur ipsum θ metitur. Quare & α ipsum β metitur. Si cubus igitur nũerus & reliqua quod oportuit demõstrasse.*

α ....
θ ....
κ ....
β ....
γ ..
δ ....
ε ....
ζ ....
η ....

Eucl. ex Cãp. Propositio 15

15 SI numerus quadratus quẽdam alium quadratũ nõ numeret, nec latus suũ, latus illius numerabit. Si uero latus suũ, latus illius non

numeret, quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Hæc 15 proponit negationes conuerti, quæ affirmationibus quas 15. huius cõuerti proposuit opponũtur. Vt si sint duo numeri quadrati a & b, quorũ latera c & d, si a nõ numerat b, c quoq; nõ numerabit d, e conuerso etiam si c non numerat d, nec a, b. Sit enim primo ut a non numeret b, si itaque c numerat d, per secundam partem 15 huius & a numerabit b, quod est cõtrarium positioni, sicque patet primum. Secundum quoque sic: sit ut c non numeret d, itaque si a numeret b, per primã partem 15 necesse est ut c numeret d, necesse est igitur ut c numeret ipsum, cum numerat ipsum, quod est impossibile.

a .... b ....

c .. d ...

CAMPANI annotatio. Quemadmodũ autem necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas 15 demonstrauit conuerti, sic quoque necesse est eas negationes quæ opponuntur illis affirmationibus quas præmissa conuerti demonstrauit, cõuertantur. Vnde si cubus nõ numerat cubũ, nec latus eius numerabit latus illius. e conuerso quoque si latus unius non numerat latus alterius, nec ipse cubus numerabit alterum cubum. demonstratur autem hoc per præmissam a destructione consequentis, sicut quod propositum est per 15, ideoque hoc auctor non proposuit, sed per id quod propositum est, ipsum dedit intelligi.

Hæ sequentes ex Zamberto duæ propositiones præcedenti ex Campano cum annotatione eiusdem respondent.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 14* *Propositio 16* *Conuersa 14*

16 Si quadratus numerus quadratum numerum mensus non fuerit, neq; latus latus metietur. Et si latus latus mensum non fuerit, neque quadtatus quadratum metietur,

THEON ex *Zamberto.* *Sint quadrati numeri α, β: eorum autem latera sint γ, δ. At α, ipsum β non metiatur. Dico quod neque γ, ipsum δ, metietur. Si autem γ ipsum δ, metitur, metitur (per 14. octaui,) & α ipsum β: non metitur autem (per hypothesin) β, ipsum ϐ, neque igitur γ, ipsum δ metietur. Non metiatur autem rursus γ, ipsum δ. Dico quod neque α, ipsum ϐ, metietur. Si autem α, ipsum ϐ metitur, & γ, (per 14. octaui.) ipsum δ. Nõ metitur autẽ γ, ipsum δ, (per hypothesin,) neque α igitur, ipsum β metietur, quod erat demonstrandum.*

α ....

ϐ ....

γ ...

δ ....

Eucli. ex Zamb. *Theorema 15* *Propositio 17* *Conuersa 15*

17 Si cubus numerus cubum numerum non metiatur, neque latus latus metietur. Er si latus latus non metiatur, neque cubus cubum metietur.

THEON ex *Zamb.* *Cubus enim numerus α, cubum numerum β non metiatur, & ipsius quidem α, latus esto γ, ipsius uero β, sit δ. Dico quod & γ, ipsum δ non metietur, Si enim γ ipsum δ metitur, & α, ipsum β metietur, (per 15 octaui,) non metitur autem α, ipsum β. (per hypothesin,) neque igitur γ, ipsum δ metietur. Sed iam non metiatur γ ipsum δ. Dico quod & α ipsum β non metietur, si enim α ipsum ϐ, metitur, & γ, ipsum δ, metietur (per 15 octaui.) non metitur autem γ, ipsum δ, (per hypothesin,) neque α igitur ipsum β, metietur: quod oportuit demonstraße.*

α ....

β ....

γ ......

δ ....

Eucli. ex Camp. *Propositio 16*

16 SI duo numeri superficiales fuerint similes, necesse est tertium numerum secundum proportionalitatem cootinuam eis interesse. Eritq; proportio unius numeri ad alterum sibi similem, uelut unius lateris sui ad latus alterius ipsum respiciens proportio duplicata.

CAMPANVS Sint duo numeri a & b, superficiales & similes. dico quod inter ipsos cadet unus numerus in continua proportione, latera enim a sint c & d, b uero latera, sint e & f, erũt que ex conuersione diffinitionis numerorũ similiũ, c ad e, sicut d ad f, constat autem quod ex c in d fiat a, & ex e in f, b, fiat itaque

a ....

g ....

b ....

c ..

d ...

e ...

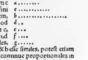
f ......

itaque g ex e in d, eritque per 19 septimi, a ad g, sicut c ad e. & per 15 eiusdem g ad b sicut d ad f, quare a ad g, sicut g ad b, est itaque g, continua proportionalitate medius inter a & b, quod est propositum. Correlarium autem patet, cum sit a ad b per diffinitionem sicut a ad g duplicata, quæ eadem est illi quæ est c ad e.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI secundum continuam proportionalitatē tertius numerus duobus numeris intersit, illi duo numeri superficiales sunt & similes.

CAMPANVS Hæc est conuersa præmissæ. Vt si inter a & b sit c sub continua proportionalitate constitutus, a & b erunt superficiales & similes, sint enim d & e minimi in proportione qua continuantur a, c, b. qui per 21 septimi, numerabunt a & c æqualiter, sitque ut secundum f, & per eandem c & b æqualiter, sitque ut secundum g, erunt igitur per diffinitionem a & b superficiales. & erunt etiam per diffinitionem, d & f, latera numeri a, e quoque & g latera numeri b. Quod autē ipsi sint similes, sic habeto, cum, cum enim ex d in g, fit c, & ex e in f fit idem c, erit per secundam partem 20 septimi, d ad e, sicut f ad g, per diffinitionem igitur a & b sunt similes, quod est propositum.

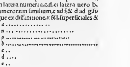


Hoc autem ultimum quod est a & b esse similes, potest etiam per 19 & 15 septimi. & per has hypotheses quod a, c, b, sunt continue proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a & c secundum f, & c & b secundum g

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI fuerint duo numeri solidi similes, necesse est eis duos numeros secundū continuā proportionalitē interesse, eritq́ proportio unius solidi ad alterū sibi similē, uelut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciēs se proportiōaliter, proportio triplicata.

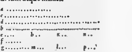
CAMPANVS. Sint duo numeri a & b. solidi similes. dico quod inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione Sint enim latera numeri a, c, d, e: latera uero b, sint f, g, h eruntq́ ex conuersione diffinitionis numerorum similium, c ad f, & d ad g, sicut e ad h. Sit igitur ex c in d, k, & ex f in g l, erūtque ex diffinitione, k & l, superficiales & similes. quare per 16 huius, unus numerus cadit inter eos medius secundū proportionem c ad f, qui sit m. Manifestum autem est quod ex e in k, fit a & ex h in l, b. si igitur ex e in m & l fiant n & p, erunt per 17 septimi, a ad n sicut k ad m & n ad p, sicut m ad l, quare a, n, p, sunt continue proportionales in proportione c ad f, & quia per 19 eiusdem p ad b sicut e ad h & ideo sicut c ad f, sequitur ut quatuor numeri a, n, p, b sint continue proportionales secundum proportionem c ad f, sunt itaque inter a & b duo numeri n & p, medij in continua proportionalitate suorum laterū interpositi, quod est propositū Correlariū autē patet cū proportio a ad b sit per diffinitionē sicut a ad n triplicata quæ est eadē illi quæ est c ad f.



Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 SI eis secundum cōtinuam proportionalitatem duo numeri interiacent, quilibet duo numeri, solidi sunt atque similes.

CAMP. Hæc est cōuersa præmissæ, ut si inter a & b sint duo numeri c & d medij in continua proportione, erunt a & b solidi & similes. Sumantur enim tres minimi in eadem proportione continue proportionales: qui sunt e, f, g, erūntque per 17 e, & g, superficiales & similes, sint ergo h & k, latera e, at l, & m. latera g eritque per correlarium 16 huius, e ad f. sicut h ad l, aut sicut k ad m. Manifestum autem est ex tertia quod e & g, sunt contra se



primi

primi, ideoque per 23 septimi, in sua proportione minimi. & quia per æquam proportionalitatem sunt a ad d & c ad b sicut e ad g, sequitur per 21 septimi, ut ipsi numerent a & d æqualiter, quod sit secundum n, & item c & b æqualiter, quod secundum p. Quia igitur ex h in k fit e, & ex e in n fit a, sequitur per diffinitionem ut a sit solidus eiusque latera h, k, n, similiter quia ex l, in m fit g, & ex g in p. b, sequitur etiam ut b, sit solidus & eius latera l. m. p. Ipsos autem esse similes sic constabit. Cum ex g in n fiat d, & ex eodē in p, b: erit per 17 septimi, n, ad p, sicut d ad b, & quia sic erant h ad l, & k ad m, per diffinitionem manifestum est a & b, esse similes: quod est propositum.

Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propositiones scilicet 16, 17, 18, 19, quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus puta 18, 19, 20. 21, hoc ordine respondent, prima primæ, secunda tertiæ, tertia secundæ, quatta quattæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 18

18 Duorum similium planorum numerorum, unus medius proportionalis est numerus. Et planus ad planum duplam habet rationem, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

THEON ex Zamberto. Sint bini plani similes numeri α, β. & ipsius α, latera sint γ, δ, ipsius autem β sint, ε, ζ. Et quoniam similes plani sunt, qui proportionalia habent latera, (per 21 diffinitionē septimi.) est igitur sicut γ ad δ, sic est ε, ad ζ. Dico igitur quod ipsorū α, β, unus medius proportionalis est numerus & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ, ad ε, uel δ, ad ζ, hoc est quàm similis rationis latus, ad similis rationis latus. Et quoniā est sicut γ, ad δ, sic est ε, ad ζ, uicissim igitur est (per 13 septimi,) sicut γ, ad ε, sic est δ ad ζ. Et quoniā α planus est, ipsius aūt latera sunt γ, δ, igitur δ, ipsum γ, multiplicās, ipsum α fecit. Id propterea etiā ε, ipsum ζ, multiplicās, ipsum effecit β. At δ, ipsum ε multiplicās, ipsum efficiat κ, & quoniā δ, ipsum quidē γ, multiplicās ipsū effecit α, ipsum aūt ε multiplicās ipsum fecit κ, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ, ad ε, sic est α ad κ. Sed sicut γ, ad ε, sic est δ ad ζ, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ ad ζ: sic α ad κ. Rursus quoniam ε, ipsum quidem δ multiplicans ipsum effecit κ, ipsum aūt ζ, multiplicans ipsum β, fecit: est igitur, (per 17 septimi.) sicut δ ad ζ, sic est κ ad β, ostensum autem est quod & sicut δ, ad ζ, sic est α ad κ. & sicut igitur (per 11 quinti,) α, ad κ, sic est κ, ad β. Igitur ipsi α, κ, β, cōtinue sunt proportionales. Ipsorum igitur α, β, unus medius proportionalis est numerus. Dico iam quod & α, ad β, duplam rationē habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est quàm γ, ad ε, uel quàm δ, ad ζ. Quoniam enim ipsi α, κ, β, continue proportionales sunt, igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α, ad β, duplam habet rationem quàm ad κ, & est sicut α, ad κ, sic est γ, ad ε, & δ, ad ζ, & α, igitur ad β, duplam rationem habet quàm γ, ad ε, uel δ, ad ζ, quod erat demonstrandum.

α . . . .
κ . . . .
β . . . .
γ . . .
δ . . . . . .
ε . . .
ζ . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 19

19 Duorum similium solidorum numerorum, bini medij proportionales sunt numeri. Et solidus ad solidum simile triplam rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

THEON ex Zamberto. Sint bini similes solidi numeri, α, β, & ipsius quidem α, latera sint γ, δ, ε, numeri ipsius autē β, sint ζ, η, θ, & quoniam (per 22 diffinitionem septimi.) similes solidi latera habent proportionalia, est igitur sicut γ ad δ, sic est ζ, ad η, sicut autem δ ad ε, sic η ad θ. Dico quod ipsorum α, β, bini medij proportionales sunt numeri, & quod α, ad β triplam rationē habet, quàm γ, ad ζ, uel δ, ad η, uel insuper ε, ad θ. Igitur γ ipsum δ, multiplicans, ipsum efficiat κ, at ζ, ipsum η, multiplicans ipsum efficiat λ. Et quoniā ipsi γ, δ, ipsis ζ, η, in eadem sunt ratione ex ipsisq; γ, δ, gignitur κ, ex ipsis autem ζ, η, gignitur λ, igitur κ, λ, similes plani sunt numeri. Ipsorum igitur κ, λ, unus medius proportionalis est numerus (per 18 octaui) sit μ. Igitur μ ex ipsis δ, ζ, gignitur, quē admodum ex præcedenti patuit theoremate. Est igitur sicut κ, ad μ, sic est μ, ad λ. Et quoniam δ, ipsum quidē γ, multiplicans fecit ipsum κ, ipsum aūt ζ. multiplicās fecit ipsum μ, est igitur (per 17 septimi) sicut γ, ad ζ, sic est κ, ad μ, sed sicut κ, ad μ, sic μ ad λ. Ipsi igitur κ, μ, λ, cōtinue sunt proportionales, in ipsius γ, ad δ, ratiōe. Et quoniam

α . . . .
ν . . . .
ξ . . . .
β . . . .
γ . .
δ . .
ε . .
ζ . .
η . . .
θ . . .
ε . . . .
μ . . . . . .
λ . . . .

quoniam est sicut γ, ad δ, sic est ζ, ad η, uicissim igitur (per 13 septimi,) est sicut γ, ad ζ, sic est δ, ad η. Rursus quoniam est sicut δ, ad ε, sic η, ad θ, uicissim igitur (per 13 septimi, est sicut δ, ad η, sic est ε, ad θ. Ipsi igitur κ, λ, μ, continue sunt proportionales in ipsius γ, ad ζ, & δ, ad η ratione, & insuper ipsius ε, ad θ. Vterque iam ipsorum ε, θ, ipsum μ, multiplicans, utrunque ipsorum, ν, ξ, faciat, & quoniam α, solidus est, latera autẽ eius ipsi γ, δ, ε, igitur ε, eum qui ex γ, δ, multiplicans ipsum, effecit α, at qui gignitur ex γ, δ, est κ. igitur ε, ipsum κ, multiplicans, ipsum effecit α. Id propterea etiam θ, ipsum qui gignitur ex ζ, η, hoc est λ, multiplicãs, ipsum effecit β. Et quoniam ε, ipsum κ multiplicans ipsum α, effecit, sed & ipsum μ, multiplicans ipsum ν, effecit, est igitur (per 17 septimi, sicut κ, ad μ, sic est α, ad ν. Sicut autem κ, ad μ, sic est γ, ad ζ, & δ, ad η, & insuper ε ad θ, sicut igitur γ ad ζ, & δ, ad η, & ε, ad θ sic est α, ad ν. Rursus quoniam uterque ipsorum ε, θ, ipsum μ multiplicans μ, utrũq; ipsorũ ν, ξ, fecit, est igitur (per 18 septimi,) sicut ε, ad θ, sic est ν, ad ξ. Sed sicut ε, ad θ, sic est γ, ad ζ, & δ, ad η, & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ad ζ, & δ, ad η, & ε, ad θ, sic est α, ad ν & ν, ad ξ. Rursus quoniã θ, ipsum μ, multiplicans ipsum fecit ξ, sed & ipsum λ, multiplicãs ipsum effecit β, est igitur (per 17 septimi,) sicut μ, ad λ, sic ξ, ad β. Sed sicut μ, ad λ, sic est γ, ad ζ, & δ, ad η. & ε, ad θ, & sicut igitur γ, ad ζ, & δ, ad η. & ε, ad θ, sic non solum ξ ad β sed & α, ad ν, & ν ad ξ igitur ipsi α, ν, ξ, β, continue sunt proportionales in prædictis laterum rationibus. Dico insuper quod & α, ad β, triplam rationẽ habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus hoc est, quàm γ, numerus ad ζ, uel δ ad η, & insuper quàm ε, ad θ. Quoniam enim quatuor numeri continue sunt proportionales, hoc est, α, ν, ξ, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α, ad β, triplam rationẽ habet, quàm α, ad ν. Sed sicut α ad ν sic patuit γ, ad ζ, δ ad η, & insuper ε ad θ. Igitur α, ad β, triplã rationẽ habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, quàm γ, numerus ad ζ, numerũ & δ, ad η, & ε ad θ, quod erat demonstrandũ.

α ....
θ ....
ξ ....
β ....
γ ..
δ ..
ε ..
ζ ..
η ...
θ ...
κ ....
μ ......
λ ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 20

20 Si binorum numerorum unus medius proportionalis fuerit numerus, similes plani erunt ipsi numeri.

THEON ex Zamberto. Duorum enim numerorum α, β, unus medius proportionalis esto γ, numerus. Dico quod ipsi α, β similes plani sunt numeri. Sumantur (per 35 septimi) enim minimi numeri eandem rationem habentiũ ipsis α, γ, ε, duo sintq; δ, ε. Est igitur sicut δ, ad ε, sic est α, ad γ, sed sicut α, ad γ, sic est γ, ad β, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ, ad ε, sic γ ad β. Aeque igitur δ, ipsum α metitur, & ε, ipsum γ, quoties autẽ δ, ipsum α metitur, tot unitates sunt in ζ, igitur ζ, ipsum δ multiplicans ipsum effecit α, ipsum autem ε, multiplicans, ipsum fecit γ, quare α, planus est: latera autem eius sunt δ, ζ. (per 22 diffinitionẽ septimi.) Rursus quoniam ipsi δ, ε, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis γ, β, æque igitur (per 11 septimi,) δ, ipsum γ, metitur & ε, ipsum β. Quoties autẽ ε, ipsum β, metitur, tot unitates sunt in ipso η, igitur ε, ipsum β, metitur per eas quæ in η, sunt unitates, igitur η, ipsum ε multiplicãs, ipsum effecit β, igitur planus est (per 23 diffinitionẽ septimi,) latera aũt eius sunt ε, η igitur ipsi α β, plani sunt duo numeri. Dico insuper quod & similes Quoniam enim uterq; ipsorũ ζ, η, ipsum ε, multiplicans, utrunque ipsorũ γ, β, effecit, est igitur (per 17 septimi,) sicut ζ ad η, sic est γ, ad β. Sicut autem γ, ad β, sic δ ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ ad ε, sic ζ, ad η. Ipsi igitur α, β similes plani sunt numeri, eorum enim latera proportionalia sunt quod erat demonstrandum.

α ....
γ ....
β ....
δ ...
ε ....
ζ ......
η ....

Hoc fiet, per 35 septimi, sumendo ipsorum aut α γ, aut γ β, maximam dimensionem per quam inuenientur duo in eadem ratione minimi, hoc est δ, ε.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 Si duorum numerorũ duo medij proportionales fuerint numeri similes solidi sunt ipsi numeri.

α ....
γ ....
δ ....
β ....
ε ....
ζ ....
η ....
θ ...
κ ...
λ ....
μ ....

THEON ex Zamberto. Duorum enim numerorum α, β, duo medij proportionales sint numeri γ, δ, dico quod ipsi α, β, similes solidi sunt. Sumantur enim (per 35 septimi, aut 2 octaui,) minimi numeri eandem rationem habentium eisdem α, γ, δ, β, tres: sintque ε, ζ, η. Igitur (per tertiã octaui) eorum extremi ε, η, primi adinuicẽ sunt, & quoniã ipsorũ ε, η, unus medius proportionalis est numerus, similes igitur plani sunt (per 20 octaui)

Sint

Hoc fiet, per 35 sep sumendo ipsorũ aut α γ δ, aut γ δ β, maximã dimẽsionẽ per quã inueniẽtur tres in eadẽ ratione minimi. Aut ipsorũ uel α γ, uel γ δ, uel δ β, sumendo maximã dimensionẽ per quã sumẽtur duo in eadẽ ratione minimi, per quos per 2 octaui sumẽtur tres, hoc est ε, ζ, η.

Sint igitur ipsius quidem ε, latera θ, κ. ipsius autem ζ, sint λ, μ. Manifestum igitur est ex hoc, quod ipsi ε, ζ, η, continue proportionales sunt in ipsius θ, ad λ, ratione, & ipsius κ, ad μ. Et quoniam ipsi ε, ζ, η, minimi sunt eandem rationem habentiū ipsis α, γ, δ, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut ε, ad η, sic est α, ad δ. At ε, η, (per 3 octaui primi,) sunt. primi autem, & minimi, minimi uero (per 21 septimi,) metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorem, & minorem, hoc est antecedens antecedentem, & sequens sequentem: æque igitur ε, ipsum α, metitur, & η, ipsum δ. Quoties igitur ε, ipsum α, metitur: tot unitates sint in ipso ν. Igitur ν, ipsum ε, multiplicans, ipsum effecit α. At ε, est ex θ, κ. igitur ν, eum qui ex θ, κ, gignitur multiplicans ipsum effecit α. Solidus igitur est α, latera autem eius sunt θ, κ, ν. Rursus quoniam ipsi ε, ζ, η, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis γ, δ, β, æque igitur ε, ipsum γ, metitur & η, ipsum β. Quoties autem η, ipsum β metitur: tot unitates sint in ξ. Igitur η, ipsum β metitur per eas quæ in ξ, sunt unitates. Igitur ξ, ipsum η multiplicans, ipsum effecit β. At η, est ex λ, μ. igitur ξ, eum qui ex λ, μ, gignitur multiplicā ipsum fecit β. Solidus igitur est β, latera autem eius sunt λ, μ, ξ. Igitur ipsi α, β, solidi sunt. Dico insuper quod & similes, quoniam ν, ξ, ipsum ε, multiplicātes ipsos fecerunt α, γ, est igitur (per 18 septimi,) sicut ν, ad ξ, sic est α, ad γ, hoc est ε, ad ζ. Sed sicut ε, ad ζ, sic est θ, ad λ, et κ, ad μ, & sicut igitur (per 11 quinti,) θ, ad λ, sic κ, ad μ, & ν, ad ξ, & sunt quidem ipsi θ, κ, ν, latera ipsius α, ipsi uero ξ, λ, μ, latera sunt ipsius β. Igitur ipsi α, β, numeri solidi sunt similes, quod oportuit demonstrasse.

α . . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . .
κ . . .
ν . . .
λ . . . .
μ . . . .
ξ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 SI trium numerorum continue proportionalium primus fuerit quadratus, tertium quoque quadratum esse.

CAMPANVS Sint tres numeri continue proportionales a, b, c, sitque a quadratus Dico quod c est etiam quadratus: sunt enim per 17 a & c superficiales & similes, cum igitur a sit quadratus: per hypothesin, erit c quadratus.

a . . . . b . . . . . . c . . . .

Eucli ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22

22 Si tres numeri continue proportionales fuerint, primusque fuerit quadratus, & tertius quadratus erit.

THEON ex Zamberto. Sint tres numeri continue proportionales α, β, γ, primus autem sit quadratus. Dico quod & tertius quadratus est, quoniam enim ipsorum α, γ, (per 20 octaui,) unus medius proportionalis est numerus β, igitur α, γ, similes plani sunt, at quadratus est α, quadratus igitur est & γ, quod erat demonstrādum.

α . . . .
β . . . .
γ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 SI quatuor numerorum continue proportionalium primus fuit cubus, quartum cubum esse necesse est.

CAMPANVS Sint quatuor numeri continue proportionales a, b, c, d sitque a cubus. dico quod d est etiam cubus, constat enim per 19 quod a & d sunt solidi similes. & quia a est cubus per hypothesin. erit etiam d cubus.

Eucli ex Zamb. Theorema 21 Propositio 23

23 Si quatuor numeri continue proportionales fuerint, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit.

THEON ex Zamberto. Sint quatuor numeri proportionales continue α, β, γ, δ, sit autem α, cubus, dico quod & δ, cubus erit Quoniam enim ipsorum α, δ, duo medij proportionales sunt numeri β, γ, ipsi igitur α, δ, similes sunt solidi numeri, at α, cubus est, cubus igitur est & δ, quod demonstrasse oportuit.

α . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .

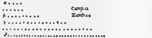
Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 SI duorum numerorũ quorum proportio sicut quadrati ad quadratum, fuerit unus quadratus, alterum quoq; quadratũ esse.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum quadratorum qui sunt c & d, sitq; a uel b quadratus: dico reliquum esse quadratum. Cum enim c & d sint quadrati, sequitur eos esse superficiales. Ideoq; per 16 cadet unus medius inter eos in continua proportione: quare per 8 inter a & b, per 26 igitur constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 24.

24 Si bini numeri rationem habuerint, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, primus autem fuerit quadratus, & secundus quadratus erit.



Camp. 22
Zamb. 24

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, adinuicem rationem habeant, quam quadratus numerus γ ad quadratum numerum δ. Ipse autem α quadratus sit, dico quod & β quadratus est. Quoniam ipsi γ, δ, sunt quadrati, ipsi γ, δ, igitur similes plani sunt. Ipsorũ igitur γ, δ. (per 18 octaui) unus medius proportionalis est numerus. Et est sicut γ ad δ, sic est α ad β. Ipsorum igitur α, β, unus medius proportionalis est numerus. At α quadratus est, & β igitur quadratus est, quod erat demonstrandum.

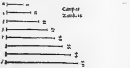
Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 SI duorum numerorũ quorum proportio unius ad alterũ sit sicut cubi ad cubum, alteruter fuerit cubus, & alterum cubum esse.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b in proportione duorum cuborum qui sunt c & d, sitq; a uel b cubus: dico reliquũ esse cubum. Necesse est enim quod c & d sint solidi similes, quippe omnes cubi sunt similes & solidi, itaq; per 18 inter ipsos cadent duo medij in continua proportione: totidem igitur per 8 cadent inter a & b, itaque per 21 manifestum est quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 25

25 Si bini numeri adinuicem rationem habuerint, quam cubus numerus ad cubum numerum, primus autem cubus fuerit, & secundus cubus erit.



Camp. 23
Zamb. 24

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, adinuicem rationem habeant, quam cubus numerus γ ad cubum numerum δ, cubus autem esto α. Dico quod & ε cubus est. Quoniam enim ipsi γ, δ, cubi sunt, sunt igitur (per 19 octaui) ipsi γ, δ, similes solidi. ipsorum igitur γ, δ, bini medij sunt proportionales (per 21 octaui.) quot autem inter ipsos γ, δ, continue proportionales cadunt, totidem & inter eandem rationem habentes cadunt numeri. Quare & inter α β duo medij proportionales cadunt, (per 8 octaui) cadant ipsi ε, ζ. Quoniam igitur quatuor numeri α, ε, ζ, ε, continue proportionales sunt, & α cubus est, cubus igitur est (per 23 octaui) & ε, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 NVmerorum superficialium similium est proportio unius ad alterum, sicut proportio quadrati ad quadratum.



CAMPANVS. Sint a & b superficiales similes, dico quod unus ad alterum est proportio, sicut quadrati ad quadratum, erit enim per 16 inter eos unus numerus medius in cõtinua proportione qui sit c, sumptis itaque tribus minimis in pportione eorum qui sunt d, e, f, erunt per correlarium 2, d & f quadrati: & quia per æquam proportionalitatẽ est a ad b sicut d ad f, constat uerum esse quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 26

26 Similes plani numeri adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.



THEON ex Zambert. Sint similes plani numeri α β. Dico quod α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quoniam ipsi α, β, similes plani sunt, inter ipsos igitur α, β, unus medius proportionalis cadit numerus (per 18 octaui.) Cadat, & sit γ, assumanturq; (per 35 septimi) minimi numeri eandem ipsis α, β, γ, habentiū rationem, sintq; δ, ε, ζ ipsi igitur ipsorum extremi, hoc est δ, ζ, sunt quadrati. Et quoniam est sicut δ ad ζ, sic α ad β, & ipsi δ, ζ, sunt quadrati, igitur α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, quod demonstrare oportebat.

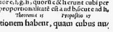
Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 OMnium duorum solidorum similium est proportio unius ad alterum, sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

CAMPANVS. Sint a & b solidi similes, dico quod proportio unius eorum ad alterum, est sicut alicuius cubi ad aliquem alium cubum. Sunt quidem per 18 inter eos duo numeri medij secundum continuam proportionē, qui sint c & d, & in eorū proportione sint minimi quatuor e, f, g, h, quorū e & h erunt cubi per correlarium secūdæ: quia igitur per æquam proportionalitatē est a ad b, sicut e ad h, liquet propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 27

27 Similes solidi numeri adinuicem rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum.



THEON ex Zamberto. Sint similes solidi numeri α, β. Dico quod α ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum. Quoniam enim ipsi α, β, similes solidi sunt, inter ipsos igitur α, β, (per 19 octaui) bini cadunt numeri proportionales, cadunt, & sint γ, δ. Accipianturq; (per 35 septimi) minimi numeri eandem habentium rationem ipsis α, γ, δ, β, sintq; ipsis æquales multitudine ε, ζ, η, θ. ipsi igitur ε, θ, eorum extremi cubi sunt, estq; sicut ε ad θ, sic α ad β. Et α igitur ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum, quod oportuit demonstrasse.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER NONVS.

Ex Campano. Diffinitiones.

PAr numerus, est qui potest in duo æqualia diuidi. 2 Impar numerus, est qui in duo æqualia diuidi non potest, additq; supra parem unitatē. 3 Pariter par, est quem cuncti pares eum numerantes, paribus uicibus numerant. 4 Pariter impar est quem cuncti pares eum numerantes, imparibus uicibus numerant. 5 Pariter par & impariter, est quem pares eum numerantes, quidam paribus quidam imparibus uicibus numerāt. 6 Impariter impar, quē cuncti impares eum numerantes, imparibus uicibus numerāt.

Perfectus

7 Perfectus numerus appellatur, qui omnibus partibus suis quibos numeratur, est æqualis. 8 Abundans dicitur, qui omnibus suis partibus minor est. 9 Diminutus uero, qui maior.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 SI fuerint duo numeri superficiales similes, qui ex ductu alterius in alterum producetur, numerũ quadratũ esse necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b superficiales similes, ex quorum multiplicatione proueniat c, dico c esse quadratũ: fiat enim d ex a in se, eritq; per 18 septimi, d ad c, sicut a ad b, & quia inter a & b cadit medius secũdum continuam proportionalitatẽ per 16 octaui, sequitur per 8 eiusdem, ut unus quoq; cadat inter d & c, itaq; cum d sit quadratus, erit per 20 eiusdem, c quoq; quadratus, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Si bini similes plani numeri sese inuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus ex eis quadratus erit.

THEON ex Zamb. Sint bini similes plani numeri α, ε, & α ipsum ε multiplicans, ipsum efficiat γ. Dico quod γ quadratus est, ipse enim α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat, ipse igitur δ, quadratus est. Quoniam igitur α se ipsum multiplicans ipsum δ fecit, ipsum autem ε multiplicans ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad ε, sic δ ad γ. Et quoniam ipsi α, ε, similes plani sunt numeri, unus medius (per 18 octaui) proportionalis cadit numerus ipsorum α, ε. Si autẽ inter binos numeros continue proportionales, numeri proportionales ceciderint, quot inter ipsos cadunt totidem quoq; (per 8 octaui) & inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipsos γ, δ, unus medius proportionalis numerus cadit: est autem ipse δ, quadratus, quadratus igitur est γ, quod ostendere oportuit.

γ . . . .
. . . .
δ . . . .
ε . . . .
. . . . . .
α . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 SI ex ductu alterius in alterũ tetragonus producatur, duo quilibet numeri sunt superficiales similes.

CORRELARIVM.

Ex his itaq; patens est, quia si tetragonus in tetragonũ ducatur, qui ex eis producetur, tetragonũ esse. Si uero ex ductu tetragoni in numerum aliquem, tetragonus producatur, illum numerum aliquem esse tetragonũ. Itemq; si ex ductu tetragoni in nomerum aliquem, non tetragonus producatur, eum numerum aliquem non tetragonum esse. Si uero tetragoous in numerum aliquem non tetragonum ducatur, qui inde producetur, non tetragonum esse necesse est.

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Vt si ex a in b fiat c, fueritq; c quadratus, erunt a & b, superficiales similes. Sit enim d ex a in se, eritq; per 18 septimi, d ad c, sicut a ad b. Per 16 autẽ octaui, cum d & c sint superficiales similes, eo q; sunt ambo quadrati, erit inter eos unus numerus medius secundum continuam proportionem: per 8 itaq; eiusdem erit etiam unus inter a & b, igitur per 17 eiusdẽ, a & b sunt superficiales similes, quod est propositũ.

c . . . .
. . . .
d . . . .
b . . . .
. . . .
a . .

Prima pars correlarij patet per præmissam, sunt enim omnes tetragoni, superficiales similes. Secũda patet ex hac, cum sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia pars patet, ex prima ipsius correlarij parte, à destructione consequẽtis. Quarta uero patet ex eiusdem parte secunda, à destructione consequentis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si bini numeri inuicem sese multiplicantes, quadratum fecerint, similes plani sunt.

THEON ex Zamb. Sint enim numeri α, β, inuicem sese multiplicantes, quadratũ efficiant γ. Dico quod & ipsi α, β, similes plani sunt numeri. ipse enim α seipsum multiplicãs, ipsum δ efficiat. δ igitur quadratus est. Et quoniã α seipsum quidem multiplicãs ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. & quoniam δ quadratus est, sed & γ, ipsi igitur δ, γ, similes plani sunt, ipsorũ igitur δ, γ (per 18 octaui) unus medius proportionalis est numerus, & est ut δ ad γ, sic α ad β. ipsorum igitur α, β, (per 8 octaui) unus medius est proportionalis. Si autem binorum numerorũ unus medius proportionalis est numerus, (per 18 octaui,) similes plani sunt numeri: ipsi igitur α, β, similes plani sunt, quod oportuit demonstrasse.



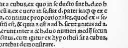
Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 SI numerus cubus in seipsum ducatur, qui inde producetur erit cubus. CAMPANVS. Sit a cubus, ex quo in se ducto fiat b. dico b esse cubum: sit enim c latus cubicũ a, ex c uero in se, fiat d, patet itaq; quod ex c in d, fit a: sunt igitur unitas, c, d, a, continue proportionales, quod ex 18 septimi, & præsentibus hypothesibus manifestũ est, & quia a est a ad b, sicut unitas ad a, eo quod quoties unitas est in a toties a in b, erunt inter a & b, duo numeri medij secundum proportionalitatẽ continuam per 8 octaui. cum igitur ex hypothesi sit a cubus, erit per 21 eiusdem, b quoq; cubus, quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si cubus numerus seipsum multiplicãs aliquẽ fecerit, factus cubus erit.

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α, seipsum multiplicans, ipsum efficiat β. Dico quod β cubus est. accipiatur enim ipsius α, latus γ, & γ se ipsum multiplicans, ipsum efficiat δ, manifestũ iam est, quod γ ipsum δ multiplicãs, ipsum effecit α. & quoniã γ seipsum multiplicãs, ipsum δ fecit, igitur γ ipsum δ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Sed & unitas ipsum γ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad γ, sic γ ad δ. Rursus quoniam γ ipsum δ multiplicãs, ipsum effecit α, igitur ipse δ ipsum α metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates. At unitas ipsum γ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad γ, sic δ ad α. Sed sicut unitas ad γ, sic γ ad δ, & (per 11 quinti) igitur sicut unitas ad γ, sic γ ad δ & δ ad α. Ipsius igitur unitatis & α, bini medij sunt continue proportionales numeri γ, δ. Rursus quoniam α seipsum multiplicans, ipsum β fecit, igitur α ipsum β metitur per eas quæ in seipso sunt unitates. Metitur autem & unitas ipsum α per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad α, sic α ad β. Ipsius autẽ α & unitatis, bini medij sunt proportionales numeri. & ipsorũ igitur α β, bini medij proportionales sunt numeri (per 8 octaui.) Si autem binorũ numerorũ bini medij proportionales fuerint numeri, primus autem cubus fuerit. & quartus cubus erit (per 21 octaui:) est autẽ α cubus, & β igitur cubus est, quod ostendere oportuit.



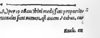
Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 SI cubus in alium cubũ ducatur, qui inde producetur erit cubus. CAMPANVS. Sint a & b cubi, fiatq; c ex a in b: dico c esse cubum, fiat enim d ex a in se, eritq; per præmissam d cubus. & quia per 18 septimi. est a ad b, sicut d ad c, constat ex 23 octaui, c esse cubum, quod est propositum.

Eucli ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si cubus numerus cubum numerum multiplicans, aliquem fecerit, factus cubus erit.

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α, cubus numerũ β multiplicans, efficiat γ. Dico quod γ cubus est. ipse nanq; α seipsum multiplicans, ipsum efficias δ. igitur δ cubus est (per præcedentem.) Et quoniam α seipsum multiplicãs, ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicans, ipsum fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. Et quoniam ipsi α cubi sunt, similes solidi sunt ipsi α, β. ipsorum igitur α, β, (per 19 octaui) bini medij sunt proportionales numeri. Quare & (per 8 eiusdem ipsorum) δ, γ, bini medij proportionales sunt numeri, est autem δ cubus. cubus igitur est & γ, quod demonstrare oportebat.



Eucli. ex

Eucl. ex Camp. Propositio 5

5 SI numerus cubus in numerũ alium ducatur, fueritq; productus cubus, in quem ductus est, numerũ cubum esse necesse est.

CORRELARIVM.

Vnde & manifestum est, quia ex ductu cubi in non cubum, producitur non cubus. Ductoq; cubo in numerum aliquem, si fuerit qui inde producitur non cubus, in quem ille ductus fuerit, necesse est esse non cubum.

CAMPANVS. Sit enim ex a cubo in b numerũ, productus c cubus, dico b esse cubum: fiat enim d ex a in se, qui per antepræmissam erit cubus, quia igitur est per 17 sept. a ad b sicut d ad c, estq; a cubus, sed & d & c cubi, erit per 23 octaui, b cubus, quod est propositũ. Prima pars correlarij, patet ex hac quinta, á destructione consequentis, secunda, per præmissam, similiter a destructione consequentis.

Eucl. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

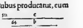
5 Si cubus numerus numerũ aliquem multiplicans, cubum fecerit, & multiplicatus cubus erit.



THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α numerũ aliquem β multiplicans, cubum efficiat γ. Dico quod β cubus est. Ipse enim α seipsum multiplicãs, ipsum δ efficiat. Cubus igitur est (per 5 noni) & ipse δ, & quoniã α seipsum multiplicãs ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicãs ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ, & quoniam ipsi δ, γ, cubi sunt, similes solidi sunt. Ipsorũ igitur δ, γ, (per 19 octaui) bini medij sunt proportionales numeri & estq; sicut δ ad γ, sic est α ad β: & ipsorũ igitur α, β, (per 8 eiusdem) bini medij sunt proportionales numeri, estq; α cubus. cubus igitur & β, quod oportuit demonstrasse.

Eucl. ex Camp. Propositio 6

6 SI ex ductu cuiusdã numeri in seipsum cubus producatur, eum esse cubum necessario cõprobatur.



CAMPANVS. Sit ut ex a in se fiat b, sitq; b cubus: dico ergo a esse cubũ. Fiat enim c ex a in b, eritq; ex diffinitione, c cubus: & quoniã constat ex 18 septi. q; sit a ad b, sicut b ad c. cum sint b & c cubi, sequitur ex 23 octaui, a esse cubum, quod est propositũ.

Eucl. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 Si numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit.



THEON ex Zamb. Numerus enim α seipsum multiplicans, cubum efficiat β. Dico quod α cubus est. Ipse enim α ipsum β multiplicãs, ipsum efficiat γ. Quoniã igitur α seipsum quidẽ multiplicans ipsum β fecit, ipsum autem β multiplicãs ipsum γ fecit, igitur γ (per 4 noni) cubus est. Et quoniã α seipsum multiplicãs ipsum β fecit, ipsum autem β multiplicãs ipsum effecit γ, sicut igitur (per 17 sept.) α ad β, sic β ad γ. Et quoniã ipsi β, γ, cubi sunt, similes solidi sunt, ipsorũ igitur β, γ, (per 19 octaui) bini sunt medij proportionales numeri, estq; sicut β ad γ, sic α ad β, & ipsorũ igitur α β bini medij sunt proportionales numeri (per eandem) est autem β cubus, cubus igitur est & α, quod ostendere oportuit.

Eucl. ex Camp. Propositio 7

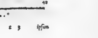
7 SI numerus compositus in numerũ quemlibet ducatur, qui inde producetur erit solidus.



CAMPANVS. Sit a numerus cõpositus, qui ducatur in b, & proueniat c. dico c esse numerum solidum. Cum enim a sit cõpositus, numeratur ab aliquo numero, qui sit d, numeretq; eum secũdum e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b, c, erit ex diffinitione solidorũ c solidus, eiusq; latera e, d, b, quod est propositũ.

Eucl. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 Si cõpositus numerus numerũ aliquem multiplicãs, aliquẽ fecerit, factus solidus erit.



THEON ex Zamb. Compositus enim numerus α numerũ aliquem β multiplicans, ipsum γ efficiat. Dico quod γ solidus est. Quoniam enim α compositus est, eum aliquis numerus metietur (per diffinitionẽ) metiatur eum δ, & quoties δ ipsum α metitur, tot unitates sint in ε. Igitur ε ipsum δ multiplicans, ipsum effecit α. Et quoniam α

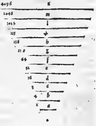
ipsum

ipsum β multiplicans, ipsum γ fecit, & α est ex δ, ε, qui igitur ex δ, ε, ipsum β multiplicans, ipsum effecit γ & β igitur cum qui ex δ, γ, multiplicans, ipsum γ fecit. Igitur γ solidus est, latera autem ipsius, sunt ipsi δ, ε, β, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SI fuerint numeri ab unitate continue proportionales, tertius ab unitate erit quadratus, ac deinceps uno semper intermisso. Quartus uero ab unitate, cubus, ac deinceps duobus semper intermissis. Itemque semptimus ab unitate, est quadratus cubicus, ac deinceps quinque semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

CAMPANVS. Sint continue proportionales, unitas, a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n. Dico b esse quadratũ, & d, omisso, c, & sic alios uno semper obmisso, unde simpliciter omnes existentes in locis imparibus, sunt quadrati, ut sunt tertius, quintus & septimus. Dico item c esse cubũ, & f, duobus obmissis, & sic in cæteris. Omnisque simpliciter est cubus, cuius ab unitate locus addit super ternariũ, uel quemlibet multiplicẽ ipsius ternarij unitatẽ, ut sunt quartus, septimus, decimus, tertiusdecimus & sextusdecimus: in hoc enim cõueniunt omnes qui duos transmittunt. Itemque dico f ab unitate septimũ, esse quadratũ cubicũ, & similiter n, quinque numeris intermissis, idemque in cæteris. Simpliciter autem dico, cuius locus ac unitate addit super senarium, uel quẽlibet multiplicẽ ipsius unitatẽ, ut sunt septimus, tertiusdecimus decimusnonus, & uicesimusquintus, illum esse quadratũ cubicum, quadratũ quidem, quoniam eius locus impar, cubum autem quoniam super multiplicẽ ternarij addit unitatem, quippe senarij multiplices, cũctos ternarij necesse est esse multiplices. Quæ autẽ proposita sunt, sic constat. Est enim ex hypothesi a in b, quoties unitas in a, itaque b, ex diffinitione quadratus. Quia igitur b, c, d, sunt continue proportionales, cũ b sit quadratus, patet ex 17 uel 20 octaui, d esse quadratũ. Eadem ratione & f, quia d, e, f, sunt continue proportionales, & d est quadratus. Idem in cæteris uno intermisso. Constat itaque primum. Secundum sic. Cum sit b in c quoties a in b ex hypothesi, sequitur a diffinitione ut ex a in b suum quadratum fiat c, igitur ex diffinitione cubi, c est cubus. At quia c, d, e, f, sunt cõtinue proportionales, sed & f, g, h, k, est autẽ c cubus, necesse est per 19 uel 21 octaui, ut f quoque sit cubus, ideoque & k. Idemque in cæteris, duobus transmissis. Quare liquet secũdum. Quoniam autem in f septimo, & in n tertiodecimo, cæterisque quinque medios obmittentibus, simpliciter uero & in omnibus quorum locus super quemlibet multiplicẽ senarij addit unitatem, terminantur quadratorũ & cuborum computationes, in his quidem unius, in illis autem duorũ obmissione, sequitur ipsos esse quadratos ex huius prima parte, & cubicos ex secunda, quare quadrati cubici. Constat exgo totum quod dicitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

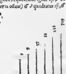
8 Si ab unitate quotcunque numeri ordine proportionales fuerint, tertius ab unitate quadratus est, & unum relinquentes omnes, quartus autem cubus, & binos relinquentes omnes, septimus uero cubus simul & quadratus, & quinque relinquoentes omnes.

*ipsis continue

THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quilibet * ordinatim proportionales numeri, α, β, γ, δ, ε, ζ. Dico quod tertius quidem ab unitate, scilicet, β, est quadratus, & unum relinquentes omnes, quartus autem γ est cubus, & binos relinquentes omnes, septimus uero, cubus & simul quadratus, & quinque relinquẽtes omnes. Quoniam enim est sicut unitas ad α, sic α ad β, æque igitur metitur unitas ipsum α numerum, & α ipsum β, at unitas ipsum α metitur*

per eas

per eas quæ in α sunt unitates, igitur & α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates & quoniam α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, igitur α seipsum multiplicans, ipsum effecit β. quadratus igitur est β. Et quoniam ipsi β, γ, δ, ordinatim sunt proportionales, & β quadratus est, igitur (per 22 octaui) & δ quadratus est, & iam id propterea & ζ quadratus est. Similiter iam demonstrabimus quod & unum relinquentes, quadrati sunt omnes. Dico iam quod & quartus ab unitate, hoc est γ, cubus est, & binos relinquentes omnes. Quoniam enim est sicut unitas ad α numerum sic β ad γ, æque igitur unitas ipsum α numerum, & β ipsum γ metitur. at unitas ipsum α metitur per eas quæ in α sunt unitates, igitur & β ipsum γ metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, & α igitur ipsum β multiplicans, ipsum effecit γ. Quoniam igitur α seipsum quidem multiplicans, ipsum effecit β, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit, cubus igitur est ipse γ. Et quoniam ipsi γ, δ, ε, ζ, ordinatim sunt proportionales, ipse autē γ cubus est, & ζ igitur (per 22 octaui) cubus est. Demonstratū autem est, quod ζ septimus ab unitate existens, quadratus est. Igitur ζ cubus est & quadratus. Similiter iam ostendemus quod & quinque relinquentes cubi sunt omnes & quadrati, quod oportuit demonstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 9

Si numeris q. odlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatem sequens quadratus fuerit, cæteri quoq; omnes erunt quadrati. Si uero qui unitatē sequitur fuerit cubus, cæteri quoq; omnes erunt cubi.

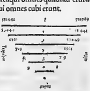
CAMPANVS. Sint qui prius continue proportionales ab unitate, sitq; a quadratus, dico omnes esse quadratos. Aut sit idem cubus, tunc quoq; dico omnes esse cubos, b enim constat esse quadratum per præmissam, quia ergo a ad b, sicut b ad c, ex 22 octaui, sequitur c esse quadratum, idem quoq; ex eiusdem 17 uel 20 potes arguere. De sequētibus autem idem eodemq; modo probabis, quare patet primum. Secūdum autem sic. Cum b fiat ex a in se, si fuerit a cubus, erit per tertiam ipse quoq; cubus, c uero constat esse cubum per præmissam, itaque per 23 octaui, d omnesq; sequentes cubicos esse probabis, est enim a ad b, sicut c ad d. Idem quoq; arguere potes ex 19 uel 21 eiusdem, sunt enim a, b, c, d, sed & b, c, d, e, singuliq; quatuor continue sumpti, continue proportionales.

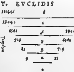


Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

Si ab unitate quotcunq; numeri *consequenter proportionales fuerint, ipse qui uero post unitatem quadratus fuerit, & reliqui omnes quadrati erunt. Et si qui post unitatem cubus fuerit, & reliqui omnes cubi erunt.

THEON ex Zamberto. Sint ab unitate consequenter proportionales, quotcunq; numeri α, β, γ, δ, ε, ζ. qui uero post unitatem, α sit quadratus. Dico quod & reliqui omnes quadrati erunt. Quod quidem tertius ab unitate, & sit quadratus & unum relinquentes omnes, patet (ex præcedenti). Dico quod & reliqui omnes quadrati sunt. Nam quoniam ipsi α, β, γ, ordinati sunt proportionales, & α est quadratus, igitur (per 22 octaui) & γ est quadratus. Rursus quoniam ipsi β, γ, δ, ordine sunt proportionales, & β est quadratus, & δ igitur (per 22 octaui) est quadratus. Similiter iam ostendemus quod & reliqui omnes quadrati sunt. Sed iam esto α cubus. Dico quod reliqui omnes cubi sunt. Quod quidem quartus ab unitate, hoc est γ cu-





bus est, & binos relinquẽtes omnes. (ex præcedenti) patet. Dico iam quod & reliqui omnes cubi sunt. Quoniam enim est sicut unitas ad α, sic α ad ϐ, æque igitur unitas ipsum α numerum metitur, & α ipsum ϐ metitur. Vnitas autem ipsum α metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. & α igitur ipsum ϐ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicãs, ipsum β fecit. Est autem & α cubus. Si autẽ cubus numerus seipsum multiplicans fecerit aliquẽ, factus cubus est (per 3 noni,) & β igitur cubus est. Et quoniã quatuor numeri ordine proportionales sunt ipsi α, β, γ, δ, & α cubus est, & δ igitur (per 23 octaui) cubus est. Iam id propterea & ε cubus est, & similiter reliqui omnes sunt. Quod oportuit demonstrasse.

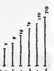
Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI numeris quotlibet ab unitate contioua proportionalitate dispositis, unitatẽ sequens non quadratus fuerit, non erit aliorũ quisq̃ quadratus, exceptis ab unitate tertio & ijs qui deinceps uno semper intermisso reperiũtur tetragoni. Si uero secundus ab unitate non fuerit cubus, nullus cæterorũ erit cubus, exceptis ab unitate quarto & deinceps ijs qui duorũ semper intermissione formantur cubicis.

CAMPANVS. Hæc ex opposito subiecti præmissæ, infert partẽ oppositi passionis. Dico autem partem, quoniam ex 8 constat omnes in locis imparibus constitutos esse quadratos, omnesq̃ quorũ locus super ternarium uel quemlibet ipsius multiplicem addit unitatẽ, esse cubos. Sint itaq; qui prius ab unitate continue proportionales, non sit autem a quadratus, sed nec cubus, dico nullum ex omnibus esse quadratũ aut cubicum, nisi quos octaua proponit. Si enim quis alius ponatur quadratus, sequitur per 22 octaui, a esse quadratũ. Quod si cubus, sequitur per 23 eiusdem, a esse cubum, quorum utrunq; contrarium est hypothesi. Constat ergo propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 Si ab unitate quotcunq; numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uero post unitatem oon fuerit quadratus, neq; alius ullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus, & si qui post unitatem, cubus non fuerit, neq; alius ullus cubus erit exceptis quarto ab unitate & binos relinquentibus omnibus.

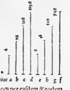


THEON ex Zamber. Sint ab unitate ordinatim proportionales quilibet numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uero post unitatem α non sit quadratus. Dico quod neq; alius ullus quadratus erit exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus. Si enim possibile, esto γ quadratus, est autem & ϐ quadratus, ipsi igitur ϐ, γ, admuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Estq; sicut β ad γ, sic α ad β, ipsi igitur α, β, admuicẽ rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. quare (per 26 octaui) ipsi α, ϐ, similes plani sunt, & quadratus est ϐ, igitur α est quadratus, quod non suppositũ est. Igitur γ non est quadratus, neq; ullus alius eadem ratione, exceptis ab unitate tertio & unum relinquentibus omnibus. Sed iam α non sit cubus. Dico quod neq; alius ullus cubus, erit exceptis ab unitate quarto & binos relinquentibus omnibus. Si enim est possibile sit, δ cubus. Est autem & γ cubus (per 8 noni) quartus enim ab unitate. Estq; sicut γ ad δ, sic β ad γ, igitur β ad γ rationẽ habet quam cubus numerus ad cubum numerũ, quare (per 27 octaui) ipsi β, γ, similes solidi sunt, & cubus est γ, igitur β cubus est. Estq; sicut unitas ad α, sic α ad β. At unitas metitur ipsum α per eas quæ in ipso sunt unitates, igitur & α ipsum β metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicãs, ipsum ϐ cubum effecit. Si uero numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit (per 6 noni). Cubus igitur est & α, quod suppositũ non est. Igitur δ cubus non est. Similiter iam ostendemus quod neq; alius ullus cubus est, præter quartũ ab unitate & binos relinquẽtes omnes, quod ostendendũ fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret, eum quoq; qui unitatem sequitur numerare necesse est.

CAMPANVS



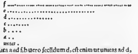
CAMPANVS. Sint usq; ad d continue proportionales ab unitate: sitq; e numerus primus, de quo ponatur, ipsum numerare d: dico quod idem numerabit a. Nam si non, erit ad ipsum primus per 31 septimi, & quia ex a in se fit b, sequitur ex 25 eiusdem, ut ipse quoq; sit primus ad b, sed & ad c & ad d, sequitur ipsum esse primum per 25 eiusdem, eo q ex a in b fit c, & ex eodem in c, d, non ergo numerat d, cum sit primus ad ipsum, quare accidit contrariũ hypothesi. Idem aliter.

Cum sit e primus, si non numerat a, primus erit ad ipsum per 31 septimi, itaq; per 32 eiusdem, erunt minimi in sua proportione: quia autẽ e ex hypothesi numerat d, sit ut secundum f, constat uero q ex a in c, fiat d, ergo per secũdam partem 30 septimi, erit a ad e, sicut f ad c, quare per 21 eiusdẽ, e numerabit c, & sit ut secundũ g, & quia ex a in b fit c, sequitur quoq; per easdem & eodem modo ut e numeret b: esto ergo q secundũ h, & quoniã rursus ex a in se fit b, necesse est iterum per easdem ut e numeret a, sed positũ erat non numerare, ergo accidit impossibile.

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 IN numeris ab unitate continue proportionalibus, minor maiorem numerat, secundũ aliquẽ in illa proportionalitate dispositũ.

CAMPANVS. Sint ab unitate usq; ad f continue proportionales dico nullum ipsorũ numerare f, nisi secũdum aliquem aliorũ. Constat enim q e numerat ipsum f secundum a, est enim e ad f, ut unitas ad a. Sed & d numerat eundem f secundũ b, est nanq; per æquam proportionalitatem d ad f, ut unitas ad b. De c quoq; patet eodem modo quod secũdum seipsum numeret eum. Econuerso quoq; a numerat eum secundum e, eo q sicut unitas ad e, ita a ad f, b uero secũdum d, est enim ut unitas ad d, ita b ad f. uerũ igitur est quod proponitur. Quippe quotus quisq; qui proponitur ultimum numerare, fuerit sub ultimo secũdum totum supra unitatem, numerare ipsum conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.



Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propositiones, duabus præcedentibus ex Campano ordine præpostero respondent.

Eucli ex Zamb. Theorema 1 Propositio 11

11 Si ab unitate quotcunq; numeri cõtinue proportionales fuerint, minor maiorem metitur per aliquem præexistentẽ in proportionalibus numeris.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate α, quotcunq; numeri continue proportionales β, γ, δ, ε. Dico quod ipsorum β, γ, δ, ε, minor β, ipsum ε maiorem metitur per aliquem ipsorũ γ, δ. Quoniam enim est sicut α unitas ad β, sic δ ad ε, æque igitur α unitas ipsum β numerũ metitur, & δ ipsum ε: uicissim igitur (per 15 septimi) æque α unitas ipsum δ metitur, & β ipsum ε. At α unitas ipsum δ metitur, per eas quæ in ipso sunt unitates, & β igitur ipsum ε metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Quare minor β ipsum ε maiorem metitur per aliquem numerum præexistentem in proportionalibus numeris, quod ostendere oportuit.*

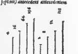


Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

12 Si ab unitate quotlibet numeri cõtinue proportionales fuerint, quot primorũ numerorũ ultimũ metientr, tot & eum qui apud unitatẽ est metiẽtur.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate quotlibet continue proportionales numeri α, β, γ, δ. Dico quod quot primorũ numerorũ ipsum δ metiuntur, tot quoq; & ipsum α metientur: metiatur enim ipsum δ numerus aliquis primus ε. Dico quod ε ipsum α metitur, non enim metiatur ε ipsum α, est autem ε primus, omnis autem numerus ad omnem numerũ quem non metitur primus est (per 31 septimi.) ipsi igitur α, ε, primi sunt adinuicẽ. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. igitur ε ipsum ζ multiplicãs, ipsum effecit δ. Rursus quoniam α ipsum δ metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum δ effecit. Sed & ε ipsum ζ multiplicans, ipsum δ effecit.*

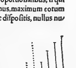
effecit. Igitur qui ex α,γ, et qui ex ε,ζ, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic est ζ ad γ. At ipsi α,ε, primi, primi uero & minimi, minimi autem metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem sequens sequentem: metitur igitur ε ipsum γ, metiatur ipsum per η. Igitur ε ipsum η multiplicans, ipsum effecit γ. Sed ne tollatur & α ipsum ϛ multiplicans, ipsum effecit γ. qui igitur ex α,ϛ, et qui ex ε,η, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic η ad γ. ipsi autem α,ε, primi, primi uero & minimi, minimi autem numeri, (per 21 septimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter, antecedens antecedentem. & sequens sequentem: metitur igitur ε ipsum ϛ, metiatur ipsum per θ, igitur ε ipsum θ multiplicans, ipsum β effecit. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum effecit β, qui igitur ex ε,θ, et qui ex α est æqualis, est igitur sicut ε ad α, sic α ad θ. At ipsi α,ε, primi, primi autē & minimi, minimi uero (per 21 septimi) metiuntur eandem eis rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentē & sequens sequentē. Igitur ε ipsum α metitur, sed & non metitur, quod est impossibile. Ipsi igitur α, ε, non sunt adinuicem primi. Compositi igitur. At cōpositos numeros, aliquis primus numerus metitur. Ipsi igitur α,ε, sub alicuius numeri primi dimensionem cadunt, & quoniam ε primus supponitur. At primus numerus subalterius numeri mensuram non cadit (per diffinitionē) quam sub seipsius, igitur ε ipsos α,ε, metitur, quare ε ipsum α metitur: metitur autem & δ. Igitur ε ipsos α,δ, metitur. similiter iam demōstrabimus quod quot numeri primi ipsum δ metiuntur, tot & ipsum α metiuntur, quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 QVotlibet numeris ab unitate cōtinue proportionalibus, si qui unitatem sequitur fuerit numerus primus, maximum eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis, nullus numerabit.

CAMPANVS. Sint ut prius usque ad d, continue proportionales ab unitate, sitque a numerus primus. Dico quod nullus numerabit ultimum, nec simpliciter aliquem eorum, nisi aliquis eorum qui antecedit ultimum, uel eum qui ponitur numerari. Sit enim (si possibile est) e diuersus ab eis, qui numeret d, qui si fuerit primus, per 11 numerabit a: non igitur est a primus, quod est contra hypothesin. Si autem ipse fuerit compositus, necesse est per 31 septimi, ut aliquis primus numeret eum, qui nō erit nisi a. Nam si est alius ab a ut f, cum necesse sit ipsum numerare d, arguetur etiā eundem numerare a per 11, sic quoque a non erit primus. Est igitur a primus, numerans e. Quoniam autem e numerat d, sit ut secundum g, eritque per secundā partem 20 septimi, a ad e, sicut g ad c: fit enim d ex a in c. Quare cum a numeret e, & g numerabit c, sitque ut secundum h, sequiturque ut a numeret g, sicut seguebatur ut numeraret e, alioqui si g quidē est primus, cum numeret c, sequitur per 11 ipsum numerare a. Si autem compositus per eandem sequitur numerū primum numerantē g, numerare a, quod est inconueniens. Itaque a numerat eum. sequitur ergo per secūdam partem 20 septimi, ut h numeret quoque b, eo quod tam ex g in h constat produci c, numeret h itaque ipsum, secundum k. Constat autem (ut prius de g) quod a numeret h. Nam si non, non erit a primus, itaque per secūdam partem 20 septimi, sequitur ut k numeret a: fit enim tam ex a in se quam ex h in k, b. Manifestum est autem k non esse a, nullus enim numerorū g,h,k, est aliquis ex a,b,c,d: si enim g esset aliquis ex eis, cū ipse numeret d secundū e, esset per præmissam, e quoque aliquis ex eis, sed non erat, igitur g. Similiter cum h numeret c secundū g, non erit h aliquis ex a,b,c, nam esset per præmissam & g ostensum est autē quod non, nec igitur h. Eadē ratione nec k, cum enim ipse numeret h secundū h, si ipse esset a, cōuinceretur per præmissam, h quoque esse a. At non erat, nec igitur k erit a. Numerat autē ipsum, non est itaque a primus, quod est impossibile.



ALITER idem. Si e diuersus ab a,b,c,d, numerat d, sit ut secundum f, & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f, sequitur ex 33 septimi, quod ipse numeret e uel f, numeret ergo e: quia igitur tam ex a in c, quàm ex e in f fit d, erit per secundam partem 20 septimi, a ad e sicut f ad c, numerat itaque f,c, sit ut secūdum g, eritque per 33 septimi, ut a quoque numeret f uel g, sitque ut f. Sequiturque per secundā partem 20 eiusdem, ut g numeret b, sitque ut secundū h. Vt prius igitur, a numerabit g uel h, & sit ut nu-

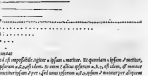


ut numeret g, h ergo per secũdam partem 20 numerabit a. Si itaq; h non est æqualis a, non erit a primus. Quod est contra hypothesin. Si autẽ æqualis, erit unusquisq; numerorũ g, f, e, aliquis ex a, b, c, d, per præmissam quoties oportet assumptã. Non est igitur e diuersus ab eis, quod est etiã contra hypothesin. Itaq; constat uerum esse quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 13

13 Si ab unitate quotlibet numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uero post unitatem primus fuerit, maximum nullus alius metietur præter præexistentes in proportionalibus numeris.

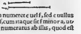
THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quotlibet numeri continue proportionales α, β, γ, δ, qui uero post unitatem, sit primus, hoc est α. Dico quod maximum eorum δ nullus alius metietur, præter ipsos α, β, γ. Si enim possibile, metiatur ipsum ε, & ε nulli ipsorum α, β, γ, δ, sit idem, manifestum quod ε primus non est. Si enim ε primus est, & ipsum δ metitur, & ipsum α metietur primum existentem, ei dem non idem existens, quod est impossibile. Igitur ε primus non est. Compositus igitur. Omnis autem compositus numerus, sub alicuius primi mensuram cadit. Dico qđ eum nullus alius metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ε metitur, & ε ipsum δ metitur, & ipse igitur ipsum δ metietur. quare & ipsum α metietur primum existentem, cum ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ε metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. Dico quod ζ nulli ipsorum α, β, γ, est idem. Si enim ζ alicui ipsorum α, β, γ, est idem, & metitur ipsum δ per ε, unus igitur ipsorum α, β, γ, metitur ipsum δ per ε, sed unus ipsorum α, β, γ, ipsum δ metitur per aliquem ipsorum α, β, γ, igitur ε uni ipsorum α, β, γ, est idem, quod non supponitur. Igitur ζ uni ipsorum α, β, γ, non est idem. Similiter iam ostendemus quod α ipsum ζ metitur, ostendentes rursus quod ζ non est primus. Si enim est primus, & metitur ipsum δ, & ipsum α metitur primum existentem non existens ei idem, quod est impossibile. Igitur ζ non est primus. Compositus igitur, & perinde eum aliquis primus metietur. Dico quod eum nullus alius primus metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ζ metitur, at ζ ipsum δ metitur, & ille igitur ipsum δ metietur, quare & ipsum α metietur primum existentem, cum ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ζ metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur per ζ, ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit δ. Sed & α ipsum γ multiplicans, ipsum δ fecit. qui igitur ex α, γ, ei qui ex ε, ζ, est æqualis proportionaliter igitur est sicut α ad ε, sic ζ ad γ. At α ipsum ε metitur, & ζ igitur ipsum γ metitur. metiatur ipsum per η, similiter ostendemus quod ipse η nulli ipsorũ α, β, est idem & quod eum metitur ipse α. Et quoniam ζ ipsum γ metitur per η, igitur η ipsum ζ multiplicans ipsum fecit γ, sed & α ipsum β multiplicãs, ipsum fecit γ qui igitur ex α, β, ei qui ex ζ, η, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ζ, sic η ad β: metietur autem α ipsum ζ, metietur igitur & η ipsum β, metiatur ipsum per θ. Similiter iam ostendemus quod ipsi α non est idem. & quoniam η ipsum β metitur per eas quæ in θ sunt unitates, igitur η ipsum θ multiplicãs ipsum effecit β. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum β fecit. Qui ex θ, η, igitur, ei qui ex α quadrato est æqualis. Est igitur sicut θ ad α, sic α ad η, metitur autem α ipsum η, metitur igitur & θ ipsum α primum existentem, non existens ei idem, quod absurdũ est. Igitur ipsum δ maximũ alter numerus non metietur præter ipsos α, β, γ, quod oportuit ostendere.*



Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 SI propositus fuerit numerus, minimus quem numerãt primi assignati, non numerabit eum aliquis numerus primus præter illos assignatos.

CAMPANVS. Sit a minimus numerus numeratus a numeris primis qui sunt b, c, d. Dico q; alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem, sit e primus numerans eum secundum f: quia ergo quilibet numerorũ b, c, d, numerat a productum ex e in f, est autem quilibet eorum primus, sequitur ex 31 septimi, ut quilibet eorum numeret e uel f, sed e nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat f, cum itaque sit f minor a, ut pote qui numerat eum secundum e, non erit a minimus numeratus ab illis, quod est inconueniens.



Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 14

14 **Si minimum numerum primi numeri mensi fuerint, nullus alius primus numerus ipsum metietur præter eos qui in principio metiuntur.**

THEON ex Zamberto. *Minimus enim quem ipsi β, γ, δ, primi metiuntur, sit α. Dico quod ipsum α nullus alius primus numerus metietur, præter β, γ, δ. si enim possibile, metiatur eum primus numerus ε, & nulli ipsorũ β, γ, δ, esto idem. Et quoniam ε ipsum α metitur, ipsum metiatur per ζ. ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit α. Et ipsum α, primi numeri β, γ, δ, metiuntur: si autem bini numeri sese inuicem multiplicantes fecerint aliquem, factum uero ex eis metiatur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur (per 32 septimi) ipsi igitur β, γ, δ, unum ipsorum ε, ζ, metientur. ipsum autem ε non metientur, nam ε primus est, & nulli ipsorum β, γ, δ, est idem. ipsum igitur ζ metiuntur minorem existentem ipso α, quod est impossibile. Nam α supponitur minimus quem ipsi β, γ, δ, metiuntur. Ipsum igitur α, numerus primus non metietur præter β, γ, δ. quod oportuit demonstrare.*

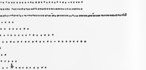


Hæc decimaquinta sequens ex Campano propositio, nullam in Zamberto respondentem habet.

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 **SI quotlibet numeri continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi, quicunq; aliquem illorum numerat, alteri terminorum illius proportionis erit cõmensurabilis.**

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, e, cõtinue proportionales & minimi secundum proportionẽ f ad g qui sint in sua proportione minimi, & ponatur h numerare c. Dico q h est cõmensurabilis f uel g, sumãtur enim in eadẽ proportione quatuor minimi, qui sunt k, l, m, n, constat autem ex 2 octaui, q ex f in m fit c, alioqui contingeret esse minus minimo, quod esse non potest. Itaq; per correlarium 33 septimi, erit h cõmensurabilis f uel m, quod si f, constat propositum: si autem m, sumantur in eadem proportione tres minimi qui sint p, q, r, eritq; ex 2 octaui, ut m fiat ex f in r, ne minus minimo aliquid esse cogamur concedere: quare per prædictum correlarium h est cõmensurabilis f uel r, sed nõ erat f, sic enim constabat propositũ: cõmensurabilis igitur est r, qui cum ex 2 octaui, fiat ex g in se, sequitur ex dicto correlario, ut h sit cõmensurabilis g, quod est propositum.

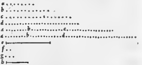


Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 **SI fuerint numeri quotlibet continue proportionales in sua proportione minimi, quilibet eorum ad compositum ex reliquis primus esse necessario comprobatur.**

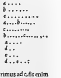
CAMPANVS. Sint a, b, c, continue proportionales & minimi: dico compositum ex a, b, c, primum esse ad d. Si enim non, aliquis numerus qui sit e, compositum ex a, b, c, numerabit & d, per præmissam igitur erit e, cõmunicans alteri terminorum illius proportionis qui sunt f & g, erit itaq; numerus aliquis numerans e, & alterũ duorum

duorũ f,g,qui ſit h. quia ergo h numerat e,numerabit d, & compoſitũ ex a,b,c,& quia numerat f uel g,quorum uterque numerat utrunq; mediorum,& ſimpliciter omnes ſi plures duobus ſint,ex 2 octaui,ſequitur ut ipſe numeret b & c.ergo & a, quia numerat totum a,b, c,non ſunt igitur a & d cõtra ſe primi,quod eſt inconueniens per 1 octaui.

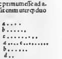


Similiter quoq; conſtabit, compoſitũ ex a,b,d,primum eſſe ad c.Si enim ut prius c numerat ambos, ſequitur per præmiſſam,ut aliquis numerus quia etiam ſit h, numeret e & alterum duorum f,g,itaq; h numerat c,& totum a,b,d.ſed & b,cum utraq; radicum numeret omnes medios,igitur & compoſitum ex a &d. Et quia neceſſario numerat alterum duorum a,d,cum numeret alterum duorum f, g, numerabit & reliquum. Non ſunt igitur a & d contra ſe primi, & ita idem ut prius.

CAMPANI annotationes. Demonſtrant autem idem aliter de tribus cõtinue proportionalibus & minimis ſine adminiculo præmiſſæ,probant enim ex quibuſq; duobus compoſitũ primum eſſe ad reliquum. Sint itaq; tres continue proportionales & minimi a, b,c,quorum termini d &e: dico tunc compoſitũ ex a & b,primum eſſe ad c,& compoſitum ex b & c,ad a,itemq; ex a & c,ad b. Manifeſtum enim eſt ex ſecũdo octaui,quod ex d in ſe,fit a,& in e,fit b,& ex e in ſe,c,& ex 22 ſeptimi,q d & e ſunt contra ſe primi. Itaq; ex prima parte 29 eiuſdem,erit totus d e primus ad utrunq; eorum: quia igitur uterq; numerorum d & d e primus eſt ad e, erit per 25 eiuſdem qui ex d in d e producitur (& ipſe eſt compoſitus ex a & b) primus ad e: ſequitur ergo per 26 eiuſdem ut etiam cõpoſitus ex a & b ſit primus ad c, fit enim c ex e in ſe,ſimili quoq; demõſtratione probabis compoſitũ ex b & c primum eſſe ad a.

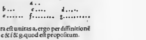


At uero compoſitum ex a & c,primum eſſe ad b,ſic habeto. Cum ſit enim uterq; duorum d & e primus ad totũ d e, erit per 25 ſeptimi, qui ex d in e producitur (& ipſe eſt b) primus ad d e,itaq; per 26 eiuſdem qui ex d e in ſe prouenit (& ipſe eſt qui componitur ex a & c & duplo b) primus erit ad b: ſequitur ergo compoſitũ ex a & c primum eſſe ad b, neceſſe enim eſt ut ex duobus compoſitus cum primus fuerit ad unum eorum ex quibus componitur, ſit primus ad reliquũ: demonſtratum autem eſt hoc ſupra 29 ſeptimi. Oportet autem ſtabilire ad robur iſtius demonſtrationis compoſitũ ex a & b produci ex d in compoſitum ex d & e , ſuppoſito quod ex d in ſe fit a & ex eodem in e, b, itemq; quod ex d e in ſe producatur compoſitum ex a & c & duplo b,ſuppoſito eo quod prius.& quod ex e in ſe ſit c. Huius itaq; gratia proponimus hæc demonſtranda.



1 **Quod fit ex ductu unius numeri in quotlibet, tantum eſt quantũ quod ex ductu eiuſdem in compoſitum ex illis.**

Idem proponit e prima ſecũdi de lineis. Sit enim ut ex a in b & in c & in d, proueniant e & f & g. Dico quod ex a in compoſitum ex b & c & d, proueniet compoſitũ ex e & f & g. Sequitur enim ex conuerſione diffinitionis eius quod multiplicatur, ut tota pars ſit b, e, tota c, f, ſed & d tota g, quota eſt unitas a,per 5 itaque ſeptimi,tota quoq; pars erit compoſitus ex b & c & d, cõpoſiti ex e & f & g, quota eſt unitas a, ergo per diffinitionẽ ex a in compoſitum ex b & c & d,fit compoſitus ex e & f & g,quod eſt propoſitum.



2 **Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in unum, æquum eſt ei quod**

u fit ex

fit ex composito eorum in eundem.

b... c.... d.....

Hoc est conuersum eius quod modo demonstratum est. Vt si ex b & c & d in a, fiant e & f & g. fiet quoque compositus ex his ex illorum composito in eundem, quod ex 17 septimi, & præmonstrato facile concluditur.

a..
e...... f........ g..........
b... c.... d.....
a..
e...... f........ g..........

3 Quod fit ex ductu quotlibet numerorũ in quotlibet alios, æquum est ei quod fit ex composito horum in compositum illorum.

Vt si a, b, c, multiplicent d, e, f, quilibet quemlibet, iunganturque producta, dico aggregatum ex productis esse æquale producto ex composito ex a & b & c, in compositum ex d & e & f. Est enim per præmissam quod fit ex composito ex a, b, c, in d, quantum quod ex singulis in illum d, sic & in e & in f: ex composito autem horum a, b, c, in quemlibet illorum d, e, f, per ante præmissam fit quantum ex composito in compositum. itaque constat propositum.

a.. b... c....
d.... e...... f........
a..b...c....
d....e......f........

4 Numero in quotlibet partes diuiso, tantũ est quod fit ex toto eo in se, quantum quod ex eo in omnes suas partes.

Idem proponit secunda secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b, & c & d, dico quod tantum fit ex a in se, quantum in omnes illos b, c, d: posito enim e æquali a, constat ex prima harum incidentiũ tantum fieri ex e in a, quantum in omnes partes a, sed per conceptionem ex e in a fit quantum ex a in se, & ex e in partes a, quantum ex a in easdem. Manifestum ergo est, uerum esse quod dicitur.

b..c...d....
e.........

5 Numero in duo diuiso, quod fit ex toto in alterum diuidentiũ, tantum est quantum quod ex eodem in se & in alterum.

Idem proponit tertia secundi de lineis. Sit enim a diuisus in b & c, dico tantum fieri ex a in c, quantum ex c in se & in b. Nam quod ex a in c, est quantum quod ex c in a, per 17 septimi. Sumpto itaque d æquali c, erit a in c, quantum d in a. At per primam harum, d in a, est quantũ in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c, est quantum c in a & in b & in se propter æqualitatem c & d, constat propositum.

a
b......c...
d...

6 Numero in duo diuiso, quod ex ductu totius in se, est quantum quod ex ductu utriusque diuidentium in se & alterius eorum bis in alterum.

Idem proponit quarta secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b & c, dico tantum fieri ex a in se, quantum ex b in se & c in se, & ex b bis in c. Est enim per 4 harum, quod ex a in se, quantũ quod ex eo in b & in c: ex eo autẽ in b, per præmissam est quantũ ex b in se & in c, at ex a in c, per eandẽ est quantum ex c in se & in b. Et quia ex c in b tantum est, quantum ex b in c per 17 septimi, liquet uerum esse quod proponitur.

a
b.......c...

7 Numero per duo æqualia duoque inæqualia diuiso, quod fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato intermedij æquum est quadrato medietatis totius.

Idem proponit de lineis 5 secundi. Vt si a b diuidatur in duos numeros æquales, qui sint a c & c b, itemque in duos inæquales, quorum sit maior a d, & minor d b, dico quod illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale est quadrato c b. Per præmissam enim, quadratum c b est æquale quadrato c d & quadrato d b & ei quod fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in se & in c d tantum fit, quantum in c b per primam harum, & ideo quantum in a c. Itaque ex b d in se & in c d bis, quantum ex ipso b d in a d: per tandem igitur, quadratum c b superat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d, constat ergo propositum.

a.......c...d...b

Cum

8 **Cum fuerit numerus in duo æqualia diuisus, eiq; alius numerus adiunctus, quod fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum qoadrato medietatis, æquum est quadrato compositi ex dimidio & adiuncto.**

a . . . . c . . . . b . . . . . d

Idem proponit 6 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus in duos æquales numeros, qui sint a c & c b, addaturq; ei numerus b d: dico illud quod fit ex toto a d in d b, cũ quadrato b c, esse æquale quadrato c d. Est enim ex 6 harum, quadratum c d æquale quadrato d b & quadrato b c, & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum, ex b d in se & in b c bis, est quantum ex b d in d a. sunt enim a c & c b, æquales. Itaq; quadratum c d superat id quod fit ex b d in d a, in quadrato c b, quod est propositum.

9 **Cum numerus in duo diuiditur, quod fit ex toto in se cum eo quod ex altero diuideotium in se, est æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in se.**

a
b . . . . d . . . .

Idem proponit 7 secundi de lineis. Sit enim numerus a diuisus in b & d: dico quadratum a cum quadrato d, tantum esse quantũ quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Constat quidem ex 6 harum quod quadratum a tantum est, quantum quadratum d & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itaq; quadratum a cum quadrato d, tantum est quantum quod ex d bis in se & bis in b cum quadrato b. Sed ex d bis in se & bis in b, fit quantum ex d bis in a, per primam harum: ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b, est quantum quadratum a cum quadrato d, quare patet propositum.

10 **Cum fuerit numerus in duo diuisus, eiq; additus æqualis uni diuidentium, quadratum totius compositi æqoum est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius,**

a . . . c . . . . . b . . . . . d

Idem proponit 8 secundi de lineis. Sit numerus a b diuisus in a c & c b, cui addatur b d, qui ponatur æqualis c b. Dico quadratum a d tantum esse, quantũ est id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Est namq; ex 6 harum, quadratum a d, æquum quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratum b d est æquale quadrato c b, erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b in b d bis. Per præmissam autem, est quadratum a b cum quadrato c b, quantum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaq; quadratum a d tantum est quantum quod ex a b in b d bis. & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b c tantũ fit quantum in b d, constat uerum esse quod propositum est

11 **Cum fuerit numerus in duo æqualia duoq; inæqoalia diuisus, quadrata amborum inæqualium pariter accepta, duplum sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit mioorem pariter acceptis.**

a . . . . . . c . . . d . . . b

Idem proponit 9 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus per duos æquales qui sint a c & c b, & per duos inæquales qui sint a d & d b. Dico quod quadrata duorum numerorum a d & d b pariter accepta, sunt duplum duobus quadratis duorum numerorum a c & c d pariter acceptis. Est enim per 6 harum, quadratum a d, quantum quadratum a c & quadratum c d, & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autem a c est æqualis c b, erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratũ c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, sunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autem eius quod fit ex b c in c d cum quadrato b d. est æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b, sunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a sunt æquales, patet propositum.

12 **Cum fuerit numerus in duo æqua diuisus, aliusq́ adiunctus, quadratum totius compositi cum quadrato adiuncti, duplum sunt ad quadratũ medietatis ipsius cum quadrato compositi ex medietate & adiuncto.**

Idem proponit 10 secundi de lineis. Sit enim numerus a b diuisus in duos æquales a c & c b, sitq́ sibi adiunctus numerus b d: dico quadratum a d cum quadrato b d, duplum esse ad quadratum a c cum quadrato c d. Cum sit enim numerus c d in duo diuisus, sibiq́ sit a c additus æqualis uni diuidentium, erit per 10 harum, quadratum a d quantũ quod fit ex c d in c a quater, cum quadrato b d. Quia uero a c est æqualis c b, erit quadratum a d quantũ quod fit ex d c in c b quater, cum quadrato b d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, erit quantũ quod fit ex d c in c b quater, cum duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum, duplum est ad quadratum c d cum quadrato c b. Cum igitur sit quadratum c b æquale quadrato a c, constat propositum.

a . . . . c . . . . b . . . d

13 **Numerum aliquem ita diuidere, ut quod sub toto & una eius portione continetur æquum sit quadrato alterius, est impossibile.**

Quod 11 secundi proponit faciendum in lineis, demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus, a b. Dico impossibile esse ipsum sic diuidi, ut proponitur: sic enim diuideretur secundum proportionẽ habentem medium & duo extrema, ut patet ex diffinitione & 20 septimi. Si autem potest, diuidatur in c, sitq́ a b ad b c, sicut b c ad c a: erit itaque a c minor c b, detrabatur igitur ab eo æqualis sibi qui sit c d, quia igitur est proportio totius a b ad totũ b c, sicut b c detracti ab a b ad c d detractũ ab b c, erit eadem a c residui a b ad b d residuũ b c, quare b c ad c d, sicut c d ad d b, erit igitur c d maior d b. Detracto itaq́ d e de c d ut sit d e æqualis d b, erit etiã proportio b c ad c d, sicut c d ad d e, quare sic d b residui c b ad c e residuum c d: poterit igitur c e detrahi ab e d, non erit itaque finis istius detractionis, quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

a . . . . . . c . . . . e . . d . . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 **Si tres numeri continue proportionales fuerint minimi, eandem eis habentium rationem, bini quilibet compositi ad reliquum primi erunt.**

THEON ex Zamber. *Sint tres numeri continue proportionales, minimi eandem eis habentium rationem α, β, γ. Dico quod ipsorum α, β, γ, bini quilibet compositi, ad reliquum primi sunt, scilicet α β ad γ, & β γ ad α, & α γ ad β. Assumantur (per 35 septimi) bini minimi numeri eandem enim ipsis α, β, γ, habentium rationem, sintq́ δ ε, ε ζ, manifestum iam est quod δ ε seipsum multiplicans, ipsum effecit α, & ipsum ε ζ multiplicans, ipsum β fecit, & insuper ε ζ seipsum multiplicans, ipsum effecit γ. Et quoniam ipsi δ ε, ε ζ, minimi sunt, primi adinuicem sunt (per 24 septimi.) Si autem bini numeri primi adinuicem fuerint, & uterque simul ad alterum primus est (per 30 septimi.) Igitur δ ζ, ad utrunque ipsorum δ ε, ε ζ, primus est. Sed & δ ε ad ε ζ primus est. Ipsi igitur δ ζ, δ ε, ad ipsum ε ζ primi sunt, & qui ex δ ζ, δ ε, igitur, ad ε ζ (per 26 septimi) primus est. Si uero bini numeri primi fuerint adinuicem, qui ex uno eorum gignitur ad reliquum primus est (per 27 septimi) quare qui ex δ ζ, δ ε, ad eum qui est ex ε ζ, primus est. Sed qui ex ζ δ, δ ε, est qui ex δ ε una cum eo qui ex δ ε, ε ζ, (per 3 secundi.) Qui igitur ex δ ε una cum eo qui ex δ ε, ε ζ, ad eum qui ex ε ζ primus est. Est autẽ qui ex δ ε, ipse α, qui uero ex δ ε, ε ζ, ipse β, qui autẽ ex ε ζ, est γ. Ipsi α, β, igitur cõpositi, ad γ primi sunt. Similiter ostẽdemus quod ipsi β, γ, ad α primi. Dico iam quod ipsi α, γ, ad β primi sunt: nam quoniã δ ζ ad utrunq; ipsorũ δ ε, ε ζ, primus est, & qui ergo ex δ ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primus est. Sed et qui ex δ ζ, æquales sunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui bis est sub δ ε, ε ζ. Si enim quæ ex δ ε una cum eo quæ ex ε ζ, & qui sub δ ε, ε ζ, non essent primi, cum cõmunis dimensio metiatur compositum, non erunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui sub δ ε, ε ζ, & qui sub δ ε, ε ζ, primi. At iterum cum communis dimensio metiatur & compositũ, non erunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui sub δ ε, ε ζ bis, & qui sub δ ε, ε ζ, adinuicem primi, cuius contrarium est ostensum.*

α . . . . β . . . .
γ . . . .
β . . . . γ . . . .
α . . . .
γ . . . . α . . . .
β . . . .
δ . . . . ε . . . . ζ

Et qui

Et qui ex δ, ε, ζ, igitur una cum iis qui bis sub δ, ε, ζ, ad eum qui sub δ, ε, ζ, primi sunt. Diuidendo quoque qui ex δ, ε, ζ, una cum eo qui sub δ, ε, ζ, primi sunt ad eum qui sub δ, ε, ζ. Insuper diuidendo, qui ex δ, ε, ζ, ad eum qui sub δ, ε, ζ, primi sunt. Est autem qui ex δ, ε, ipse α. qui ex ε, ζ, ipse γ. qui uero sub δ, ε, ζ, ipse β. Ipsi ergo α, γ, compositi, ad β primi sunt, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI fuerint duo numeri contra se primi, quantus est primus eorum ad secundum, tantum esse secundum ad tertium quemquam impossibile est.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, dico impossibile esse, aliquem eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim potest, sit c, quia igitur a ad b, sicut b ad c, sunt autem a & b in sua proportione minimi per 23 septimi, sequitur per 21 eiusdem, ut a numeret b, qui cum etiam numeret se, non erunt a & b contra se primi, quod est contrarium positioni.

c ————————
b . . . . .
a . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 16

16 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic secundus ad aliquem alium.

THEON ex Zamber. Bini enim numeri α, β, primi sint adinuicem. Dico quod non est sicut α ad β, sic β ad aliquem alium. Si enim possibile, sit sicut α ad β, sic β ad γ. Ipsi autem α, β, primi sunt: primi autem & minimi (per 23 septimi) minimi uero, metiuntur eandem rationem habentes, æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem & sequens sequentem: metitur igitur α ipsum β, antecedens antecedentem metitur autem & seipsum. igitur α ipsos α, β, metitur primos adinuicem existentes, quod est absurdum, non est igitur sicut α ad β, sic β ad γ, quod ostendere oportebat.

γ ————————
β . . . .
α . . . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI quotlibet numerorũ continue proportionalium duo extremi fuerint contra se primi, quantus est primus ad secundum, tantum esse ultimum ad aliquem alium est impossibile.

CAMPANVS. Sint a, b, c, continue proportionales, sintque a & c contra se primi: dico quod in eadem proportione non potest eis adiungi alius. Si enim potest, sit d. Quia igitur est a ad b sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d, sunt autem a & c, in sua proportione minimi, per 23 septimi, itaque per 21 eiusdem a numerat b, quare etiam numerat c, numerorũ enim continue proportionaliũ, si primus numerat secundum, ipse numerat omnes, & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequentem, at quia etiam numerat se, non erunt a & c contra se primi, quod est inconueniens.

d ————————
c . . . .
b . . . . . .
a . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 17

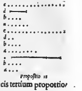
17 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, ipsorum autem extremi primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic ultimus ad aliquem alium.

THEON ex Zamber. Sint quotcunque numeri continue proportionales α, β, γ, δ. ipsorum autem extremi α δ sint primi adinuicẽ. Dico quod non est sicut α ad ε, sic δ ad aliquem alium. Si enim possibile, esto sicut α ad β, sic δ ad ε: uicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic β ad ε. Ipsi autem α, δ, primi sunt, primi autem & minimi, minimi uero numeri, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentẽ, & sequens sequentem metitur igitur α ipsum β, estque sicut α ad β, sic ε ad γ, & β igitur ipsum γ metitur, quare & α ipsum γ metitur: & quoniam est sicut ε ad γ, sic γ ad δ, metitur autem ε ipsum γ, metitur igitur & γ ipsum δ. Sed α ipsum γ metitur, quare & α ipsum δ metitur, metitur autem & seipsum. Igitur α, ipsos α, δ, metitur primos inuicem existentes, quod est impossibile. Non est igitur sicut α ad β, sic δ ad aliquem alium, quod ostendere oportuit.

ε ————————
δ . . . .
γ . . . .
β . . . .
α . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 19

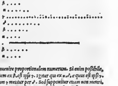
19 PRopositis duobos numeris, an sit eis tertius continue proportionalis, perscrutari.



CAMPANVS. Sint a & b duo numeri propositi, uolo inquirere, an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiungi. Igitur si ipsi sunt contra se primi, impossibile est per 17. si uero compositi, ducatur b in se, & proueniat c, quē si a numerat, erit, si uero non numerat, non erit. Numeret enim eum secundum d, qui erit quem quærimus per 2 partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sic b ad d, itaque quia ex b in se fit c, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in d sit idem: igitur a numerat c secundum d, sed erat positum quod non, quare sequitur impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 18

18 Binis numeris datis, considerare si possibile est eis tertium proportionalem inneoire.



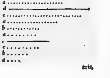
THEON ex Zamber. Sint bini dati numeri α, β, sitque* opportunū scrutari, si est possibile eis tertium inuenire proportionalem. Iam ipsi α, β, aut sunt primi adinuicē, aut non. Si quidem igitur primi sunt adinuicem, patet (per 16 noni) quod impossibile est eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non sunt ipsi α, β, primi adinuicē, & β seipsum multiplicās ipsum efficiat γ. Iam α aut ipsum γ metitur, aut nō metitur. Metiatur prius per δ. Ipse igitur α ipsum δ multiplicans, ipsum effecit γ. Sed & β seipsum multiplicans, ipsum γ effecit, qui ex α, δ, igitur, ei qui ex β est æqualis. Est igitur sicut α ad β, sic β ad δ (per secundam partem 19 septimi.) Ipsis igitur α β, tertius inuentus est δ. Sed iam non metiatur α ipsum γ. Dico quod ipsis α, β, impossibile est tertium inuenire proportionalem numerum. Si enim possibile, inueniatur δ. Igitur qui ex α, δ, ei est æquus qui ex β. qui autem ex β, est ipse γ. Igitur qui ex α, δ, æquus est ipsi γ. Quare α ipsum δ multiplicans, ipsum effecit γ. Igitur α, ipsum γ metitur per δ. Sed supponitur etiam non metiri, quod est impossibile. Non est igitur possibile ipsis α, β, tertium proportionalem inuenire, quando α ipsum γ non metitur, quod oportuit ostendere.

*δίορ ἴσω (margin)

Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 DAtis tribus numeris cootinue proportiooalibus, an sit aliquis quartus eis contioue proportionalis inquirere.

CAMPANVS. Sint continne proportionales a, b, c. Volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi, igitur si a & c sunt contra se primi, impossibile est per 18. Si autem cōpositus, sit d qui prouenit ex b in c, quem si numerat a, erit, si uero non numerat, nō erit. Numeret enim eum secundum e, qui erit quem quærimus per secundam partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sicut c ad e, itaque quia ex b in c fit d, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in e sit idem, ergo a numerat d secūdum e, sed positum erat quod non. Idem potes perscrutari, quotlibet continue proportionalibus propositis, si enim duo extremi sint contra se primi, finem habet intentio per 18, si autem compositi, ducto secundo in ultimum, si productum numeret primus, is secundum quem eum numerat, est quem quærimus per secundā partem 20 septimi, si autem primus productū non numerat, nullus

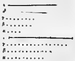


erit.

erit, quotlibet enim posito, per primam partem eiusdem secundum ipsum positum numerabit primus productum, quod positum erat non numerare.

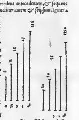
Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 19

19 Tribus numeris datis, considerare si est possibile eis quartum inuenire proportionalem.



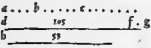
διορισμ.

THEON ex Zamber. Sint dati tres numeri α, β, γ, sitque * opportunũ considerare, si possibile est eis quartum proportionalem inuenire. Iam ipsi α, β, γ, aut continue sunt proportionales & eorum extremi α, γ, sunt primi adinuicem, aut non sunt continue proportionales & eorum extremi primi sunt adinuicem, aut continue sunt proportionales & eorum extremi non sunt adinuicem primi, uel neque sunt continue proportionales neque eorum extremi primi sunt adinuicem. Si quidem igitur ipsi α, β, γ, continue sunt proportionales, & eorum extremi α, γ, sunt primi adinuicem, patet per 17 noni, quod est impossibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. Non sint iam ipsi α, β, γ, continue proportionales, extremis rursus primis existentibus adinuicem. Dico quod & sic quartum proportionalem inuenire, est impossibile. Si enim possibile, inueniatur δ. Vt sit sicut α ad β, sic γ ad δ, fiatque β ad γ, sic δ ad ε. Et quoniam est sicut quidem α ad β, sic γ ad δ, sicut autem β ad γ, sic δ ad ε, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut α ad γ, sic γ ad ε. At α, γ, primi sunt, primi autem & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes, antecedens antecedentem, & sequens sequentem, (per 21 septimi) metitur igitur α ipsum γ, antecedens antecedentem: metitur autem & seipsum. Igitur α ipsos α, γ, metitur primos adinuicem existentes, quod est impossibile: ipsis igitur α, β, γ, quartum proportionalem inuenire est impossibile. Sed iam rursus sint ipsi α, β, γ, continue proportionales, at α, γ, non sint primi adinuicem. Dico quod eis quartum proportionalem inuenire est possibile. Nam β ipsum γ multiplicans, ipsum efficiat δ. Igitur α ipsum δ aut metitur, aut non metitur. Metiatur prius ipsum per ε. Igitur α ipsum ε multiplicans, ipsum effecit δ, sed & β ipsum γ multiplicans ipsum δ effecit. Igitur qui ex α, ε, ei est æquus qui ex β, γ. proportionaliter igitur est sicut α ad β, sic γ ad ε. Ipsis igitur α, β, γ, inuentus est quartus proportionalis ε scilicet. Sed iam non metiatur α ipsum δ: dico quod ipsis α, β, γ, quartum proportionalem inuenire est impossibile. Si enim possibile, inueniatur ε. Igitur qui ex α, ε, ei qui ex β, γ, est æqualis. Sed qui ex β, γ, est ipse δ, & qui ex α, ε, igitur ipsi δ est æqualis. Igitur α ipsum ε multiplicãs, ipsum effecit δ. Igitur α ipsum δ metitur, sed & non metitur, quod est impossibile. Igitur ipsis α, β, γ, quartum proportionalẽ inuenire numerũ est impossibile, quãdo α ipsum δ non metitur. Sed iam ipsi α, β, γ, neque continue sint proportionales neque eorum extremi adinuicem sint primi, & β ipsum γ multiplicans ipsum efficiat δ. Similiter ostendetur quod si quidem α ipsum δ metitur, possibile est eis proportionalẽ inuenire, si autem non metitur, est impossibile, quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 Datis quotlibet numeris primis, aliquem primum ab eis diuersum esse necesse est.



CAMPANVS. Nihil aliud intenditur, nisi quod numeri primi sint infiniti, demonstrare. Sint enim a, b, c, numeri primi, dico esse aliquem primum diuersum ab eis, sit quidem d f minimus quem numerant, cui addita unitate fiat d g, qui est primus aut cõpositus, si primus, constat propositum, si compositus, numerat eum aliquis primus, qui sit h, quem non est possibile esse aliquem ex primis propositis. Si enim esset aliquis eorũ, cum quilibet ipsorum numeret d f, ipse quoque numeraret eundem, at quia numerat d g, oporteret ipsum numerare f g qui est unitas, quod est impossibile. Idem sequitur posito d f quotlibet numero quem numerant a, b, c, quare constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 20

20 Primi numeri, plures sunt omni proposita multitudine primorum numerorum.

THEON ex Zamb. Sint propositi primi numeri α, β, γ. Dico quod ipsis α, β, γ, plures sunt primi numeri. Accipiatur enim (per 39 septimi) minimus quem ipsi α, β, γ, metiuntur, sitque δε, addaturque ipsi δε, unitas δζ, iam εζ aut est primus aut non, sit prius primus, inuenti igitur sunt primi numeri α, β, γ, εζ, plures ipsis α, β, γ. Sed iam non sit εζ primus: igitur eum aliquis numerus primus metitur (per 34 septimi,) metiatur eum numerus primus η. Dico quod η nulli ipsorum α, β, γ, est idem. Si enim η alicui ipsorum α, β, γ, est idem, ipsi autem α, β, γ, ipsum δε metiuntur, igitur & η, ipsum δε metietur, metitur autem & εζ, & reliquam δζ unitatem metietur η numerus existens, quod est absurdum. igitur η non est idem uni ipsorum α, β, γ, ipse autem supponitur & primus. Inuenti igitur sunt primi numeri plures proposita multitudine ipsorum α, β, γ, ipsi α, β, γ, η, quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 SI coaceruentur quotlibet numeri pares, totus quoque ab eis coaceruatus erit par.

CAMPANVS. Sit quisque numerorum a, b, c, par. Dico ex eis compositum, esse parem: habet enim ex conuersione diffinitionis quisque eorum, medietatem: sint ergo eorum medietates d, e, f, quia igitur sicut a ad d, sic b ad e, & c ad f, erit ex 13 septimi, sicut a ad d, sic totus a b c ad totum d e f, itaque d e f est medietas a b c, ergo per diffinitionem a b c, est par, quod est propositum.

a . . b . . . . c . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 21

21 Si pares numeri quotcunque componantur, totus par est.

THEON ex Zamberto. Componantur enim numeri quilibet pares ipsi α β, β γ, γ δ, δ ε. Dico quod totus α ε par est. Nam quoniam unusquisque ipsorum α β, β γ, γ δ, δ ε, par est, partem habet dimidiam, quare & totus α ε habet partem dimidiam: numerus autem par est qui bifariam diuiditur (per diffinitionem,) igitur α ε par est, quod ostendere oportuit.

α . . . β . . . . . . γ . . . . δ . . . . ε

Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 SI numeri impares numero pares coaceruentur, totus quoque ex eis coaceruatus erit par.

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a, b, c, d, impar: dico ex eis compositum, esse parem, dempta enim a quolibet unitate, constat residuos esse pares, & quia illae unitates, demptae componunt parem, cum sint numero pares, constat propositum per praemissam.

a . . . b . . . . . c . . . . d . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 22

22 Si impares numeri quotcunque componantur, fuerit autem multitudo par, totus par erit.

THEON ex Zamberto. Componantur enim impares numeri quotcunque, multitudine pares, α β, β γ, γ δ, δ ε. Dico quot totus α ε par est. Nam quoniam unusquisque ipsorum α β, β γ, γ δ, δ ε, impar est, ablata unitate ab unoquoque, unusquisque reliquus par erit. Quare & compositus ex ipsis par erit (per 21 noni.) Est autem & unitatum multitudo par. Totus igitur α ε par est, quod ostendere oportebat.

α . . . . . β . . . . γ . . . . δ . . . ε

Eucli. ex Camp. Propositio 24

24 SI numeri impares numero impares coaceruentur, totum quoque ex eis coaceruatum imparem esse.

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a, b, c, impar. Dico totum ex eis compositum esse imparem. Erit enim per praemissam compositus ex a & b, par, & quia c, dempta unitate, est par, erit per antepraemissam totus a, b, c, dempta unitate, par. Per diffinitionem itaque constat totum esse imparem.

a . . . b . . . . . c . . . .

Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 23

23 **Si impares numeri quotcunque componantur, multitudo autem ipsorum fuerit impar, & totus impar erit.**

THEON ex Zamberto. Componantur enim quotcunque impares numeri, quorum multitudo sit impar αβ, βγ, γδ. Dico quod totus αδ impar est. Auferatur ab ipso γδ unitas δε, reliquus igitur γε par est: est autem & αγ par, & totus igitur αε par est, est autem δε unitas, totus igitur αδ impar est, quod ostendere oportuit.

α . . . . . β . . . . γ . . . . ε . δ

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 **SI à numero pari numerus par detrahatur, reliquus erit par.**

CAMPANVS. Sit a totus par. à quo detrahatur b, qui quoque sit par, & residuus sit c. Dico c esse parem, sit enim d medietas a, e quoque sit medietas b, detractoque e de d, sit reliquus f, erit per 11 septimi, c ad f, sicut a ad d, quare f est medietas, itaque c est par, quod est propositum.

a
. . . . d . . . . . f . . .
b c
. . . . . e . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 24

24 **Si à pari numero par auferatur, reliquus par erit.**

THEON ex Zamberto. A pari enim αβ, auferatur par. Dico quod reliquus αγ par est. Nam quoniam αβ par est, habet partem dimidiam: iam id propterea & βγ, habet partem dimidiam, quare & reliquus γα habet partem dimidiam par igitur est αγ, quod ostendere oportuit.

α . . . . γ . . . . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 26

26 **SI de numero pari imparem tollas, qui relinquitur impar est.**

CAMPANVS. Sit a b par, à quo tollatur a c, qui sit impar. Dico c b residuum esse imparem, subtrahatur enim ab a c, unitas quæ sit c d, eritque a d par, itaque per 25, d b quoque erit par. Quia igitur d c est unitas, sequitur c b esse imparem, quod est propositum.

a . . . . d . c . . . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 25

25 **Si à pari numero impar auferatur, reliquus impar erit.**

THEON ex Zamberto. A pari namque numero αβ, auferatur impar βγ. Dico quod reliquus γβ impar est. Auferatur ab ipso βγ, unitas γδ. igitur δβ, par est. Est autem αβ quoque par. & reliquus igitur αδ, par est, at γδ est unitas, igitur αγ impar est, quod ostendere oportuit.

α . . . . γ . δ . . . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 **SI à numero impari detrahatur impar, reliquus erit par.**

CAMPANVS. Sit a b numerus impar, à quo detrahatur b c, qui etiam sit impar: dico reliquum qui est a c, esse parem. Detrahatur enim ab utroque duorum numerorum a b & b c, unitas quæ sit b d, erit uterque duorum residuorum quæ sunt a d & d c, par, per præmissam itaque constat a c esse parem, quod est propositum.

a . . . . c . . . . d . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propositio 26

26 **Si ab impari numero impar auferatur, reliquus par erit.**

THEON ex Zamberto. Ab impari nanque αε, impar auferatur εγ. Dico quod reliquus γα par est, nam quoniam αε impar est, auferatur unitas εδ: reliquus igitur αδ, par est. Iam id propterea & γδ par est (per diffinitionẽ) quare & reliquus γα par est, quod ostendere oportuit.

α . . . . γ . . . . δ . ε

Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 SI à numero impari nnmerum parem subtrahas, qui reliu quitur impar est.

CAMPANVS. Sit a b impar, à quo detrahatur a c qui sit par. Dico b c residuũ esse imparem. Sit enim b d unitas, eritq́ a d par. Et quia a c est par, erit per 25 c d par, cum itaq́ sit d b unitas, erit c b impar, quod est propositum.

a . . . . . . c . . . . d . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 27 Propositio 27

27 Si ab impari numero par auferatur, reliqnus impar erit.

THEON ex Zamberto. Ab impari nanq; αβ, par auferatur βγ. Dico quod reliquus γα impar est. Auferatur unitas αδ, igitur δβ par est: est autem βγ par, & reliquus igitur γδ, par est, est autem & unitas δα, igitur γα impar est. quod ostendere oportuit.

α . δ . . . . γ . . . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 29

29 SI numerus impar iu numerum parem ducatur, qui iude producetur erit par.

CAMPANVS. Ex 23 manifestum est quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28 Propositio 28

28 Si impar numerus parem multiplicaus, aliquem fecerit, qui giguitur par est.

THEON ex Zamberto. Impar enim numerus α, parem β multiplicans, ipsum efficiat. Dico quod γ par est. Nam quoniam α ipsum β multiplicans, ipsum γ fecit, igitur γ ex totidem ipsi β æqualibus quotæ sunt in α unitates componitur: estq; β par, igitur γ ex paribus componitur. Si uero numeri pares quotcunq; componantur, totus par est, (per 21 noni) igitur γ par est, quod ostendere oportuit.

γ . . . .
β . . . .
α . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 SI in imparem ducatur impar, qui producetur erit impar.

CAMPANVS. Hæc quoq; ex 24. manifesta est.

Hæ sequentes 2 ex Campano propositiones, nullas sibi ex Zamberto respondentes habent.

Eucli. ex Camp. Propositio 31

31 Si numerus impar uumerum parem uumeret, numero pari eum numerabit.

CAMPANVS. Si enim numero impari eum numeraret, ex impari in imparem fieret par, quod est inconueniens per præmissam.

Eucli. ex Camp. Propositio 32

32 Si impar imparem nnmeret, impariter eum uumerat.

CAMPANVS. Si enim pariter eum numeraret, ex numero impari in numerũ parem fieret impar, quod est inconueniens per 29.

Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 29

29 Si impar uumerus imparem numerum multiplicans, fecerit aliquem, factus impar erit.

THEON ex Zamberto. Impar enim numerus α, imparem numerum β multiplicans, ipsum efficiat γ. Dico quod γ impar est. Nam quoniam α ipsum β multiplicans, ipsum fecit γ, igitur γ ex totidem ipsi β æqualibus quotæ sunt in α unitates, componitur. Est autem uterq; ipsorum α, β, impar. Igitur γ ex imparibus conflatur numeris, quorum multitudo impar est. Quare (per 23 noni) impar est, quod ostendere oportuit.

γ . . . .
β . . . . .
α . . .

Eucli. ex

CAMPANVS. Sit a numerus par cuius dimidium b, sitq; c numerus impar qui numeret a, dico quod c numerabit b, numeret enim a secūdum d, eritq; per 31 d numerus par. Esto igitur eius dimidiū e, ducaturq; c in e, & proueniat f, eritq; per 18 septimi, a ad f, sicut d ad e, & quia etiam est a ad b, sicut d ad e, sequitur b & f esse æquales, cum itaq; c numeret f, idem numerabit b, quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propositio 30

30 Si impar numerus parem numerum mensus fuerit, & eius dimidium metietur.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, parem numerum β metiatur. Dico quod & eius dimidium metietur. Nam quoniam α ipsum β metitur, ipsum metiatur per γ. Dico quod γ non est impar. Si enim poßibile, sit impar. Et quoniam α metitur ipsum β per γ, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum effecit β. Igitur β componitur ex imparibus numeris, quorum multitudo impar est. Igitur β impar est, quod est absurdum, supponitur enim par. Igitur impar non est, par igitur est γ. Quare α ipsum β metitur pariter, & γ igitur ipsum β metitur per α: habet autem uterq; ipsorum γ, β, partem dimidiam, est igitur sicut γ ad β, sic dimidium ad dimidium: metitur autem γ ipsum β per α, & dimidium ipsius metietur ipsius β dimidium per α. Igitur α dimidium multiplicans ipsius γ dimidium ipsius β efficit. Igitur α ipsius β dimidium metitur, metiturq; per ipsius γ dimidium. Idq; propterea α ipsius dimidium metietur, quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 34

34 SI numerus impar ad aliquem fuerit primus, idem ad eiusdem duplum erit primus.

CAMPANVS. Sit a numerus impar primus ad b, cuius duplum sit c. Dico quod a est primus ad c, sin autem, numeret eos d. Cumq; a sit impar, sequitur d esse imparem, quicunq; enim impar parem numerat, pari numero eum numerabit per 31, per præmissam itaq; a numerabit b, non sunt igitur a & b contra se primi, quod est contra hypothesin.

Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propositio 31

31 Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit, & ad ipsius duplum primus erit.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, ad numerum aliquem β, primus esto, ipsius autem β, duplus esto γ. Dico quod α ad γ primus est. Si autem α, γ, non sunt primi, metitur eos aliquis numerus. metiatur, & esto δ. est autem impar numerus α, impar igitur & δ. Et quoniam δ impar existens ipsum γ metitur, est autem & γ par, igitur δ metietur ipsius γ dimidium (per præcedentem) Dimidium autem ipsius γ, est β. Igitur δ ipsum β metitur. metitur autem & α. Igitur δ, ipsos α, β, metitur primos adinuicem existentes, quod est absurdum. Igitur α ad γ primus est. Ipsi igitur α, γ, primi sunt adinuicē, quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 NVmeri à duobus dupli, sunt pariter pares tantum.

CAMPANVS. Sint unitas a, b, c, d, continue proportionales, sitq; a binarius. Dico omnes eos esse pariter pares, eisq; secundum hanc proportionem in infinitū auctis, nullum alium esse pariter parem. De his quidem constat per diffinitionem, cum per 11 quilibet præcedens numeret quemlibet sequentem per aliquem eorum quos omnes oportet esse pares, & nullus alius numeret aliquem eorum per 13 eo quod a qui est binarius unitatem sequens est primus. Quod autem nullus alius ab his sit pariter par, cōstat sic. Posito enim aliquo, diuidatur in duas medietates, eiusq; medietas in duas, & hoc toties fiat, quousque numerus aut unitas diuisionem impediat, quod necesse est euenire per ultimam petitionem. Siquidem numerus hanc prohibeat, ipse erit impar, qui cum numeret pariter parem positum, non erat pariter par, qui positus est pariter par. Si autem unitas, non erit is alius a continue duplis ab unitate.

Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 32

32 A binario duplorum unusquisque, pariter par est tantum.

THEON ex Zamberto. A binario enim α, duplicentur quotcunque numeri β, γ, δ. Dico quod ipsi β, γ, δ, pariter pares sunt tantum. Quod quidem unusquisque pariter par est, manifestum est à binario enim est duplicatus. Dico quod & tantum. Exponatur unitas ι. Quoniam igitur ab unitate quotlibet numeri continue proportionales sunt, qui autem post unitatem α primus est, maximum ipsorum α, β, γ, hoc est ipsum δ nullus metitur præter ipsos α, β, γ. (per 13 noni.) Est autem unusquisque ipsorum α, β, γ, pariter par. Igitur δ pariter par est tantum. Similiter iam ostendemus, quod & unusquisque ipsorum α, β, γ, pariter par est tantum, quod oportuit ostendere.

δ ....
γ ....
β ....
α ..
.
unitas

Eucli. ex Camp. Propositio 36

36 Numerus cuius medietas est impar, est pariter impar.

CAMPANVS. Sit a numerus, cuius medietas quæ sit b, sit impar. Dico a, esse pariter imparem. Sit enim c binarius, manifestum itaque, quoniam ex c in b fit a. Sit autem d quilibet numerus par numerans a, qui numeret eum secundũ e, eritque per secundam partem 20 septimi, e ad b, sicut c ad d. Igitur e numerat b, quia c numerat d. Eritque itaque e numerus impar, erat enim & b, per diffinitionem igitur a est pariter impar.

a ....
b .... b ...
c .. d .....

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propositio 33

33 Si numerus dimidium imparem habuerit, pariter impar est tantum.

THEON ex Zamberto. Numerus enim α, dimidium habeat imparem. Dico quod α pariter impar est tantum. Quod quidem pariter impar, est manifestum. eius namque dimidius impar existens, eum pariter metitur (per diffinitionem.) Dico quod & tantum. Si enim α pariter par est, & eius dimidius par est (per diffinitionem:) metietur igitur eum par numerus, per parem numerum. Quare & dimidium eius metietur (per 39 numerus) par, impar existens, quod est absurdum. Igitur δ pariter impar est tantum, quod oportuit ostendere.

α ....

Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 Omnis numerus à duobus non duplus, cuius medietas est par, est pariter par & impariter.

CAMPANVS. Sit numerus a, non duplus a duobus, cuius medietas quæ sit b, ponatur par: dico ipsum esse pariter parem & impariter. Sit enim c binarius, de quo manifestum est quod ipse numerat a secũdum b: quia uero a non est duplus a duobus, necesse est si eius medietas quæ est b, in alias duas medietates diuidatur, medietatisque medietas in alias duas. ut tandem occurrat numerus impediẽs diuisionem, qui propter hoc quod diuisionem non recipit, erit impar, sitque is in quo sistit diuisio, d. In numero quippe necesse est stare, quia si usque ad unitatem perueniret diuisio. esset a de numeris duplis a binario, de quibus nõ est. de d uero manifestum est quod & ipse numerat a per hanc cõmunem scientiã. Omnis numerus alium numerat omnem numeratũ ab illo. Numeret ergo eum secundum e, eritque e, par, alioquin cum d sit maior impar, sequeretur per 30 a esse imparem. Quia igitur b numerus par numerat a secundũ c, qui quoque est par (est enim binarius) at uero c numerus par numerat eundem secundum d qui est impar, constat ex diffinitione numerum a esse pariter parem & impariter, quod est propositum.

a ....
b ...... d ...
c .. e ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 34 Propositio 34

34 Si numerus neque à binario fuerit duplus, neque dimidium imparem habuerit, pariter par est & pariter impar,

THEON ex Zamberto. Numerus enim α non sit à binario duplus, neque dimidium habeat imparem. Dico quod α pariter par est & pariter impar, quod quidem α pariter par est, manifestum est: dimidium namque non habet imparem. Dico iam quod & pariter impar est. Si enim ipsum α bifariam secuerimus, idque semper efficientes, in quendam numerum * desinemus imparem, qui ipsum metietur α per parem numerum. Si enim non desinemus in quendam imparem numerum, qui per parem numerum metiatur ipsum α, ad binarium enim ueniemus, eritque ipse α ex iis qui à binario duplicati sunt, quod non supponitur.

α ....

* εἰς περιττόν ἀριθμόν incidemus

ponitur. Quare a. pariter impar est. patuit autẽ quod & pariter par. Igitur & pariter par & est pariter impar. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 38

38 Si de secundo atque ultimo numerorum continue proportionalium, æquale primi dematur, quantum est reliquum secũdi ad primum tantum esse reliquum ultimi ad coaceruatum ex cunctis præcedentibus necessario comprobatur.

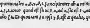
CAMPANVS Sint continue proportionales a b. c d. e f. g h. demature; de c d. æqualis a b. qui sit c k. & de g h. qui sit g l. Dico tunc quod proportio k d ad a b. est sicut l h ad compositum ex e f. c d & a b. Sumatur ex g h. æqualis e f. qui sit g m. & æqualis c d. qui sit g n. eritq; l n æqualis k d. Manifestum autem per 11 septimi, quod cum sit g h ad g m sicut g m ad g n. erit h m residuum ad m n residuum, sicut g h ad g m. ideoq; sicut e f ad c d. simili quoque modo erit m n ad l n. sicut c d ad a b. Permutatim igitur erit h m ad e f. & m n ad c d. sicut n l ad a b. itaque coniuncti per 13 septimi, erit l h compositus ex h m, m n & l n. ad compositum ex e f. c d & a b. sicut l n a ad b. ideoq; sicut k d ad a b. quod est propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 35

35 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, auferantur autem à secundo & ultimo æquales ipsi primo, erit sicut secundi excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes se præcedentes.

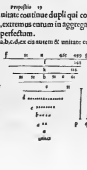
THEON ex Zamb. Sint quotcunque numeri continue proportionales α, β, γ, δ, ε, ζ, incipientes ab α minimo auferaturque ab ipsis β γ, & ε ζ, ipsi α æqualis uterque ipsorum γ, η, ε, θ. Dico quod est sicut β, η, ad α, sic est θ ε, ad α, β, γ, δ. Ponatur enim ipsi quidem β, γ, æqualis ζ κ, ipsi autem δ, æqualis ζ λ. Et quoniam ζ κ ipsi γ β, est æqualis, quorum ζ θ, ipsi ε η, est æqualis, reliquus igitur θ κ, reliquo γ ε est æqualis. Et quoniam est sicut ε ζ, ad δ sic est δ ad β γ & β γ, ad α, æquus autem est δ, ipsi ζ λ, & β γ, ipsi ζ κ & α ipsi ζ θ, est igitur sicut ε ζ, ad ζ λ, sic λ ζ, ad ζ κ, & κ ζ ad ζ θ, diuidẽdo ergo (per 17 quinti.) & sicut ε λ ad λ ζ, sic λ κ ad ζ κ, & θ ζ, ad ζ θ. Est igitur & sicut unus antecedentiũ ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut κ θ ad ζ θ, sic ε λ, λ κ, κ θ, ad ipsos λ ζ, ζ κ, ζ θ, æqualis autem est κ θ, ipsi θ κ, & ζ θ, ipsi α, ipsi autem ζ λ, ζ κ, ζ θ, ipsis δ, β γ, α, est igitur sicut β η ad α, sic ε θ, ad δ, β, γ, α. Est igitur sicut secundi excessus ad primum, sic est ultimi excessus ad omnes se ipsum præcedentes. Quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 Cum coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum, extremus eorum in aggregatũ ex eis ductus producit numerum perfectum.

CAMPANVS. Sint ab unitate continue dupli, a. b. c. d. ex eis autem & unitate coaceruatus sit e: qui ponatur esse numerus primus in quem e multiplicetur d. & proueniat f g. dico f g esse numerum perfectum. Sumantur igitur h. k. l. continue dupli ad e. ut tot sint e. h. k. l. quot sint cõtinue dupli ad unitatẽ sumpti, eritq; per æquã proportionalitatẽ, a d e. sicut d ad a. quare per primã partem 20 septimi, ex a in l prouenit f g. nam ipse f g. prouenit ex d in e. Et quia a est binarius. est f g duplus ad l. sunt igitur e. h. k. l. & f g. continue proportionales. Dematur igitur ex h. æqualis e qui sit m h. & residuus h o. qui erit etiam æqualis e. itemq; ex f g dematur eidem e æqualis qui sit f n. eritq; per præmissam n g. quãtum aggregatum ex e & h & k & l. Sed & f n cum sit æqualis e. est quantum aggre



x ga

gatum ex a & b & c & d & unitate, itemque totus f g est quantus aggregatus ex omnibus his scilicet a, h, c, d & unitate & illis e, h, κ, l, de quibus omnibus manifestum est, quod nu merant eum scilicet f g, e quidem secundum h, & h secundum k, quod ex prima parte 20 septimi conuincitur, adiuuāte æqua proportionalitate sicubi opus fuerit. Est enim ut d ad c, sic κ ad h, & ut d ad b, sic κ ad e. per æquam proportionalitatem, quare & ex c in h, & ex b in κ, necesse est prouenire f g, quem dudum produxerat d in e. Si igitur nul lus alius ab his numerat f g, ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod au tem nullus alius eum numeret, patet. Si enim hoc possibile est, sit p qui numeret eum secundū q, eritque per 33 septimi, ut e numeret alterū eorū, ponaturque quod numeret p. Et quia per secundam partem 20 septimi, est q ad d sicut e ad p, sequitur ut q numeret d quare cum a qui sequitur unitatē sit primus (est enim binarius) erit q per 13 huius aut a aut b aut c, quicunque autem horum fuerit. erit p, aut l, aut κ aut h, si enim q fuerit a, constat quod p erit l, quod si fuerit b, p erit κ, si autem c, p quoque erit h, non est igitur p diuersus ab illis ut fuerat positum, relinquitur ergo quod f g sit numerus perfectus, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 56 Propositio 56

36 Si ab unitate quotcunque numeri continue expositi fuerint in duplici pro portione, quoad totus compositus primus fuerit, & totus in ultimum mul tiplicatus aliquem fecerit, qui gignitur perfectus erit.

THEON ex Zamb. *Ab unitate siquidem exponantur quotcunque numeri continue in duplici proportione, quoad totus cōpositus primus sit α, β, γ, δ, & toti æquus esto ε, & ε ipsum δ multiplicās, ipsum efficiat ζ η. Dico quod ζ η perfectus est. Quot enim sunt multitudine ipsi α, β, γ, δ, totidem ab ε accipiantur in duplici proportione, hoc est ε, θ, κ, λ, μ. Ex æquali igitur (per 13 septimi.) est sicut α ad δ, sic est ε ad μ. Igitur qui ex ε, δ, ei est æquus qui ex α, μ, estque qui ex ε, δ, ipse ζ η. Igitur qui ex α, μ, ipsi ζ η, est æqualis. Igitur α, ipsum μ multiplicans, ipsum effecit ζ η, igitur μ ipsum ζ η, metitur per eas quæ in α sunt unitates. Est autem binarius α, duplus ergo est ζ η ipsius μ. Sunt autem & μ, λ, θ, κ, ε, continue dupli ces adinuicem, igitur ε, θ, κ, λ, μ, ζ η, continue sunt proportionales in du plici proportione. Auferatur iam à secundo η θ, & ultimo ζ η, ipsi ε pri mo æqualis uterque ipsorum θ ν, & ζ ξ, est igitur (per præcedentem,) sicut secundi numeri excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes, est igitur sicut ν η, ad ε, sic est ξ η, ad ipsos μ, λ, κ, θ, ε. At est ν η, ipsi ε, æquus, & ξ η, igitur ipsis μ, λ, θ, κ, ε, est æquus. Est au tem & ζ ξ, ipsi ε æqualis, at ε, ipsis α, β, γ, δ, & unitati. Totus igitur ζ η, æquus est & ipsis ε, θ, κ, λ, μ, & ipsis α, β, γ, δ, & unitati, & sub eorum di mensionem cadit. Dico quod ipsum ζ η, nullus alius metitur, præter i psos α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatem. Si enim possibile metiatur ipsum ζ η ipse ο, & ο nulli ipsorum α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, esto idem, & quoties ο i psum ζ η metitur, tot unitates sint in π igitur ο ipsum π multiplicans i psum fecit ζ η. Sed & ε ipsum δ multiplicans, ipsum effecit ζ η, est igitur (per 19 septimi.) sicut ε ad ο, sic π ad δ, et vi cissim igitur (per 9 septimi.) sicut ε ad π, sic ο ad δ. Et quoniam ab unitate continue proportiōales sunt ipsi α, β, γ, δ, qui uero post unitatem α primus est, igitur δ nullus alius numerus metitur præter α, β, γ, (per 13 noni.) Supponitur que nulli ipsorum α, β, γ, ipse ο, idē, igitur ipsum δ ipse ο, non metitur. Sed sicut ο ad δ, sic ε ad π, neque ε igitur ipsum π metitur. estque ε primus, omnis autem primus numerus ad omnem quem non metitur primus est (per 31 septimi.) igi tur ipsi ε, π, primi sunt adinuicem, primi autem & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æ qualiter (per 21 septimi,) antecedens antecedentem, & sequens sequentem. Estque sicut ε ad, π sic ο ad δ, æque igitur ε ipsum ο metitur, & π ipsum δ. Sed δ nullus alius metitur præter α, β, γ, igitur π, uni ipsorum α, β, γ, est idem. Sit π ipsi β idē, & quot sunt ipsi β, γ, δ, multitudine, totidem assumantur ab ipso ε, ipsi ε, θ, κ, λ, sunt autem ipsi ε, θ, κ, λ, ipsis β, γ, δ, in eadem ratiōe, ex æquali ergo per 13, est sicut β ad δ, sic ε ad λ, igitur qui ex β, λ, ei qui ex δ, ε, est æqualis. Sed qui ex δ, ε, ei qui ex π, ο, est æqualis, & qui ex π, ο, igitur, ei qui ex β, λ, est æqualis. Est igitur sicut π ad β, sic λ ad ο, estque π, ipsi β idem, & λ, igitur ipsi ο est idem, quod est impossibile. Nā ο nulli expositorū supponitur idem: igitur ipsum ζ η, aliquis numerus non metitur præter α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatem, & ostensum est quod ζ η, ipsis α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitati est æqualis, perfectus autem numerus est (per diffinitionem) qui suis partibus est æqualis, perfectus igitur est ζ η, quod ostendere oportuit.*



NONI LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER DECIMVS.

Ex Campano — Diffinitiones

QVantitates quibus fuerit una quantitas communis eas numerans, dicentur communicantes. 2 Quibus uero non fuerit una communis quãtitas eas numerans, dicentur incommensurabiles. 3 Lineæ in potentia communicantes dicuntur, quarum superficies quadratas una communis superficies numerat. 4 Lineæ incommensurabiles in potentia dicũtur, quarum superficies quadratas non numerat una communis superficies. Quæ cum ita sint, manifestum est quia omni lineæ positæ, multæ aliæ sunt incõmensurabiles, quædam in longitudine tantum, quædam in longitudine & potentia. 5 Omnis autem linea cum qua ratiocinamur posita, uocetur rationalis. 6 Lineæq; ei communicantes, dicuntur rationes. 7 Eidem autem incommunicantes, dicuntur irrationales siue surdæ. 8 Omnis uero quadrata superficies de qua per hypothesin ratiocinamur, dicitur rationalis. 9 Superficies uero ei communicantes, dicuntur rationales. 10 Eidem autem incommensurabiles superficies, dicuntur irrationales siue surdæ. 11 Latera uero quæ in illas quadratas possunt, dicuntur irrationalia.

Eucli. ex Zamb. — Diffinitiones

COmmensurabiles magnitudines dicuntur, quas eadẽ mensura dimetietur. 2 Incommensurabiles autem, quæ sub nullius communis mensuræ dimensionem cadunt. 3 Rectæ lineæ potentia commensurabiles sunt, quando quæ ab ipsis quadrata, eadem area dimetitur. 4 Incommẽsurabiles autem, quando nulla area communis mensura esse potest eorum quæ ex ipsis sunt quadratorũ. His expositis indicatur, quod proposita recta linea hoc est à qua & cubitales, & palmi, & digitales, ac pedales sumuntur mensuræ, ipsi sunt rectæ lineæ multitudine infinitæ commensurabiles & incommensurabiles. Commensurabiles quidem, aut potentia tantum, aut potentia & longitudine simul. Incommensurabiles uero, aut longitudine tantum, aut longitudine & potentia simul. 6 Vocatur igitur ipsa quidem proposita recta linea, rationalis. 7 Et quæ huic commensurabiles siue longitudine & potentia, siue potentia tantum, rationales. 8 Quæ autem incommensurabiles per utrunque, hoc est longitudine & potentia, irrationales appellantur. 9 Et quod quidem à proposita recta linea quadratum, rationale.

10 Et quæ huic commensurabilia, rationalia. 11 Et quæ huic incommensurabilia, irrationalia dicuntur. 12 Et ipsorum (si quadrata fuerint latera, sin autem, alia quæpiam rectilinea, ipsa potentes æqualiaque ipsis quadrata describentes,) irrationales uocentur.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 Si duabus quantitatibus inæqualibus propositis maius dimidio à maiori detrahatur, itemque de reliquo maius dimidio dematur, deinceps quoque eodem modo, necesse est ut tandem minore positarum minor quantitas relinquatur.

CAMPANVS Sint duæ quantitates inæquales a & b c, b c maior: dico quod toties potest maius dimidio detrahi ab ipsa b c uel eius residuo, quod necesse erit reliqui quantitatem minorem esse a. Multiplicetur enim a toties quousque excedat b c, sitque eius multiplex d e f maius b c. Detrahatur itaque ab ipsa b c, maius dimidio, quod sit b d, itemque ex residuo quod est g c, maius dimidio, quod sit g h, hoc quoque toties fiat, quousque b c diuisa sit in tot partes quoties a continetur in d e f. Dico tunc quod ultimum residuum ut est hic h c, est minus a. Multiplicetur namque h c, quoties est multiplicata a in d e f, sitque eius multiplex k l m. Quia igitur una quæque quantitatum k, l, m, est æqualis h c, sequitur ut & k sit minor b g, sed & l, minor g h, at quia m est æqualis h c, erit per conceptionem k l m minor b c, quare minor d e f. Cum sit ergo d e f ad a sicut k l m ad h c, sitque d e f maior k l m, sequitur per 14 quinti, quod a sit maior h c, quod est propositum. Idemque sequitur, si a maiori dimidium dematur itemque de reliquo dimidium, fiatque toties quousque maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet suo multiplice maiorem positarum quantumlibet excedente.



CAMPANI annotatio, Attendere autem oportet, quod huic propositioni uidetur decima quinta tertij contradicere, proponens angulum contingentiæ minorem fore quolibet angulo à duabus lineis rectis contento. Posito enim angulo quolibet rectilineo, si ab ipso maius dimidio dematur, itemque de residuo maius dimidio, necesse uidetur hoc toties posse fieri quousque angulus rectilineus minor angulo contingentiæ relinquatur, cuius oppositum 15 tertij syllogizat. Sed hi non sunt uniuoce anguli, non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingentiæ toties contingit sumi, ut qualencunque rectilineum excedat, quod necessarium est (ut ex præhabita demonstratione patet) ad hoc ut consequens ex antecedente sequatur. Planum ergo est etiam quemlibet angulum rectilineum, infinitis angulis contingentiæ esse maiorem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Duabus magnitudinibus inæqualibus expositis, si à maiore auferatur maius quàm dimidium, & eius quod relictum est maius quàm dimidium, idque semper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita.

THEON ex Zamb. Sint binæ magnitudines inæquales α β, γ, quarum maior sit α β. Dico quod si ab ipsa α β auferatur maius quàm dimidium, & reliqui maius quàm dimidium, & hoc semper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita γ. Et quoniam minor est γ, igitur γ, multiplicata, maior tandem erit quàm α β, multiplicetur, & esto δ ι, ipsius quidem γ, multiplex, maior autem quàm α β. Diuidaturque δ ι, in æquales ipsi γ, hoc est δ ζ, ζ η, η ι. Auferaturque ab ipsa α β, maius quàm dimidium, β θ, & ab ipsa α θ, maius quàm dimidium, θ κ, & hoc fiat semper, quoad quæ in α β, sint diuisiones æquales sint multitudine eis quæ in ipso δ ι, sunt diuisionibus, sintque igitur α κ, κ θ, & θ β, diuisiones, æquales existentes multitudine ipsis δ ζ, ζ η, & η ι. Et quoniam maior est δ ι, quàm α β, ablatumque est ab ipsa δ ι, minus, quàm dimidium hoc est ι η, ab ipsa autem α β, maius quàm dimidium β θ, reliquum igitur η δ, reliquo θ α, maius est. Et quoniam maius est η δ, quàm θ α, ablatumque ab ipsa η δ, dimidium hoc est η ζ, ex ipsa autem α θ, maius dimidio hoc est θ κ, reliquum igitur



δ ξ, reliquo κ α, maius est. aequale autē est δ ζ, ipsi γ, & γ igitur, ipso κ α, maius est, minus igitur est κ α, ipsa γ. Relinquitur igitur ex α β, magnitudine ipsa κ α magnitudo, minor existēs minore exposita magnitudine γ, quod oportuit demōstrasse. Similiter quoque ostendetur si dimidia sublata fuerint.

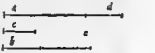
ALITER idem ostendere. Consistent binae magnitudines inaequales α β, γ. Sit autem γ minor. Et quoniam minor est γ, igitur γ multiplicata, maior erit tandem quam α β, multiplicetur, & esto ζ μ, ipsius γ multiplex. Diuidaturque ζ μ, in ipsi γ aequalia, hoc est μ θ, θ η, η ζ. Et ab ipsa α β, auferatur maius quàm dimidiū β ι, & ex ipsa ι α, maius quàm dimidium, hoc est ι δ, & hoc fiat, quoad quae in ipsa ζ μ, diuisiones, aequales fiant ipsis quae sunt in α β, diuisionibus, fiant autem sicut β ι, ι δ, & δ α. Et ipsi δ α, unaquaeq; ipsarum κ λ, λ ν, & ν ξ, esto aequalis, & hoc fiat, quoad diuisiones quae sunt in κ ξ, fiant aequales eis quae sunt in μ ζ. Et quoniam β ι, maior est quàm dimidium ipsius α β, ipsa β ι, maior est quam ι α, multo maior igitur est β ι, quàm δ α. Sed ipsi δ α, aequalis est κ λ, igitur β ι, maior est quàm ν ξ. Rursus quoniā δ ι, maior est quàm dimidiū ipsius ι α, ipsa igitur δ ι maior est quàm δ α, sed ipsa δ α, aequalis est ipsi λ ν, igitur ipsa δ ι, maior est quàm λ ν. Tota igitur δ β, maior est quàm ξ λ. Sed ipsa δ α, aequalis est ipsi ν κ. Tota igitur α β, maior est quàm κ ξ. Sed ipsa μ ζ, maior est quàm β α, multo maior igitur est μ ζ, quàm κ ξ. Et quoniā ξ ν, ν λ, & λ κ, sibi inuicē sunt aequales, & μ θ, θ η, & η ζ, sibi inuicē sunt aequales & aequalis est multitudo ipsarū quae in μ ζ, multitudini ipsarū quae in κ ξ, est igitur sicut κ λ, ad ξ κ, sic λ ν, ad κ ξ, & ν ξ, ad θ μ, igitur (per 12 quinti,) sicut κ λ, ad ξ κ, sic ξ κ, ad ζ μ. Maior autē est ζ μ, quàm κ ξ, maior igitur est & ζ η, quàm λ κ. At ζ η, aequalis est ipsi κ λ, ipsi α δ. Igitur γ maior est quàm α δ. Quod oportuit demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 SI fuerint duae quantitates inaequales, detrahaturq; à maiori aequale minori donec minus eo supersit, ac deinde à minori ipsius reliqui aequale dematur donec minus eo relinquatur, denuo quoq; reliquo primo aequale reliqui secundi donec minus eo supersit auferatur. & in huiusmodi continua detractione nullum reliquum quod ante relictum numeret inueniatur, eas duas quantitates incommensurabiles esse necesse est.

CAMPANVS Simile huic proposuit prima septimi in numeris Sint duae quantitates inaequales a & b maior a, quibus (si fiat reciproca quoad potest detractio) nō occurrat (etiam si infinities fiat) aliqua quantitas detractionem impediens, siue ante relictum numerans, dico eas incommensurabiles esse Si autem sint cōmensurabiles, sit cōmunis earum mēsura c Detrahatur igitur b, ex a quoties potest, sitq; residuū d, quod residuum detrahatur ex b quoties potest & sit residuum e. Fiatq; toties ista detractio, quousq; ex alterutra duarū quātitatū a & b, remaneat minus c, hoc enim necesse est esse possibile per praecedentē, sitq; hic e minus c. Cū igitur c mēsuret b detractam ab a. & etiam a, mensurabit per conceptionem, d residuum, ideoq; cum mensuret d detractum ab ipso b, & etiā ipsum b, mēsurabit e, residuum, sed erat minus c, maior ergo quantitas, mensurat minorem, quod est impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si duabus magnitudinibus inaequalibus expositis: sublata semper minore à maiore reliqua minime metiatur praecedentem, incommēsurabiles erunt ipsae magnitudines.

THEON ex Zamb. Duabus enim magnitudinibus inaequalibus existentibus α β, γ δ, & existente minore ipsa α β, sublata semper minore ipsa α β, à maiore γ δ, reliqua nequaquā metiatur praecedentem. Dico quod incommensurabiles sunt ipsae α β, γ δ, magnitudines. Si enim sunt commensurabiles metietur (per 1 diffinitionem decimi,) eas aliqua magnitudo, metiatur si possibile est, & esto ι, & α β, ipsam δ ζ metiens, relinquat seipsa minorem γ ζ. At γ ζ ipsam β η metiēs (per 1 decimi,) relinquat seipsa minorem α η, & hoc semper fiat, quoad sumpta fuerit quaedā magnitudo quae sit minor quàm ι, fiat, & (per praecedentem) sumatur α η, minor quàm ι. Quoniam igitur ι ipsam α β metitur, sed α β ipsam δ ζ metitur igitur ι ipsam δ ζ, metietur, metitur autem & totam γ δ, igitur & reliquam γ ζ metietur. Sed γ ζ, ipsam β η, metitur, & ι, igitur ipsam β η metitur, metitur autem & totam α β. & reliquam igitur α η metietur, maior minorem, quod est impossibile. Ipsas igitur α β, γ δ, nulla metietur magnitu



do. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ α β, γ δ, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponantur auferatur q; semper à maiore minor, & reliqua tamen præcedentem non metiatur, ipsæ magnitudines erunt incommensurabiles, quod oportuit demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 PRopositis duabus quantitatibus inæqualibus communicantibus, maximam quantitatem communiter eas numerantem inuenire.

CORRELARIVM

Ex hoc itaque manifestum est, quæ duas metitur quãtitates, maximam quoque communiter ambas metientem metiri.

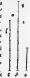
CAMPANVS. Huius demonstrationem, si 2 septimi non ignoras, non potes ignorare. Si enim numeri nomen in quantitatis nomen conuertas, idem prorsus hic & illic efficies, processus enim utrobique idem erit.



Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 3

3 Duabus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam earum communem inuenire mensuram.

THEON ex Zamb. *Sint datæ binæ magnitudines commensurabiles α β, & γ δ, quarum minor sit α β, oportet iam ipsarum α β, & γ δ, maximam communem inuenire mensuram. Igitur α β, aut metitur ipsam γ δ, aut nõ. Si enim metitur, metitur autem & seipsam, igitur α β, ipsarum α β, & γ δ communis est dimẽsio. Et manifestum est quod & maxima, maior namq; ipsa α β, magnitudine, ipsam α β, non metietur. Non metiatur autem α β, ipsam γ δ. Sublata igitur semper minore à maiore, id quod relinquitur metietur quandoq; præcedentem, eo quia ipsæ α β, γ δ, sunt commensurabiles, & α β, ipsam ε δ metiens relinquat se ipsa minorem ε γ, at ε γ, ipsam ζ β, metiens relinquat se ipsa minorem, hoc est ζ α, at ζ α, ipsam γ ε metiatur. Quoniam igitur α ζ, ipsam γ ε metitur, sed γ ε, ipsam ζ β metitur, & α ζ, igitur ipsam ζ β metietur. Metitur autem & seipsam, & totam igitur α β metietur ipsa α ζ. Sed α β, ipsam δ ε metitur, igitur α ζ, ipsam ε δ metietur, metitur autẽ & γ ε, & totam igitur γ δ metitur. Igitur α ζ, ipsas α β, & γ δ metietur, igitur α ζ, ipsarum α β, & γ δ, cõmunis est dimensio. Aio quoque quod & maxima, si enim non erit aliqua magnitudo maior ipsa α ζ, quæ ipsas α β, & γ δ, metietur. Sit que, inquam, η. Quoniam igitur η ipsam α β, metitur, sed α β ipsam ε δ metitur, & η igitur ipsam ε δ metietur. Metitur autem & totam γ δ, & reliquam igitur γ ε metietur ipsa η. Sed γ ε ipsam ζ β, metitur, igitur & η, ipsum ζ β metietur, metitur autem & totam α β, & reliquã igitur α ζ metietur, maior minorem, quod est impossibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipsa α ζ, ipsas α β & γ δ magnitudines non metietur. Igitur α ζ, ipsarum α β, & γ δ, maxima communis dimensio est. Duabus igitur magnitudinibus commensurabilibus datis α β, & γ δ, maxima communis dimensio inuenta est α ζ, quod fecisse oportuit.*



CORRELARIVM. *Ex hoc manifestum est, quod si magnitudo binas magnitudines mẽsa fuerit, & maximam earum communem dimensionem metietur.*

Eucli. ex Camp. Propositio 4

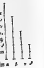
4 PRopositis tribus quantitatibus communicãtibus, maximam eas communiter numerantem inuenire.

CAMPANVS Hæc ex tertia septimi, sic patet, sicut præmissa ex secũda. Simulq; correlarium ex hac deduces, ut illic ex secunda deductũ est.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 4

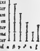
4 Tribus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam earum communem mensuram inuenire.

THEON ex Zamb. *Sint datæ tres magnitudines commensurabiles α, β, γ, oportet iam ipsarum α, β, γ, maximam communem mensuram inuenire. Sumatur enim per 3 decimi, ipsarum duarum α, β, maxima communis mensura, sitq; illa δ. Igitur δ ipsam γ aut metitur, aut non metitur, metiatur primum. Quoniã igitur δ ipsam γ metitur, metitur autem & ipsas α β, igitur δ ipsas α, β, γ, metitur, igitur δ, ipsarum α, β, γ, cõmunis dimensio est. Et manifestum quod maxima, maior namq; quàm δ magnitudo, ipsas α, β, γ, non metietur. Si enim possibile, metiatur ipsas α, β, γ, magnitudine δ maior ipsa ε. Et quoniam ε, ipsas α, β, γ metitur, metitur & ipsas α, β, & ipsarum igitur α β maximam communem mensuram metietur, hoc est ipsam δ, maior uidelicet minorem quod est impossibile. Non metiatur iam δ ipsam γ. Dico primum quod commensurabiles sunt ipsæ γ, δ, Quoniã enim*



communem,

commensurabiles sunt ipsæ α,ϐ,γ, metietur eas aliqua magnitudo, quæ uidelicet & ipsas α,ϐ, metietur, quare & ipsarum α,ϐ, maximam communem mensuram δ, metietur (per correlarium præcedentis, metitur autem & γ, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipsas γ,δ. Cōmēsurabiles igitur sunt ipsæ γ δ. Sumatur (per 3 decimi, earū cōmunis maxima dimensio, sitq; ε. Quoniam igitur ε ipsam δ, metitur, sed δ ipsas α,ϐ, metitur, & ε igitur α,ϐ, metitur, metitur autem & γ, igitur ε, ipsarum α,ϐ,γ, communis est mensura. Dico quod & maxima. Si enim possibile, sit magnitudo ζ, minor quàm ε, metiaturq; ζ ipsas α,β,γ. Et quoniam ζ ipsas α,ϐ,γ, metitur, metitur & ipsas α,ϐ, & ipsarum igitur α,ϐ, (per præcedens correlarium) maximam communem mensuram metietur. At ipsarum α,ϐ, maxima communis mensura est δ, igitur ζ ipsum δ, metitur, metitur autem & γ, igitur ζ ipsas γ,δ metitur, & ipsarum ergo γ,δ, maximam communem mensuram (per præcedens correlarium) metietur ζ, maxima uero communis mensura ipsarum γ δ, est ε, igitur ζ ipsam ε metitur maior minorem, quod est impossibile. Ipsa igitur magnitudine ε, maior aliqua magnitudo, ipsas α,ϐ,γ, non metitur. Igitur ε ipsarum α,ϐ,γ, maxima communis est dimensio, si non metiatur δ ipsam γ. Si autem metiatur, ipsa est δ. Tribus igitur magnitudinibus commensurabilibus datis, maxima communis earum dimensio inuenta est, quod facere oportebat.

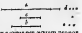


CORRELARIVM. Ex hoc proinde manifestum est, quod si magnitudo tres magnitudines mensa fuerit, & maximam quoque earum communem dimensionem metietur. Similiterq; & in pluribus & communis maxima mensura, & subinde correlarium, inuenietur.

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 Omnium duarum quantitatum communicantium est proportio tanquam numeri ad numerum.

CAMPANVS Sint duæ quantitates a & b, communicantes. Dico quod earum proportio est sicut alicuius numeri ad alium numerum. Sit enim c maxima quantitas communiter mensurans a & b, reperta ut docet secunda huius, quæ mensuret a secundum numerum d, & b secundum numerū e, eritq; a ad c ut d ad unitatem, eo quod sicut a est multiplex c, ita d est multiplex unitatis, ac c ad b, ut unitas ad e, quoniam sicut c est submultiplex b, ita unitas est sub multiplex e, igitur per æquam proportionalitatem a ad b, ut d ad e, quod est propositum.

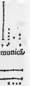


Eucli ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Cummensurabiles magnitudines, adinuicem rationem habent quam numerus ad numerum.

THEON ex Zamberio. Sint commensurabiles magnitudines α,ϐ. Dico quod α ad ϐ rationem habet, quam numerus ad numerum. Quoniam enim commensurabiles sunt α,ϐ, metietur eas aliqua magnitudo, metiatur, & esto γ. Et quoties γ ipsam α, metitur, tot unitates sint in δ, quoties autem γ ipsum ϐ metitur, tot unitates sint in ε. Quoniam igitur γ ipsum α metitur per eas quæ in δ sunt unitates & unitas metitur ipsum δ per eas quæ in ipso sunt unitates, æque igitur unitas ipsum δ metitur numerum, & γ magnitudo ipsam α, est igitur sicut γ ad α, sic est unitas ad δ, contra igitur (per correlarium 4 quinti) sicut α ad γ, sic δ ad unitatem. Rursus quoniam γ ipsam ϐ metitur per eas quæ in ε sunt unitates, metitur autē & unitas ipsum ε per eas quæ in eo sunt unitates, æque igitur unitas ipsum ε, metitur. & γ ipsum ϐ, Est igitur (per idem) sicut γ ad ϐ, sic est unitas ad ε. Patuit autē quod & sicut α ad γ, sic δ ad unitatem, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad ϐ, sic est δ numerus ad ε numerum. Commensurabiles igitur magnitudines α,ϐ, adinuicem rationē habent, quam numerus δ ad numerum ε, quod oportebat demonstrare.

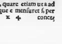
ἀνάπαλιν



Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 Si fuerint duæ quātitates quarū sit proportio unius ad alterā tanquam numeri ad numerum, eas duas communicantes esse necesse est.

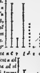
CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Vt si sit a ad b sicut numerus e ad numerum d, erunt duæ quātitates a & b cōmunicantes. Sit enim c toties mensurans b, quoties est unitas in d, & toties mensurans f, quoties unitas in e. Cum sit igitur f ad c ut e ad unitatem, ac c ad b ut unitas ad d, erit per æquam proportionalitatem f ad b ut e ad d, quare etiam ut a ad b, Igitur per primam partem 9 quinti f est æqualis a. Cum itaque c mensuret f, per



conceptionem mensurabit a, igitur a & b communicantes: mensurabat enim & b, quod est propositum. Eucli. ex Zamb Theorema 4 Propositio 6

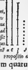
6 Si binæ magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

THEON ex Zamberto. Binæ enim magnitudines α, β, ad inuicem rationem habeant, quam numerus δ ad numerũ ε. Dico quod commẽsurabiles sunt ipsæ α, β, magnitudines. Quot enim sunt in ipso α unitates, in tot æquales diuidatur (per 9 sexti) ipsa α, & uni earum æqualis esto γ. Quot autem unitates sunt in ε, ex totidẽ magnitudinibus ipsi γ æqualibus cõponatur ζ. Quoniã igitur quot sunt unitates in ipsa δ, tot magnitudines sunt & in ipsa α, æquales ipsi γ, qualis igitur pars est η, unitas ipsius δ, talis pars est & γ ipsius α, est igitur sicut γ ad α sic η, unitas ad ipsum δ. Metitur autem η, unitas ipsum δ numerũ, metitur igitur & γ, ipsum α. Et quoniã est sicut γ ad α, sic est η unitas ad numerum δ, & contra (per correlarium 4 quinti,) sicut est α ad γ, sic est δ numerus ad η unitatem. Rursus quoniam quot unitates sunt in ε, tot sunt & in ipsa ζ, æquales magnitudines ipsi γ, est igitur sicut γ ad ζ, sic η unitas ad ε numerum. Patuit autem & sicut α ad γ, sic est δ ad unitatem η. Ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad ζ, sic est δ ad ε. Sed sicut δ ad ε, sic est α ad β, igitur (per 11 quinti,) & sicut α ad β, sic est & α ad ζ igitur α ad utrãq; ipsarũ β, ζ, eandem habet rationem, æqualis (per 9 quinti,) igitur est β, ipsi ζ, metitur aũt γ, ipsam ζ, metitur igitur & β, sed & ipsam α igitur γ, ipsas α, β, metitur. Cõmẽsurabilis igitur est α ipsi β. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines, quod erat ostendendum.



α β γ ζ δ η ε

CORRELARIVM. Ex hoc proinde manifestum est, si fuerint bini numeri δ, ε, & recta linea sicut α, quod datur & factu est possibile sicut numerus ad numerum sic recta linea ad rectam lineã. Si autem ut ipsarum α, ζ, media proportionalis sumpta fuerit, sicut β, erit sicut α ad ζ, sic quod ex ipsa α, ad id quod ex ipsa β, hoc est sicut prima α ad tertiam ζ, sic quod α prima ad id quod ex secũda simile similiterq; descriptum, (per correlariũ 19 sexti.) Sed sicut α ad ζ, sic est δ numerus ad ε numerum sit igitur sicut δ numerus ad ε, numerum, sic quod ex α, recta linea ad id quod ex β, recta linea.



ALITER idem ostendere. Binæ enim magnitudines α, β, adinuicem rationem habeant, quam numerus γ ad numerum δ, dico quod ipsæ magnitudines sunt commensurabiles. Quot enim sunt in ipso γ unitates, in tot æqualia diuidatur α, & uni earum æqualis esto ε. Est, igitur sicut unitas ad γ numerum, sic est ε ad α, est autem & sicut γ ad δ, sic α ad β, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut unitas ad ipsum δ numerum, sic est ε ad β, metitur autem unitas ipsum δ metitur igitur ε ipsum β, metitur aũt & α, quoniam unitas ipsum γ igitur ε, utramq; ipsarum α, β, metitur ipsæ igitur α, β, commẽsurabiles sunt, & ε, ipsarum cõmunis est dimẽsio.

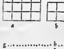
α β ζ δ ε



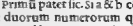
α β ε γ δ

Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 Omnium duarũ superficierum quadratarum quarum latera in longitudine cõmunicant, est proportio unius ad alteram, tanquã numeri quadrati ad numerum quadratum. Si uero fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiẽ quadratam tanquã proportio numeri quadrati ad numerũ quadratũ, erũt latera earũ in lõgitudine cõmunicantia. Quod si fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiẽ quadratã, nõ uelut numeri quadrati ad numerum quadratum, latera earum erunt in longitudine incommensurabilia.



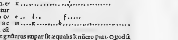
CAMPANVS. Sint a & b, duæ lineæ quadratæ, quarũ quadrata sint c & d. Dico quod si a & b cõmunicant in lõgitudine, erit proportio c ad d sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, & econuerso. Si autem proportio c ad non sit sicut nũeri quadrati ad numerũ quadratũ, a & b erũt incõmẽsurabiles in lõgitudine, & ecõuerso. Verũtamẽ istud argumẽtũ quartũ nõ proponit. Primũ patet sic. Si a & b cõmunicant in longitudine, ipsæ per 5 erunt in proportione duorum numerorum qui sint e & f, quorũ quadrati sint g & h. Quia ergo est c ad d sicut a ad b proportio duplicata per 18 sexti, sequitur, ut sit etiam e ad d sicut e ad f duplicata, sed etiã est per 11 octa



ui,g ad h ut e ad f,duplicata,ergo c ad d,ſicut g ad h,quod eſt primum. Secundum ſic. Sit c ad d,ſicut g numerus quadratus ad h numerum quadratum,dico quod a & b erũt in longitudine communicantes. Cum enim ſit c ad d ut a ad b,duplicata per 18 ſexti,& g ad h per 11 octaui ut e ad f duplicata,quare & ſimpla a ad b ſicut ſimpla e ad f.per 6 igitur ſunt a & b communicantes,quod eſt ſecundum. Tertium uero patet ex primo à deſtructione conſequentis. Similiterquartum patet ex ſecundo,à deſtructione conſequentis,

CAMPANI *annotatio.* Ex tertia parte huius,nota diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ. Cum enim ſit quadratum diametri duplum quadrato coſtæ,dupla uero proportio nõ ſit ſicut numerorum quadratorum,ſequitur diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ in longitudine. Alioqui cum quaternarius ſit numerus quadratus,eſſent omnes pariter pares,quadrati,etiã alij infiniti qui non ſunt quadrati. Ducit autem Ariſtoteles ad iſtud inconueniens,ſi diameter ponatur commenſurabilis coſtæ,quod impar numerus erit æqualis pari, quod ſic patet. Sit enim diameter a b commenſurabilis lateri a c,eritque per 5 a b ad a c,ſicut aliquis numerus ad alium. Sint ergo bi numeri e & f,qui ſint minimi in ſua proportione,eritque ob hoc,alter eorum impar. Si enim uterque par,non erunt minimi,quadrati quoque eorum ſint g & h,ſi ergo e eſt impar,erit quoq; ex 30 noni g impar,ſit itaq; k duplus ad h,eritque k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c ut e ad f,erit per 8 ſexti,& 11 octaui quadratũ a b ad quadratum a c per penultimã primi. Et quia etiã k eſt duplus ad b,ſequitur per 9 quinti ut g nũerus impar ſit æqualis k nũero pari. Quod ſi e ſit par,& f impar,erit proportio f ad dimidium e quod ſit l,ſicut a c ad dimidium a b, quod ſit a d,& ideo erit proportio quadrati a c ad quadratũ a d,ſicut proportio numeri h qui eſt impar per 30 noni ad quadratũ nũeri l,qui ſit m,cui k ponatur eſſe duplus,eritq; k per diffinitionẽ,par. At quia quadratũ a c eſt duplũ ad quadratũ a d per penultimam primi,erit b duplus ad m,cũque k ſit etiam duplus ad m,erit per 9 quinti numerus impar b æqualis k numero pari,quod eſt propoſitum.



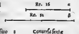


Sequentia duo ex Zamberto Theoremata.in Campano nihil reſpondens habent,

Eucli.ex Zamb. Theorema 5 Propoſitio 7 Conuerſa quintæ.

7 Incommenſurabiles magnitudines adinuicem rationem non habent, quam numerus ad numerum.

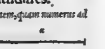
THEON ex Zamberto. *Sint incommenſurabiles magnitudines,α,β. Dico quod α,ad ς,rationem nõ habet quam numerus ad numerum. Si enim habet α ad β,eam rationem quam numerus ad numerum,commenſurabilis erit α ipſi β,(per ſextam decimi Non eſt autem,igitur α ad ς rationem non habet,quam numerus ad numerum. Incommenſurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem,quam numerus ad numerum,quod oportuit demonſtraſſe.*



Eucli.ex Zamb. Theorema 6 Propoſito 8 Conuerſa ſextæ

8 Si binæ magnitudines adinuicem rationem non habuerint quam numerus ad numerum incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

THEON ex Zamb. *Binæ enim magnitudines α,β,adinuicem non eam habeant rationem,quam numerus ad numerum. Dico quod ipſæ α,ς,magnitudines ſunt incommenſurabiles. Si enim commenſurabilis eſt α ipſi β,rationem habebit quam numerus ad numerum (per quintam decimi) non habet autẽ incõmenſurabiles igitur ſunt ipſæ α,ς,magnitudines. Si binæ igitur magnitudines,& quæ ſequuntur reliqua,quod erat oſtendendum.*

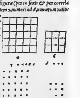


Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propoſitio 9

9 A lõgitudine cõmẽſurabilib9 rectis lineis quadrata,adinuicẽ rationẽ habẽt quàm

quàm quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem habentia quam quadratus numerus ad quadratum numerum, latera quoque habebunt longitudine cōmensurabilia. A longitudine uero in commensurabilibus rectis lineis quadrata, adinuicem rationē non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem non habentia quā quadratus numerus ad quadratum numerum, neque latera habebunt longitudine commēsurabilia.

1 THEON ex Zamberto. Sint enim α, β, longitudine commensurabiles. Dico quod quadratum quod ex α, ad id quod ex β, quadratum rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quoniam enim commensurabilis est α, ipsi β, longitudine, igitur α ad β, rationē habet quam numerus ad numerum (per 5 decimi,) habeat, inquam quam γ, ad δ. Quoniam igitur est sicut α ad β, sic est γ numerus ad δ numerum, sed ipsius quidē α ad β, rationis, dupla est ipsius α quadrati ad ipsius β, quadratum ratio (similes namque figuræ (per 19 sexti & per correlarium primum 20 sexti.) in dupla sunt ratione similis rationis laterum) ipsius autem γ, numeri ad δ, numerum rationis, dupla est ratio ipsius γ quadrati ad ipsius δ quadratū (duorum etenim quadratorum numerorū (per 11 octaui,) unus medius proportionalis est numerus, & quadratus ad quadratū duplam rationem habet quam latus ad latus: est igitur sicut quadratum quod ex α, ad quadratum quod ex β, sic ex γ, numero quadratus numerus ad eum qui ex δ, numero quadratum numerum.



ALITER idem demonstrare. Quoniam enim commensurabilis est α, ipsi β, rationem habet (per decimi,) quam numerus ad numerum, habeat autem quam γ ad δ, & γ, seipsum multiplicans, efficiat ε, ipsum autem δ multiplicans, efficiat ipsum ζ, at δ, seipsum multiplicans, efficiat ipsum η. Quoniam igitur γ seipsum multiplicans ipsum effecit ε, at multiplicans ipsum δ fecit ipsum ζ, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, hoc est sicut α, ad β, sic est ε ad ζ. Sed sicut α ad β, sic id quod ex α, ad id quod sub α, β, (per 1 sexti.) Est igitur sicut quod ex α, ad id quod sub α, β, sic ε ad ζ. Rursus quoniā γ ipsum δ multiplicās ipsum effecit ζ, δ aūt multiplicans ipsum effecit η, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ hoc est α ad β, sic est ζ ad η. Sed sicut α ad β, sic est quod sub α, β, ad id quod ex β, est igitur sicut id quod sub α, β, ad id quod ex β, sic est ζ ad η. Sed sicut quod ex α, ad id quod sub α, β: sic ε ad ζ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) sicut quod ex α ad id quod ex β, sic est ε, ad η, est autem uterque ipsorum ε, η, quadratus, ε quidem ab ipso γ, at η, est ab ipso δ. Quod igitur ex α, ad id quod ex β, eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum, quod oportebat demonstrare.



2 Sed iam esto sicut quadratum quod ex α, ad id quod ex β. sic qui ex γ, quadratus ad eum qui ex δ quadratum. Dico quod α, ipsi β, commensurabilis est longitudine. Quoniam enim est sicut quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex β, sic qui ex γ, quadratus ad eū qui ex δ quadratum, sed ipsius quidem quadrati quod ex α, ad id quod ex β, ratio, est dupla eius quæ est ipsius α ad β, quadrati autem qui ex γ numero, ad eum qui ex δ numero quadratum (per undecimā octaui) ratio, dupla est eius rationis quæ est ipsius γ numeri ad ipsum δ numerum, est igitur sicut α ab β, sic est γ numerus ad δ numerum. Igitur α ad β, eam habet rationem quam γ numerus ad numerum. Commensurabilis est igitur (per sextam decimi,) α, ipsi β longitudine.

ALITER idem demonstrare. Sed habeat iam quod ex α, ad id quod ex β, eam rationem quam quadratus numerus ε ad quadratum numerum η, Dico quod commensurabilis est α ipsi β. Sit enim ipsius ε, latus γ, ipsius autem η, sit δ, & γ, ipsum δ multiplicans, ipsum efficiat ζ ipsi igitur ε, ζ, η, continue sunt proportionales, in ea quæ est ipsius γ ad δ ratione, (per 17 & 18 septimi,) Et quoniam eorum quæ ex α, & β, medium proportionale est id quod sub α β, (per 17 sexti) & ipsorum ε, η, ipse ζ, est igitur sicut quod ex α, ad id quod sub α, β, sic ε ad ζ. Sicut autem quod sub α, β ad id quod ex β, sic ζ ad η. Sed sicut quod ex β ad id quod sub α, β, sic est α, ad β. Igitur α, & β, commensurabiles sunt, rationem etenim habent, quam numerus ε ad numerum ζ, hoc est γ ad δ. Quod oportebat demonstrare.

α Re. 18 β Re. 9



Sed iam incommensurabilis esto α, ipsi β longitudine. Dico quod quadratum quod ex α ad quadratum quod est β eam non habet rationem, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex β, eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, commēsurabilis erit α ipsi β, nō est autem. Igitur quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex β, (per præcedentē,) eā non habet rationem, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Rursus quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex β rationem non habeat, quam numerus quadratus ad numerum

numerum quadratum. Dico quod incommensurabilis est a, ipsi b longitudine. Si enim fuerit commensurabilis a ipsi b, Quadratum quod ex a ad quadratum quod ex b, eam habebit rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, non habet autem, igitur commensurabilis non est a ipsi b longitudine. Incommensurabilis igitur est a, ipsi c longitudine. A longitudine commensurabilibus igitur quadrata, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.

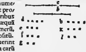
CORRELARIVM

Et manifestũ est ex his, quod longitudine commensurabiles rectæ lineæ, omnino sunt potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, longitudine uero incommensurabiles, non omnino potentia, quæ autem potẽtia, omnino & longitudine.

Quoniam enim ex longitudine commensurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, at quæ rationem habent quam numerus ad numerum, commensurabilia sunt (per 6 decimi,) longitudine igitur commensurabiles rectæ lineæ, non solum longitudine sunt commensurabiles, sed & potentia. Rursus quoniam quæcunque quadrata rationem habent quam numerus ad numerum commensurabilia sunt (per 6 decimi.) at quatenus rationem habent quam quadratus numerus ad numerum quadratum eorum latera longitudine commensurabilia sunt, quæcunque igitur qudrata rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerum, commensurabilia potentia quidẽ habent latera, non autem & longitudine. Quare longitudine quidem commensurabiles rectæ lineæ, omnino & potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, nisi rationem habuerint eorum quadrata quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Dico iam quod & quæ longitudine incommensurabiles, nõ omnino & potentia. Quandoquidem quadrata commensurabilia, possunt rationem habere non quidem quam quadratus ad quadratũ, sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerum, & ob id potentia commensurabilia latera habebunt, & longitudine incommensurabilia. Quare quæ longitudine incommensurabiles rectæ lineæ, non omnino & potentia. Sed longitudine existentes incommensurabiles possunt & potentia esse incommensurabiles, si eorum quadrata sunt incommensurabilia. Quæ autem potẽtia incõmensurabiles, omnino & longitudine incommensurabiles. Si enim longitudine commensurabiles fuerint, erunt quoque & potentia commensurabiles. Supponuntur autem & incommensurabiles, quod est absurdum. Quæ igitur potentia incommensurabiles, omnino & longitudine.

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 Si fuerint duæ quantitates uni quantitati cõmunicantes, ipsas quoq; inuicem commensurabiles esse necesse est.



CAMPANVS Sit utraq; duarũ quantitatum a & b, cõmunicans quantitati c, dico a & b esse cõmẽsurabiles. Est enim per 5, a ad c, sicut numerus ad numerũ, similiter quoq; per eãdẽ, c ad b, sicut nũerus ad numerũ. Sit itaq; numerus d ad numerũ e, sicut a ad c, nũerusq; f ad nũerũ g sicut c ad b. At proportiones quæ sunt d ad e & f ad g, continentur in tribus terminis qui sunt h, k, l, ut docet 4 octaui. eritq; per æquã proportionalitatẽ, a ad b, sicut h numerus ad l numerũ, per 6 igitur sunt a & b, cõmunicãtes, quod est propositũ. CAMPANI additio. Ex hac quoq; sequitur, quod si fuerint duæ quãtitates sibi inuicẽ cõmunicãtes, cuicũq; una earũ cõmunicat, & reliqua, & cuicũq; una nõ cõmunicat, nec reliqua. Sint enim duæ quãtitates a & b cõmunicantes: ponaturq; quælibet quantitas quæ sit c, cũ qua cõmunicet a, dico q; b cõmunicabit cũ eadẽ, qđ ex hac octaua patet cũ utrũq; earũ cõmunicet cũ a, ex hypothesi. Quod si iterũ a & b sint cõmunicãtes ut prius, ponatur c quælibet quãtitas cũ qua nõ cõmunicet a, dico qđ b non cõmunicabit cũ eadẽ. Si enim c communicaret cum b, quum a quoq; per hypothesin cõmunicet cum eodẽ, b essent per hanc octauã a & c cõmunicantes, sed positum erat, quod non essent. Quare constat quod diximus.

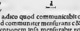


Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 Si fuerint duæ quantitates communicantes, totum quoq; ex eis cõfectum utriq; earum erit communicans. Si uero fuerit totum utrique commensurabile, erunt ambæ commensurabiles.

CAMPANVS. Sint duæ quãtitates a & b cõmẽsurabiles. dico totũ ex eis compositũ quod sit c, utrique earũ esse commensurabile, & econuerso. Adhuc quoq; si totũ ex eis cõpositũ uni earum cõmunicet, dico qđ cõmunicabit alteri, & ipsę similiter inter se etiã cõmu-

communicabunt. Idem quoque in contrario, si enim a & b sint incommunicãtes, dicõ quod c utrique earum erit incommunicans, & econuerso, si c alteri earum sit incõmunicant, erit quoque incõmunicans & alteri, & ipsæ etiam inter se. Sint itaque primum a & b communicantes, sitque earum communis mensura d, quæ cum utramque earum numeret, per conceptionem similem antepenultimæ septimi, numerabit & c. quare per diffinitionem c communicabit utrique earũ scilicet a & b. Ecõuerso quoque si c cõmunicet utrique earum, sit omnium communis mẽsura d, constat itaque per diffinitionem, a & b communicantes esse. Sed communicet c cum altera earũ quæ sit a, dico quod communicabit cũ b. & a etiam & b communicabunt adinuicem: sit enim d communiter mensurans c & a. Quia igitur d mensurat totum & detractum, per conceptionem ipsa mensurabit residuum uidelicet b, per diffinitionem ergo, & c communicat cũ b, & a communicat quoque cum b.

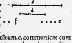


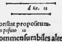
CAMPANI additio. Si autem a & b sint incommunicantes, erit c incommunicans utrique earũ. Si enim cum utraque seu etiam cum altera earum communicaret, & ipsæ communicarent adinuicem, quod est contra hypothesin. Similiter quoque econuerso sic est incommunicans utrique earum seu etiam alteri earũ, erit quoque incommunicãs reliquæ. & ipsæ inter se, quod palam est ex prædemonstratis, à destructione cõsequentis.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 OMnium quatuor quãtitatum proportionalium, si fuerit prima communicãs secundæ, tertia quoque erit communicãs quartæ. Si uero prima incommensurabilis fuerit secũdæ, tertia quoque incommensurabilis erit quartæ.

CAMPANVS. Sint quatuor quantitates proportionales, a, b, c, d: dico quod si a communicat cum b, c quoque communicabit cum d, quod si a est incommensurabilis b, c quoque erit incommensurabilis d. Et si a communicabit cum b in potentia tantum, c quoque communicabit cũ d in potentia tantũ, ueruntamẽ illud non proponit autor quia facile patet ex demonstratione priorum. Si enim a communicat cum b, erit per 5 a ad b sicut numerus ad numerum, sit ergo sicut e ad f. At quia est per hypothesin a ad b sicut c ad d, erit c ad d, sicut numerus e ad numerũ f, per 6 igitur est c cõmunicãs cum d, quod est primum. Secundum patet ex primo a destructione consequentis. Si enim a est incommensurabilis b oportet c esse incommensurabilem d, nam si esset ei commensurabilis, cum sit ut c ad d sic a ad b, per hypothesin, esset per primam partem a communicans cum b, sed non erat. Quare constat totum quod proponit autor. Quod autem adiũximus, uidelicet quod si a communicat cum b in potentia tãtum, c communicat cum d in potentia tantum, sic patet. Cum enim a non communicet cum b, in longitudine, nec c quoque ex parte secũda huius, communicabit cum d in longitudine. At uero cum quadratum a communicet cum quadrato b ex hypothesi, erit per 5, quadratũ lineæ a ad quadratum lineæ b, sicut numerus ad numerum qui sint e & f. Et quia quadratum c ad quadratũ d sicut quadratum a ad quadratum b, erit etiam quadratum c ad quadratum d, sicut numerus e ad numerum f, per 6 igitur c & d, communicant in potentia, & quia non communicant in longitudine, constat propositum.



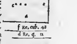


Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 PRoposita qualibet recta linea, duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum, alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire.

CAMPANVS Sit linea a proposita, uolo duas lineas reperire, quarum una communicet cum a in potentia tantum, altera uero sit incommensurabilis ei in longitudine.

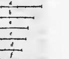
ne & in potentia. Sumo itaque duos numeros nequaquam se habentes in proportione aliquorum numerorum quadratorum, sintq; hi b & c, quos facile est sumere, cũ quilibet quadratus numerus ad quẽlibet non quadratum eam habeat proportionẽ quã nequaquã habent aliqui numeri quadrati, confirmante hæc 11 octaui. Duobus talibus numeris sumptis inuenio lineam d, ad cuius quadratum se habeat quadratum lineæ a sicut numerus b ad numerum c. Hãc autem lineam ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales quot sunt unitates in numero b, quod facile facio adiuuãte 11 uel 12 sexti, dehinc super extremitatem lineæ a, erigo lineam e perpẽdiculariter, in qua toties cõtineatur una ex partibus a, quoties unitas est in c. Quia igitur ex prima sexti proportio quadrati lineæ a ad superficiem quæ fit ex a in e est sicut a ad e, & ideo sicut numeri b ad numerum c: ponamr d medio loco proportionalis inter a & e sicut docet 9 sexti. Quia tunc per primam partem 6 eiusdẽ quadratum erit æquale superficiei productæ ex a in e, erit proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ d, sicut numeri b ad numerũ c quare a & d, sunt cõmẽsurabiles in potentia ex diffinitione. & per ultimam partem, ipse sunt incommensurabiles in longitudine, reperta est itaque d prima linea, quam propositum erat inquirere. Alteram sic reperio Interpono ut docet 9 sexti. lineam f medio loco proportionalem inter a & d, eritque per correlariũ 17 sexti quadratum a ad quadratum f, sicut a ad d, itaque per secundam partẽ 10, quadratum a est incommensurabile quadrato f, igitur linea f est incommensurabilis lineæ a in potentia, quare & in longitudine, est itaque f secunda linea quam propositũ erat reperire, Et sic patet propositum.



Eucli. ex Camp. *propositio 12*

12 OMnium quatuor linearum proportionalium si prima tanto amplius possit secunda quantum est quadratum alicuius lineæ communicantis sibi in longitudine, necesse est tertiam quoque tantu amplius posse quarta, quantum est quadratum alicuius lineæ communicantis sibi in longitudine. Quod si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius lineæ incommensurabilis sibi in longitudine, eritque quoque tertia potentior quarta quadrato alicuius lineæ sibi incommensurabilis in longitudine.

CAMPANVS Sint quatuor lineæ proportiõales a, b, c, d, sitque a maior b, & c maior d, sit quoque a potentior b, quadrato lineæ e: & c potẽtior d quadrato lineæ f. dico quod si a communicet e in lõgitudine, c quoque cõmunicabit f in longitudine, quod si a non communicat e in longitudine, nec c communicabit f in longitudine. Quod & si a cõmunicat e in potentia tantum, c quoque cõmunicabit f in potentia tantũ. Veruntamen istud ultimum non proponit autor, quia facile patet ex priorum demõstratione. Cũ sit enim proportio a ad b sicut c ad d, erit quadrati a ad quadratũ b sicut quadrati c ad quadratũ d. Et quia quadratũ a est æquale quadratis duarum linearum b & e, similiter quadratum c quadratis duarum linearum d & f, erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, sicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo disiũctim erit quadratum b ad quadratum e, sicut quadratum d ad quadratum f, ergo b ad e sicut d ad f, item per æquam proportionalitatem erit a ad e, sicut c ad f, ergo per primã partem decimæ constat prima pars huius. & per secundam secunda. & per tertiam ibi adiunctam. tertia hic adiuncta.



Quinque præcedentes propositiones ex Campano cum suis additionibus, sequẽtibus septem ex Zamberto cũ sibi præmissis lemmatibus hoc ordine respondent. Octaua apud Campanum cũ additione, duode-

cimæ & decimætertiæ ex Zamberto propositionibus respondet. Nona apud Campanū cum additione, decimæquintæ & decimæsextæ ex Zamberto propositionibus. Decima autem & undecima apud Campanū, decimæ, & undecimæ ex Zāberto propositionibus præpostero respondent ordine. Duodecima uero apud campanum, decimæquartæ ex Zamberto propositioni respondet.

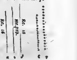
THEON Lemma.

Quoniam autem ostensum est in arithmeticis (ex 26 octaui) quod similes plani numeri adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod si bini numeri adinuicem rationem habuerint quam quadratus numerus ad quadratum numerum similes sunt ipsi plani numeri (per 24 eiusdem) manifestum ex his quod dissimiles plani numeri hoc est latera proportionalia non habentes, adinuicem rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim habebunt, similes ipsi plani erunt, quod quidem non supponitur. Dissimiles igitur plani numeri adinuicem rationem nō habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Eucli. ex Zamb. Problema 3 Propositio 10

10 Propositæ rectæ lineæ binas rectas incommensurabiles inuenire lineas, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia.

THEON ex Zamberto. Sit proposita recta linea α, oportet iam ipsi α, binas rectas inuenire incommensurabiles, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia. Ponantur bini numeri β, δ, adinuicem rationem non habentes quā quadratus numerus ad quadratū numerum, hoc est non similes plani, & fiat sicut β ad γ, sic quod ex α quadratum ad id quod ex δ, quadratum, commensurabile igitur est quod ex α, et quod ex δ, commensurabilis igitur potentia est α ipsi δ, & quoniam β, ad γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex α ad id quod ex δ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi δ, lōgitudine. Capiatur (per 13 sexti,) ipsarum α, δ, media proportionalis ε, est igitur sicut α ad δ, sic quod ex α, quadratum ad id quod ex ε, incommēsurabilis autem est α, ipsi δ longitudine, incommensurabile igitur est & id quod ex α quadratum, et quod ex ε quadrato. Incommensurabilis igitur est α, ipsi ε, potentia. Propositæ igitur rectæ lineæ α, inuentæ sunt binæ rectæ lineæ incommensurabiles, longitudine, inquam, tantum ipsa δ, at ε potentia & longitudine. Propositæ igitur rectæ lineæ rationali, à qua diximus mensuras capi, uidelicet ipsi α, inuenta est tantum potentia commensurabilis δ, hoc est rationalis, potentia tantum commensurabilis, irrationalis autem ε, irrationales enim in uniuersum appellat, longitudine & potentia ipsi rationali incommensurabiles.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 11

11 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima autem secundæ fuerit commensurabilis, & tertia quartæ commensurabilis erit, & si prima secundæ incommensurabilis fuerit, & tertia quartæ incommensurabilis erit.

THEON ex Zamb. Sint quatuor magnitudines proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ, sit autem α ipsi β commensurabilis. Dico quod & γ ipsi δ est commensurabilis. Quoniam enim commensurabilis est α ipsi β, rationem habet (per 5 decimi,) quam numerus ad numerum. Estq; sicut α ad β, sic γ ad δ. Igitur & γ ad δ habet rationem, quam numerus ad numerum. Commensurabilis igitur est γ ipsi δ. Sed iam α ipsi β incommensurabilis esto. Dico quod & γ ipsi δ est incōmensurabilis. Quoniā enim incommensurabilis est α ipsi β, igitur (per 7 quinti) α ad β, non habet rationem quam numerus ad numerum, & est sicut α ad β, sic γ ad δ. Igitur (per 8 decimi,) γ ad δ, non habet rationem quam numerus ad numerum. Incommensurabilis est igitur γ ipsi δ. Si quatuor igitur magnitudines, & quæ sequuntur reliqua, quod oportuit demonstrasse.

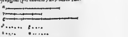


Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 12

12 Quæ eidem magnitudini commensurabiles, & adinuicem sunt commensurabiles.

THEON ex Zamb. Vtraque enim ipsarum α, β, ipsi γ sit cōmensurabilis. Dico quod & α ipsi β est commensurabilis.

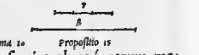
rabilis, Quoniam enim cōmensurabilis est α ipsi γ, igitur (per 5 decimi,) α ad γ, habet rationem quam numerus ad numerum, habeat quam δ ad ι. Rursus quoniam commensurabilis est γ ipsi ε, igitur (per eandem) γ ad β habet rationem quam numerus ad numerum, habeat autē quam ζ ad η. Et rationibus datis quibuscunque, ea scilicet quam habet δ ad ι, & ζ ad η, capiātur (per 4 octaui) numeri continue proportionales in datis rationibus, sintq; θ, κ, λ. sicut α ad ι sic θ κ, sicutq; ζ ad η sic κ ad λ, Quoniā igitur est sicut α ad γ sic δ ad ι, sed sicut δ ad ι sic θ ad κ, est igitur (per 11 quinti,) sicut α ad γ, sic est θ ad κ. Rursus quoniam est sicut γ ad ε, sic ζ ad η, sed sicut ζ ad η sic κ ad λ, & sicut igitur γ ad ε, sic κ ad λ, est autem & sicut α ad γ, sic est θ ad κ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad β, sic est θ ad λ. Igitur α ad β rationem habet, quam numerus θ ad numerum λ. Commēsurabilis est igitur (per 6 decimi,) α ipsi β. Quæ eidem igitur magnitudini commensurabiles, & adinuicem sunt commensurabiles. Quod oportuit demonstraße.



THEON Lemma.

Si fuerint binæ magnitudines, & altera quidem commensurabilis fuerit eidem, altera uero incommensurabilis, incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

Sint enim binæ magnitudines α, β, & alia quædam γ, & α ipsi quidem γ esto commensurabilis: at β ipsi γ esto incommensurabilis. Dico quod & α ipsi β est incōmensurabilis. Si enim commensurabilis est α ipsi β, est quoque & γ ipsi α, & γ igitur (per 12 decimi,) ipsi β est commensurabilis, quod non supponitur.



Eucl. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 13

13 Si binæ magnitudines commensurabiles fuerint, alteraq; earum magnitudini alicui incommensurabilis fuerit, & reliqua eidem incommensurabilis erit.

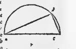
THEON ex Zamb. Sint binæ magnitudines commēsuræ α ε, earumq; altera uidelicet α, alicui hoc est γ sit incommensurabilis. Dico quod & reliqua ε, ipsi γ incōmensurabilis est. Si enim cōmensurabilis est ε ipsi γ, ut α ipsi ε commensurabilis est, & α igitur (per 12 decimi) ipsi γ, cōmensurabilis est, sed & incommensurabilis, quod est impoßibile. Igitur β & γ sunt incommensurabiles. Si binæ igitur magnitudines commensurabiles fuerint, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.



THEON Lemma.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, inuenire quo maius potest maior minore.

THEON ex Zamb. Sint binæ datæ inæquales rectæ lineæ α β, γ, quarum maior sit α ε, oportet iā inuenire quo maius potest α ε, quām ipsa γ. Describatur super α β, semicirculus α δ ε, & in ipsum (per 1 quarti,) coapteur ipsi γ æqualis α δ, cōnectaturq; δ ε, manifestum est iam quod angulus α δ β, rectus est, & quod α ε, ipsa α δ, hoc est quām ipsa γ maius potest ipsa δ ε. Similiter autem & duabus datis rectis lineis, potens ipsas sic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ α δ, δ ε, oporteatq; inuenire potentem ipsas. Ponantur enim, ut α δ, δ ε comprehendāt rectum angulū qui sub α δ ε, connectaturq; α β. Manifestum rursus est (per 47 primi, quod ipsas α δ, δ β, potens, est ipsa α β.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 14

14 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, potueritq; prima secunda maius eo quod fit ab eidem longitudine commēsurabili, & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine commensurabili. Et si prima secunda maius potuerit eo quod fit ab incommēsurabili eidem longitudine, & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine incommensurabili.

THEON ex Zamb. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales β, β, γ, δ, sicut α ad ε, sic γ ad δ, & α quidē, ipsa ε, maius possit eo quod fit ex ε, γ uero, ipsa δ, eo quod fit ex ζ. Dico quod si α ipsi η est commensurabilis, commen-

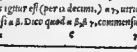
ſurabilis eſt quoque γ ipſi ζ, ſed ſi α, ipſi ε, incommenſurabilis eſt, incommenſurabilis eſt quoq; γ ipſi ζ. Quoniam enim eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ, eſt igitur ſicut id quod ex α, ad id quod ex β, ſic eſt id quod ex γ, ad id quod ex δ. Sed ei quidem quod fit ex α, æqua ſunt ea quæ fiũt ex ε, β, ei autem quod fit ex γ, æqua ſunt ea quæ fiunt ex δ, ζ. igitur (per 9 quinti) ſicut quæ ex ε, β, ad id quod ex β, ſic quæ ex δ, ζ, ad id quod ex δ, diuidendo igitur eſt (per 17 quinti) quod ſicut quod ex ε ad id quod ex β, ſic eſt id quod ex ζ ad id quod ex δ. Eſt igitur & ſicut ε ad β, ſic eſt ζ ad δ. Conuerſim igitur eſt (per 22 ſexti, & correlarium 4. quinti,) ſicut β ad ε, ſic eſt δ, ad ζ, eſt autem & ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) eſt ſicut α ad ε, ſic eſt γ ad ζ. Si igitur commenſurabilis eſt α, ipſi ε, commenſurabilis eſt quoque (per 11 decimi) γ ipſi ζ, ſi uero incommenſurabilis eſt α ipſi ε, incommẽſurabilis eſt γ ipſi ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat demonſtrandũ.



Eucli ex Zamb. Theorema 12 Propoſitio 15

15 Si binæ magnitudines commenſurabiles, compoſitæ fuerint, & tota utrique ipſarum commenſurabilis erit. Et ſi tota uni earum commenſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines commenſurabiles erunt.

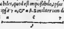
THEON ex Zamb. Cõponantur binæ magnitudines cõmenſurabiles αβ, βγ. Dico quod tota αγ, utriq; ipſarũ αβ, βγ, commenſurabilis eſt. Quoniã enim cõmenſurabiles ſunt ipſæ αβ, βγ, ipſas aliqua magnitudo metietur (per primam diffinitionem decimi,) metiatur, & ſit δ. Quoniã igitur δ ipſas αβ, βγ, metitur, & totã αγ metietur, metitur autem & ipſas αβ, βγ, igitur δ, ipſas αβ, βγ, & αγ, metietur. Commenſurabilis igitur eſt (per 12 decimi,) αγ, utriq; ipſarũ αβ, βγ. Sed tã αγ, uni ipſarum αβ, βγ, ſit commenſurabilis, ſitque ipſi αβ. Dico quod αβ, βγ, commenſurabiles ſunt. Quoniã enim cõmenſurabiles ſunt αβ, & αγ, metietur eas (per primam diffinitionem decimi.) aliqua magnitudo, metiatur, & eſto δ. Quoniã igitur δ ipſas αβ, βγ, metitur, & reliquã igitur metietur βγ, metitur aũt & αβ, igitur δ, ipſas αβ, βγ, metietur. Cõmenſurabiles igitur ſunt, αβ, & βγ. Si binæ igitur magnitudines, & reliqua quæ ſequuntur, quod oportebat demõſtrare.



Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propoſitio 16 Præcedentis conuerſa.

Si binæ magnitudines incommenſurabiles compoſitæ fuerint, & tota utriq; ipſarum incõmenſurabilis erit. Et ſi tota uni ipſarum incommenſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommenſurabiles erunt

THEON ex Zamb. Cõponantur enim binæ magnitudines incommenſurabiles αβ, βγ. Dico quod tota αγ, utrique ipſarũ αβ, βγ, incõmenſurabilis eſt. Si enim γα, & αβ, incommenſurabiles nõ ſunt, ipſas aliqua metietur magnitudo (per 1 diffinitionẽ decimi,) metiatur ſi eſt poßibile: ſitq; δ. Quoniam igitur δ ipſas γα, & αβ, metitur, & reliquam βγ metietur, metitur autem & αβ, igitur δ, ipſas αβ, & βγ metietur, Commenſurabiles igitur (per 1 diffinitionem decimi,) ſunt ipſæ αβ, βγ. Supponuntur autem quod & incommenſurabiles, quod eſt impoßibile, ipſas igitur αβ & αγ, aliqua magnitudo non metietur. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ γα, & αβ. Similiter iam demonſtrabimus, quod & ipſæ αγ, & γβ, incõmenſurabiles ſunt. Sed iam ipſa αγ, uni ipſarum αβ, & βγ, incommẽſurabilis eſto, & primum ipſi αβ. Dico quod & ipſæ αβ, βγ, incommenſurabiles ſunt. Si enim ſunt cõmenſurabiles, metietur eas aliqua magnitudo (per eãdẽ) metiatur, ſitq; δ. Quoniã igitur δ ipſas αβ, & βγ metitur, & totã igitur αγ metietur metitur autem & αβ. Igitur δ, ipſas γα, & αβ metitur. Cõmenſurabiles igitur ſunt ipſæ γα & αβ. Suppoſitæ uero ſunt quod & incommenſurabiles, quod eſt impoßibile. Ipſas igitur αβ, & βγ, aliqua magnitudo nõ metietur. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ αβ, βγ. Similiter iam demonſtrabitur quod ipſa αγ, reliquæ βγ, incommenſurabilis eſt. Si binæ igitur magnitudines, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat oſtendendum.



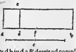
Eucli. ex Camp. Propoſitio 17

13 SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorẽ in duo cõmunicãtia diuidat ſuperficies ſibi adiũcta æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ, cui adiunctæ ſuperficiei deſit ad complendam totam lineam ſuperficies quadrata, neceſſe eſt ipſam lineã longiorem linea breuiori tanto amplius poſſe, quantum eſt quadratum alicuius lineæ communicantis eidem longiori in longitudine. Si uero longior fuerit potentior breuiori, augmento quadrati lineæ communicantis ſibi in longitudine, eiq; adiungatur ſuperficies æqualis quartæ parti quadra-

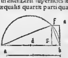
ti

ti brenioris lineæ, cui desit quadrata superficies, superficiem sibi adiun ctam, eandem lineam lnugiorem in duas portiones commensurabiles diui dere necesse est.

CAMPANVS Sint duæ lineæ inæquales a b & c, maior a b. & adiungatur ad lineam a b, quarta pars quadrati lineæ c, ita quod desit ad complẽdam lineam a b, superficies quadrata, hoc enim est possibile per 27 sexti. Quod facile fiet hoc modo, Diuidatur a b in duas lineas a d & d b, ita quod inter eas cadat medietas lineæ c, cõtinue pportionalis Hoc autem qualiter fiat, in fine demonstrationis huius docebitur. Eritque ex 16 sexti, superficies b d in d a quæ sit b e, æqualis quadrato medietatis lineæ c. quare ex 4 secũdi erit eadẽ subquadrupla quadrati lineæ c, deest quoq; ad complendã lineã a b. superficies quadrata, cum & a d sit æqualis d e. Dico itaque quod si superficies b e diuidat lineam a b in duo communicantia, erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineæ secum cõmunicantis in longitudine, & econuerso. Cũ enim sit linea a b maior linea c, non erit a d æqualis d b, sic enim esset superficies d e, quadrata. & quia ipsa est æqualis quadrato medietatis lineæ c, esset a d æqualis medietati c, & tota a b toti c, quod est contra hypothesin. Non est igitur a d æqualis d b. Itaque de maiori earũ quæ sit d b, abscindatur d f. æqualis a d eritq; per 8 secundi quadratum totius a b. æquale ijs quæ sũt ex d b in d a quater & quadrato f b, quare linea a b, erit potẽtior linea c in quadrato lineæ f b, quã necesse est communicari toti a b, si linea a d est communicãs lineæ d b, si enim hoc fuerit, erit d b communicans d f eius æquali, quare per 9, b f cõmunicar cũ f d, & ideo toti a d & propter hoc cum tota a f. igitur & cum tota a b. Sicque patet primum. Conuersum huius sic patet. Sit a b potẽtior c in linea f b quæ communicet cum eo in lungitudine Dico tunc quod quarta pars quadrati lineæ c addita ad lineam a b, ita quod desit superficies quadrata, diuidet lineam a b, in duo cõmunicãtia. Diuidatur enim f a per æqualia in d & fiat superficies b e ex d b in d a & deerit ad complẽdam lineam a b, superficies quadrata, eritq; per 8 secũdi, quadratũ a b æquale quadruplo superficiei b e cum quadrato f b: igitur quadruplum superficiei b e est æquale quadrato c. cum superficies d e sit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur quod d b est communicans cum a d. cum sit f b communicans cum a b. Si enim hoc fuerit ut q̃d a d sit cõmunicans cum a b, erit etiam cõmunicans cum a f, per 9, quare & cum a d, sed & cum d f, itaque & d b est communicãs cum a d. quod est secundum.



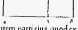
NVNC autem monstrandum est qualiter linea a b (cum ipsa posita fuerit maior linea a c) possit sic diuidi ut inter partes eius cadat medietas lineæ c, cõtinue proportionalis. Cum enim sic fuerit diuisa, superficies quæ fiet ex una in alterã, erit superficies æqualis quadrato medietatis lineæ c, & ipsa erit superficies æqualis quartæ parti quadrati lineæ c, adiuncta ad lineã a b, ita quod desit superficies quadrata, hoc enim sic fiet. Diuisa a b per æqualia in d, lineetur super eam semicirculus a f b, & sumatur b e perpendicularis ad a b, quæ ponatur æqualis medietati lineæ c. & ducatur e f æquidistans ad a b, usq; quo secet circunferentiam semicirculi in puncto f. (necesse est enim ut secet eam, cũ linea a b sit maior linea c.) & ducatur f g, perpendicularis ad a b, quæ cũ per 34 primi sit æqualis lineæ e b, erit quoq; æqualis medietati lineæ c Ducantur itaq; lineæ f a, f b, eritq; per primam partem 30 tertij, angulus a f b, rectus, & ideo per primã partem correlarij 8 sexti, erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b. quare medietas lineæ c, quæ est sibi æqualis erit etiam proportionalis inter easdẽ, quod est uostrũ propositũ.



THEON *Lemma.*

Si ad aliquam rectam lineam* comparetur parallelogrammum deficiẽs forma quadrata, ipsum comparatum æquũ est ei quod (continetur) sub segmẽtis rectæ lineæ, quæ ex ipsa compatatione sunt facta.

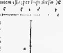
παραβληθῇ apponatur applicetur.



THEON ex Zamb. Ad aliquã rectã lineam αβ. cõparetur parallelogrãmũ αδ, deficiens forma quadrata δβ, tuco quod αδ æquũ est ei quod sub αγ, γβ, & ex sequentibus manifestum est. Quoniam enim quadratum est δβ, æquale est δγ, ipsi γβ, & αδ. est quod sub αγ, γδ, hoc est quod sub αγ, & γβ. Si ad aliquam igitur rectam lineam, & quæ sequuntur reliqua, quod fuerat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 17

17 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparatum fuerit deficiens forma quadrata, & in commẽsurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minore maius poterit eo quod ex sibi longitudine commẽsurabili. Et si maior minore maius poterit eo quod fit à sibi commensurabili longitudine, quartæ uero parti eius quod à minore æquale ad maiorem comparatũ deficiens forma quadrata, in commensurabilia longitudine ipsam distribuet.



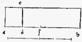
THEON ex Zamber. Sint binæ rectæ lineæ inæquales α, & βγ, quarum maior sit βγ, quartæ uero parti eius quod fit ex minore ipsa α, hoc est ei quod ex dimidio ipsius α, æquum ad ipsam βγ, cõparetur (per 28 sexti) parallelogrammum deficiens forma quadrata, sitq; quod sub βδ, & δγ, cõmensurabilis autem sit (per hypothesin) βδ ipsi δγ longitudine, tunc quod βγ, ipsa α maius potest, eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Secetur enim (per 10 primi) βγ, bifariam in signo ε, ponaturq; (per 3 primi) ipsi δε, æqualis εζ, reliqua igitur δγ, æqualis est ipsi βζ. Et quoniam recta linea βγ, secta est in æqualia in signo ε, & in inæqualia in δ, igitur (per 5 secundi) quod sub βδ, & δγ comprehenditur rectangulum una cum eo quod ex εδ, quadrato, æquũ est ei quod ex εγ quadrato. Et ipsa quadrupla, quod igitur quater sub βδ, & δγ, una cũ eo quod ex εδ sumpto, æquũ est ei quod ex quater sumpto εγ quadrato. Sed ei quidẽ quod quater sub βδ, & δγ, æquũ est id quod ex α quadratum, ei autẽ quod ex δε, quater sumpto, æquũ est id quod ex δζ, quadratum, dupla enim est δζ, ipsius δε. Ei autem quod ex εγ quater sumpto, æquum, est id quod ex βγ, quadratum, dupla enim rursus est βγ ad ipsam εγ. Quæ igitur ex α & δζ quadrata, æqualia sunt ei quod ex βγ quadrato. Quare id quod ex βγ, eo quod ex α maius est, eo quod ex δζ. Igitur βγ, ipsa α maius potest, ipsa δζ, ostendendum quod & commensurabilis est βγ ipsi δζ. Quoniam enim commensurabilis est βδ, ipsi δγ longitudine, commensurabilis igitur est (per 15 decimi) & βγ, ipsi δγ, sed γδ, ipsis γδ, & βζ, commensurabilis est longitudine, æqualis enim est γδ ipsi βζ, & βγ igitur, ipsis βζ & γδ longitudine commensurabilis est (per 12 decimi.) igitur (per 15) & βγ ipsi ζδ, commensurabilis est longitudine. Igitur βγ, quàm ipsa α maius potest, eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Sed iam ipsa βγ, quàm α maius possit eo quod à sibi commensurabili in longitudine, quartæq; eius quod ex α æquale ad ipsam βγ, comparetur deficiens forma quadrata, sitq; quod sub βδ, & δγ. Ostendendum est quod cõmensurabilis est βδ ipsi δγ longitudine. Iisdem namq; dispositis, similiter ostendimus quod βγ quam ipsa α maius potest, est eo quod ex ζδ. Potest autem βγ, quàm ipsa α maius eo quod ex sibi commensurabili. Commensurabilis igitur est βγ, ipsi ζδ, longitudine. Quare & reliquæ utrisque ipsarum βζ, & γδ, simul commensurabilis longitudine est βγ. Sed utraq; βζ, & δγ, simul commensurabilis est ipsi δγ longitudine: æqualis enim est βζ ipsi δγ & βγ, igitur commensurabilis est ipsi γδ, longitudine. Manifestũ est igitur quod βδ ipsi δγ, est cõmensurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorem diuidat in duas partes incõmensurabiles superficies æqualis quartæ parti quadrati breuioris sibi adiuncta, ita quod desit ad eius completionem superficies quadrata, erit longior, potẽtior breuiori, augmento quadrati lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine. Si uero longior, potentior fuerit breuiori, quadrato lineæ incommensurabilis ipsi longiori in lõgitudine, adiũgaturq; ei superficies æqualis parti quartæ quadrati breuioris, defueritq; longiori superficies quadrata, necesse est ut ipsa superficies sibi adiũcta eandẽ longiorem lineam in duas portiones incommensurabiles diuidat.

CAM

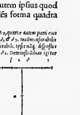
CAMPANVS Hæc 14 ex cõtrario antecedentis præmissæ infert contrarium consequentis præmissæ, & non differt eius dispositio à dispositione illius, sed & modus argumentandi utrobiq; idem. Si enim a d non communicet cum d b, nec d f sibi adæqualis communicabit cum eadem d b, itaq; per 9 d f non communicabit cum f b, quare neque a f, sunt enim a f & d f communicãtes tanquã numerãs & numeratũ, ideo neq; a b cõmunicabit cum linea f b. Quod si hoc fuerit uidelicet si a b non communicet cũ f b, nõ cõmunicabit cum a f, quare neq; cum a d aut d f, neq; igitur a b cum d a. Potest quoq; hæc 14 demõstrari per præmissam, prima pars huius ex secunda illius, & secũda ex prima, à destructiõe consequentis. Si enim a d & d b nõ communicent, nec etiã a b & f b communicabunt, nam si a b & b f communicarent, oporteret per secũdam partem præmissæ ut a d communicaret cum d b, sed positum est quod non. Eodem modo de secunda parte, si enim h a & b f non communicant, nec a d & d b communicabunt nam si sic, sequitur per primam partem præmissæ, ut a b & b f communicent quæ non communicant, quare patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 18 Præcedentis conuersa.

18 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparetur deficiens forma quadrata, & in incommensurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minore maius potest eo quod ex sibi incommensurabili longitudine. Et si maior minor maius potuerit eo quod ex sibi incommensurabili, quartæ autem ipsius quod ex minore æquũ, ad maiorem comparatum fuerit deficiẽs forma quadrata, in incommensurabilia longitudine ipsam dispescit.

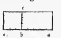
THEON ex Zãb. *Sint binæ rectæ lineæ inæquales α & β γ, quarũ maior sit β γ, quartæ autem parti eius quod ex α, ad ipsam β γ, æquale comparetur deficiens forma quadrata, sitq; quod sub β δ, & δ γ. incõmensurabilis autem esto β δ, ipsi δ γ. Dico quod β γ. quàm ipsa α maius potest, eo quod à sibi incõmensurabili. ipsis nãq; dispositis ut in præmissa, similiter demõstrabimus, quod β γ quàm ipsa α, maius potest eo quod ex ζ δ. Demonstrãdum igitur quod incommensurabilis est β γ, ipsi ζ δ lõgitudine. Quoniã enim incommensurabilis est β δ, ipsi δ γ, incommensurabilis igitur est (per 16 decimi,) β γ ipsi γ δ, longitudine, sed ipsa δ γ commensurabilis est utriq; & β ζ & δ γ simul, quia β ζ ipsi δ γ est æqualis, & β γ, igitur (per 13) ipsis β ζ & δ γ incommensurabilis est. & perinde (per 16 decimi,) & reliquæ ζ δ, incommensurabilis est β γ longitudine. Et ipsa β γ quàm α maius potest, eo quod ex ζ δ, igitur ipsa β γ, quàm α, maius potest eo quod à sibi cõmensurabili longitudine. Possit iam rursus β γ maius quàm α, eo quod à sibi incõmẽsurabili, quartæ autẽ parti eius quod ex α, æquale ad ipsam β γ cõparetur deficiẽs forma quadrata, & esto id quod sub β δ & δ γ. Demonstrãdũ quod incõmensurabilis est β δ ipsi δ γ lõgitudine. Eisdẽ namq; dispositis, similiter demõstrabimus, quod ipsa β γ quàm α maius potest eo quod ex ζ δ, sed ut (per hypothesin,) ipsa β γ quàm α maius potest eo quod à sibi incommensurabili. Incõmensurabilis est igitur β γ ipsi ζ δ longitudine. Quare (per 16 decimi,) & reliquæ β ζ & δ γ utriq;, incõmensurabilis est β γ. Sed utraq; β ζ & δ γ, ipsi δ γ commensurabilis est longitudine. igitur (per 15 decimi,) β γ ipsi δ γ incõmensurabilis est lõgitudine, quare & diuidendo, β δ ipsi δ γ incõmẽsurabilis est lõgitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ, & reliqua quæ sequuntur, quod erat demonstrandum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 OMnis superficies rectãgula quã continẽt duæ lineæ in lõgitudine rationales, rationalis esse probatur.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c cõtinentes superficiẽ rectãgulã a c, rationales in longitudine, dico superficiẽ a c esse rationalẽ, descripto enim quadrato cuiuis earũ, ut c d lineæ b c, erit per primã sexti c d ad a c, sicut b d ad a b. Quia igitur b d cõmunicat in longitudine cũ a b ex hypothesi, eo quod b c sua æqualis, erit per primã partẽ decimæ, c d cõmunicãs a c. Cũ sit itaque c d rationalis per diffinitionẽ, erit & a c rationalis, quod est propositũ.



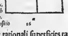
THEON Lemma.

Quoniam ostensum est quod quæ longitudine commẽsurabiles omnino etiam potentia sunt commensurabiles, quæ autem potentia non omnino etiam longitudine, sed uidelicet, possunt & longitudine commensurabiles esse & incommensurabiles, manifestum quod si positæ rationali commensurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei commensurabilis non solum longitudine uerum & potentia, quæ enim lõgitudine commensurabiles, omnino & potentia. Si autem positæ rationali commensurabilis aliqua fuerit potentia, siquidem & longitudine dicitur, etiam rationalis & ei commensurabilis longitudine & potentia. Quæ uero expositæ rursus rationali commensurabilis existens potentia, longitudine fuerit ei incommensurabilis, dicitur sic rationalis, potentia tantum commensurabilis. Procli scholion. Rationales appellat, expositæ rationali longitudine & potentia commensurabiles, aut potentia tantum. Sunt autem aliæ quoque rectæ lineæ quæ longitudine incommensurabiles sunt expositæ rationali, potentia uero tantum commensurabiles, & id propterea rursus appellantur rationales, commensurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed commensurabiles adinuicem uel non solum potentia, ueruntamen & longitudine, uel potentia tantum, & si longitudine quidem, & ipsæ rationales longitudine commensurabiles, audito quod & potẽtia. Si uero potentia tantum adinuicem sunt commẽsurabiles: appellantur & ipsæ rationales potentia tantum commensurabiles. Quod autem rationales commẽsurabiles sunt, hinc certum est. Quoniam enim rationales sunt quæ expositæ rationali sunt commensurabiles, quæ uero eidem commensurabiles & adinuicem sunt commensurabiles (per 12 decimi,) quæ rationales igitur, sunt commensurabiles.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 19

19 Sub rationalibus longitudine commensurabilibus rectis lineis iuxta aliquem prædictorum modorũ comprehensum rectãgulum rationale est.

THEON ex Zãb. Sub ratiõalibus enim lõgitudine cõmensurabilibus rectis lineis α β, & β γ, rectangulum comprehendatur α γ. Dico quod α γ, rationale est. Describatur enim (per 46 primi,) ex α β, quadratũ α δ, ratiõale igitur est α δ. Et quoniã cõmensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, æqualis autẽ est α β, ipsi β δ, commensurabilis est igitur β δ, ipsi β γ longitudine, estque sicut β δ, ad β γ, sic est δ α ad α γ. Commensurabilis autem est β δ ipsi β γ, commensurabile igitur & δ α, ipsi α γ: rationale autem δ α, rationale igitur (per 11 decimi,) est & α γ. Quod sub rationalibus commensurabilibus igitur lõgitudine, & reliqua oportuit ostendisse.



Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 Cum adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali superficies rationalis rectangula, latus eius secundum erit in longitudine rationale, laterique primo in longitudine commensurabile.

CAMPANVS Hæc est quasi conuersa prioris. Vt si superficies a c adiuncta ad lineam ab rationalẽ in longitudine, fuerit ratiõalis. dico quod latus eius secundum quod est b c erit etiam rationale in longitudine, & communicans inter primo. Sit enim a d quadratum a b, eritque rationale ex diffinitione. & propter hoc erit communicãs cum superficie a c rationali. Quia igitur per primam sexti sicut a d ad a c ita est etiam d b ad b c, comunicat autem d a cum a c. erit per primam partem decimæ b d communicans cum b c. ergo cum b a sua æquali. Sed b a, rationalis est, quare per diffinitionem & b c. Constat itaque propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 20

20 Si rationale ad rationalem comparatum fuerit, latitudinem efficit rationalem, commensurabilemque ei ad quam comparatur longitudine.

THEON ex Zamb. Rationale enim α γ, ad rationalẽ iuxta aliquẽ prædictorum modorũ α β, comparetur, latitudinem efficiens β γ. Dico quod rationalis est β γ, & cõmensurabilis ipsi β α longitudine. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ. Rationale igitur (per 9 diffinitionem decimi) est α δ, rationale autem & α γ, cõmensurabile igitur (per cõuersionem 10 diffinitionis est δ α, ipsi α γ. Estque sicut δ α ad α γ, sic est δ β, ad β γ, commensurabilis igitur est (per 11 decimi,) δ β, ipsi β γ. Aequalis autem est δ β, ipsi β α, commensurabilis igitur est α β, ipsi β γ. Rationalis autẽ est α β, rationalis igitur est (per conuersionẽ 7 diffinitionis.) & β γ, & commensurabilis ipsi β α, longitudine. Si rationale igitur ad rationalem comparatum fuerit, & quæ sequũtur reliqua, quod erat ostendendum.



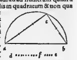
Subse

Subsequentes ex Campano propositiones 17 scilicet & 18 respondent 29 & 30 ex Zamberto infra suo loco & ordine dispositis.

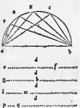
Euch. ex Camp. Propositio 17

DVas lineas inuenire potentia tantum rationales commensurabiles, quarum longior plus possit breuiori, quadrato lineæ sibi commensurabilis in longitudine.

CAMPANVS Propositum est inuenire duas lineas rationales potentia tantum cõmunicantes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Sumo itaque aliquam lineam rationalem quæ sit a b, super quam describo semicirculum a c b, & sumpto aliquo numero ut d e, diuido ipsum in duos numeros d f & f e, ita quod sit proportio d e ad d f sicut numeri quadrati ad numerum quadratum: non sit autem proportio d e ad f e ut numeri quadrati ad numerum quadratum, talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum, ut 9 qui diuiditur in 4 & 5, & omnes horum æque multiplices. Et inuenio lineã a d ad cuius quadratũ se habeat quadratum lineæ a b, sicut numerus d e ad numerũ d f, qualiter autem ipsa reperiatur, in demonstratione 5 dictum est. Hãc lineam inuentam quæ necessario est minor a b, coapto per primam quarti intra semicirculum a c b, sitque a c, & subtrahã lineã c b. Dico duas lineas a b & c b, esse quas quærimus. Erit enim primã partem 30 tertij, angulus c rectus, & ideo per penultimam primi, quadratũ a b æquale est quadratis duarum linearũ a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a c est sicut d e ad f per hypothesin, erit per euersam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b, sicut d e ad f e, ergo quadratum c b, communicat cum quadrato a b per 6 huius, erit igitur quadratum c b, rationale per diffinitionem, cum communicet rationali superficiei. Et quia c b & a b sunt incommensurabiles per ultimam partem 7, constat duas lineas a b & c b esse rationales, potentia tantum communicantes. At quia linea a b est potentior linea c b in quadrato lineæ a c quæ per secundam partem septimæ commuuicat secum in longitudine, cõstat habitum esse propositum.



CAMPANI annotatio Si autem lineæ plures duabus potentia tantum rationales cummunicantes quarum una potentior longior sit qualibet aliarũ in quadrato alicuius lineæ secũ cõmunicãtis in longitudine, reperire, sit ut prius linea a b rationalis in lõgitudine, super quã describatur semicirculus a c b, sumaturq; nũerus quadratus, qui sit diuisibilis in multos quadratos & nõ quadratos, quorũ nõ quadratorũ minime sit ,pportio sicut aliquorum numerorum quadratorũ, tales autem numeri ultro se offerunt, ut 36, qui est diuisibilis in 25 & 11, itemq; in 16 & 20, rursusq; in 9 & 27, ac iterum in 4 & 27, ac iterum in 4 & 32, istorum uero non quadratorum qui sunt 11, 20, 27, 32, adinuicem, nõ est proportio sicut alicuius numeri quadrati ad alium numerũ quadratum. Esto igitur ut nũerus d quadratus, diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq; quadratum lineæ a b ad quadram m lineæ a c, sicut numerus d ad numerum e, ducatur linea c b. & constat propositum ut prius demonstratum est a b & b c esse duas tales lineas quas inquirimus. Similiter quoq; diuidam d in g quadratum & h non quadratum, sitque quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a k, sicut d ad g, & ducatur linea k b, eruntque ut prius duæ lineæ a b & k b, quales inquirimus. Eodem modo si rursus diuidatur d in l quadratum & m non quadratum, & ponatur pro-



proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a n ſicut d ad l.& producatur n b, erunt duæ lineæ a b & b n quales inquirimus Quod ſi rurſus diuidatur d in p quadratum & in q nõ quadratum,& fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a r ſicut d ad p,& protracta fuerit linea r b.erũt etiam duæ a b & b r,quales inquirimus. Sunt itaque lineæ a b,b c,b k,b n,b r,potentia tantũ rationales & in ea cõmunicantes, quarum una uidelicet a b eſt potentior qualibet aliarũ in quadrato lineæ ſecũ communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c, b k, b n,b r, nulla communicat alij in longitudine,cõſtat propoſitum Iſtud autẽ ſic probatur.patet enim ex præmiſſis.quod quadratũ lineæ b c ad quadratũ lineæ a b eſt ſicut numerus f ad numerũ d,& quadratũ lineæ a b ad quadratũ lineæ b k eſt ſicut numerus f ad numerũ d,& quadratũ lineæ a b ad quadratũ lineæ b k eſt ſicut numerus d ad numerũ h,ergo per æquã proportionalitatẽ quadratũ lineæ b c ad quadratum lineæ b k,eſt ſicut numerus f ad numerũ h,ſed nullus quatuor numerorũ f,h,m,k,ſe habet ex hypotheſi ad alium ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum quare per 5 partem ſeptimæ,duæ lineæ b c,b k,ſunt incommenſurabiles in longitudine Eadem ratione qualibet duæ ex illis quatuor ſunt incommenſurabiles in longitudine.Liquet ergo quod uolumus.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 18

18 **DVas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus poſſit breuiori quantum quadratum lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine inuenire.**

CAMPANVS In hac quoq; remaneat eadem diſpoſitio eædẽq; hypotheſes quæ in præmiſſa.hoc ſolum mutato quod proportio numeri d e ad neutrum duorum numerorum d f & f e,ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratũ.hoc aũt facile fiet,poſito d,e quolibet nũero quadrato diuiſo in duos numeros nõ quadratos,ut ſi d e ſit 9, & d f,6,& f e 3,argumẽtãdo ut prius,hoc dũtaxat excepto qđ a b & a c ſint incõmẽſurabiles in lõgitudine per ultimã partẽ 7.



CAMPANI additio Et ſciendũ quod duæ lineæ quales hæc & præmiſſa docẽt inuenire,cõponũt binomiũ,& minori earum abſciſa de maiori,quæ reliqua eſt dicitur reſiduũ. Nota etiam quod lineæ tantum potentia rationales communicantes,poſſunt eſſe una rationalis & alia irrationalis,ſicut latera tetragonica duarum ſuperficierum quarũ una ſit 25 pedum & alia 24,ſunt rationalia potentia tantum communicantia, latus enim primæ ſuperficiei eſt 5 latus uero ſecundæ non numeratur . Et poſſunt eſſe ambæ irrationales . ut latera tetragonica duarum ſuperficierum quarum una ſit 24 pedum & alia 15,neutrius enim numeratur latus,ſuntq; in longitudine incommenſurabilia ex ultima parte ſeptimæ, Quod ſi libeat etiam inuenire plures lineas duabus potentia tantum rationales communicantes,quarum una ſit potentior qualibet aliarũ in quadrato lineæ ſecum non cõmunicantis in longitudine,ſumatur talis numerus qui poſſit pluries ſic diuidi quod ipſius ad nullam ſuarum partium nec alicuius ad aliquã aliarum ſit proportio ut numeri quadrati ad numerũ quadratũ,ut 25,poteſt diuidi in 2 & 23,item in 5 & 20,& rurſus in 7 & 18.Et ſic proceſſus idem qui fuit in præmiſſa.

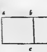
Eucli.ex Camp. Propoſitio 19

19 **OMnis ſuperficies quam continent duæ lineæ potentialiter tãtum rationales communicantes,eſt irrationalis , diciturq; ſuperficies medialis,eiuſque latus tetragonicum ſcilicet quod in eam poteſt, eſt irrationale, diciturq; linea medialis.**

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b,b c,continentes ſuperficiem a c,rationales potentia tantũ communicantes.quæ qualiter reperiantur, ex præmiſſa & antepræmiſſam manifeſtum eſt,dico ſuperficiem a c eſſe irrationalem . Sit enim d c quadratum b c, eritque rationale per hypotheſin, eo quod linea b c eſt rationalis in potentia. Et quia ex prima ſexti a c ad c d ſicut a b ad b d, non communicat autem a b cum b d,quia ex hypotheſi non communicat cũ ſua æquali , quæ eſt b c, ſequitur per ſecundam partem 10 ut etiam a c non cõmunicet cum c d, quare per diffinitionem, ſuperficies

a c

a c est irrationalis, ideoq; & suum latus tetragonicum est etiã irrationale. Dicitur autem hæc superficies medialis, quoniã ipsa est medio loco proportionalis inter duas superficies rationales, uidelicet inter quadrata duarum linearũ ipsam cõtinentium. Et lineam potens in ipsam dicitur medialis, quoniam ipsa quoque est medio loco proportiõalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes, & hæ duæ lineæ, sunt latera dictæ superficiei. Et hoc est quod uolumus.



THEON Lemma.

Potens irratiooalem aream, irrationalis est.

Posit enim α, irrationalem aream, hoc est id quod ex α, quadratum æquale irrationale areæ. Dico quod α irrationalis est: si enim est rationalis, erit rationale quoq; id quod ex α quadratum, sic enim in diffinitionibus, non est autem. Irrationalis igitur est α. Potens irrationalem igitur, & reliqua, quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propositio 21

21 Sub rationalibus potentia taotũ commeosurabilibus rectis lioeis comprehensum rectaogulum, irrationale est, illudq; potens irrationalis est, uoceturq; media.

THEON ex Zamberto. *Sub rationalibus enim potentia tantum commensurabilibus rectis lineis α β, & β γ comprehendatur rectangulum α γ. Dico quod α γ, irrationale est potensq; illud irrationalis est & media appellatur. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ, rationale igitur est ipsum α δ. Et quoniam incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine (potentia namq; tantum supponuntur cõmensurabiles) æqualis autem est α β ipsi β δ, incommensurabilis igitur est & β δ, ipsi β γ longitudine. Estq; sicut δ β ad β γ, sic est α δ, ad α γ, incommensurabile igitur est (per 11 decimi) δ α, ipsi α γ. Rationale autem est δ α, irrationale igitur est α γ, quare & ipsum potens α γ, hoc est potens æquale ei quadratum, irrationalis est: uoceturq; media, eo quia ex ipsa quadratum, æquale est ei quod α β, β γ, & eo quia ipsa media (per secundam partem 17 sexti,) proportionalis est ipsis α β, & β γ. Sub rationalibus igitur potentia tantum, & reliqua, quod oportuit demonstraße.*



Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 CVm adiuocta fuerit lineæ in loogitudine ratiooali superficies æqualis quadrato lineæ medialis, latus eius secundũ põtẽtialiter tantũ erit ratiõale, laterique primo in lõgitudine iocõmẽsurabile.

CAMPANVS Hæc est quasi cõuersa præmissæ. Sit a linea medialis, sitq; linea b c ratiõalis in longitudine, cui adiungatur superficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiũgatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate ut docet 10 sexti, eritq; superficies ex b c in d æqualis quadrato lineæ a, per 16 eiusdem, dico latus eius secundũ, quod est d c, esse rationale in potẽtia tantũ. & incõmensurabile in lõgitudine lateri b c. Eritq; ex præmissa per diffinitionẽ lineæ medialis, ut linea a possit in aliquã superficiẽ cõtentã à duabus lineis potẽtia tantũ rationalibus cõmunicãtibus, quæ sit superficies e g cuius latera e f & f g. Erũtq; duæ superficies b d & e g per primam partem 13 sexti laterum mutuorũ, propter hoc quod ipsæ sunt æquales & rectãgulæ, proportio ergo b c ad e f, est sicut f g ad c d. Quare per 10 cũ b c cõmunicet in potẽtia cũ e f, eo quod quadrata utriusq; earum sunt rationalia ex hypothesi, f g cõmunicabit in potentia cũ c d. Cum igitur quadratum f g sit rationale per hypothesin, erit quoq; quadratũ c d rationale per diffinitionẽ. At quia superficies b d est irratiõalis sicut sua æqualis e g, per præmissam, sequitur ut quadratũ lineæ c d nõ communicet cũ superficie b d. Et quia quadratum lineæ c d ad superficiẽ b d est per primam sexti sicut c d ad c b, erit per secundã partem 10 ut c d non communicet cum b c. Quare cũ bc sit rationalis in longitudine ex hypothesi, erit c d irrationalis in longitudine. & potẽtia tantum rationalis. Patet ergo proposita conclusio.



THEON Lemma.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, est sicut prima ad secundam sic quod à prima ad id quod sub duabus rectis lineis.

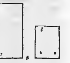
Sint binæ rectæ lineæ, ζι, ιη. Dico quod est sicut ζι, ad ιη, sic est quod ex ζι, ad id quod sub ζι, & ιη. Describatur enim (per 46 primi) ex ζι, quadratum δι, compleaturque ζη. Quoniam igitur est sicut ζι ad ιη, sic est ζδ, ad ζη, & est quidem ζδ, id quod ex ζι, at ζη id est quod sub δι, & ιη, hoc est quod sub ζι, & ιη, est igitur sicut ζι, ad ιη, sic quod ex ζι, ad id quod sub ζι, & ιη, similiter quoque & sicut quod sub ηι, & ιζ, ad id quod ex ιζ, hoc est sicut ηζ, ad δζ, sic ηι, ad ιζ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 22

22 Quod à media ad rationalem comparatum, latitudinem efficit rationalem, & ei ad quam comparatur longitudine incommensurabilem.

THEON ex Zamberto. Sit (per 21 decimi) media quidem α, rationalis autem γβ, & ei quidem quod ex α, æqua ad βγ, comparetur (per 45 primi) area rectangula βδ, latitudinem efficiens γδ. Dico quod rationalis est γδ, & incommensurabilis ipsi γε longitudine. Quoniã (per 21 decimi) α media est, β aream potest comprehensam sub rationalibus potentia tantum commensurabilibus, possit ipsam ηζ, potest autem & βδ, æqualis igitur est βδ, ipsi ηζ, est autẽ & ei æquiangula. Aequaliũ autẽ & æquiangulorũ parallelogrãmorũ (per 14 sexti) reciproca sunt latera, quæ circũ æquales angulos, proportionaliter igitur est sicut εγ ad ιη, sic ιζ ad γδ, est igitur (per 22 sexti) & sicut id quod ex βγ ad id quod ex ιη, sic est id quod ex ιζ, ad id quod ex γδ. Cõmensurabile autẽ est (per hypothesin) quod ex βγ, ei quod ex ιη. Rationalis enim est utraque ipsarũ. Commensurabile igitur est (per 11 decimi) & quod ex γζ ei quod ex γδ. Rationale autem est quod ex ιζ, rationale igitur & quod ex γδ, rationalis igitur est γδ. Et quoniã incommẽsurabilis est ιζ, ipsi ιη longitudine (potẽtia enim tantũ sunt commensurabiles) sicut autẽ ιζ, ad ιη, sic (per lemma præcedens) quod ex ιζ, ad id quod sub ιζ, & ιη, incõmẽsurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex ιζ, ei quod sub ζι, & ιη. Sed ei quidẽ quod ex ιζ, commensurabile est id quod ex γδ, rationales enim sunt potentia, ei autem quod sub ζι, & ιη, commensurabile est id quod sub δγ, & γβ, æqualia enim sunt ei quod ex α. Incõmensurabile igitur est (per 13 decimi) quod ex γδ ei quod sub δγ, & γε. Sicut autem quod ex γδ, ad id quod sub δγ, & γε, sic (per lẽma præcedens) est δγ ad γε. Incommensurabilis igitur est δγ, ipsi γβ longitudine. Rationalis igitur est γδ, & ipsi γβ longitudine commensurabilis. Quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 21

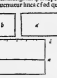
21 OMnis linea communicans mediali, est medialis.

CAMPANVS. Sit linea a medialis, cui ponatur linea b esse communicans siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico quod etiam linea b est medialis. Sit enim linea c d rationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies c f æqualis quadrato lineæ a, & item superficies e g æqualis quadrato lineæ b, hoc autem qualiter fiat, in præmissæ demõstratione dictum est. Eritque per præmissam linea d f rationalis in potentia tantum, & incommensurabilis lineæ c d. Et quia per primam sexti e g ad c f sicut f g ad d f, communicat autem e g cum c f eo quod quadratum b communicat cum quadrato a per hypothesin, quibus quadratis dictæ superficies positæ sunt æquales, sequitur per primam partem decimæ ut linea f g communicet cum linea d f, quare f g est rationalis in potentia tãtum, sicut est d f, & incommensurabilis in longitudine lineæ e f, cum linea d f sibi communicans sit incommensurabilis eidem e f, eo quod suæ æquali. Hoc enim probatum est in 8, quod si fuerint duæ quantitates communicantes, cuicunque una earum non communicat, nec reliqua. itaque per 19 erit superficies e g medialis, & eius latus tetragonicũ quod est b, mediale. Quod est propositum.



CAMPANI additio. Similiter quoque omnis superficies communicans superficiei mediali, medialis esse cõuincitur. Si enim superficies

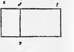
cies a medialis, cui ponatur superficies b esse cōmunicans, dico superficiem b esse medialem, quod sic constabit. Sit linea c d rationalis in lōgitudine, adiungaturq; ei superficies c e, quæ sit æqualis superficiei a, quod hoc modo fiet. Inueniatur linea c f ad quā sic se habeat unū ex lateribus superficiei a, sicut linea c d se habet ad reliquū: hæc autē linea qualiter reperiatur, in 10 sexti dictum est, eritq; ex 15 eiusdem superficies d f æqualis a. Itemq; eodem modo ad lineam e f adiūgatur superficies e g, quæ sit æqualis b: erit itaq; per 20 linea c f potentia tantum rationalis, erit quoq; lineæ c d in longitudine incommensurabilis. Et quia a & b erant cōmunicantes ex hypothesi, erunt quoq; c e & e g eis æquales cōmunicantes, itaq; per primam sexti & per primā partem decimæ huius, erunt duæ lineæ c f & f g, cōmunicantes in longitudine. Est igitur linea f g rationalis in potentia tantum, & lineæ e f incōmensurabilis in longitudine, quare per 19 superficies e g erit medialis, cum linea e f sit rationalis in longitudine sicut c d sibi æqualis. Cum sit ergo b æqualis e g, erit quoq; b medialis, quod est propositum. Et nota quod omnes superficies mediales communicantes, componunt superficiem medialem. Vnde tota d g est medialis, quia cum duæ lineæ c f & f g sint rationales in potentia tantum, & non communicātes in longitudine, sequitur ut tota c g sit rationalis in potentia tantum, & non cōmunicans c d in longitudine, itaq; per 19 d g est medialis. Eodemq; modo si sint plures.



Eucl. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 23

23 Quæ mediæ commensurabilis, media est.

THEON ex Zamberto. *Sit media α, & ipsi α commensurabilis esto β. Dico quod & β media est. Exponatur enim rationalis γδ, & ei quod ex α sit æquale ad γδ comparetur area rectangula γε (per 45 primi), latitudinē efficiens ipsam εδ. Rationalis igitur est (per præcedentem) εδ, incommensurabilisq; ipsi γδ longitudine, ei autem quod ex β æquale ad γδ comparetur (per 44 primi) area rectangula γζ, latitudinem efficiens δζ. Quoniam igitur commensurabilis est α ipsi β, commensurabile est quoq; id quod ex α ad id quod ex β. Sed ei quidem quod ex α, æquum est εγ: ei autem quod ex β, æquum est γζ. Cōmensurabile igitur est ipsi εζ, estq; sicut εγ ad γζ, sic est εδ ad δζ. Cōmensurabilis igitur est (per 11 decimi) εδ ipsi δζ longitudine. Rationalis autem est εδ, & ipsi δγ incommensuralis longitudine. Rationalis igitur est & δζ & ipsi δγ longitudine incōmensurabilis. Igitur γδ & δζ (per 13 decimi) rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Quod autem sub rationalibus potentia tantum cōmensurabilibus rectis lineis comprehenditur rectangulum, irrationale est (per 21 decimi) & illud potens, irrationalis est, appellaturq; media potens igitur id quod sub γδ & δζ, media est, potestq; β quod sub γδ & δζ sit, media igitur est β, quod erat ostendendum.*

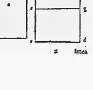


CORRELARIVM. *Hinc igitur est manifestum, quod mediæ areæ commensurabilis media est, possunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia sunt commensurabiles, quarum altera media, quare & reliqua media est. Similiter autem eis quæ de rationalibus dicta sunt, sequitur & in medijs ut mediæ longitudine cōmensurabilis, media appelletur, estq; cōmensurabilis non tantum longitudine sed & potentia, quoniam in uniuersali longitudine cōmensurabiles omnino & potentia. Si uero mediæ commensurabiles potentia tantum, dicuntur mediæ potentia tantum commensurabiles.*

Eucl. ex Camp. Propositio 22

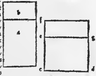
22 OMnis differentia qua abundat mediale à mediali, irrationalis esse probatur. Zamb. 26

CAMPANVS. Sit utraq; duarū superficierū a b & a, medialis: dico quod superficies b quæ est earum differentia, est irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies d e æqualis superficiei a, & superficies d f æqualis totali superficiei a b, hoc autē qualiter fiat in præmissa docuimus. Quia ergo d f est æqualis a b & d e æqualis a, erit per conceptionē g f æqualis b. Si itaq; superficies b non est irrationalis sed rationalis, erit & f g sua æqualis rationalis. At cū



z linea

linea e g sit rationalis in longitudine sicut sua æqualis c d, erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & cõmunicans lineæ e g, per 10 autem est utraque duarum linearum c e & e f potẽtialiter tantũ rationalis, & lineæ c d incõmensurabilis in longitudine, itaq; e f linea est incõmensurabilis lineæ c e in lõgitudine. Et quia per primam sexti quadratum lineæ e f ad superficiem quæ fit ex e f in c e est, sicut e f ad c e, sequitur per secũdam partem decimæ ut quadratum lineæ e f sit incõmensurabile superficiei factæ ex e f in c e, quare & ipsum quadratum erit incommensurabile duplo superficiei ex e f in c e, quadratũ uero c e cum sit rationale, est cõmunicans quadrato e f, totum igitur ex ambobus cõpositum erit per 9 cõmunicans quadrato e f. Et ideo

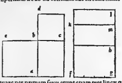


incõmensurabile duplo superficiei ex e f in c e. Et quia per 4 secundi quadratum lineæ c f est æquale duobus quadratis duarum linearum c e & e f, & duplo superficiei ex c e in e f, & duplum superficiei c e in e f est incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f, sequitur per ea quæ addita sunt in 5, ut quadratũ c f sit incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale, sequitur quadratum lineæ c f non esse rationale, & ideo linea c f non est rationalis in potentia, & idcirco non erit superficies d f medialis, neq; a b sibi æqualis, quod est inconueniens, cum sit contrarium posito. Relinquitur igitur quod superficies h, est irrationalis, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 23*

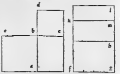
63 **OMnis superficies quam continent duæ lineæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, aut rationalis est aut medialis.**

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c mediales potentia tantũ communicantes, dico quod superficies a c ab eis contenta aut est rationalis, aut medialis. Sint enim, c d quadratũ lineæ b c, & a e quadratum lineæ a b: eruntq; ex hypothesi hæc duo quadrata communicantia. & erit per primam sexti superficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea f g quæ sit rationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies f h æqualis quadrato a e, & h k æqualis superficiei a c, & k l æqualis quadrato d c, eruntq; hæ tres superficies f h, h k, & k l continue proportionales, sicut sunt æquales a e, a c, & d c, quare per primam sexti erunt etiam tres lineæ g h, h m, & m l, quæ sunt bases earum, continue proportionales. Et cum superficies f h & k l sint communicantes, sicut duo quadrata a e & c d eis æqualia, sequitur per primam sexti & decimam huius ut linea g h sit cõmunicans cum l m. utraque autem earum est rationalis, in potentia per 10 huius: igitur superficies unius earum in alteram est rationalis. omnis enim superficies quam continent duæ lineæ rationales in potentia, cõmunicantes in longitudine, necessario est rationalis, ut patet ex prima sexti & prima parte decimæ huius & ex diffinitione superficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæsextæ quadratum lineæ l m est æquale superficiei ex g h in m l, erit quadratũ lineæ h m rationale. Si ergo linea h m est rationalis in lõgitudine sibi cõmunicans lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g, erit per 15 superficies h k rationalis, ideoq; & sua æqualis a c. Si autem h m sit irrationalis in longitudine siue incommensurabilis lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g, cum ipsa sit rationalis saltem in potentia eo quod suum quadratum est rationale, erit ex 19 superficies h k medialis, quare & sua æqualis a c. Constat ergo propositum.



CAMPANI

CAMPANI annotatio. Et nota quod si duæ lineæ a b & b c essent mediales in longitudine cõmunicantes, esset superficies a c medialis tantum, esset enim superficies a c communicans utrique duorum quadratorum a e & c d per primam sexti & per præsentem hypothesin, & per 10 huius, & ideo superficies h k æqualis a c, esset communicans utrique superficiei f h & k l, igitur per primam sexti, & 10 huius linea h m esset cõmunicans utrique duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ essent rationales in potentia tantum, non cõmunicantes in longitudine lineæ f g, esset quoque h m rationalis in potentia tantum, non cõmunicans in longitudine lineæ f g, quare per 19 esset superficies h k medialis tantum & ideo etiam a c sibi æqualis. Si autem duæ lineæ a b & b c essent mediales, neque in longitudine neque in potentia communicantes, superficies a c neque esset rationalis neque medialis, si enim sic esset, scilicet, quod duæ lineæ a b & b c essent mediales neque in longitudine neque in potentia cõmunicantes, essent duo quadrata a e & c d incommunicantia, itaque & duæ superficies f h & k l eis æquales quoque essent incommunicantes, quare & duæ lineæ g h & m l essent incommensurabiles per primam sexti. & per secundam partem decimi. Et quia utraque earum est rationalis tantum in potentia, per 20 esset superficies unius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratũ lineæ h m sit æquale dictæ superficiei quæ fit ex g h in m l, per primam partem 16 sexti, esset per 19 linea h m linea medialis. per 15 ergo non esset superficies h k rationalis, nec etiam per 20 medialis, quare nec sua æqualis a c.



Zamb. 24.

Præcedentes duæ ex Campano propositiones, scilicet, 22. & 23. tribus ex Zamberto sequentibus, uidelicet, 24. 25. & 26. iouerso ordine respondent, 22. namque ex Campano, 26. ex Zamberto, 26. autem ex Campano, cum additione, 24. & 25. ex Zamberto respondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 24

24 Sub medijs longitudine commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, medium est.

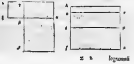
THEON ex Zamberto. Sub medijs enim longitudine commensurabilibus rectis lineis α β, β γ, comprehendatur rectangulum α γ, dico quod α γ medium est. Describatur enim (per 49 primi) ex α β, quadratum α δ, medium igitur est α δ. Et quoniam cõmensurabilis est α β ipsi β γ longitudine, æqualis autem est α β ipsi β δ, commensurabilis igitur est δ β ipsi β γ longitudine. Quare & δ α ipsi α γ (per correlarium 15 decimi) commensurabile est medium autem est δ α, medium igitur est & α γ, quod oportebat ostendere.



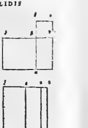
Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 25

25 Sub medijs potentia tantum commensurabilibus rectis lines comprehensum rectangulum, aut rationale aut medium est.

THEON ex Zamberto. Sub medijs potentia tantum cõmensurabilibus rectis lineis α β, β γ, cõprehendatur rectangulũ α γ. Dico quod α γ, aut rationale, aut mediũ est. Describantur enim (per 46 primi) ex α β & β γ, quadrata α δ & β ε, medium est igitur utrumque ipsorũ α δ & β ε. Exponatur que rationalis ζ η, ipsique α δ æquum ad ζ η comparetur (per 45 primi) rectangulũ parallelogrammũ



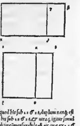
logrammũ κθ, ipsam latitudinẽ efficiens ζθ. Ipsi autem αγ ad θμ æquum comparetur (per eandem) rectangulum parallelogrammũ μκ, latitudinem efficiens θκ. Et insuper (per eandem) ϛε æquum similiter ad κν comparetur νλ, ipsam latitudinem efficiens κλ. In rectas lineas igitur sunt ζθ, θκ, & κλ, & quoniam utrunque ipsorum αδ & ϛε medium est, estque æquale αδ ipsi κθ, & ϛε ipsi νλ, medium igitur est & utrunque ipsorum κθ, νλ, & ad rationalem ζκ comparata sunt. Rationalis igitur est (per 22 decimi) utraque ipsarum ζθ & κλ, & incõmensurabilis ipsi ζκ longitudine. Quoniam igitur commensurabile est αδ ipsi ϛε, cõmensurabile igitur est (per 11 decimi) & κθ ipsi νλ, estque sicut κθ ad λν, sic (per primam sexti) est ζθ ad κλ. Cõmensurabilis igitur est (per eandem 11) ζθ ipsi κλ longitudine. Ipsæ igitur ζθ, κλ, rationales sunt longitudine cõmensurabiles. Rationale est igitur (per 19 decimi) quod sub ζθ, κλ. Et quoniam æqualis est quidem δβ ipsi βα, & ξϛ ipsi βγ, est igitur sicut δβ ad βγ, sic est αβ ad ϛξ. Sed sicut quidem δβ ad βγ, sic est (per primam sexti, & per 11 quinti) δα ad αγ, sicut autem αϛ ad ϛξ, sic est αγ ad γξ, est igitur sicut δα ad αγ, sic est αγ ad γξ, æquum autem est αδ ipsi κθ, & αγ ipsi μκ, & γξ ipsi νλ, est igitur (per 17 sexti) sicut κθ ad μκ, sic est μκ ad κλ, est igitur sicut & ζθ ad ipsam θκ, sic est θκ ad ipsam κλ. Igitur quod sub ζθ, κλ, æquum est ei quod fit sub θκ. Rationale autem est quod sub ζθ, ζλ, rationale igitur est & quod ex θκ. Rationalis est igitur (per 19 decimi) ipsa θκ, & siquidem commensurabilis est ipsi θμ, hoc est ipsi ζκ longitudine, rationale est (per 22 decimi) ipsum νθ. Si autem incommensurabilis est ipsi ζκ longitudine, ipsæ θκ & θμ rationales (per 22 decimi) potentia solum commensurabiles, medium igitur est θκ. Igitur θγ aut rationale est aut medium, æquum autem est θγ ipsi αγ, igitur αγ uel rationale uel medium est. Sub medijs igitur potentia tantum cõmensurabilibus, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 26

26 Medium, non excedit medium rationali.

THEON ex Zamberto. Si enim possibile, medium αϛ, medium θγ excedat rationali δβ, ponaturque rationalis εζ, ipsique αβ æquum ad εζ comparetur (per 44 primi) parallelogrammũ rectangulum ζθ, latitudinẽ efficiens εθ: ipsi autem αγ æquum auferatur ζκ, reliquum igitur βδ (per tertiam cõmunem sententiam) reliquo κθ est æquale. Rationale autem est δϛ, rationale igitur est & κθ. Quoniam igitur medium est utrunque ipsorum αβ, αγ, estque αϛ ipsi ζθ æquale (per correlarium 23 decimi) at αγ ipsi ζκ, medium igitur est utrunque ipsorũ ζθ, ζκ, & ad rationem εζ comparata sunt. Igitur rationalis est utraque ipsarum θε, & εκ, & incommensurabilis ipsi εζ longitudine (per 22 decimi.) Et quoniam rationale est δβ, estque ipsi κθ æquale, rationale igitur est & κθ, ad rationalemque εζ comparatũ est, rationalis igitur est (per 20 decimi) κθ, & ipsi εζ longitudine commensurabilis. Sed εκ rationalis est, & ipsi εζ longitudine incõmensurabilis, incõmensurabilis igitur est (per 13 decimi) εκ ipsi κθ longitudine, estque sicut εκ ad κθ, sic quod ex εκ ad id quod εκ & κθ. Incõmensurabile igitur est (per 11 decimi & lemma 21 decimi) quod ex εκ ei quod sub εκ & κθ. Sed ipsi quidem quod ex εκ, cõmensurabilia sunt quæ ex εκ & κθ quadrata, rationalia etenim utraque, ei autem quod sub εκ & κθ cõmensurabile est (per 13 decimi) id quod bis sub εκ & κθ, duplum namque est illius. Incõmensurabilia igitur sunt (per 16 decimi) quæ ex εκ & κθ, ei quod bis sub εκ & κθ, & utraque igitur simul quæ ex εκ & κθ, & quod bis sub εκ & κθ quod est id quod ex εθ (per 4 secundi) incõmensurabile est eis quæ ex εκ & κθ. Rationalia autẽ sunt quæ ex εκ & κθ (per diffinitionẽ.) Irrationale igitur est qđ ex εθ, irrationalis igitur est εθ, sed & rationalis, quod est impossibile: medium igitur mediũ non excedit rationali, quod erat ostendendum.



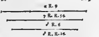
Sequentes duæ ex Zamberto neuuquã in Campano respondentes habent.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 27

27 Medias inuenire potentia tantum cõmensurabiles, rationale comprehendentes.

THEON ex Zamberto. Exponantur binæ rationales potentia tantum commensurabiles α, β, sumanturque (per 13 sexti) ipsarum α, β, media proportionalis γ. Fiatque (per 12 sexti) sicut α ad β, sic γ ad δ. Et quoniam ipsæ α, β, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, igitur quod sub α, β, hoc est quod ex γ fit (per 21 decimi) medium est, media igitur est γ. Et quoniam est sicut α ad β, sic γ ad δ, ipsæ autem α, β, potentia tantum sunt commensura

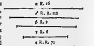
cõmensurabiles, & γ, δ, igitur (per 11 decimi) potentia tantum sunt cõmensurabiles, estque γ media, media igitur est (per 23 decimi) & δ. Ipsæ igitur γ, δ, (per constructionem) mediæ sunt potentia tantum cõmensurabiles. Dico quod & rationale comprehendunt. Quoniam enim est sicut α ad β, sic est γ ad δ, uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut α ad γ, sic est β ad δ. Sed sicut α ad γ, sic γ ad β, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ad β, sic β ad δ, igitur quod sub γ, δ, æquum est ei quod ex β. Rationale autem est quod ex β. Rationale igitur est quod sub γ, δ. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes, quod fecisse oportuit.



Euclid. ex Zamb. Problema 5 Propositio 28

28 Medias comperire potentia tantum cõmeosurabiles, medium comprehendeotes.

THEON ex Zamb. Exponantur enim tres rationales potentia tantum cõmensurabiles, α, β, γ, suscipiaturque (per 13 sexti) ipsarum α, β, media proportionalis δ. Fiatque (per 12 sexti) sicut β ad γ, sic δ ad ε. Quoniam enim α, β, rationales sunt, potentia tantum cõmensurabiles, igitur (per 21 decimi) quod sub α β, hoc est id quod ex δ, medium est: media igitur est δ. Et quoniam β, γ, potentia solum sunt cõmensurabiles, estque sicut β ad γ, sic est δ ad ε, ipsæ igitur δ, ε, (per 11 decimi) potentia tantũ sunt cõmensurabiles, media uero est δ, & igitur ε. Igitur ipsæ δ, γ, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. Dico quod & medium comprehendunt. Quoniam enim est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, uicissim igitur (per 16 quinti) sicut β ad δ, sic est γ ad ε. Sicut autem β ad δ, sic δ ad α. Et sicut igitur (per 11 quinti) δ ad α, sic γ ad ε. Quod igitur sub α, γ, (per 16 sexti) æquum est ei quod sub δ, ε, medium autem quod sub α, γ, medium igitur (per correlarium 23 decimi) quod sub δ ε. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles, medium comprehendentes, quod fecisse oportuit.



THEON Lemma.

Comperire duos quadratos numeros, ut ex eis cõpositus sit quadratus.

THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri α β & β γ, sintque aut pares, aut impares. Et quoniam si à pari par auferatur, & si ab impari impar, (per 26 noni) reliquus erit par, si igitur ab α β pari par ε γ, aut ab impari α ε, impar ε γ auferatur, reliquus α γ par est. Secetur α γ bifariam in δ, sint autem ipsi α β, β γ, aut similes plani, aut quadrati, qui & ipsi similes plani sunt. Igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus est (per 6 secundi) ei qui ex β δ quadrato, estque quadratus qui sub α β, ε γ, quoniam patuit (per primam noni) quod si bini similes plani multiplicantes se adinuicem aliquem fecerint factus quadratus est. Inuenti igitur sunt bini quadrati numeri qui sub α β, β γ, & qui ex γ δ, qui compositi, β δ quadratum conficiunt.



CORRELARIVM. Ac manifestũ quod inuenti sunt rursus bini quadrati, & qui ex β δ, & qui ex γ δ, ut & eorũ excessus qui sub α β, β γ, est quadratus, quando ipsi α β, β γ, similes fuerint plani. Quando autem non fuerint similes plani, inuenti sunt bini quadrati & qui ex β δ & qui ex δ γ, quorum excessus qui sub α ε & ε γ non est quadratus.

Lemma præcedentis oppositum.

Inuenire binos quadratos numeros, ut ex eis compositus non sit quadratus.

Sint enim α ε, ε γ, similes plani ut qui sub α ε, ε γ, (per primam noni) sit quadratus, sitque par γ α, seceturque γ α bifariam in δ. Manifestum tum est quod qui sub α ε, ε γ, quadratus una cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus est ei qui ex β δ quadrato. Auferatur autem unitas δ ε. Igitur qui sub α ε & ε γ una cum eo qui ex γ ε, minor est eo qui ex β δ quadrato. Dico igitur quod qui sub α ε, ε γ, quadratus una cum eo qui ex γ ε, non est quadratus. Si enim est quadratus, uel est æqualis ei qui ex ε ε, uel eo minor.* Maior autem non erit, cum qui sub α ε, ε γ, quadratus una cum eo qui ex γ δ quadrato, hoc est qui ex β δ, primus sit maiorum quadrato qui ex β ε, unitas enim non secatur. maior autem est eo qui sub α β, ε γ, una cum eo qui ex γ ε, γ δ enim, ipso γ ε unitate maior. Sit autem (si possibile est) prius qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ε, æqualis ei qui ex β ε, sitque ipsius δ ε unitatis, duplus ε α. Quoniam igitur totus α γ totius γ δ duplus est, quorum α ε ipsius δ ε est duplus, & reliquus igitur (per 7 septimi) ε γ reliqui ε γ duplus est, bifariam igitur ipse γ ε, diuisus est in ε. Igitur qui sub ε ε & β γ, una cum eo qui ex γ ε, æquus est ei qui ex ε ε quadrato. Sed qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ε, æquus supponitur ei qui ex ε ε quadrato. Qui sub α ε, ε γ, igitur una cum eo qui ex γ ε, æquus et est qui sub α ε, ε γ, una cum eo qui ex γ ε. Cõmuni igitur sublato eo qui ex γ ε,* ducitur α ε æqualis ipsi α ε, quod est impossibile. Qui sub α ε, ε γ, igitur una cum eo qui ex γ ε. Igitur æquus non est ei qui ex ε ε. Dico tum quod neque minor eo qui ex ε ε. Si enim possibile, sit ei qui ex β ζ æqualis, & ipsius

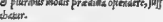


Græcus sic habet. Maior autẽ non erit, ne scilicet secetur unitas. & ne qui sub α ε, ε γ una cum eo qui ex γ δ, quadratus, æquus sit et qui sub α ε, ε γ una cum eo qui ex γ ε.

...ersi... sublato ... Igitur

συναχθήσεται · colligetur

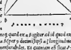
ipsius δζ duplus ponatur ε α. * Conducatur(que) duplus rursus ε γ ipsius γ ζ, & quod ipse ε γ bifariam sectus est in ζ, ac per hoc is qui sub α ε, ε γ, una cum eo qui ex ζ γ, æquus erit ei qui ex β ζ. Supponitur autem quod qui sub α ε, β γ, una cum eo qui ex γ ι, est æqualis ei qui ex β ζ. Conducetur igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι æqualis ei qui ex ε ε & ε γ una cum eo qui ex γ ζ, quod absurdũ est. Igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι, æquus non est minori eo qui ex ε ι, patuit autem quod neq(ue) ei qui ex ε ι, neq(ue) eo maiori. Igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι, quadratus non est. Cum autem sit possibile & pluribus modis prædicta ostendere, sufficiant nobis tamen prædicta, ne materia longior existens longius protrahatur.



Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 29

29 Camp. 17

Comperire binas rationales potentia tantum cõmensurabiles, ut maior minore maius possit eo quod ex cõmensurabili sibi longitudine.

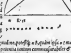


THEON ex Zamb. Exponatur enim quædam rationalis α ε, & bini quadrati numeri γ δ, δ ι, ut ipsorum residuus γ ι non sit quadratus (per correlarium 1 lemmatis 25 decimi,) & super α β describatur semicirculus α ζ β. Fiat(que) sicut (per correlarium 6 decimi) δ γ ad γ ι, sic quod ex β α quadratũ ad id quod ex α ζ quadratũ, connectatur(que) ζ ε. Quoniam igitur est sicut quod ex β α ad id quod est ex α ζ, sic γ δ ad δ γ, igitur quod ex β α ad id quod ex α ζ, eam habet rationem quam numerus γ δ ad numerũ γ ι. Cõmensurabile igitur est quod ex β α, ei quod ex α ζ Rationale autem quod ex α β, rationale igitur & id quod ex α ζ Rationalis igitur est & α ζ. Et quoniam δ γ ad γ ι rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq(ue) quod ex α β igitur ad id quod ex α ζ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Igitur α β (per 9 decimi) ipsi α ζ longitudine incõmensurabilis est. Ipsæ igitur α ζ, α β, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Et quoniam est sicut δ γ ad γ ι, sic est quod ex α β ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) sicut γ δ ad δ ι, sic quod ex α ε ad id quod ex β ζ. At γ δ ad δ ι eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Quod igitur ex α β ad id quod ex β ζ, eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Cõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α β ad β ζ longitudine. Et quod ex α β (per 47 primi) æquũ est eis quæ ex α ζ & ζ β. Igitur α β ipsa α ζ maius potest ipsa β ζ sibi cõmensurabili. Inuentæ igitur sunt binæ rationales potentia tantum cõmensurabiles β α & α ζ, ut β maior ipsa α ζ maius possit eo quod ex ζ β sibi longitudine cõmensurabili. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Zamb. Problema 7 Propositio 30

30 Camp. 18

Comperire binas rationales potentia tantum cõmensurabiles, ut maior minore maius possit eo quod fit à sibi longitudine incõmensurabili.



THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α β, bini(que) numeri quadrati γ ι & ι δ, ut ex eis compositus γ δ non sit quadratus (per lemma secundum 18 decimi.) Describatur(que) super α β semicirculus α ζ β, fiat(que) (per correlariũ 6 decimi) sicut δ γ ad γ ι, sic quod ex α β ad id quod ex α ζ conectatur(que) ζ β. Similiter iam ostendemus sicut in præcedenti, quod ipsæ ε α & α ζ rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Et quoniam est sicut δ γ ad γ ι, sic est quod ex β α ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) sicut γ δ ad δ ι, sic quod ex α β ad id quod ex ζ β. At γ δ ad δ ι rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq(ue) igitur quod ex α β, ad id quod ex β ζ rationem habet quam numerus quadratus ad quadratũ numerum. Incõmensurabilis igitur est α β ipsi β ζ longitudine, potest(que) α β, quàm ipsa α ζ maius eo quod ex β ζ sibi incommensurabili. Ipsæ igitur α β, β ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles & α β quàm ipsa α ζ maius potest eo quod ex ζ β sibi longitudine incommensurabili, quod fecisse oportuit.

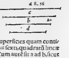
Eucli. ex Camp. Propositio 24

24

DVas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiem(que) rationalem continentes, quarum longior sit potentior breuiore, augmento quadrati lineæ communicantis eidem longiori in longitudine, inuenire.

CAMPANVS. Cum omnes duæ lineæ mediales potentia tantum communicantes, contineãt superficiem rationalem aut medialem, ut ex præmissa patet, docet inuenire eas duas quæ cõtinent superficiem rationalem & eas quæ medialem. Vnde propositũ est inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, quarum longior possit

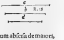
possit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ sibi cõmunicantis in longitudine, quæ contineant superficiem rationalem. Ad hoc secundum doctrinam 17 sumo duas lineas a & b potentia tantum rationales cõmunicantes, quarum longior quæ sit a, possit amplius breuiori quæ sit b, in quadrato alicuius lineæ secum cõmunicantis in lõgitudine, & ponam lineam c secundum doctrinam 9 sexti, medio loco proportionalẽ inter a & b & ponam ut sit proportio a ad b, sicut c ad d, quod qualiter fiat, in 10 sexti dictũ est. Dico tunc duas lineas c & d, esse quas quærimus. Patet enim ex 20, quod superficies quam continent duæ lineæ a & b, est medialis. Et quia per primam partem 16 sexti, quadratũ lineæ c est dictæ superficiei æquale, erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autẽ sit a ad b, sicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypothesi, quia tam a quàm b rationalis est in potentia, sequitur per 10 quod c quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21 cum c sit linea medialis, erit etiam d medialis, & per primã partem 11, erit linea c potentior linea d, in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d contineant superficiem rationalem, ipsæ sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem, sic habeto. Cum sit a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d, sed erat a ad c, sic c ad b. igitur est c ad b, sicut b ad d, itaque per primam partem 15 sexti, superficies quam continent duæ lineæ c & d, est æqualis quadrato b, est autem quadratum b, rationale per hypothesin, cum ipsa sit rationalis in potentia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d, est rationalis. Quare constat propositum.



Eucli ex Camp. Propositio 25

25 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ eidem longiori in longitudine incommensurabilis, inuenire.

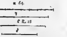
CAMPANVS. Positis duabus lineis a & b rationalibus potentia tantum cõmunicantibus, quarũ longior possit amplius breuiori in quadrato lineæ secum non communicantis in longitudine, quæ quidem reperiuntur secundum doctrinam 18, cæterisq; positionibus manentibus sicut in præmissa, argumentando modo consimili patebit duas lineas c & d esse quales quærimus. Et nota quod duæ lineæ quas hæc & præmissa docent inuenire, componunt bimediale primum, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur residuum mediale primum.



Eucli ex Zamb. Problema 8 Propositio 31

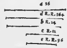
31 Comperire binas medias potentia tantum commensurabiles rationale comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Camp. 24

THEON ex Zamb. Exponantur (per 29 decimi) binæ rationales potentia tantum commensurabiles α, β, ut α maior existens, ipsa β minore maius possit eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili, & ei quod sub α, β, comprehenditur æquum esto id quod ex γ. Medium autem est quod sub α, β, medium igitur est (per correlariũ 23 decimi) quod sub γ, media igitur est γ (per 21 decimi.) Ei uero quod ex β, æquũ esto quod sub γ, δ. Rationale autẽ est quod ex β, rationale igitur & quod sub γ, δ. Et quoniam (per 1 sexti) est sicut α ad β, sic est quod sub α, β, ad id quod ex β, sed ei quidem quod sub α, β, æquum est id quod ex γ, ei autem quod ex β æquum est quod sub γ, δ, sicut igitur α ad β, sic quod ex γ ad id quod sub γ, δ. Sicut autẽ quod ex γ ad id quod sub γ, δ, sic est γ ad δ, & sicut igitur α ad β, sic γ ad δ. Cõmensurabilis autem est (per hypothesin) α, ipsi β potentia tantum. cõmensurabilis igitur (per 11 decimi) & γ ipsi δ potentia tantum. At γ, media est, media igitur est (per 2 decimi) & δ. Et quoniam est sicut α ad β & γ ad δ, at α ipsa β maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili. & γ igitur ipsa δ maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili. inuentæ sunt igitur binæ mediæ potentia tantum cõmensurabiles γ, δ, rationale cõprehendentes, & γ ipsa δ maius potest eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili. Similiter uero ostendetur & id quod ex incõmensurabili, quando α ipsa β maius potuerit eo quod fit ex sibi incommensurabili. Quod facere oportuit. Camp. 25



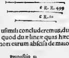
Eucl. ex Camp. Propositio 26

26 **D**Vas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque medialem continentes, quarum longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine, inuenire.



CAMPANVS Cũ docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantũ cõmunicantes superficiemque rationalẽ continẽtes, quarũ longior plus possit breuiori in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine, & secum incõmensurabilis in longitudine, nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes, superficiemque medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato lineæ non secum cõmensurabilis, sed solum sibi incommensurabilis in longitudine, illud enim facile habetur ex isto. Sint itaque tres lineæ sumptæ secundum doctrinam 15 a, b, c, potentia tantum rationales & in ea solum cõmunicantes, sitque a potentior b & c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b ut docet 9 sexti, & sit d ad e sicut a ad c, dico duas lineas d & e esse quales inquirimus. Cum sit enĩ quadratũ lineæ d æquale superficiei quæ continetur sub a & b per primam partem 16 sexti, sitque superficies contenta sub a & b medialis ex 19 cum a & b sint potentia tantum rationales cõmunicantes, erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c sicut d ad e, communicat autem a cum c in potẽtia tantum ex hypothesi, sequitur ex 10 ut e quoque communicet cum d in potentia tantum. Itaque per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a est potentior c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, erit quoque per 13 d potentior e quadrato lineæ sibi incõmensurabilis in longitudine. Si igitur duæ lineæ d & e contineant superficiem medialem, constat eas esse quales inquirimus. Eas autẽ continere superficiẽ medialem, sic habetur. Cum sit ex hypothesi a ad c sicut d ad e, erit permutatim a ad d, sicut c ad e. Sed a ad d est sicut d ad b per hypothesin, itaque d ad b sicut c ad e, igitur per primam partem 16 sexti superficies quam continent d & e, est æqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continẽt superficiem medialem per 19, cum ipsæ sint rationales in potentia tantum communicantes ex hypothesi, itaque d & e continent superficiem medialem. Quod est propositum.

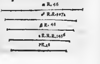
Zamb. 32



CAMPANVS. Si autẽ cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemque medialem continentes, quarum longior esset potentior breuiori, quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine, sumeremus tres lineas secundum doctrinam 17, a, b, c, potentia tantum rationales & in ea solum communicantes, & poneremus lineam a esse potentiorẽ linea c, quadrato alicuius lineæ sibi communicantis in longitudine, cætera uero manerẽt ut prius, & argumẽtatione consimili concluderemus, duas lineas d & e esse quales proponitur inquirere. Et nota quod duæ lineæ quas hæc 26 docet inuenire, componunt bimediale secundum, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur residuum mediale secundum.

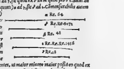
Eucl. ex Zamb. Problema 9 Propositio 32

32 Inuenire duas medias potentia tantum cõmensurabiles medium comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod fit ex sibi commensurabili.



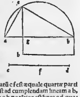
THEON ex Zamber. *Exponantur tres rationales potentia tantum cõmensurabiles α, β, γ, ut α (per 29 decimi) ipsa γ maius possit eo quod ex sibi cõmensurabili, & ei quidem quod sub α, β, æquum sit (per 13 & 17 sexti) quod ex δ, medium autẽ est quod sub α β, medium igitur est (per eandẽ) quod ex δ, & δ igitur media est. Ei autẽ quod sub β, γ, æquũ esto quod sub δ, ε. Et quoniã (per 1 sexti & lemma 21 decimi) sicut*

sicut quod sub α, β, ad id quod sub β, γ, sic est α ad γ, sed et quidem quod sub α, β, æquum est id quod ex δ, ei autem quod sub ε, γ, æquũ est id quod sub δ, ι, est igitur (per 9 quinti) sicut α ad γ, sic quod ex δ ad id quod sub δ ι. Sicut autem quod ex δ ad id quod sub δ, ι, sic est δ ad ι, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad γ, sic δ ad ι. Cõmensurabilis autem est α ipsi γ potentia tantum, commensurabilis igitur est (per 11 decimi) & δ ipsi ι potentia tantum. Media autem est δ, media igitur (per 22 decimi) est & ι. Et quoniam est sicut α ad γ, sic est δ ad ι, & α quàm γ maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, & δ igitur quàm ι maius poterit eo quod ex sibi commensurabili (per 14 decimi.) Dico insuper quod comprehensum sub δ, ι. medium est. Quoniam enim æquum est quod sub ε, γ, et quod sub δ, ι, medium autem quod sub ε, γ, medium igitur (per correlarium 22) & quod sub δ, ι. Inuentæ sunt igitur duæ mediæ potentia tantum commensurabiles δ, ι, medium comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod ex sibi cõmensurabili. Similiter iam rursus ostendetur & id quod ex incommensurabili, quando α ipsa γ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, quod facere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 DVas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq́ medialem continẽtes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale, inuenire.

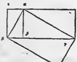


CAMPANVS. Propositum est inuenire duas lineas incommensurabiles tam in potentia q̃ in longitudine, quæ contineant superficiem medialem, & quadrata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem. Ad hæc autem sumo per 15, duas lineas a b & c d potẽtia tantum rationales cõmunicantes, quarũ longior quæ sit a b, sit potẽtior c d, quadrato alicuius lineæ secum incõmensurabilis in longitudine. Et super lineam a b describo semicirculũ a e b. Et diuido lineam c d per æqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad punctum g, ita quod linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b, & qualiter hoc fiat, in 15 dictum est. Et pono q̃ superficies b h fiat ex a g in g b, eritq́ ex prima parte 16 sexti, quadratũ c f, æquale superficiei b h. Et quia quadratũ c f est æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta secũdi, & quia superficiei b h deest ad cumplendam lineam a b, superficies quadrata cum a g sit æqualis g h, & quia linea a b potẽtior est linea c d, quadrato lineæ sibi incõmensurabilis in longitudine ex hypothesi, erit ex secunda parte 14 linea a g incõmensurabilis lineæ g b. Educo igitur à puncto g perpendicularem super lineam a b usq́ ad circumferentiam semicirculi, quæ sit g e, & protraho lineas a e & e b. Quas dico esse quales quærimus, erit enim e g æqualis c f, eo quod utraq́ cadit medio loco proportionalis inter a g & g b, prima quidem per primã partem correlarij 8 sexti, secunda uero per hypothesin, propter quod, quadratum utriusq́ earum per primam partem 16 sexti est æquale superficiei a g in g b, quæ est b h, ipsæ igitur sunt æquales. Et quia per quartã sexti propositio a e ad e b est sicut a g ad g e, sunt autem a g & g e & g b cõtinue proportionales, erit a e ad e b duplicata, sicut a g ad g b, quare per 18 sexti, erit quadratũ lineæ a e ad quadratũ lineæ e b, sicut a g ad g b. Cum sit igitur a g incõmunicans g b, erit per secũdam partem 10 quadratũ a e incõmunicans quadrato e b, quare duæ lineæ a e & e b sunt incõmensurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratũ a b est æquale quadratis duarũ linearũ a e & e b pariter acceptis, quadratũ autem a b est rationale cum a b sit rationalis in potentia per hypothesin, erunt quoq́ quadrata duarũ linearũ a e & e b pariter accepta, rationale. Si uero hæ duæ lineæ continent superficiẽ medialem, habitũ est propositũ. Erat autẽ c d rationalis in potentia & in ea tantum cõmunicans lineæ a b, quare & c f, & ideo etiam g e sibi æqualis erit potentia rationalis, & tantum in eadem cõmunicans cum a b, itaq́ per 19 superficies a b in g e est medialis. Quia igitur per 4 sexti & per primã partem 15 eiusdem superficies a e in e b est superficiei a b in g e æqualis, constat duas lineas a e & e b, esse quales uolumus.
Et nota q̃ duæ lineæ quas docet hæc 27 inuenire, componunt lineam maiorem, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea minor.

THEUN

THEON Lemma.

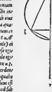
THEON ex Zamberto. *Esto triangulum rectangulum α β γ, rectum habens qui sub β α γ, exciteturque (per 11 primi) perpendicularis α δ. Dico quod sub γ β & β δ, æquum est ei quod ex β α, quod uero sub β γ, γ δ, ei quod sub γ x: quod autem sub δ β & δ γ, æquum est ei quod ex α δ: & insuper id quod sub β γ, α δ, æquum est ei quod sub β α & α γ. In primisque, quod id quod sub γ β & β δ æquum est ei quod ex α β. Quoniam enim in rectangulo triangulo β α γ, ab angulo recto in basin, perpendicularis ducta est α δ. igitur (per 8 sexti) triangula α β δ & α δ γ, similia sunt toti α β γ, & sibi inuicem. Et quoniam triangulum α β γ simile est triangulo α δ ϛ, est igitur sicut γ β ad β α, sic est α β ad β δ. Igitur quod sub γ δ & β δ, æquum est ei quod ex α β. Id propterea iam quod sub β γ & γ δ, æquum est ei quod ex α γ. Et quoniam si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis excitetur, excitata basis segmentorum media proportionalis est (per correlarium 8 sexti) est igitur sicut β δ ad δ α, sic est α δ ad δ γ. Igitur (per 17 sexti) quod sub β δ, δ γ, æquum est ei quod ex δ γ. Dico autem quod & id quod sub β γ & α δ, æquum est ei quod sub β α & α γ. Quoniam enim, ut diximus, α ϛ γ simile est ipsi α γ δ, est igitur sicut β γ ad α γ, sic β α ad α δ, Si fuerint autem quatuor rectæ lineæ proportionales, quod sub extremis (per 16 sexti) æquum est ei quod sub medijs. quod igitur sub β γ, α δ, æquum est ei quod sub β α, α γ. Vel etiam quando describemus ε γ rectangulum parallelogrammum complebimusque α ζ, æquum erit (per 41 primi) ε γ ipsi α ζ, utrunque enim eorum, ipsius α β γ trianguli duplum est, estque quod ex β α, α γ, id quod sub β γ, α δ, ipsum autem α ζ est id quod sub β α & α γ. Quod igitur sub β γ, α δ, æquum est ei quod sub β α & α γ.*



Eucli. ex Zamb. Problema 10 Propositio 33

33 Inuenire binas rectas lineas potentia incõmensurabiles, conficiẽtes conflatum ex quadratis quæ ab ipsis ratinnale, qund uero sub ipsis medium.

THEON ex Zamberto. *Exponantur (per 30 decimi) binæ rationales potentia tantum commensurabiles α β, β γ, ut maior α β minore β γ maius possit eo quod ex sibi incommensurabili. Seceturque (per 10 primi) β γ bifariam in δ, & ei quod ex altera ipsarum β δ, δ γ, (per 16 sexti) æquum ad ipsam α β comparetur parallelogrammũ deficiens forma quadrata, sitque quod sub α ι, ι β. Describaturque super α β semicirculus α ζ β, exciteturque (per 11 primi) ipsi α β ad angulos rectos ι ζ, connectanturque α ζ & ζ β. Et quoniam binæ rectæ lineæ sunt inæquales α β, β γ, & α β ipsa β γ maius potest eo quod a sibi incommensurabili, quartæ autem parti illius quod ab ipsa β γ minore, hoc est quod ab eius dimidio, æquum ad ipsam α β parallelogrammum comparatum est deficiens forma quadrata, efficitque id quod sub α ι, ι ϛ, incommensurabilis igitur est (per secundam partem 18 decimi) α ι ipsi ι ϛ. Estque sicut α ι ad ι ϛ, sic quod sub α β & ϛ α. Ei autem quod sub ϛ α, & α ι, æquum est id quod ex α ζ. Quod autem sub α β & ϛ ι (per lemma præcedentis) ei quod ex β ζ est æquale. Incommensurabile igitur est quod ex α ζ, ei quod ex ϛ ζ. Ipse igitur α ζ, ζ ϛ, potentia sunt incommensurabiles. Et quoniam α ϛ rationalis est, rationale igitur est (per 7 diffinitionem decimi) quod ex α ϛ, quare & compositum ex eis quæ ex α ζ, ζ ϛ, rationale est. Et quoniam rursus quod sub α ι, ι ϛ, æquum est (per lemma præcedentis) ei quod ex ι ζ, supponitur autem id quod sub α ι, ι ϛ, ipsi quod ex ϛ δ æquale, æqualis igitur est ζ ι ipsi ϛ δ, Duplæ igitur est ϛ γ, ipsius ζ ι. Quare & quod sub α ϛ, ϛ γ, duplum est eius quod sub α β, ι ζ, medium autem est quod sub α ϛ, ϛ γ, medium igitur & id quod sub α β, ι ζ, æquum autem est quod sub α ϛ, ι ζ, ei quod sub α ζ, ζ ϛ, medium igitur & quod sub α ζ, ζ β, patuit uero quod & rationale compositum ex eis quæ ab ipsis quadrata. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α ζ, ζ β, efficientes compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis rationale, & quod sub ipsis medium, quod erat agendum.*

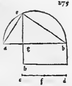


Euch. ex Camp. Propositio 28

28 Duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemque rationalem continentes, quarum ambn qnadrata pariter accepta sint mediale, innenire.

CAMPANVS. Sit hic prorsus eadem dispositio quæ prius in præmissa. Sint autem duæ

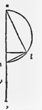
duæ lineæ a b & c d, quales proponit 25, eruntque simili argumentatione præmissæ duæ lineæ a e & e b, quales hæc 18 proponit. Cum sit enim a b linea medialis, erit eius quadratum mediale per 19, & ideo quadrata duarum linearum a e & e b, sunt mediale per penultimam primi. Et quia a b in c d continet superficiem rationalem, sequitur etiam ut a b in c f, & ideo in g e sibi æqualem, contineat superficiem rationalem, itaque & a e in e b. Patet ergo quod quæritur. Vnde duæ lineæ quas hæc 28 docet inuenire, componũt lineam potentem in rationale & mediale, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.



Eucli. ex Zamb. Problema 11 Propositio 34.

34 Binas rectas lineas potentia incommensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ab ipsis sunt quadrata medium, quod uero sub ipsis rationale, comperire.

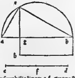
THEON ex Zamberto. *Exponantur binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α β, β γ, rationale comprehendentes quod sub ipsis, ut α ε, ipsa ε γ maius possit eo quod α sibi incommensurabili. Describaturque super ipsa α β, semicirculus α δ β, seceturque (per 10 primi) ε γ, bifariam in ι, comparaturque (per 28 sexti) ad ipsam α ε, ei quod ex ε ι æquum parallelogrammũ formæ deficiens α quadrata, sitque quod sub α ζ, ζ β. Incommensurabilis igitur est α ζ ipsi ζ β longitudine. Exciteturque (per 11 primi) ab ζ, ipsi α ε ad angulos rectos ζ δ, connectanturque ipsæ α δ & δ β. Quoniam igitur incommensurabilis est α ζ ipsi ζ ε, incommensurabile est igitur & quod sub ε α & α ζ, ei quod sub α ε & ε ζ. Aequale autem est id quod sub β α & α ζ, ei quod ex α δ, quod autem sub α ε, ε ζ, ei quod ex δ ε, incommensurabile igitur est & id quod ex α δ, ei quod ex δ ε. Et quoniam medium est quod fit ex α ε, medium igitur est & compositum ex eis quæ ex α δ, δ ε. Et quoniam dupla est β γ ipsius δ ζ, duplum igitur est quod sub α ε, ε γ, eius quod sub α ε, ζ δ. Rationale autem est quod sub α ε, ε γ, supponitur enim: rationale igitur & quod sub α ε, ζ δ. Et autem quod sub α ε, ζ δ, æquum est (per lemma 32 decimi) quod sub α δ, δ ε. Quare & quod sub α δ, δ ε, rationale est. Inuentæ sunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α δ, δ ε, efficientes compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale. Quod facere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 29

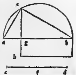
29 DVas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale, duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, inuenire. Zamb. 35

CAMPANVS. Huius quoque dispositio, a duarũ præmissarũ dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem lineæ duæ a b & c d, quales 26 proponit, eruntque præmissa argumentatione duæ lineæ a e & e b, quas inquirimus. Cum enim a b sit linea medialis, erũt quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta mediale, at cum a b & c d cõtineant superficiem medialem, sequitur ut c b in e f, & ideo in e g sibi æqualẽ, contineat quoque superficiem medialem, omnis enim superficies mediali cõmunicans, medialis esse conuincitur, quemadmodũ in 11 monstratum est: superficies igitur a e in e b medialis est, cum ipsa sit æqualis superficiei a b in g e. Quia uero



linea a b est incõmensurabilis lineæ c d, erit etiam incõmensurabilis lineæ c f, quare & lineæ e g. Quare per primam partem sexti & secundam partem decimæ huius, superficies a b in e g quæ est æqualis superficiei a e in e b, erit incommensurabilis quadrato lineæ

lineæ a b, itaq; & quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Quod cum ita sit, sequitur quoque ut duplum superficiei a e in e b sit incommensurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Et hoc erat demonstrandum. Duæ lineæ quas hæc 19 docet inuenire, componunt lineam potentem in duo medialia, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea quæ iuncta cum mediali facit totum mediale.



Eucl. ex Zamb. Problema 11 Propositio 35

35 Comperire binas rectas lineas potentia incommensurabiles, efficientes cōpositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & insuper incōmensurabile composito ex earum quadratis.

THEON ex Zamberto. *Exponantur (per 12 decimi) binæ mediæ potentia tantum incōmensurabiles α β, β γ, medium comprehendentes, ut α β ipsa β γ maius possit eo quod ex sibi incommensurabili. Describatur q; super α β, semicirculus α δ β, & reliqua fiant quemadmodum in superioribus. Et quoniam (per secundam partem 18) incommensurabilis est α ζ ipsi ζ β longitudine, incommensurabilis est (per 11 decimi) & α δ ipsi δ β potentia. Et quoniam quod ex α β medium est, medium igitur est & compositum ex ijs quæ ex α δ, δ β. Et quoniam quod sub α ζ, ζ β, æquum est ei quod ex utraque ipsarum β ε, δ ζ, æqualis igitur est β ε ipsi δ ζ. Dupla igitur est β γ ipsius ζ δ, quare & quod sub α β, β γ, duplum est eius quod sub α β, ζ δ. Medium autem quod sub α β, β γ, medium igitur & quod sub α β, ζ δ, æquum q; est ei quod sub α δ, δ β, medium igitur est (per correlarium 25 decimi & per lemma primum decimi) quod sub α δ, δ β. Et quoniam incommensurabilis est α β ipsi β γ longitudine, commensurabilis autem est β γ ipsi β ε, incōmensurabilis igitur est (per 13 decimi) & α β ipsi β ε longitudine. Quare & quod ex α β, et quod sub α β, β ε, incommensurabile est. Sed et quidem quod ex α β æqualia sunt quæ ex α δ, δ β, (per 47 primi,) et autem quod sub α β, β ε, æquum est id quod sub α β, ζ δ, hoc est quod sub α δ, δ β, incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex α δ, δ β, et quod sub α δ, δ β. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ α δ, δ β, potentia incommensurabiles, efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & insuper composito ex earum quadratis incommensurabile. Quod fecisse oportuit.*



Eucl. ex Camp. Propositio 50

30 SI duæ lineæ potentialiter tantum rationales communicantes, in longum directumq; coniungantur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturq; binomium.



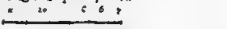
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c in continuum directumq; cōiunctæ rationales in potentia tantum communicantes, quas per 17 & 18 reperies, dico totam lineam a c ex eis compositam esse irrationalem, & ipsa uocatur binomium. Est enim per quartam secundi quadratum a c æquale quadratis duarum linearum a b & b c & duplo superficiei unius earum in alteram, quadrata autem ambarum faciunt superficiem rationalem ex hypothesi, duplum uero superficiei unius earum in alteram facit superficiem medialem ex decimanona, itaq; quadrata ambarum pariter acceptarum faciunt superficiem incommensurabilem duplo superficiei unius earum in alteram, erit igitur ex 9 quadratum a c incōmensurabile duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, quare irrationale per diffinitionem, cum duo illa quadrata faciāt superficiem rationalem, ideoq; suum latus tetragonicū quod est a c, irrationale quoq; per diffinitionem, constat ergo propositum.

Eucl. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 36

36 Si binæ rationales potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint, tota irrationalis est, uocetur q; ex binis nomioibus

THEON ex Zamberto. *Componantur enim binæ rationales potentia tantum commensurabiles, α β, β γ. Dico*

Dico quod α γ, irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, potentia enim tātum sunt commensurabiles, sicut autem α β ad β γ, sic (per lemma 21 decimi,) quod sub α β, β γ, ad id quod ex ε γ. incommensurabile (per 11 decimi) igitur est quod sub α β, ε γ, et quod ex β γ, sed et quod sub α ε, ε γ, commēsurabile quidē est quod bis sub α ε, ε γ. Ei autem quod ex ε γ, commensurabilia sunt quæ ex α β, β γ. Quare & quod bis sub α β, β γ, eis quæ ex α ε, ε γ, incōmēsurabile est, cōponēdoq; (per 4 secūdi quod bis sub α ε, ε γ, una cū eis quæ ex α ε, ε γ, hoc ex quod est α γ, incommēsurabile est composito ex ijs quæ ex α ε, ε γ rationale autem est compositum ex ijs quæ ex α ε, ε γ: irrationale igitur est (per diffinitionem decimi,) quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis est, uocatur autē ex binis nominibus. Vocauit sane ipsam ex binis nominibus, eo quia ipsa ex binis rationalibus constat, proprium nomen appellans, rationale quatenus rationale. Quod fecisse oportuit.



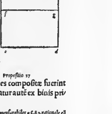
Eucl. ex Camp. Propositio 31

31 SI duæ lineæ mediales potentia tantū communicantes superficiēmque rationalem continētes, directe cooiungātur, tota linea ex bis composita erit irrationalis, diceturq; bimediale primum.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c, in continuum directumque coniunctæ quales proponuntur, quas per 24 & 25 reperies, dico totam lineam a c esse irrationalem, & ipsa uocatur bimediale primum. Est enim duplum superficiei a b in b c rationale per hypothesin, duoq; quadrata duarū linearū a b & b c pariter accepta faciunt mediale, cum utrūq; quadratum sit mediale per hypothesin, & unum eorū cōmunicans alij, duplum igitur superficiei unius earum in alteram est incommunicans duobus quadratis pariter acceptis, totū ergo aggregatū ex duplo superficiei & duobus quadratis (& ipsum est quadratū totius a c per 4 secundi) est incommensurabile duplo superficiei unius earū in alteram per 9 huius. Cū itaque duplum superficiei sit rationale, erit quadratum a c irrationale, ideoq; & linea a c, quod est propositum.



IDEM aliter. Sit linea d e, rationalis in longitudine, cui adiūgatur superficies d f, æqualis duobus quadratis duarū linearum a b & b c, eritq; superficies hæc d f medialis cū utrunque quadratum sit mediale per hypothesin, & unū eorū communicans alij quare per 20 linea d g, est rationalis in potentia tantum, non cōmunicās in longitudine lineæ d e. Rursus ad lineam f g, quæ est æqualis d e, adiungatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq; f b rationalis per hypothesin, quare per 16 linea g h erit rationalis in lōgitudine: duæ itaque lineæ d g & g h sunt potentialiter rationales, & in ea tātum communicantes, ergo per 30 tota ex eis composita quæ est d b. est binomiū & irrationalis, quare per 16 à destructione consequentis superficies e h est irrationalis. At quia per 4 secūdi latus eius tetragonicū est linea a c, ipsa erit irrationalis per diffinitionem, quod oportuit demonstrare.



Eucli ex Zamb. Theorema 25 Propositio 37

37 Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint rationale comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autē ex binis prima medijs.

THEON ex Zāb. Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α ε, β γ, rationale cōprehendentes. Dico quod α γ irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, & quæ ex α β, β γ, igitur sunt incommensurabilia ut quod bis sub α ε, β γ. Componendo igitur quæ ex α ε, ε γ, una cum eo quod bis sub α β, ε γ, hoc est illud quod ex α γ, incommensurabile est ei quod sub α ε, ε γ. Supponuntur autem ipsæ α ε, ε γ, rationale comprehendentes irrationale igitur est id quod ex α γ, irratiōalis igitur est α γ, uocatur sane ex binis medijs prima.* uocant autē eam ex binis medijs primam, quoniam rationale comprehendit, & conterit rationale.

* Græcus non habet



Eucl. ex Camp. Propositio 32

32 SI duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicantes superficiemq; medialem continentes directe coniungantur, tota

A linea

linea erit irrationalis diceturq́ bimediale secundum.

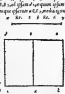
CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c in continuũ directũq́ coniunctæ ut proponitur, quas per 26 contingit reperiri, dico totã a c ex eis cõpositam esse irrationalẽ & ipsa uocatur bimediale secundũ. Esto enim linea d e rationalis in longitudine, cui adiũgatur superficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypothesi duo illa quadrata sunt communicantia, & utrũque mediale erit superficies d f medialis, quare per 22 linea d g quæ est eius latus secundum, est rationalis in potẽtia tãtũ, & lineæ d e incõmẽsurabilis in lõgitudine. Rursus adiũgatur ad lineã g f quæ est æqualis lineæ d e, superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq́ etiã superficies f h medialis, erat enim per hypothesin superficies a b in b c medialis, ergo duplũ eius cui est æqualis f h erit mediale, per 22 igitur est linea g h, rationalis in potẽtia tantũ & incommensurabilis in longitudine lineæ g f. Quia uero a b & b c sunt potentialiter tantum communicantes, erit per primam sexti & per secundam partem 10 huius superficies unius in alteram, incommensurabilis quadrato utriusq́. At quia quadrata earum communicant per hypothesin, erit dicta superficies, quare & duplum eius, incommunicans duobus quadratis earũ pariter acceptis, duæ ergo superficies d f & f h sunt incõmunicantes: per primam itaque sexti & secũdam partẽ 10 huius erit linea d g incommensurabilis lineæ g h, quæ cum sint rationales in potẽtia, erit per 37 tota linea d h binomiũ & irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per 4 secundi est linea a c, sequitur per diffinitionem quod linea a c sit irrationalis, quod propositũ erat ostendere.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 26* *Propositio 38*

38 Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint medium comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autem ex binis secunda medijs.

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles αβ, βγ, medium comprehendentes. Dico quod irrationalis est αγ. Exponatur rationalis δε, et autem quod ex αγ, (per 44 primi) æquum ad ipsam δε comparetur δζ, latitudinem efficiens δη. Et quoniam quod ex αγ, æquum est & eis quæ ex αβ, βγ, & ei quod bis sub αβ, βγ. quod autem ex αγ, æquum est ipsi δζ, igitur & δζ, æquum est & eis quæ ex αβ, βγ, & eis quod bis sub αβ, βγ. Comparetur (per eandem) iam eis quæ ex αβ, βγ, ad ipsam δε, æquum ipsum δθ, reliquum igitur θζ æquum est ei quod bis sub αβ, βγ. Et quoniam media est utraque ipsarum αβ, βγ, media igitur sunt & ea quæ ex αβ, βγ, medium autem supponitur quod bis sub αβ, βγ, eis autem quæ ex αβ, βγ, æquum est δθ, et uero quod bis sub αβ, βγ, æquum est θζ, medium igitur est utrunque ipsorum δθ, θζ & ad rationalem δε, comparata sunt. Rationalis igitur est utraque ipsarum δκ, κη, & ipsi δε, longitudine, incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilis est αβ, ipsi βγ, longitudine. Estq́ sicut αβ ad βγ, sic quod ex αβ ad id quod sub αβ, βγ, incommensurabile igitur est et quod ex αβ, id quod sub αβ, βγ, at et quidem quod ex αβ commensurabile est compositum ex ijs quæ ex αβ, βγ, sunt quadrata, et uero quod sub αβ, βγ, commensurabile est id quod bis sub αβ, βγ. Incõmensurabile igitur est compositũ ex ijs quæ ex αβ, βγ, et quod bis sub αβ, βγ. Sed eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquũ est δθ, et autem quod bis sub αβ, βγ, æquum est ζθ. Incommensurabile igitur ζθ, ipsi θζ. Quare & δκ, ipsi κη, est incommensurabilis longitudine. Ostensum est autem quod rationales. Ipsæ igitur δκ, κη, rationales sunt potentia tantũ commensurabiles. Quare δη irrationalis est, rationalis autem δε. Quod autem sub irrationali & rationali comprehensum rectangulũ, irrationale est (per 22 decimi.) Igitur area δζ, irrationalis est, ipsamq́ potens irrationalis est, ipsum autem δζ ipsa αγ, potest, irrationalis igitur est αγ, uocaturq́ ex binis medijs secunda. Vocauit autem eam ex binis medijs secundam, quoniam medium comprehendit quod sub ipsis, & non rationale, in secundo uero est loco mediũ rationale. Quod autem sub rationali & irrationali comprehensum rectangulum sit irrationale, patet. Si enim est rationale, comparaturq́ est ad rationalem, erit aliud latus rationale, sed & irrationale, quod est absurdũ. Quod igitur sub rationali & irrationale est. Quod ostendere oportuit.*



Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 33

Cum coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq́ medialem continentes, quarũ ambo quadrata pariter accepta sint rationale, tota linea erit irrationalis, dicaturq́ linea maior.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c sibi in continuumq́ coniunctæ sicut proponitur, quas contingit ex 37 reperire. Dico a c ex eis compositam esse lineam irrationalem, & ipsa uocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale, superficies uero alterius in alteram (quare & eius duplum) medialis per hypothesin, erit totũ ex duobus quadratis pariter acceptis incõmunicans duplo superficiei unius in alteram, itaque totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficiei (& ipsum est æquale quadrato a c (per 4 secundi erit per 9 huius incõmẽsurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionẽ ergo est quadratum lineæ a c irrationale, & linea a c irrationalis, quod est propositum.

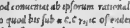


IDEM aliter. Sicut præmissis ad lineam d e quæ sit rationalis in longitudine, adiungatur superficies d f, quæ sit æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritq́ rationalis per hypothesin, quare per 16 latus eius secundum quod est d g, erit etiam rationale in longitudine & communicans lineæ d e Rursus ad lineã f g adiungatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq́ medialis per hypothesin. quare per 20 linea g h quæ est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum: per 36 igitur est linea d h binomiũ & irrationalis, ideoq́ per 16 a destructione consequentis superficies e b est irrationalis, quare latus eius tetragonicũ quod per 4 secundi est a c, est irrationale per diffinitionem. quod uolumus ostendere.

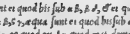
Eucli. ex Zamb. Theorema 27 Propositio 39

39 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint cõficientes compositum ex quadratis quæ ab ipsis rationale, quod autem sub ipsis medium, tota recta linea irrationalis est, uocatur autem maior.

THEON ex Zamb. Cõponantur enim binæ rectæ lineæ potẽtia incommẽsurabiles α ϐ, ϐ γ, efficientes ea quæ proposita sunt. Dico quod α γ, irrationalis est. Quoniam enim (per hypothesin quod sub α ϐ, ϐ γ, medium est, & quod bis igitur sub α ϐ, ϐ γ, medium est. Compositum uero ex ijs quæ ex α ϐ, ϐ γ, rationale est, incommensurabile igitur est quod bis sub α ϐ, ϐ γ, composito ex ijs quæ ex α ϐ, ϐ γ. Quare & quæ ex α ϐ, ϐ γ, una cum eo quod bis sub α ϐ, ϐ γ, quod est id quod ex α γ, incommensurabile est composito ex ijs quæ ex α ϐ, ϐ γ.



Rationale autẽ est compositum ex ijs quæ ex α ϐ, ϐ γ. irrationale igitur est quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis est. Vocatur autem maior. Vocant autem ipsam maiorem, tum quia quæ ex ex α ϐ, ϐ γ, rationalia maiora sunt eo quod bis sub α ϐ, ϐ γ, medio, tum quod conueniat ab ipsorum rationalium proprietate imponere nomen. Quod autem quæ ex α ϐ, ϐ γ, maiora sint eo quod bis sub α ϐ, ϐ γ, sic ostendendum est. Manifestum quidem est quod inæquales sunt ipsæ α ϐ, ϐ γ, Si enim æquales essent, æqualia quoque essent (per 7 secundi,) & quæ ex α ϐ, ϐ γ, et quod bis sub α ϐ, ϐ γ, esset quoque id quod sub α ϐ, ϐ γ, rationale. Quod non supponitur, inæquales igitur sunt ipsæ α ϐ, ϐ γ. Supponatur maior α ϐ, ponaturq́ ipsi ϐ γ, æqualis ϐ δ. Quæ igitur ex α ϐ, ϐ δ, æqualia sunt et quod bis sub α ϐ, ϐ δ, & et quod bis sub α ϐ, ϐ δ &, et quod ex α δ, æqualis autem est δ ϐ, ipsi ϐ γ Quæ igitur ex α ϐ, ϐ γ, æqua sunt et quod bis sub α ϐ, ϐ γ, & et quod ex α δ. Quare quæ ex α ϐ, ϐ γ, maiora sunt eo quod bis sub α ϐ, ϐ γ, eo quod ex δ α, quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 34

34 Cum coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq́ rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, tota linea erit irrationalis, dicaturq́ potens in rationale & mediale.

CAMPANVS Sint ut in præmissis duæ lineæ a b & b c in continuũ directumq́ coniũctæ quales proponitur, & ipsæ sunt ex 25 sumendæ. Dico quod tota linea a c ex eis composita erit irrationalis, & illa uocatur linea potens in rationale & mediale. Cum sit enim superficies a b in b c rationalis per hypothesin, ideoque & duplũ eius, ac ambo quadrata pariter accepta sint mediale, sequitur per 4 secundi & 9 huius quemadmodum in præmissis, quod quadratum totius a c sit incommunicãs duplo superficiei a b in b c, per diffinitionẽ igitur ipsum est irrationale, & linea a c irrationalis, quod est propositum.

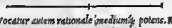


IDEM aliter. Sit ut in præmissis linea d e rationalis in longitudine, superficiesq́ d f sibi adiuncta æqualis duobus quadratis pariter acceptis duarum linearum a b & b c, eritq́ medialis per hypothesin, per 21 igitur erit linea d g rationalis in potentia tantũ non cõmunicans in longitudine lineæ d e. Sitq́ superficies f h adiuncta ad lineã g f, æqualis duplo superficiei a b in b c, eritque rationalis per hypothesin, & ideo per 16 latus eius secundum, quod est g b, rationale in longitudine, quare per 30 linea d h est binomiũ & irrationalis, & superficies e b per 16 a destructione cõsequentis est irrationalis. Cum itaque linea a c sit eius latus tetragonicum per 4 secũdi, sequitur ut a c sit irrationalis per diffinitionẽ constat, ergo propositũ

Eucl. ex Zamb. Theorema 28 Propositio 40

40 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint efficientes compositum quidem ex earum quadratis medium, quod uero sob ipsis rationale, tota recta linea irrationalis est, uocatur autem rationale mediumq́ potens.

THEON ex Zãb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α β, β γ, efficientes præcedentia. Dico quod irrationalis est α γ. Quoniam enim compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, mediũ est, quod uero bis sub α ϐ, ϐ γ, rationale, incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex α ϐ, ϐ γ, ei quod bis sub α ϐ, ϐ γ. Quare & componendo (per 16 decimi & 4 secundi,) quod ex α γ, incommensurabile est ei quod bis sub α ϐ, β γ. Rationale autem est quod sub α β, ϐ γ, irrationale igitur est quod ex α γ. Irrationalis igitur est α γ. Vocatur autem rationale mediumq́ potens. Rationale autem & medium potentẽ eam appellauit, eo quia binas potest areas unã quidem rationalem, alteram uero mediam, ac propter rationalis præexistentiam, primam rationalem appellauit, quod erat ostendendum.*



Eucl. ex Camp. Propositio 35

35 CVm coniunctæ fueriot duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq́ medialem contiocotes, qoarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale duplo superficiei unius io alteram incommensurabile, tota linea erit irrationalis, diceturq́ potens in duo medialia.

CAMPANVS Sint quoque duæ lineæ hic a b & b c in continuũ directũq́ cõiunctæ ut proponitur, quæ ex 19 sumendæ sunt. Dico quod linea a c ex eis composita est irratiõalis ac ipsa dicitur, potens in duo medialia. Adiũgatur enim ad lineam d e quæ sit rationalis in longitudine, superficies d f æqualis duobus quadratis duarũ linearum a b & b c pariter acceptis, eritq́ medialis per hypothesin, quare per 20 linea d g erit rationalis in potentia tantũ, & incommensurabilis d e lineæ rationali in longitudine. Rursus ad lineam g f quæ est æqualis d e, adiungatur superficies f h quæ sit æqualis duplo superficiei unius in alteram, erit etiã ex hypothesi medialis, quare per 20 linea g h, erit rationalis in potentia tantum. At quia per hypothesin ambo quadrata pariter accepta sunt incõmẽsurabile duplo superficiei unius in alteram, sequitur ut d f sit incõmensurabilis f h, quare per primam sexti & 2 partem 10 huius, linea d g est incommẽsurabilis g b, per 37 igitur est linea d h, binomium & irrationalis,



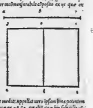
itaq́

itaque superficies e est irrationalis, & eius latus tetragonicum quod est a c, ut in præmissis, quare constat propositum. Si autem duplũ superficiei a b in b c non esset incommensurabile ambobus quadratis pariter acceptis, esset rationalis in potentia tantum incõmensurabilis in longitudine lineæ d e, per 19 igitur esset superficies æ h medialis, eiusque latus tetragonicum quod est a c, linea medialis.

Eucli ex Zamb. Theorema 29 Propositio 41

41 **Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint, efficientes compositum ex earum quadratis mediũ, quod uero sub ipsis medium, & insuper incommẽsurabile composito ex earum quadratis tota recta linea irrationalis est, uocatur autem bina potẽs media.**

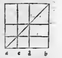
THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potẽtia incõmẽsurabiles α β, β γ, efficientes cõpositũ ex ijs quæ ex α β, β γ, mediũ, quodq́; sub ipsis α β, β γ, mediũ, & insuper incõmensurabile cõposito ex ijs quæ ex α β, β γ, quadratis, Dico quod α γ irrationalis est. Exponatur rationalis δ ι, cõpareturq́; (per 44 primi, ad ipsam δ ι, ipsis quidem quæ ex α β, β γ, æquum δ ζ, ei uero quod bis sub α β, β γ, æquum κ θ, totum igitur δ θ æquum est ei quod ex α γ quadrato. Et quoniam compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, medium est, ac est æquale ipsi δ ζ, medium igitur est & δ ζ, & ad ipsam δ ι rationalem comparatur, rationalis igitur est δ κ, & ipsi δ ι, longitudine incõmensurabilis. Ac (per 24 decimi) κ ε, rationalis est & ipsi ε ζ, incommensurabilis, hoc est ipsi δ ι longitudine. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, et quod bis sub α β, β γ, incommensurabile est δ ζ ipsi κ θ, quare & δ κ ipsi κ θ, (per 1 sexti & 11 decimi,) incõmensurabilis est suntq́; rationales, ipsæ igitur δ κ, κ θ, rationales sunt, potentia tãtum commensurabiles. Irrationalis igitur est δ κ, (per 36 decimi,) appellata ex binis nominibus. Rationalis autem δ ι, irrationale igitur est δ θ, & illud potens irrationalis est, potest autem ipsum δ θ ipsa α γ, irrationalis igitur est α γ, uoceturq́; bina potẽs media. Appellat uero ipsam bina potentem mediũ, eo quod ipsa potest duas medias areas aliam compositam ex ijs quæ ex α β, β γ, & aliã quæ bis sub ipsis α β, β γ, quod erat ostendendum.*



CAMPANVS Vt autem facilior fiat doctrina sequentium, præmonstrãda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

1 **Si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadratum ambarũ sectionum pariter accepta tanto amplius sunt duplo superficiei unius earum in alteram, quãtũ est quadratum eius lineæ qua maior excedit minorem.**

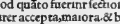
Sit enim linea a b d diuisa per duo inæqualia in puncto c, sitq́; maior portio c b, de qua sumatur c d æqualis a c. Dico quod quadrata duarũ linearũ a c & c b sunt amplius duplo superficiei unius in alterã, in quadrato lineæ d b, nam quod fit ex a c in c b bis, cũ quadratis duarũ linearũ a c & c b, est æquale ei quod fit ex a c in c b quater, cũ quadrato d b, eo quod utraque hæc æqualia sunt quadrato lineæ a b, primũ quidem per quartã secũdi, secundũ uero per 8 eiusdẽ. Dẽptis itaq; utrinq; æqualibus, uidelicet eo quod fit ex a c in c b bis erunt residua quæ sunt de primo quidem quadrata duarũ linearũ a c & c b, de secũdo uero quod fit ex a c in c b bis cũ quadrato d b, æqualia, quare cõstat propositũ. Ex hoc ergo manifestum est quod si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadrata ambarũ partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei unius earũ in alterã. Et hoc est, propter quod istud præmisimus.



2 **Si aliqoa linea per duo inæqualia, itẽque alia duo inæqualia diuidatur, quadrata magis inæqualium pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inæqualium pariter acceptis, quãtum est duplum qoadrati illius lineæ quæ in utrasq; est sectiones, & quadruplum eius qood fit ex eadem linea in eam quæ est inter punctum sectionis minus inæqualium & pun**

ctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

Sit linea a b diuisa per duo inæqualia in pũcto c, iteruḿ per alia minus inæqualia in pũcto d, rursus per æqualia in e. Dico quo quadrata duarũ partiũ magis inæqualiũ quæ sunt a c & c b, tãtũ sunt amplius duobus quadratis duarũ linearũ minus inæqualiũ quæ sunt a d & d b, quantũ est duplũ quadrati lineæ c d & quadruplũ eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 secundi quadrata duarũ linearũ a c & c b, pariter accepta dupla quadratis duarũ linearũ b e & e c pariter acceptis. At per eandẽ 9 secũdi quadrata duarũ linearũ a d & d b pariter accepta, dupla sunt quadratis duarũ linearũ b e & e d pariter acceptis. Itaque quadrata duarũ linearũ a c & c b pariter accepta excedunt quadrata duarũ linearũ a d & d b pariter accepta, in eo quo duplum quadrati lineæ e c, excedit duplũ quadrati lineæ d e,



hoc autem, per 4 secũdi est duplũ quadrati lineæ c d, & quadruplum eius quod fit ex c d in d e, quare constat propositum. Ex hoc manifestũ est quod quãto fuerint sectiones alicuius lineæ magis inæquales, tãto erũt earũ quadrata pariter accepta, maiora. & hoc est, propter quod istud præmisimus. Eucl. ex Camp. Propositio 36

36 IN alias duas lineas sub earum termino ex quibus coniũctum & nominatum est binomium, diuidi impossibile est.

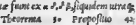
CAMPANVS Sit a b binomiũ, eritq́ ex 38 cõposita ex duabus lineis in potẽtia tantũ rationalibus cõmunicantibus, quæ sint a c & c b. Dico quod impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitione uidelicet quod ipsi sint potentia tantum rationales communicãtes. Si enim potest, diuidatur in a d & d b, quæ sint potentia rationales tantũ cõmunicantes. Esto quoq; linea e f rationalis in longitudine, cui adiũgatur superficies e g quæ sit æqualis quadratis duarum linearum a c & c b pariter acceptis, & superficies f h quæ sit æqualis quadrato lineæ a b. Eritq́ superficies e g, rationalis, eo quod utrumq; quadratorum linearũ a c & c b pariter acceptorum est ratiõale per hypothesin & superficies g h medialis per 21, quoniã ipsa est æqualis duplo superficiei a c in c b per 4 secundi. Sit igitur rursus superficies f k æqualis quadratis duarũ linearũ a d & d b pariter acceptis quæ cũ sint diuersæ a duabus lineis a c & c b, erit per secũdum prædemõstratorum antecedentiũ superficies f k diuersa a superficie e g, earum ergo differẽtia sit k g, eritq́ per 4 secũdi excessus superficiei f h, super f k qui sit k l, æqualis duplo eius quod fit ex a d in d b, & propter hoc erit etiã superficies f k rationalis, & superficies k l medialis. Itaq; superficies k g cũ ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium quæ sunt e g & f k, erit rationalis. Nõ enim differt rationale a rationali, nisi in rationali. & hoc dico, diffinitione & 9 huius hoc cõfirmantibus. Eadẽ quoq; cum ipsa sit differentia duarum superficierum medialium quæ sunt g h & k l, erit irrationalis per 11, quod est impossibile.



Quod autẽ prædictæ irratiõales solummodo diuiduntur in eas rectas lineas ex quibus componuntur efficientibus propositas species, ostendemus iam huiusmodi proponentes lemmatium.

THEON Lemma.

Exponatur recta linea α β, seceturq́ tota in inæqualia in utrunque signorũ γ δ, supponaturq́ maior α γ quàm δ β. Dico quod quæ ex α γ, β γ, maiora sunt eis quæ ex α δ, δ β. Secetur enim (per 10 primi) α β, bifariã in ε, & quoniã maior est α γ, quã δ β, cõis auferatur δ γ. Reliqua igitur α δ, reliqua γ β, maior est, æqualis aũt est α ε, ipsi ε β, minor igitur est δ ε quã ε γ, igitur γ & δ signa, nõ æqualiter distãt à bifaria sectiõe, Et quoniã (per 5 secũdi) quod sub α γ, γ β, una cũ eo quod ex γ ε, æquum est ei quod ex ε β, at quod sub α δ, δ β, una cum eo quod ex δ ε, æquum est ei quod ex ε β, igitur quod sub α γ, γ β, una cum eo quod ex ε γ, æquũ est ei quod sub α δ, δ β, una cum eo quod ex δ ε, quorũ quod ex δ ε, minus est eo quod ex ε γ, & reliquũ igitur quod sub α γ, γ β, minus est eo quod sub α δ, δ β. Quare & quod bis sub α γ, γ β, minus est eo quod bis sub α δ, δ β, & reliquũ igitur cõpositũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, maius est composito ex ijs quæ sunt ex α δ, δ β, siquidem utraq; æqualia sunt ei quod ex α β, quod ostendere oportuit.

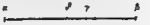


Eucl. ex Zamb. Theorema 30 Propositio 42

Quæ ex binis nominibus, ad unũ duntaxat signũ diuiditur in nomina,

THEON ex Zamber. Sit ex binis nominibus α β, diuisa in nomina in γ, igitur ipsæ α γ, γ β, rationales sunt potentia

potentia tantum cõmensurabiles. Dico quod ipsa α β, ad aliud signum nõ diuiditur in lineas rationales potentia tantum cõmensurabiles. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut ipsæ α δ, δ β, sint rationales potentia tantum cõmensurabiles, manifestũ iam quod α γ, ipsi β δ non est eadem. Si enim fieri potest, esto, erit iam & α δ, ipsi β γ eadem, eritq; sicut α γ ad γ ζ, sic β δ ad δ α, eritq; α β in eadem qua γ diuisione, diuisa & in δ, quod possibile non est. Ipsa igitur α γ ipsi δ β non est eadem. Ac per hoc etiam & signa γ, δ, non æquidistant a bisectiona sectione. Quo itaq; differunt quæ ex α γ, γ ζ, ab eis quæ ex α δ, δ β, eo etiam differt & quod bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ ζ, eo quod tum quæ ex α γ, γ ζ, una cum eo quod bis sub α γ, γ ζ, tum quæ ex α δ, δ β, una cum eo quod bis sub α δ, δ β, sunt æqualia ei quod ex α β. Sed quæ ex α γ, γ ζ, ab eis quæ ex α δ, δ β, rationali differunt, utraque enim rationalia (per 21 decimi) quod bis igitur sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ ζ, differunt rationali, quæ media existunt: medium autem, medium non excedit rationali (per 26 decimi.) Ex binis igitur nominibus, ad aliud & aliud signum non diuiditur, ad unum duntaxat igitur. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 37

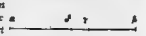
37 **B**imediali primo secundum terminum suum in duas lineas mediales diuiso, sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.



CAMPANVS. Sit quoq; hic linea a b, bimediale primũ, diuisa in duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq; rationalem continentes, ex quibus 31 asserit eam componi, quæ sint a c & c b. Dico quod impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit, diuidam eam in puncto d, assumptaq; linea rationali e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearũ a c & c b, & superficies f h æqualis quadrato a b, & superficies f k æqualis quadratis duarũ linearum a d & d b, eritq; per quartam secundi g b æqualis duplo superficiei a c in c b, & per eandem erit k l æqualis duplo superficiei a d in d b, propter hypothesin quoq; erit utraq; duarũ superficierũ e g & k f medialis, & utraq; duarum linearũ g h & k l rationalis, hoc autem impossibile, esset enim per primũ superficies k g, irrationalis ex 11, per secundam autem eadem esset rationalis ex diffinitione & 9. Quod est inconueniẽs. Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 43

43 Ex binis medijs prima, ad unũ duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zamb. Esto ex binis prima medijs α β diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ ζ, mediæ sint potentia tantum cõmensurabiles rationale cõprehendentes. Dico quod ipsa α β, ad aliud signum nõ discinditur. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut α δ & δ β sint potentia mediæ tantum cõmensurabiles rationale cõprehendentes. Quoniam igitur quo differt qd bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ ζ, differũt quæ ex α γ, γ ζ, ab eis quæ ex α δ, δ β, rationali autem differt quod bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, rationalia enim utraq;, Rationali igitur differunt & quæ ex α γ, γ ζ, ab eis quæ ex α β, δ β, media existentia, quod est impossibile. Ex binis igitur medijs prima, ad aliud & aliud signum non diuiditur in nomina, ad unum duntaxat igitur, quod erat demonstrandũ.



Eucli. ex Camp. Propositio 38

45 **B**imediale secũdum, nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.



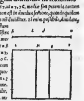
CAMPANVS. Sit ut prius linea a b bimediale secũdum, diuisa in duas lineas a c & c b mediales, potentia tantum cõmunicantes superficiẽq; medialem continẽtes, ex quibus 33 proponit eam componi. Dico q impossibile est eam diuidi sub earũ diffinitiõe in alias duas. Sin autẽ, diuidatur in d, sintq; ut prius superficies e g, f b, & f k, adiunctæ ad lineam rationalem e f. eritq; per præsentes hypotheses, utraq; superficies e g, & g h, medialis, quare per 20 utraque duarum linearũ f g & g l erit rationalis in potentia tantũ non communicans in longitudine linea e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erunt incõmensurabiles in longitudine, sequitur per primã sexti & per secundã partem 10 huius q utrunq; quadra

torum linearũ a c & c h ſit incõmenſurabile ſuperficiei unius in alteram. Cumq́ʒ dicta quadrata cõmunicent ex hypotheſi, ſequitur ut ambo quadrata pariter accepta ſint incõmenſurabile ſuperficiei unius in alteram, ideoq́ʒ & eius duplo. Quare ſuperficies e g incõmenſurabilis eſt ſuperficiei g h. & linea g f, lineæ g l per primam ſexti & ſecũdam partem 10 huius. Itaqʒ per 36 linea f l eſt binomium, diuiſa ſecundum ſuum terminũ in puncto g. Eodemq́ʒ modo probabitur ipſam binomium eſſe, mediantibus ſuperficiebus e m & m h, diuiſam ſecundum ſuum terminum in puncto m, quod eſt impoſſibile per 36. Non enim poteſt dici, ꝗ linea f l diuiſa ſit ad puncta g & m in partes conſimiles, ſic enim eſſet linea f m æqualis g l, ſed ipſa eſt maior linea m l, ut patet ex primo præmiſſorum antecedentiũ huius & prima ſexti, cum e m ſuperficies ſit maior h m ſuperficie. Huius autem demõſtrationis modus poteſt eſſe cõmunis 37 cæteriſq́ʒ eam ſequẽtibus.

Eucli. ex Zamb. *Theorema* 32 *Propoſitio* 44

44 Ex binis ſecunda medijs, ad unũ duntaxat ſignũ diuiditur in nomina.

THEON *ex Zamberto.* *Sit ex binis medijs ſecunda α β, diuiſa in γ, ut α γ, γ β, mediæ ſint potentia tantum commenſurabiles medium comprehendentes, manifeſtum iam eſt quod γ non eſt in diuidua ſectione, quandoquidem non ſunt longitudine cõmenſurabiles. Dico quod ipſa α β, ad aliud ſignum nõ diuiditur. Si enim poßibile, diuidatur in δ ut α γ ipſi δ β non ſit eadem, ſed per hypotheſin ſit maior α γ, manifeſtum quòd ea quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eis quæ ex α δ, δ β, ſicut ſupra demõſtrauimus. Et quod ipſæ α δ, δ β, mediæ ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, medium comprehendentes. Exponaturq́ʒ rationalis ε ζ, & ei quidem quod ex α β æquum, ad ipſam ε ζ comparetur (per 44 primi) ε κ, eis autem quæ ex α γ, γ β, æquum auferatur ε η, reliquũ igitur θ κ æquum eſt ei quod bis ſub α γ, γ β. Rurſus iam eis quæ ex α δ, δ β, quæ minora ſunt eis quæ ex α γ, γ β, æquum auferatur ε λ, & reliquũ igitur μ κ, æquum eſt ei quod bis ſub α δ, δ β. Et quoniam media ſunt quæ ex α γ, γ β, medium igitur eſt & ε η. Et ad rationalem ε ζ comparatur: rationalis igitur eſt ε θ, & incõmenſurabilis ipſi ε ζ longitudine. Ac per hoc etiam θ ν rationalis eſt & ipſi ε ζ longitudine incommenſurabilis. Et quoniam ipſæ α γ, γ β, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles, incommenſurabilis eſt igitur α γ ipſi γ β longitudine, ſicut autem α γ ad γ β, ſic quod ex α γ ad id quod ſub α γ, γ β. Incommẽſurabile igitur eſt quod ex α γ, ei quod ſub α γ, γ β. Sed ei quidem quod ex α γ cõmenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ β, potentia enim ſunt cõmenſurabiles ipſæ α γ, γ β, ei autem quod ſub α γ, γ β, commenſurabile eſt quod bis ſub α γ, γ β, & quæ ex α γ, γ β, igitur, incõmenſurabilia ſunt ei quod bis α γ, γ β. Sed eis quidem quæ ex α γ, γ β, æquum eſt ε η, ei autem quod bis ſub α γ, γ β, æquum eſt θ κ. Incõmenſurabile igitur eſt ε η ipſi θ κ, quare & ipſa ε θ ipſi θ ν, eſt longitudine incõmenſurabilis. Et ipſæ ε θ & θ ν ſunt rationales, igitur rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Si verò binæ rationales potentia tantum cõmenſurabiles compoſitæ fuerint, tota irrationalis eſt, vocaturq́ʒ ex binis nominibus (per 36 decimi) ipſa igitur ε ν ex binis nominibus, eſt diuiſa in θ. Per eadem iam oſtendentur & ipſæ ε μ, μ ν, rationales potentia tantum cõmenſurabiles. Igitur ipſa ε ν ex binis nominibus per aliud ſignũ & aliud diuiſa eſt in θ & in μ, nec eſt ε θ ipſi μ ν eadem, quãdoquidem quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eis quæ ex δ β, α δ, ſed quæ ex α δ, δ β, maiora ſunt eo quod bis ſub α δ, δ β, multo igitur magis quæ ex α γ, γ β, hoc eſt ε η, maius eſt eo quod bis ſub α δ, δ β, hoc eſt μ κ. Quare & ε θ, ipſa μ ν maior eſt. Igitur ε θ, ipſi μ ν non eſt eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio ſigno diuiditur, quod eſt abſurdũ. Ex binis ſecũda medijs igitur, in alio & alio ſigno non diuiditur, in uno igitur tantũ ſigno diuiditur. Quod erat oſtendendũ.*



Eucli. ex Camp. *Propoſitio* 39

39 Linea maior, niſi in duas lineas tantum ex quibus conſtat ſub earum termino diuidi non poteſt.



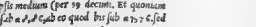
CAMPANVS. Sit quoqʒ hæc linea maior a b diuiſa ad punctũ c, in duas lineas potentialiter incõmenſurabiles ſuperficiemq́ʒ medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, ex talibus enim cõponitur, ut affirmat 33. Dico ꝗ impoſſibile eſt ad alium punctum in alias duas lineas ſub hac diffinitione ipſam diuidi. Quod ſi poteſt, ſit hic ad d, maneantq́ʒ ſub his eadem figura eædemq́ʒ hypotheſes quæ prius, & argue quemadmodum in 36 ſuperficiem g k eſſe rationalem & irrationalem, quod eſt impoſſibile.

Eucli. ex Zamb. *Theorema* 33 *Propoſitio* 45

Maior, ad unum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

THEON *ex Zãb.* *Sit maior α β, diuiſa in γ, ut (per 34 decimi) α γ, γ β, potẽtia nõ ſint cõmenſurabiles, efficientes cõpoſitũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, quadratis rationale, quodq́ʒ ſub ipſis α γ, γ β, mediũ. Dico quod ipſa α β, ad aliud ſignum*

signum non diuiditur. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut ipsæ α δ, δ ϐ, potentia sint incommensurabiles, efficientes quidem compositum ex quadratis quæ ex α δ, δ ϐ, rationale, quodque sub ipsis medium (per 39 decimi. Et quoniam quo differunt quæ ex α γ, γ ϐ, eis quæ ex α δ, δ ϐ, hoc differt & quod bis sub α δ, δ ϐ, ab eo quod bis sub α γ, γ ϐ. sed quæ ex α γ, γ ϐ, eas quæ ex α δ, δ ϐ, excedunt rationali (rationalia enim utraque) & quod bis sub α δ, δ ϐ igitur id quod bis sub α γ, γ ϐ, excedit rationali,



media existentia. quod est impossibile. Maior igitur, ad aliud & aliud signum non diuiditur, per idem igitur unũ tantum signum, quod demonstrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 40

40 Linea potens in ratinnale & mediale, nisi in suas duas lineas tantum sub terminn non diuiditur.

CAMPANVS Hæc quoque 40, manentibus prioribus figura & positionibus (excepto quod ipsa linea a b diuidatur in punctum c, in illas duas lineas ex quibus 32 dicit eam componi) probabitur, quemadmodũ 37. Si autem aliter fuerit quam proponat, erit superficies k g rationalis & irrationalis, quod esse non potest.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34 Propositio 46

46 Ratinnale mediumque potens, ad unum duntaxat signum discinditur in nnmina.

THEON ex Zamb. Esto rationale mediũque potẽs α ϐ, diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ ϐ, potẽtia sint incõmẽsurabiles efficiẽtes cõpositũ ex ijs quæ ex α γ, γ ϐ, mediũ quod aũt sub α γ, γ ϐ, ratiõale, dicõ quod ad aliud signũ ipsa α ϐ nõ diuiditur. Si enim possibile est, diuidatur & in δ, & ut α δ, δ ϐ, potẽtia sint incõmẽsurabiles efficiẽtes cõpositũ ex α δ, δ γ, mediũ, quod uero sub ipsis α δ, δ ϐ, ratiõale (per 40 decimi.) Quoniã enim quo differt quod bis sub α γ, γ ϐ, ab eo quod bis sub α δ, δ ϐ, eo differũt & quæ



ex α δ, δ ϐ, eis quæ ex α γ, γ ϐ, quod aũt sub α γ, γ ϐ, id quod bis sub α δ, δ ϐ, rationali excedit, & quæ ex α δ, δ ϐ, igitur ea quæ ex α γ, γ ϐ, rationali excedunt, cũ media existant, quod est impossibile est, Rationale mediumque potens igitur, ad aliud potens ad aliudque signum non diuiditur, ad unũ igitur signum diuiditur, quod oportuit demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 41

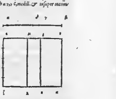
41 Linea ptẽs in dun medialia neqnit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coninncta est, sed in suas tantum duas ex quibus componitur est diuisibilis.

CAMPANVS Hæc enim 41 diuisa linea a b ad punctum c in eas ex quibus 33 asserit eã componi, cæterisque ut supra tam figura quam positionibus manentibus, probatur sicut 33. nam dato opposito propositi, sequitur oppositum 36, qupd est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 47

47 Bina ptens media, ad unum duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zamb. Sit bina potens media α ϐ diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ ϐ, potentia sint incommensurabiles efficientes (per 35 decimi compositum ex eis quæ ex α γ, γ ϐ, medium, quod uero sub α γ, γ ϐ, mediũ. & insuper incommensurabile cõposito ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis Dico quod ipsa α ϐ in alio signo non diuiditur, efficiẽs ea quæ proposita sunt. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut uidelicet ipsa α γ ipsi δ ϐ, non sit eadem, sed maior per hypothesim sit α γ, ponaturque rationalis ε ζ, comparetur que (per 43 primi ad ipsam ε ζ. eis quæ ex α γ, γ ϐ, æquum ε η, et autẽ quod bis sub α γ, γ ϐ, æquum θ κ. Totum igitur ε κ, æquum est ei quod ex α ϐ quadrato. Rursus comparetur ad ipsam ε ζ, eis quæ ex α δ, δ ϐ, æquum ε λ, reliquum igitur quod bis sub α δ, δ ϐ, reliquo μ κ est æquale. At quoniam medium supponitur compositum ex ijs quæ ex α γ, γ ϐ, medium igitur est & ε η, & ad rationalẽ ε ζ comparatur. Rationalis igitur est (per 26 decimi. (θ ε, & ipsi ε ζ longitudine incõmensurabilis. Id propterea etiam θ κ, rationalis est, & ipsi θ κ longitudine incommensurabilis. Et quoniã cõpositũ ex ijs quæ ex α γ, γ ϐ, incommensurabile ex eo quod bis sub α γ, γ ϐ, igitur ε η, ipsi θ κ est incommensurabile. Quare & ε θ ipsi θ κ, est incõmensurabilis, suntque rationales. Ipsæ igitur ε θ, θ κ, rationales sunt potentia tantũ commensurabiles, ipsa igitur ε κ ex binis nominibus est, diuisa in θ. Similiter id demõstrabimus quod & in μ diuisa, & quod ε θ ipsi μ κ est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur quod est absurdum. Bina potens media igitur in alio & alio signo non diuiditur: in uno igitur tantum signo diuiditur, quod erat ostendendum.



Eucl.

Eucl. ex Camp. Binomiorum diffinitiones.

1 Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ communicãtis eidem longiori in longitudine, fueritque eadem longior lineæ positæ rationali communicãs, ipsum uocabitur binomium primum. 2 Si uero breuior positæ rationali communicet, dicetur binomium secundum. 3 Quod si neutra portionum eius positæ rationali communicet, appellabitur binomium tertium. 4 Item si longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius lineæ ipsi longiori incommensurabilis in longitudine, fueritq; longior portionum positæ lineæ rationali communicans in longitudine, ipsum nuncupabitur binomium quartum. 5 Si uero breuior, positæ rationali communicet in longitudine, quintum nominabitur. 6 Si autem neutra portionum eius positæ rationali communicet in longitudine, erit binomium sextum.

Eucl. ex Zamb. Binum nominum Diffinitiones.

1 Proposita rationali & ea quæ ex binis diuisa in nomina, cuius nomẽ maius minore maius possit eo quod ex sibi longitudine commensurabili, si maius nomen longitudine commensurabile expositæ rationali, tota nocetur ex binis nominibus prima. 2 Si uero nomen minus longitudine commensurabile fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus secunda. 3 Si autem neutrum ipsorum nominum commẽsurabile longitudine fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus tertia.
4 Rursus iam si maius nomen, minore maius possit eo quod á sibi longitudine incommensurabili, si quidem maius nomen expositæ rationali longitudine commensurabile fuerit, uoratur ex binis nominibus quarta.
5 Si uero minus, quinta, 6 Si uero neutrum, sexta.

Sex igitur existẽtibus sic sumptis rectis lineis, primas ordine facit, tres primas in quibus maior minore maius potest eo quod ex sibi commensurabili, secundas ordine uero reliqua tres, quarum maior minore maius possit eo quod ex sibi incommensurabili, eo qñia præstantius est commensurabile incommensurabili. Et insuper primam, in qua maius nomen expositæ rationali commensurabile est, Secundam autem in qua minus, quoniã rursus præstantius est maius minore dum continet minus. Tertiam uero, cuius neutrum nominum expositæ rationali est commensurabile. Et in tribus sequentibus similiter primam prædicti secundi ordinis quartam appellans, secundam uero quintam, ac tertiam sextam.

Eucl. ex Camp. Propositio 42

42 Binomium primum inuenire,

CAMPANVS Sit a linea rationalis posita sumanturq; duo numeri quadrati b & c, quorũ e sit diuisibilis in quadratum qui sit d, & in non quadratum qui sit e, ponaturque proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ f g, sicut numeri b ad numerum c, eritque ex secunda parte 7 linea f g cõmunicans lineæ

a

a rationali positæ in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h semicirculus, sitq; proportio quadrati lineæ f g ad quadratū lineæ f h. sicut c ad d, & ducatur linea g h, dico ergo duas lineas f g & g h directe coniunctas, cōponere binomium primum. Est enim linea f g quæ est longior, potētiorq; linea g h quæ est breuior, in quadrato lineæ f h per 30 tertii & penultimā primi, cōmunicat autem linea f h lineæ f g in longitudine per 2 partem 7, cum proportio quadratorū ipsarū f g & f h sit sicut numerorū quadratorū qui sunt c & d. Linea uero g h, coniungitur esse rationalis in potētia tantū non cōmunicans lineæ f g in longitudine, ideoq; neq; lineæ a rationali positæ: cum sit enim quadratū lineæ f g ad quadratū lineæ f h, sicut numerus c ad numerū d, erit per euersam proportionalitatem quadratū lineæ f g ad quadratū lineæ g h, sicut numerus c ad numerū e. Cum itaq; c sit numerus quadratus, sequitur per ultimā partē 7, ut linea g h sit incōmensurabilis lineæ f g longitudine, relinquitur igitur ipsam g h esse rationalē in potentia tantū, & a diuisione lineas f g & g h cōponere binomium primū, quod erat inueniendū.



Eucli. ex Zamb. Problema 13 Propositio 48

28 Inuenire ex binis nominibus primam.

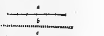
THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut compositus ex ipsis α β ad β γ rationem habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū, ad ipsum aūt γ α rationē non habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū: exponaturq; quædam rationalis δ, ac ipsi δ cōmensurabilis esto (per correlariū 6 decimi) longitudine ipsa ε ζ, rationalis igitur est ε ζ, fiatq; (per 9 decimi) sicut β α numerus ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. At α β ad α γ rationē habet quam numerus ad numerū. igitur & quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η rationem babet quam numerus ad numerū. Quare quod ex ε ζ, ei quod ex ζ η est cōmensurabile. Est autem rationalis ε ζ. rationalis igitur est & ζ η. Et quoniam α β ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, neq; quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū: incōmensurabilis igitur est ε ζ, ipsi ζ η lōgitudine. Ipsæ igitur ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa ε η. Dico quod & prima. Quoniam enim est sicut β α numerus ad α γ, ita quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, maior autem est ipse β α ipso α γ. maius igitur est & quod ex ε ζ eo quod ex ζ η, esto igitur ei quod ex ε ζ æqualia quæ ex ζ η, θ. Et quoniam est sicut β α ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) est sicut α β ad β γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex θ. At α β ad β γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, & quod ex ε ζ igitur ad id quod ex θ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Commensurabilis igitur est ε ζ ipsi θ longitudine ipsa igitur ε ζ quàm ζ η. maius potest eo quod ex sibi commensurabili. ipsæq; ε ζ, ζ η, rationales sunt. Commensurabilisq; est ε ζ ipsi δ longitudine, ipsa igitur ε η ex binis nominibus prima est, quod erat ostendendum.



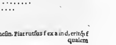
Eucli. ex Camp. Propositio 43

43 Binomium secundum reperire.

CAMPANVS. Sit ut prius a rationalis linea posita, b uero numerus quadratus, c uero sit numerus non quadratus diuisibilis in d non quadratū & e quadratū, ita tamen quod proportio totius c qui est nō quadratus ad d qui est etiam non quadratus, sit sicut numerorū quadratorū: talis autem numerus est 12 & 45, diuisibilis enim est 12 in 9 quadratum numerū, & 3 non quadratū, estq; proportio 12 ad 3, sicut 16 ad 4, quorum uterq; quadratus, eodem modo 45 diuisibilis est in 36 & 9.



Tales autem numeros sic reperies. Sit a numerus quadratus, b quoque sit unitate minor, cuius quadratū sit c, at uero d proueniat ex b in a, eritq; ex prima incidentiū noni, b, differentia d ad c, ducatur idem a in c, & proueniat e, eritq; e quadratus ex prima parte coerelarij 2 noni, eo quod uterque numerorum a & c est quadratus per hypothesin. Fiat rursus f ex a in d, eritq; f qualem



qualẽ quærimus. Est enim ex ultima parte prædicti correlarij numerus f non quadratus, eo quod d numerus sit nõ quadratus. Si enim d nũerus esset quadratus, esset quoque b quadratus ex 2 parte eiusdẽ correlarij 2 noni & ex 24 octaui. & quia a est quadratus, esset per 16 eiusdem, tertius continue proportionalis inter a & b, quod est impossibile, cum sint sola unitate distantes, non est igitur d quadratus, quare nec f, est enim f æqualis d & e, quoniam cum b sit differentia d ad c, ut patet ex præmissis.



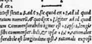
erit per primã incidentiũ noni quod fit ex a in d, æquũ ijs quæ fiunt ex a in b & in c. & quia ex a in b fit d, & in c fit e, sequitur ut d sit differentia f ad e, & quia per 15 septimi est f ad e sicut d ad c, erit permutatim f ad d sicut e ad c. Cumq; uterque duorũ numerorum e & c sit quadratus, manifestum est numerum f esse qualem uolumus. est enim non quadratus diuisibilis in d non quadratum & e quadratũ, cuius proportio ad d est sicut quadrati ad quadratum uidelicet e ad c. Cætera omnia sint ut prius: Dico quod lineæ f g & g h componunt binomium secũdum. Cum enim sit a quadratum f g sicut b ad c, rursusque quadratum f g ad quadratum g h sicut c ad e, erit per æquã proportionalitatem quadratũ a ad quadratũ g h. sicut b ad e. Cum igitur uterque duorum numerorũ b & e sit quadratus, erit per 2 partem 7, linea g h cõmunicans in longitudine lineæ a rationali positæ, de linea uero f g cõstat quod ipsa sit rationalis in potentia tantum non communicans lineæ a rationali positæ in longitudine per ultimã partẽ 7, quæcũ sit potentior linea g h in linea f h per 30 tertij & penultimam primi, cõmunicet autem linea f h lineæ f g in longitudine per secundã partẽ 7, eo quod eorum quadrata sunt in proportione numerorum c & d quorum est proportio sicut numerorum quadratorum per hypothesin, constat propositum. Aliter quoque idem. Esto linea g h, cõmunicans a rationali positæ in longitudine, quã facile est inuenire, sitq; c numerus quadratus diuisibilis in quadratum d, & non quadratum e, sitque proportio quadrati lineæ g h ad quadratum lineæ f g, sicut numerus e ad numerum c eritq; f incommensurabilis lineæ g h in longitudine per ultimam partem 7, & potentior ea in quadrato lineæ f h, cui communicat in longitudine primo per conuersam deinde per euersam proportionalitatem, & per secundam partem 7, ex diffinitione igitur, lineæ f g & g h, componunt binomium secundum.



Eucli. ex Zamb. Problema 44 Propositio 49

49 Comperire ex binis nominibus secundam.

THEON ex Zamb. *Explicẽtur bini numeri α γ, γ β, ut ex ipsis compositus α ε, ad ε γ, rationem habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipsum autẽ γ α rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; rationalis δ, ipsiq; δ commensurabilis esto longitudine ζ η, ipsa igitur ζ η rationalis est. Fiat et am (per correlarium 6 decimi,) & sicut γ α numerus ad α β, sic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ θ, cõmensurabile igitur est id quod ex η ζ, ei quod ex ζ θ, rationalis igitur est & ζ θ. Et quoniã γ α, nũerus ad α ε, rationẽ nõ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex η ζ, ad id quod ex ζ θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incommensurabilis igitur est η ζ, ipsi ζ θ, longitudine, ipsæ igitur θ ζ ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa θ η. Ostendendum uero quod & secunda. Quoniam rursus est sicut ε α, numerus ad α γ sic quod ex θ ζ ad id quod ex ζ η, maior autem est ε α, ipso α γ, maius igitur & quod ex θ ζ, eo quod ζ η, esto autem ei quod ex θ ζ, æqualia quæ ex η ζ, θ. Conuertẽdo igitur (per correlarium 19 quinti) est sicut α β, ad ε γ, sic quod ex θ ζ, ad id quod ex θ. At α ε ad β γ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, & quod ex θ ζ, igitur ad id quod ex θ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commensurabilis igitur est θ ζ, ipsi θ, longitudine (per 9 decimi.) Quare θ ζ, ipsa ζ η, maius potest, eo quod fit ex sibi commensurabili, & ipsæ θ ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ζ η, nomen minus commensurabile est longitudine ipsi δ rationali expositæ, ipsa igitur θ η, ex binis nominibus est secunda, quod erat faciendum.*

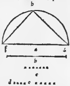


Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 44

44 Binomium tertium inuestigare.

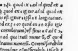
CAMPANVS Binomium quoque tertium sic reperitur. Posita ut prius linea a rationali in longitudine, sit b numerus primus c uero quadratus diuisibilis in quadratum d & non quadratũ e, cætera omnia sint ut prius. dico quod duæ lineæ f g & g h cõponunt binomium tertiũ: neutra enim earum est commensurabilis in longitudine lineæ a rationali positæ. sed utraque incommensurabilis, f g quidẽ, per ultimã partẽ 7, h g uero, per æquã proportionalitatem & ultimam partem 7. Est enim per æquam proportionalitatem quadratũ lineæ a ad quadratum lineæ g h sicut numerus b ad numerũ e, mediantibus hinc quidem quadrato lineæ f g, inde uero numero c, numeri autem b & e non sunt in proportione aliquorum quadratorũ, cũ b sit numerus primus. si enim essent in proportione numerorum quadratorũ necesse esset per 16 octaui & octauã eiusdẽ tertiũ eis in cõtinua proportionalitate interesse, esset igitur per 17 eiusdẽ numerus b superficialis, quod est impossibile, cum sit primus per hypothesin, incommensurabilis est itaque linea g h, lineæ a rationali positæ, ex ultima parte 7. Quia ergo linea f g potẽtior est linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi quæ cõmunicat ei in longitudine ex secunda parte 7, ex diffinitione binomij tertij patet nostra intentio.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 50

50 Inuenire ex binis nominibus tertiam.

THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri αγ, γβ, ut ex ipsis compositus αβ, ad βγ, rationẽ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipsum autẽ αγ rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturque aliquis etiam alius numerus nõ quadratus δ & ad utrũque ipsorũ βα, αγ, rationem nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturque aliqua rationalis recta linea quæ sit ε. Fiatque sicut δ ad αβ, sic quod ex ε ad id quod ex ζη. Commensurabile igitur est quod ex ε et quod ex ζη. Est autem ε, rationalis, rationalis igitur est & ζη, (per diffinitionem.) Et quoniam δ ad αβ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neque quod ex ε ad id quod ex ζη, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est ε, ipsi ζη, longitudine (per 9 decimi.) Fiat itaque rursus sicut αβ numerus ad αγ, sic quod ex ζη, ad id quod ex ηθ. Commensurabile igitur est quod ex ζη, et quod ex ηθ. Rationalis autem est ζη, rationalis igitur & ηθ. Et quoniam βα, ad αγ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex ζη ad id quod ex ηθ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Incõmensurabilis igitur est ζη, ipsi ηθ longitudine. Ipsæ igitur ζη & ηθ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Igitur ipsa ζθ ex binis nominibus est. Aio etiã quod & tertia. Quoniã enim est sicut δ ad αβ, sic est id quod ex ε ad id quod ex ζη, sicut autẽ βα, ad αγ, sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut δ ad αγ, sic quod ex ε ad id quod ex ηθ. At δ ad αγ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neque quod ex ε igitur ad id quod ex ηθ, rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. incõmensurabilis est igitur ε ipsi ηθ longitudine. Et quoniã est sicut βα, ad αγ, sic quod ex ζη, ad id quod ex ηθ, maius igitur est quod ex ζη eo quod ex ηθ. Esto igitur ei quod ex ζη, æqualia quæ ex ηθ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium) est sicut αβ ad βγ, sic quod ex ζη ad id quod ex κ. At αβ, ad βγ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, & quod ex ζη igitur, ad id quod ex κ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Commẽsurabilis igitur est ζη, ipsi κ lõgitudine. Ipsa igitur ζη, ipsa ηθ maius potest eo quod ex sibi lõgitudine cõmẽsurabili. Ipsæque ζη, ηθ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Ac neutra ipsarum commensurabilis est ipsi ε longitudine. Ipsa igitur ζθ, ex binis nominibus tertia est. quod inuenire oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 45

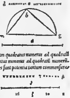
45 Binomium quartum scrutari.

CAMPANVS. In inuentione binomij quarti eodem modo procedendum est sicut in inuentione primi, excepto quod quadratus nume-

B rus

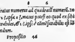
rus c diuidatur in duos non quadratos qui sunt d &c. Cætera omnia negotianda sunt hic ex diffinitione binomij quarti, sicut ibi ex diffinitione binomij primi.

Eucli. ex Zāb. Problema 16 Propositio 51



51 Inuenire ex binis nominibus quartam.

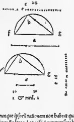
THEON ex Zamb. Exponātur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrūque ipsorum rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum, exponaturque rationalis δ. Ipsique δ cōmensurabilis esto longitudine ipsa ε ζ. Rationalis igitur est ipsa ε ζ. Fiatque sicut β α numerus ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. cōmensurabile igitur est per diffinitionem quod ex ε ζ, quod ex ζ η. Rationalis autē est (per correlarium 6 decimi,) ζ η. Rationalis igitur est) per 6 decimi & ζ η. Et quoniam β α ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, neque quod ex ε ζ, igitur ad id quod ex ζ η, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incommēsurabilis igitur est ε ζ, ipsi ζ η longitudine. Ipsæ igitur ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Quare ipsa ε η, ex binis nominibus est. Dico iam quod & quarta. Quoniam enim est sicut β α, ad α γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ζ η, maior autē est β α ipso α γ, maius igitur & quod ε ζ, eo quod ex ζ η, esto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex ζ η, θ. Cōuertēdo igitur (per 19 quinti & eius correlarii) sicut α β, numerus ad β γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex θ. Ipse uero α β, ad β γ, rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neque igitur quod ex ε ζ ad id quod ex θ, rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) ε ζ, ipsi θ longitudine. Ipsa igitur ε ζ, ipsa η ζ, maius potest eo quod ex sibi in cōmēsurabili, & ipsæ ε ζ ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ε ζ, ipsi δ cōmēsurabilis est longitudine. Ipsa igitur ε η, ex binis nominibus est quarta, quod erat inueniendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 46

46 Binomium quintum quærere.

CAMPANVS Huius inuentio sic est sicut binomij secundi excepto quod numerus c non quadratus diuidetur in d non quadratū & e quadratū, ita tamē quod proportio c ad d, nō sit sicut numeri quadrati ad numerū quadratū. Cætera omnia sunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti, sicut ibi quæsita sunt ex diffinitione binomij secundi. Vel pone quod linea g b sit communicans lineæ à rationali positæ in longitudine, & pone numerum c quadratum diuisum in duos non quadratos qui sunt d & e. Pone itaque proportionem quadrati lineæ g h ad quadratum f g, sicut numeri e ad numerum c, deinde astrue propositum ex ultima parte 7, & præsentibus hypothesibus & cōuersa & euersa proportionibus 7 & iterū ex ultima parte 7. & diffinitione binomij quinti.

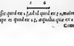


Eucli ex Zamb. Problema 17 Problema 52

2 & med. 1

52 Inuenire ex binis nominibus quintam.

THEON ex Zamb. Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrunque ipsorū rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Exponatusque aliqua rationalis recta linea δ ac ipsi δ commensurabilis esto (per diffinitionem) longitudine ζ η, rationalis igitur ipsa ζ η. Fiatque sicut γ α ad α β, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex ζ η. Commensurabile igitur est quod fit ex ε ζ, ei quod ex ζ η. Rationalis igitur est (per 6 decimi, & ζ η. Et quoniam γ α ad α β, rationem nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum, neque quod ex ε ζ, igitur ad id quod ex ζ η, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) ε ζ, ipsi ζ η lōgitudine. Igitur ε ζ, ζ η, rationes sunt potentia cōmensurabiles, tātum ex binis igitur nominibus est ipsa ε η, (per 36 decimi.) Dico iam quod & quinta. Quoniā enim est sicut γ α, ad α β, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex ζ η, * rursus sicut β α ad α γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex ζ η, maior autem est β α ipso α γ, maius igitur est quod ex ε ζ eo quod ex ζ η, Esto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex ε ζ, θ.



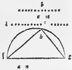
ἀνάπαλιν

Conuer-

Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium, est sicut α β numerus ad β γ, sic quod ex ι ζ ad id quod ex θ. At α ε, ad β γ, rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum, neque igitur quod ex ι ζ, ad id quod ex θ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) ι ζ, ipsi θ longitudine. Quare ι ζ ipsa ζ η maius potest eo quod sibi ex incōmensurabili. Suntq́ rationales potentia tantum commensurabiles, & ζ η, nomen minus commensurabile est expositæ rationali δ longitudine, ipsa igitur ε η, per 48 decimi,) quinta est ex binis nominibus, quod erat inueniendum.

47 Eucli. ex Camp. Propositio 47

In binomio sexto demum oportet inſistere.

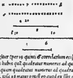


CAMPANVS. Binomium sextum sicut tertium scrutādum est. & tamen erit hic numerus c diuisus in duos nō quadratos d & e. Cætera ut ibi, eritq́ ex diffinitione binomij 6 linea quam componunt f g & g h sibi inuicem directe coniunctæ binomiū sextum, quod est propositum inuenire.

53 Eucl. ex Zamb. Problema 12 Propositio 53

Iouenire ex biois oomioibus sextam.

THEON ex Zamb. Explicentur bini numeri α γ, γ ε, ut α β, ad utrunq́ ipsorum rationem nō habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Sitq́ etiā alius numerus δ non existens quadratus, qui ad utrunque ipsorū β α, α γ, rationem nō habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum, Exponaturq́ aliqua recta linea rationalis quæ sit ε, fiatq́ (per diffinitionē) sicut δ ad α ε, sic quod ex ε ad id quod ex ζ η. Commensurabilis igitur est (per 6 decimi,) ε ipsi ζ η, potentia, estq́ rationalis ε, rationalis igitur est & ζ η. Et quoniam δ ad α ε, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex ε, igitur ad id quod ex ζ η, rationē habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. incōmensurabilis igitur est ε, ipsi ζ η longitudine. Fiat rursus sicut ε α ad α γ, sic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, Cōmēsurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζ η, et quod ex η θ. Rationale aūt est quod ex ζ η, rationale igitur est & quod ex η θ, rationalis igitur η θ. Et quoniā β α ad α γ rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq́ igitur est quod ex ζ η ad id quod ex η θ, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Incōmensurabilis igitur ex ζ η ipsi η θ lōgitudine. Ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt potentia tātum, ex binis igitur nominibus est ζ θ, (per 36 decimi.) Ostendendum uero quod & sexta. Quoniā enim est sicut δ ad α ε, sic quod ex ε, ad id quod est ζ η, est autem & sicut ε α ad α γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut δ ad α γ, sic quod ex ε ad id quod ex η θ. At δ ad α γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ε, ad id quod ex η θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, incōmensurabilis igitur est ε ipsi θ η, longitudine, patuit autem quod & ipsi ζ η. incōmēsurabilis est igitur utraque ipsarum ζ η, & η θ, ipsi ε longitudine. Et quoniam est sicut β α, ad α γ, sic est quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, maius igitur est quod ex ζ η eo quod ex η θ. Esto igitur ei quod ex ζ η æqualia, quæ ex η θ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & correlarium eiusdem) sicut α ε ad ε γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex κ. At α ε, ad ε γ, rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Quare neque quod ex ζ η, ad id quod ex κ, rationē habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū. incōmensurabilis igitur est ζ η ipsi κ lōgitudine, ipsa igitur ζ η, ipsa η θ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Suntq́ ipsæ ζ η, η θ, rationales, potētia tantū cōmēsurabiles. Ac ipsarū ζ η, neutra commensurabilis est longitudine ipsi ε expositæ rationali, ipsa igitur ζ θ, ex binis nominibus est sexta, quod erat inueniendum.



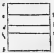
Eucli. ex Camp. Propositio 48

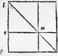
48 Si fuerit superficies binomio primo lineaq́ rationali contenta, latus quod super eam potest bioomium esse necesse est.

CAMPANVS Sit superficies a c, cōtenta linea ratiōali a b, & binomio primo quod sit b c. Dico quod latus tetragonicum superficiei a c est binomiū. Sit enim punctus d communis terminus duarū portionū binomij primi in b c, cuius maior portio sit b d, eritq́ rationalis in longitudine ex diffinitione, & commensurabilis lineæ a b rationali positæ. Diuidatur item minor portio quæ est d c per æqualia ad punctū e, lineaq́ d b diuidatur sub ea conditione ad punctū f, quod inter partes eius quæ sunt b f, & f d, cadat de medio loco proportiōalis, quod qualiter fiat in 13 dictū est.

 ducan

ducantur autē lineæ e g,d h,f k,æquidistãtes lineæ a b.Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b est potẽtior linea d c in quadrato lineæ sibi cõmunicãtis in lõgitudine, sequitur ex secũda parte ₁₉ quod duæ lineæ b f & f d sint cõmunicantes,per ₉ igitur est utraque earũ cõmunicãs toti lineæ b d, quare per diffinitionẽ ambæ sunt ratiõales in longitudine. ₁₉ ideoq; per ₁₅ utraque earũ cõmunicãs toti lineæ b d,quare per ₁₉ utraq; duarũ superficierũ a f & f h,est ratiõalis.Describatur itaq; quadratũ l m cuius latus l r,æquale superficiei a f,cui circomponatur gnomo protracta diagonali l m n,ad eam quantitatẽ,q̃d ipsius gnomonis quadratũ quod sit m n,sit æquale superficiei f b duoq; eius supplemẽta sint p m & m q,quæ necesse est esse æqualia duabus superficieb; d g & g c.Quod sic collige.Cũ enim sit linea d e medio loco ꝓportiõalis inter lineas b f & f d erit superficies d g,ex ₁ sexti medio loco ꝓportionalis inter superficies a f & f h,quare & inter quadrata l m & m n.Et quia supplementũ p m est etiã medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima sexti,sequitur ut p m sit æqualis d g,ideoq; m q,g c,igitur linea l p,est latus tetragonicũ superficiei a c.Hanc lineã dico esse binomiũ.Cũ sint enim ambo quadrata l m,& m n,rationalia,erũt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales.Est autem per primam sexti a f ad d g,sicut b f ad d e,sed b f est incõmẽsurabilis d e,scilicet,quia b f est rationalis simpliciter,ut probatũ est,d e uero quia cõmunicat in lõgitudine d c rationali in potentia tantũ.erit etiã ipsa rationalis in potentia tantũ per ₁₅,q̃d ex præmissis hypothesibus manifestũ est.Itaq; per ₂ partẽ ₁₀, superficies a f,est incõmẽsurabilis superficiei d g,igitur & quadratũ l m,supplemẽto p m,quare per primã sexti & secũdã partẽ ₁₀ linea l r,est incommẽsurabilis lineæ r p.Ex ₃₀ igitur constat lineã l p esse binomiũ, quod erat monstrandũ.





THEON Lemma.

Sint bina quadrata α β,β γ,ponaturq́; (per 14 primi,ut δ β,ipsi ε ι,sit in rectas lineas.In rectas lineas igitur est & ζ ε,ipsi ε η.Cõpleaturq́; parallelogrammum α γ,Dico quod α γ,quadratum est,& quod δ η,ipsorum α ε,β γ,medium est proportionale,& insuper δ γ,ipsorum α γ,γ β,medium proportionale est. Quoniam enim δ β,ipsi ε ζ est æqualis,& β ι ipsi β η,tota igitur δ ι toti ζ η est æqualis.Sed δ ι,utriq; ipsarum α θ,κ γ est æqualis.Igitur (per 33 primi(parallelogrammum α γ,æquilaterum est,est quoque & rectangulum,quadratum igitur est α γ,(per 46 primi) Et quoniam est sicut ζ β ad ε η,sic δ ε,ad ε ι,sed sicut quidẽ ζ ε,ad ε η,sic (per primam sexti,α ε,ad δ η,sicut uero δ ε,ad β γ, sic δ η,ad ε γ,& sicut igitur α β ad δ η,sic δ η ad ε γ.Igitur δ η,ipsorũ α ε,β γ,mediũ proportionale est.Dico iam & quod & δ γ,ipsorũ α γ,γ β,medium proportionale est.Quoniã enim est sicut α δ ad δ η,sic est α η ad α γ,(æqualis est enim altera alteri) & cõponẽdo (per 16 quinti) sicut α η ad η δ,sic η γ,ad γ η,sed sicut α η,ad η δ,sic α γ,ad γ δ,sicut autẽ η γ ad γ η,sic (per primã sexti δ γ,ad γ ε,igitur δ γ,ipsorum α γ,γ ε medium & proportionale est.

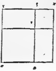




Eucl.ex Zamb. Problema 16 Propositio 54

54 **Si areola comprehendatur sub rationali ac ex binis nominibus prima,quæ areolam potest irrationalis est,ex binis nominibus uocata.**

THEON ex Zamb. *Areola etenim α ε γ δ,cõprehẽdatur sub rationali α β,& ex prima ex duobus nominibus α δ.Dico quod ipsam α γ areolã potens irratiõalis est,ex binis uocata nominibus.Quoniã enim ex binis nominibus est prima ipsa α δ,diuidatur (per 42 decimi in nomina in ε,sitque maius nomẽ α ε.Manifestũ iam quod ipsæ α ε,ε δ,ratiõales sunt potentia tantũ cõmensurabiles,& α ε, ipsa ε δ,maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili & α γ,per 45 decimi) cõmensurabilis est expositæ rationali α ε lõgitudine.Secetur iã (per 10 primi ε δ,bifariã in signo ζ.Et quoniã α ε,ipsa ε δ,maius potest eo quod ex sibi commensurabili,si quartæ igitur parti eius quod*

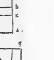


ex

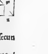
ex minore hoc est ei quod ex ι ξ, æquū ad maiorē α ι cōparatū fuerit deficiens forma quadrata, in cōmēsurabilia distribuat (per 17 decimi. Cōparetur (per 28 sexti) igitur ad ipsam α ι, et quod ex ι ξ, æquū quod sub α ε, ε ι, cōmensurabilis igitur est α ε, ipsi ε ι lōgitudine. Excitētur (per 31 primi) per ipsa ε, ι ξ, utraq; ipsarū α β, δ γ, paralleli ε θ, ι κ, ξ λ. Et ipsi quidē α θ parallelogrāmo, æquū (per 14 secūdi quadratū cōstituatur σ ν, ipsi autē ε κ, ν π. Ponaturq; (per 14 primi) sicut in rectas lineas μ ν, ipsi ν ξ, in rectas igitur lineas est & ξ ν, ipsi ν ο. Cōpleaturq; ipsum σ π, parallelogrammū, quadratū igitur est σ π. Et quoniam quod sub α ε, ε ι, æquum est ei quod ι ξ, est igitur (per cōstructionem) sicut α ε, ad ι ξ, sic ξ ι, ad ι ε. & sicut igitur (per 1 sexti,) α θ, ad ι λ, sic ι λ, ad ε κ. Ipsorum igitur α θ, ε κ, mediū ι λ proportionale est. Sed α θ, quidē, æquū est ipsi σ ν, & ε κ, æquū est ipsi ν π. Ipsorū igitur σ ν, ν π, mediū ι λ, proportiōale est. Est aūt ipsorū σ ν, ν π, med ū μ ρ proportiōale, (per præostēsum lēma, æquū est igitur μ ρ, ipsi ι λ. Sed μ ρ, quidē, ipsi ο ξ, æquū est, & ι λ, ipsi ξ γ, totū igitur ι γ, ipsis μ ρ, ο ξ est æquale, Sūt aūt & ipsa α θ, ε κ, ipsis σ ν, ν π, æqualia. (per 44 primi,) totū igitur α γ, æquū est toti σ π, hoc est ei quod ex μ ξ, quadrato, igitur ipsa μ ξ, ipsum potest α γ. Dico iā quod & ipsa μ ξ, ex binis nominibus est. Quoniā enim cōmēsurabilis est (per 17 decimi,) α ε ipsi ε ι, cōmēsurabilis igitur est (per 12 decimi, & diffinitionē, & α ι, utriq; ipsarū α ε, ε ι. Supponitur aūt (per diffinitionē primæ) α ι, ipsi α β, cōmēsurabilis, & ipsæ igitur α ε, ε ι, ipsi α β, sūt cōmēsurabiles. Ratiōalis uero est α β, ratiōalis igitur est & utraq; ipsarū α ε, ε ι. Ratiōale igitur est & utrūq; ipsorū α θ, ε κ. Cōmēsurabile aūt est (per 1 sexti & 12 decimi) α θ ipsi ε κ. Sed α θ, ipsi quidē σ ν est æquale, ipsum uero ε κ, ipsi ν π, & ipsa igitur σ ν, ν π, hoc est quod ex μ ν, ν ξ, ratiōalia sunt & cōmēsurabilia. Et quoniā incōmēsurabilis est α ι, ipsi ι δ lōgitudine, sed ipsa qdē α ι, ipsi α ε, est cōmēsurabilis, ipsa aūt δ ι, ipsi ι ξ cōmēsurabilis (per 11 decimi) incōmēsurabilis igitur est & α ε, ipsi ι ξ. Quare & α θ, ipsi ι λ, incōmēsurabile est. Sed α θ, quidē ipsi σ ν, est æquale, ipsum uero ι λ, ipsi μ ρ, & σ ν, igitur ipsi μ ρ incōmēsurabile est. Sed sicut σ ν ad μ ρ, sic & ο ν ad ν ξ, incōmēsurabilis igitur est ο ν ipsi ν ρ. Aequalis aūt est ο ν ipsi μ ν, & ν ρ ipsi ν ξ, incōmēsurabilis igitur est μ ν, ipsi ν ξ. Et quod ex μ ν, cōmēsurabile est ei quod ex ν ξ, & utrūq; ratiōale. ipsæ igitur μ ν, ν ξ, ratiōales sunt potētia tātū cōmensurabiles, ipsa igitur μ ξ, ex binis nominibus est ipsumq; α γ, potest quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 49

49 SI fuerit superficies linea ratiōali binomioq; secūdo contenta, latus eius tetragonicū erit bimediale primū.



CAMPA. Sit eadē figura eædēq; hypotheses quæ in præmissa, eritq; ex diffinitiōe binomij secūdi, linea d c. rōnalis in lōgitudine, quare per 15 utraq; duarū superficierū d g et g c, (ideoque & duo supplemēta p m. m q) erit ratiōalis, linea uero b d erit ratiōalis in potētia tātū, & diuisa in duas lineas cōmunicātes f d & b f, ex diffinitione binomij secūdi & præmissis hypothesibus, & secūda parte 15 per 9 igitur erit utraq; duarū superficierū a f & f h, (ideoq; & utrunq; quadratorū l m & m n) medialis, itaq; ambæ lineæ l r & r p, sūt mediales in potētia quoq; cōmunicātes, nam cū linea b f cōmunicet lineæ f d, sequitur ut a f cōmunicet f h. quare quadratū l m, quadrato m n, ideoq; & linea l r. lineæ r p in potētia, in lōgitudine aūt nō cōmunicāt, qm̄ per 1 sexti una earū ad alterā est sicut l m ad m p. Cū igitur l m nō cōmunicet m p eo quod altera medialis uidelicet l m. altera uero ratiōalis uidelicet m p, sequitur ut l r nō communicet in lōgitudine r p. Quia igitur ipsæ cōtinēt superficiē rationalē quæ est m p, constat lineam l p ex 31 huius, esse bimediale primum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 57 Propositio 55

55 Si areola comprehensa fuerit sub rationali, & ex binis nominibus secunda, areolam potens irrationalis est, uocaturq; ex binis medijs prima.

THEON ex Zāb. Cōprehēdatur areola α β γ δ, sub rationali α β, ac ex binis nominibus secūda α δ. Dico quod α γ areā potens, ex binis medijs est prima. Quoniā enim ex binis nominibus secūda est α δ, diuidatur in nomina in signo ι, ut maius nomē sit α ι, ipsæ igitur α ι, ι δ, (per 49 decimi) rationales sunt potētia tantū cōmēsurabiles, & α ι, ipsa ι δ maius potest eo quod ex sibi commensurabili, ac nomē minus ι δ commensurabile est ipsi α β longitudine. Secetur (per 10 primi,) ipsa ι δ bifariam in signo ξ. & ei quod ex ι ξ, æquum ad ipsam α ι comparetur (per 28 sexti, deficiēs forma quadrata quod sub α ε, ε ι, commēsurabilis igitur est (per 17 decimi) α ε, ipsi ε ι lōgitudine. Et per ipsa ε, ι, ξ, signa excitētur (per 31 primi) paralleli ipsis α β, γ δ, sintq; ε θ, ι κ, ξ λ. Ac ei quidē quod est α θ, parallelogrāmo cōstruatur (per 14 secūdi) æquū quadratū σ ν, ipsi autē ε κ, æquū quadratū ν π. Ponaturq; per 14 primi, sic in rectas lineas, μ ν, ipsi ν ξ, in rectas lineas igitur est & ρ ν, ipsi ν ο. Cōpleaturq; σ π quadratū. Manifestū iā est, ex præostenso lēmate quod μ ρ mediū proportionale est ipsarū σ ν, ν π, & per præcedēs theorema æquū ipsi ι λ, & quod α γ areā potest μ ξ. Ostēdendū iam quod μ ξ, ex binis medijs est prima. Quoniā α ι, ipsi ι δ est incōmensurabilis lōgitudine, cōmēsurabilis autē est (per 49 decimi,) ι δ, ipsi α β, incōmensurabilis igitur per 13 decimi, est α ι, ipsi α β, longitudine

tudine. Et quoniã cõmẽsurabilis est α η, ipsi ι κ, cõmẽsurabilis est & η κ ι utriq; ipsarũ α η, κ ι. Et α ι, rationalis est, rationalis igitur & utraq; ipsarũ α η, κ ι, per cõparationẽ. Et quoniã incõmẽsurabilis est α ι, ipsi α β, cõmẽsurabilis autẽ est α ι, utriq; ipsarũ α η, κ ι, & ipsæ α ν, ε ι, igitur incõmẽsurabiles sunt ipsi α ζ. ipsæ ζ α, α η, θ ι, igitur (per 13 decimi,) rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Quare (per 21 decimi,) utrũq; ipsorũ α θ, κ λ, mediũ est, quare & utrũq; ipsorũ σ τ, τ π, mediũ est, & ipsæ μ ν, ν ξ, igitur mediæ sunt (per 21 decimi.) Et quoniã cõmensurabilis est α η ipsi κ ι lõgitudine, commẽsurabile est & α θ ipsi κ λ, hoc est σ τ ipsi τ π, hoc est quod ex μ ν ei quod ex ν ξ. quare & ipsæ μ ν, ν ξ, potentia sunt commensurabiles. Et quoniã incommẽsurabilis est α ι, ipsi ι δ, lõgitudine, sed ipsa quidem α ι cõmensurabilis est ipsi α η, & ι δ, ipsi ι ζ, incõmensurabilis igitur est (per 13 decimi) α η ipsi ι ζ. Quare (per 1 sexti, & 11 decimi & α θ, ipsi ι λ incõmensurabile est, hoc σ τ, ipsi μ ρ, hoc est σ τ, ipsi τ ξ. hoc est μ ν, ipsi ν ξ, incõmẽsurabilis lõgitudine est. Ostensum autẽ est quod ipsæ μ ν, ν ξ, mediæ existẽtes, potẽtia sunt cõmensurabiles. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Dico iã quod & rationale cõprehẽdunt. Quoniã enim δ ι supponitur utriq; ipsarũ α β, ι ζ cõmensurabilis, commensurabilis igitur (per 12 decimi) est & ζ ι ipsi ι κ. Et utraq; ipsarũ rationalis, rationale igitur est ι λ, hoc est μ ρ. Sed μ ρ, est quod sub μ ν, & ν ξ. Si uero (per 37 decimi) binæ mediæ potentia tantũ cõmensurabiles, compositæ fuerint rationale cõprehẽdentes, tota irrationalis est, uocaturq; ex binis primã medijs. Igitur ipsa μ ξ, ex binis est prima medijs. Quod erat ostendendum.

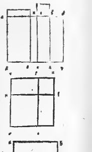
Eucli. ex Camp Propositio 50

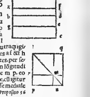
50 **S**I binomio tertio ac linea rõnali superficies cõtineatur, linea in eã potẽs erit bimediale scd'm CAMPA. Dispositio & hypotheses maneãt ut supra. Eritq; ex his hypothesibus & diffinitiõe binomij tertij & 19, unaquæq; quatuor superficierũ in quas diuisa est superficies a c, medialis, quare utrũq; duorũ quadratorũ l m, m n, & utrũq; supplemẽtorũ p m & m q. erit etiã mediale. utraq; igitur duarũ linearũ l r & r p, erit medialis. Et cũ duæ superficies a f & f h sint cõmunicãtes, eo quod duæ lineæ b f & f d sint cõmunicãtes, per secundã partẽ 11 erunt duæ lineæ l r & r p cõicantes in potẽtia, in lõgitudine uero, non quia superficies l m nõ cõmunicat cũ superficie m p, eo quod neq; a f cõmunicat cũ d g. Nã linea b f non cõicat cũ d e, cũ igitur ipsæ contineant superficiẽ quæ est p m, cõstat ex 31 lineã l p esse mediale secũdũ. Quod est propositũ. Eucli. ex Zãb. Theorema 38 Propositio 56

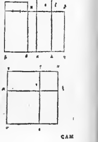
56 Si superficies sub ratiõali, & ex binis nominibus tertia cõprehẽsa fuerit, superficiem potẽs irrationalis est, appellaturq; ex binis secũda medijs.

THEON ex Zamb. Areola nãq; α β γ δ, cõprehẽdatur sub rõnali α ζ, ac ex binis noibus tertia α δ diuisa in noĩa in ι, quorum maius sit α ι. Dico quod areolã α γ, potẽs irrõnalis est, uocaturq; ex binis secũda medijs. Construatur nãq; eadẽ quæ prius. Et quoniã α δ, ex binis est tertia noibus, ipsæ igitur α ι, ι δ, rationales sunt potentia tantũ cõmẽsurabiles, & ipsæ α ι, ipsa ι δ, maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili, & ipsarũ α ι, ι δ, neutra ipsi α ζ, est cõmẽsurabilis lõgitudine. Similiter iã ex ijs quæ prius sunt ostẽsa, demonstrabimus, quod ipsæ μ ν, ν ξ, mediæ sunt potẽtia tantum cõmensurabiles. Quare μ ξ, ex binis est medijs. Ostendendũ etiã quod & secũda. Quoniã incõmensurabilis est (per 50 decimi,) δ ι, ipsi α β, lõgitudine, hoc est ipsi ι κ, atqui δ ι cõmẽsurabilis est ipsi ι ζ, incõmẽsurabilis igitur est per 13 decimi ι ζ, ipsi ι κ lõgitudine, Suntq; rõnales, ipsæ ζ ι, ι κ, igitur rõnales sunt potentia tãtũ cõmẽsurabiles. Mediũ igitur (per 21 decimi est ι λ, hoc est μ ρ, cõprehẽditurq; sub μ ν, ν ξ, mediũ igitur est quod sub μ ν, ν ξ, ipsa igitur μ ν ξ, ex binis est secũda medijs, Quod fuerat ostendẽdũ. Eucl. ex Cãp Propositio 51

51 **S**I linea rationali binomioq; quarto superficies cõtineatur, quæ in eam superficiem potest est linea maior.



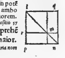




CAM

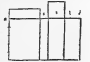


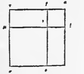
CAMP. Cūctis ut in præmissis manētubus. erit ex hypothesi & diffinitione binomij 4 & 19 utraq; duarū superficierū d g & g c (quare & utraq; duarū p m & m q) medialis, duoq; quadrata l m & m n pariter accepta, ratiōale eo q superficies a d est rōnalis per diffinitionē binomij quarti & 15. Et quia d b diuiditur in pūcto f in duo incōicātia per secūdā partē 14, erit superficies a f incōmēsurabilis superficiei f h, ideoq; & quadratū l m, quadrato m n. Duæ igitur lineæ l r & r p, sunt incōmēsurabiles in potētia quæ cū cōtineant superficiē medialē p m & earū quadrata ambo pariter accepta sint rōnale, cōstat per 33 lineā l p esse lineā maiorem. Quod erat demōstrādū. Eucl. ex Zāb. Theorema 39 Propositio 57



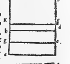
57 Si areola sub rationali ac ex binis quarta noibus cōprehēsa fuerit ipsam areolā potēs irrōnalis est, uocaturq; maior.

THEON ex Zāb. Areola nāq; α γ, cōprehēdatur sub rōnali α β, & ex binis quarta nominibus α δ diuisa in noīa in ε, quorū maius esto α ε. Dico quod areolā α γ, potēs irrationalis est appellata maior. Quoniā enim α δ ex binis est quarta noībus, ipsæ igitur α ε, ε δ, rōnales sūt potētia tantū cōmēsurabiles, & α ε ipsa ε δ maius potest eo quod ex sibi incōmēsurabili, & α ε, ipsi α β, lōgitudine cōmensurabilis est Secetur (per 10 primi) δ ε, bifariā in ζ, & et quod ex ε ζ, æquū, ad μ ε, cōparetur (per 44 primi) parallelogrāmū quod sub α κ, κ ε, incōmēsurabilis igitur est (per 18 decimi, α κ, ipsi κ ε lōgitudine, excitētur (per 31 primi) paralleli ipsi α β, sintq; κ θ, ε ι, ζ λ. Fiātq; reliqua eadē sicut in præcedēti, Manifestū itā est quod μ ξ, est potēs ipsam α γ. Ostēdēdū uero quod μ ξ irrōnalis est, appellata maior. Quoniā incōmēsurabilis est α κ ipsi κ ε lōgitudine, incōmēsurabile (per 1 sexti & 11 decimi,) est & α θ ipsi κ λ, hoc est ν ν ipsi ν π. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potētia sunt incōmēsurabiles Et quoniā cōmēsurabilis est α ε, ipsi α β lōgitudine, rōnale est α κ Et æquū est eis quæ ex μ ν, ν ξ, rationale igitur est, cōstatū ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniā (per 34 decimi) incōmēsurabilis est δ ε ipsi α β lōgitudine, hoc est ipsi ε κ, sed (per 13 decimi δ ε cōmēsurabilis est ipsi ε ζ, incōmēsurabilis igitur est ε ζ, ipsi ε κ lōgitudine. Ipsæ igitur ε κ, ε ζ, rationales sunt potētia tantū commensurabiles. Mediū (per 21 decimi) igitur est λ ε hoc est μ ρ. Cōprehenditurq; sub μ ν, ν ξ, mediū igitur est quod sub μ ν, ν ξ Et cōpositū ex ijs, quæ ex μ ν, ν ξ, ratiōale, & μ ν, ipsi ν ξ potētia incōmēsurabilis est Sicut ē (per 39 decimi duæ lineæ potētia incōmēsurabiles cōpositæ fuerint efficiētes cōpositū ex ijs quæ ex ipsis sunt quadratis ratiōale, quod uero sub ipsis mediū, tota irrationalis est, appellatur aūt maior, ipsa igitur μ ξ irrōnalis est, uocata maior ipsamq; α γ areolā potest, quod erat ostendendū. Eucli. ex Camp. Propositio 52





52 SI fuerit supficies linea rōnali atq; binomio quinto cōtēra, quæcūq; in eā linea pōt, potēs in rōnale & mediale esse, ex necessitate cōuincitur.



CAMP. Nec in hac quoq; est aliquid ex priorū dispositiōe & positiōibus mætādum, eis enim manentibus erit ex ijs quæ posita sunt in diffinitiōe binomij quinti & 15, utraq; duarū superficierū d g & g e quare utraq; duarū p m & m q, ratiōalis totaque a d quare & duo quadrata l m m n pariter accepta, medialis ex 19. Cūq; ex secūda parte 14 sit linea f b incommensurabilis lineæ f d, ideoq; superficies a f superficiei f b, & quadrato m n, erit linea l r incōmensurabilis in potētia lineæ r p. At quia ipsæ cōtinent superficiē rōnalē p m, & earū quadrata ambo pariter accepta sunt mediale, cōclude ex trigesimaquarta lineā l p esse potētē in rationale & mediale. Qd' promissum est. Eucl. ex Zāb. Theorema 40 Propositio 58



58 Si areola cōprehendatur sub rationali, ac ex binis quinta nominibus, areo-

lam potens irrationalis est, appellata rationale mediumq́ potens.

THEON ex Zãb. Areola etenim α γ, cõprehẽdatur sub ratiõali α β, ac ex binis quinta noibus α δ, diuisa in noĩa in ε, ut maius nomẽ sit α ε. Dico quod ipsam α γ, areolã potẽs irrõnalis est, appellata ratiõale mediũq; potẽs. Cõstruãtur enim ea quæ superius demõstrata sũt. Nõ dubiũ quod α γ areolã potẽs, est μ ξ. Osteñdẽdũ iã, quod μ ξ est rõnale mediũq; potẽs. Quoniã enim incõmẽsurabilis est α ξ, ipsi ε ι, incõmẽsurabile igitur est (per 1 sexti, & 11 decimi & α θ, ipsi θ ι, hoc est quod ex μ ν et quod ex ν ξ, ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potẽtia sunt incõmẽsurabiles. Et quoniã α δ, ex binis est quinta noibus, ac eius minus segmẽtũ est ε δ, cõmẽsurabilis igitur est ε δ ipsi α β lõgitudine. Sed α ε, ipsi ε δ, est incõmẽsurabilis, & α ε, igitur (per 13 decimi) ipsi α ε, est incõmẽsurabilis lõgitudine ipsæ igitur α ε, α ε, ratiõales sunt, potẽtia tantũ cõmensurabiles, mediũ igitur est (per 21 decimi) α κ, hoc est cõflatũ ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniã cõmẽsurabilis est δ ε, ipsi α ε, lõgitudine hoc est ε κ, sed δ ε, ipsi ε ξ, cõmensurabilis est, & ε ξ igitur (per 12 decimi) ipsi ε κ cõmensurabilis est. Ratiõalis aũt ε κ, rõnale igitur (per 19 decimi, & ε λ, hoc est μ ρ, hoc est quod sub μ ν, ν ξ. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, (per 40 decimi) potẽtia incõmẽsurabiles sunt, efficiẽtes conflatum ex ipsarum quadratis mediũ, & quod sub ipsis rationale, ipsa igitur μ ξ est ratiõale mediũq; potẽs, ipsamq́; potest aream α γ Quod fuerat demonstrandũ.

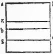
Eucli. ex Camp. Propositio 53

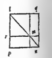
53 Si binomio sexto lineaq́; rationali superficies contineatur, linea quæ in eam potest, in duo medialia potẽs esse ꝓbat.





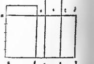
CAMP. Hæc 53, adhuc te sustinet ociari a pingẽdis figuris, cõtẽta enim est præmissis dispositiõe & positiõibus. Quibus stãtibus, necesse est ex ipsis positis & dispositiõe id est diffinitiõe binomij postremi & 19, quãlibet ex superficiebus a d & d g & g c (ꝓpter q & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) esse medialẽ Cũq; b f & f d (propter quod a f & f h, ideoq; l m & m n) sint incõmẽsurabiles erũt duæ lineæ b c & r p incõmẽsurabiles in potẽtia At quia ipsæ cõtinẽt superficiẽ medialẽ p m earũq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale qd est duplo superficiei unius in alterã incõmensurabile, quod ex eo probatur q superficies b h est incõmẽsurabilis superficiei h c. propter hoc quod linea d b est incõmensurabilis lineæ d c, sequitur ex 15 lineã l p esse, quæ potest in duo medialia.

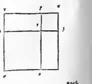




Eucli. ex Zamb. Theorema 41 Propositio 59

59 Si areola cõprehẽdatur sub ratiõali, & ex binis sexta nominibus areolã potẽs irrationalis est, appellata bina potẽs media.





THEON ex Zãb. Areola nãq; α β γ δ, cõprehẽdatur sub ratiõali α β, & ex binis noibus α δ, diuisa in noĩa in ε, ut maius nomẽ sit α ε. Dico quod ipsam α γ, potẽs, irrõnalis est, appellata bina potẽs media. Cõstruãtur enim quæ & postẽsis. Nõ dubiũ quod μ ξ est potẽs ipsam α γ, & quod incõmẽsurabilis est μ ν, ipsi ν ξ, potentia. Et quoniã incõmẽsurabilis est α ε, ipsi α ε longitudine, ipsæ igitur α ε, α β, rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles, mediũ igitur est (per 21 decimi,) α κ hoc est cõpositũ ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Rursus quoniã incõmẽsurabilis est ε δ, ipsi α ε lõgitudine, incõmẽsurabilis igitur est & ε ξ ipsi ε κ. Et ξ ε, ε κ, igitur rationales sunt potẽtia tãtum cõmensurabiles, mediũ igitur est (per eandẽ,) ε λ, hoc est μ ρ, hoc est quod sub μ ν, ν ξ. Et quoniam incõmensurabilis est α ε ipsi ε ξ, & α κ ipsi ε λ incõmensurabile est. Sed α κ quidẽ est cõflatum ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, & ε λ est quod sub

μ ν,ν ξ, incōmensurabile igitur est (per 1 sexti & 11 decimi,) cōpositū ex ηs quæ ex μ ν,ν ξ, ei quod sub μ ν,ν ξ, & ipsorū utrūq; mediū est. Ipsæ igitur μ ν,ν ξ, potentia sunt incōmensurabiles. Ipsa igitur μ ξ bina potens est media (per 41 decimi,) & ipsam potest α γ, quod ostendere oportebat. Eucli. ex Camp. Propositio 54.

54 Si lineæ rationali æquū quadrato binomij rectangulum adiungatur, latus eius secundum binomium primum esse conueniet.

CAMPANVS. Hæ sex sequentes, cōuersæ sunt sex præcedētium per ordinē. Huius aūt est hæc intētio sit linea a b binomiū, diuisa ad punctū c in duas lineas a c & c b, secūdū suā diffinitionē aut terminū, eiusq; a b quadratū sit b d, sitq; linea e f, ratiōalis in lōgitudine, cui adiūgatur superficies e g æqualis quadrato b d. Dico quod latus secūdū huius superficiei, qđ est linea f g, est binomiū primū. Diuidatur enim quadratū b d in duo quadrata b b & h d, quæ sint quadrata duarū linearū portionū binomij, & in duo suppleměta a h & h k, quorū utrūq; cōtinetur sub duabus portionibus binomij, eritq; ex diffinitione binomij quæ habetur per 36, utrūq; istorū quadratorū rationale, & per 19 utrūq; supplemētū mediale. Ex superficie igitur e g abscindatur superficies e l æqualis quadrato d h, & l m æqualis quadrato h b, & n p æqualis uni duorū supplemētorū a h uel h k, eritq; p g residua, æqualis reliquo supplemēto. quare per 1 sexti linea n q, est æqualis lineæ q g. Ex præmissis aūt manifestū est q utraq; duarū superficierū e l & l m (& ideo tota superficies e n) est ratiōalis. Et utraq; duarū æqualiū n p & p g (& ideo tota m g) medialis. quare per 16 utraq; duarū linearū f l & l n, & tota linea f n, ratiōalis in lōgitudine. & lineæ e f rationali positæ cōmēsurabilis. & per 10 utraq; duarū n q & q g, & tota n g, ratiōalis in potētia tātū, incōmēsurabilis lineæ m n (& ideo lineæ e f sibi æquali, & per cōsequēs & lineæ f n) in lōgitudine. Si igitur linea f n, quæ est maior linea n g ut ex primo duorū antecedentiū 55 demōstratiōi subiūctorū & prima sexti apparet, fuerit potētior linea n g minori in quadrato lineæ secū cōmunicātis in lōgitudine, tūc ex diffinitione binomij primi manifestū est lineā f g esse binomiū per primū. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata d h & h b, sit (per primā sexti) superficies a h medio loco ꝓportiōalis, conuincitur ex prioribus hypothesibus superficiem m q esse inter superficies e l & l m medio loco proportionalis, quare (per primā) sexti lineā n q quæ est medietas lineæ n g est medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f in l n, est quātū quod ex n q in se per 16 sexti, ideoq; per 4. secūdi quantū quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primā partē 15 cū linea f n diuidatur a superficie sibi adiūcta æquali quartæ parti quadrati breuioris lineæ n g, ita quod ad complendā totā lineā f n desit superficies quadrata in duo cūmunicātia ad punctū l. erit f n potentior n g in quadrato lineæ sibi communicātis in longitudine. Constat ergo propositum.





THEON Lemma.

Si recta linea secetur in inæqualia, quæ ab inæqualibus quadrata, maiora sunt eo quod bis sub inæqualibus comprehensum est rectangulum.

Sit recta linea α ε, seceturq; in inæqualia in γ, sitq; maior α γ. Dico quod quæ ex α γ, γ ε, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ β. Secetur enim (per 10 primi) α β, bifariā in δ. Quoniā igitur recta linea secta est in æqualia in δ, & in inæqualia in γ, igitur (per 5 secūdi) quod sub α γ, γ β, una cū eo quod ex γ δ, æquū est ei quod ex α δ, & perinde quod ex sub α γ, γ ε, minus est eo quod α δ. Quod igitur bis sub α γ, γ ε, est minus quā duplū eius quod ex α δ. Sed quæ ex α γ, γ ε, dupla sunt eorū quæ ex α δ, δ γ, ergo quæ ex α γ, γ ε, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ ε, quod erat ostendendū.



Eucli. ex Zāb. Theorema 42 Propositio 60

60 Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatū latitudinem efficit, ex binis nominibus primam.

THEON ex Zamb. Esto ex binis nominibus α β, diuisa in nomina in γ, ut maius nomen sit α γ. exponaturq; rationalis δ ε, & ei quod ex α ε, æquum ad ipsam δ ε, comparetur (per 44 primi δ ε ζ η, latitudinem efficiens δ η. Dico quod δ η ex binis est prima nominibus. Comparetur enim (per 44 primi,) ad δ ε, et quidem quod ex α γ æquum δ θ, ει autem quod ex β γ, æquum κ λ. Reliquum igitur quod bis sub α γ, γ δ (per 4 secundi,) æquum est ipsi μ ζ. Secetur (per decimā primi) ipsa μ η bifariam in ν, excitetur q; (per 31 primi) parallelas ν ξ utrique ipsarum μ λ, η ζ

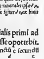
λ,κ ξ. Vtrũq; igitur ipsorũ μ ξ, ν ξ, æquum est ei quod sub α γ, γ β. Et quoniã α ϐ, ex binis nominibus est diuisa in nomina in γ, ipsæ igitur α γ, γ β, rationales sunt potẽtia tantũ commensurabiles. Quæ igitur ex α γ, γ ϐ rationalia, sunt sibi inuicem commẽsurabilia. Quare (per 15 decimi, & conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ ϐ, commẽsurabile est eis quæ ex α γ, γ β, rationale igitur est compositum ex ijs quæ ex α γ, γ ϐ. Et ipsi δ λ, est æquale, rationale igitur est δ λ. Et ad ipsam δ ι comparatur, rationalis igitur (per 20 decimi δ μ. & ipsi δ ι, lõgitudine commensurabilis. Rursus quoniã α γ, γ ϐ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, medium igitur est quod bis sub α γ, γ ϐ, hoc est ipsum μ λ, & ad ipsam cõparatur μ λ rationalem, rationalis igitur est & μ κ, ipsi λ μ incõmẽsurabilis (hoc est ipsi δ ι,) lõgitudine, est autẽ & μ δ rationalis, & ipsi δ ι lõgitudine cõmẽsurabilis, incõmẽsurabilis igitur est (per 13 decimi) δ μ, ipsi μ κ longitudine. Suntq; ipsæ igitur δ μ, μ κ, rationales, potẽtia tantum commensurabiles, ex binis nominibus igitur est. (per 36 decimi δ κ. Ostendendum quod & prima. Quoniam enim (per lemma præcedens 54 decimi) eorum quæ ex α γ, γ ϐ, medium proportionale est quod sub α γ, γ ϐ & ipsorum igitur δ θ, κ λ, medium proportionale est μ ξ. Est igitur (per constructionem sicut δ θ ad μ ξ, sic μ ξ, ad κ λ, hoc est sicut δ κ ad μ ν, sic μ ν, ad μ κ, quod igitur sub δ κ, κ μ, æquum est ei quod ex μ ν. Et quoniam commensurabile est quod ex α γ, ipsi quod ex ϐ γ, cõmensurabile est & δ θ, ipsi κ λ, quare (per 1 sexti & 11 decimi) & δ κ ipsi κ μ commensurabilis est. Et quoniam maiora sunt quæ ex α γ, γ ϐ, eo quod bis sub α γ, γ ϐ, maius igitur est & δ λ ipso μ ξ. Quare (per lemma præcedens & per primã sexti,) & δ μ, ipsa μ κ maior est, & æquale quod sub δ κ, κ μ, ei quod ex ν κ, hoc est quartæ parti eius quod ex μ κ, & cõmensurabilis est δ κ, ipsi κ μ. Si uero (per 17 decimi,) fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autẽ parti eius quod ex minore æquum, ad maiorem cõparetur deficiens forma quadrata, & in commensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ κ maius potest eo quod ex sibi commensurabili. ipsa igiturigitur δ μ, ipsa μ κ maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Suntq; rationales ipsæ δ μ, μ κ, & δ μ nomẽ maius existens, commensurabilis est longitudine ipsi δ ι expositæ rationali, ipsa igitur δ κ, ex binis nominibus est prima, quod oportuit demonstraße.



Eucli. ex Camp. Propositio 55

55 Si lineæ rationali æqua superficies quadrato bimedialis primi ad iungatur, latus eius reliquum binomium secundũ esse oportebit.

CAMPANVS Sit linea a b bimediale primũ, diuisa ad punctũ c secundũ suũ terminum, cætera autem sint ut prius. Dico lineã f g esse binomiũ secundũ. Erit enim superficies m g rationalis, eo quod partes bimedialis primi continent superficiem rationalem, & superficies tres e l, l m, & tota e n, mediales communicantes, eo quod portiones bimedialis primi sunt lineæ mediales potentia tantum communicantes ex 51. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in longitudine, commensurabilis lineæ e f rationali positæ, & per 10 linea f n rationalis in potentia tantũ quæ cum sit maior linea n g ex primo duorum antecedentium demonstrationi 2 adiunctorum & 1 sexti, eaque potentior quadrato lineæ communicantis secum in lõgitudine ex prima parte 15, erit à diffinitione linea f g binomium secundum, quod est propositum.



Eucli. ex Zãb. Theorema 43 Propositio 61

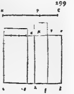
61 Quod ex ea quæ ex binis medijs prima ad rationalẽ cõparatũ latitudinẽ, efficit ex binis nõibus secũdã.



THEON ex Zãb. Esto (per 43 decimi,) ex binis medijs prima α ϐ, diuisam medias in γ, quarũ α γ maior sit, exponaturq; rationalis δ ι, Comparaturq; per 44 primi) ad ipsam δ ι, ei quod ex α ϐ æquũ parallelogrammũ δ ξ, latitudinem efficiẽs δ κ, Dico quod ipsa δ κ, ex binis est secũda nominibus, Cõstruantur enim eadem quæ & in præcedenti. Et quoniam α ϐ, ex binis medijs est prima diuisa in γ, ipsæ α γ, γ β, igitur (per 37 decimi,) mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles rationale cõprehendentes. Quare (per 24 decimi & quæ ex α γ, γ ϐ, media sit mediũ igitur (per correlariũ 23 decimi, est δ λ. Et ad ipsam δ ι cõparatur, ratiõalis igitur est (per 22 decimi μ δ, & ipsi δ ι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniã rationale est quod bis sub α γ, γ β, rationale est & μ ξ, ad ipsamq; μ λ, rationalem comparatur, rationalis igitur est (per 20 decimi) μ κ, & lõgitudine commensurabilis ipsi μ λ, hoc est ipsi δ ι, incommensurabilis igitur est δ μ, ipsi μ κ longitudine. Suntque rationales ipsæ.

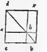
igitur

igitur δ μ, μ ν, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est (per 56 decimi δ ν. Ostendēdū iam quod & secunda. Quoniā enim quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ ϵ, maius est igitur & δ λ ipso α ξ, quare (per primam sexti,) & δ μ ipsa μ ν. Et quoniam commensurabile est quod est ex α γ, ei quod ex γ ϵ, commensurabile est & δ ι ipsi κ λ. Quare & δ κ, ipsi κ μ, commensurabilis est, & id quod sub δ κ, κ μ, æquū est ei quod ex ξ ο. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν, maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & μ ν. ipsi δ ι longitudine commensurabilis est, ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est secunda, quod erat ostendendū. Eucli. ex Camp. Propositio 56



56 CVm adiūcta fuerit lineæ in lōgitudine rationali superficies rectāgula æqualis quadraco bimedialis secundi, latus eius secūdum binomium tertium esse necesse est.

CAMPANVS Si fuerit linea a b bimediale secūdum diuisa per terminū suū ad pūctū c, reliqua uero omnia fuerint ut prius, erit linea f g binomiū tertiū Erit enim ex 31 & nostris positionibus utraq; superficierū e n & m g, medialis, quare per 30 utraq; duarū linearū f m & n g erit rationalis in potentia tantum lineæ e f rationali potentia commensurabilis At quia bimedialis secundi partes sunt communicantes in potentia tantum, erit superficies e l communicans superficiei l m, & ideo linea f l lineæ l n, potentior ergo est per primam partem 15 f n quam sit n g. in quadrato lineæ sibi communicantis in lōgitudine Cūq; sint superficies a h & quadratū h b incōmēsurabilia, eo quod lineæ a c b incōmensurabiles, ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus supplemētis pariter acceptis eo quod quadrata sibi inuicem communicant ex hypothesi. supplementa quoque cum sibi inuicem sint æqualia, sequitur ut superficies e n sit incommensurabilis superficiei m g, & ideo linea f n, lineæ n g, per diffinitionem igitur est linea f g, binomium tertium Quod est propositum.





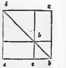
Eucli ex Zamb. Theorema 44 Propositio 62

62 Quod ex ea quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparatum latitudinem efficit, ex binis uominibus tertiam.

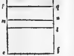
THEON ex Zāb. Esto (per 44 decimi) ex binis medijs secunda α β diuisa in medias in γ, ut maius segmentū sit α γ rationalis autem esto δ ε, & ad ipsam δ ε, ei quod ex α β æquū parallelogrammū cōparetur (per 44 primi δ ζ, latitudinē efficiens δ η, Dico quod δ η est ex binis nominibus tertia, Cōstruantur eadē quæ in præcedētibus. Et quoniā α β ex binis est secūda medijs diuisa in γ, ipsæ igitur α γ, γ β. (per 38 decimi mediæ sunt po^tia tātū cōmēsurabiles mediū cōprehēdētes, quare & cōstatū ex ijs quæ ex α γ, γ β, mediū est, & est æquale ipsi δ λ mediū igitur est & δ λ, cōparaturq; ad rationalē δ ε. Rationalis igitur est (per 22 decimi μ δ, & ipsi δ ε lōg tudine incōmēsurabilis, id propterea etiā μ ν rationalis est & ipsi μ λ incōmēsurabilis (hoc est ipsi δ ε) longitudine. Rationalis igitur est utraque ipsarum δ μ, μ ν, & ipsi δ ε longitudine incommensurabilis Et quoniā α γ ipsi γ β lōgitudine est incōmensurabilis, sicut autem (per lēma præcedēs 21 decimi) α γ ad γ β, sic quod ex α γ, ad id quod sub α γ, γ β, incōmēsurabile igitur est & quod ex α γ, ei quod sub α γ, γ β. Quare & cōstatū ex ijs quæ ex α γ, γ β, ei quod bis sub α γ, γ β, incōmēsurabile est, hoc est δ λ ipsi μ ξ. Quare (per 1 sexti, & 11 decimi) & δ μ ipsi μ ν incōmensurabilis est suntq; rationales. Ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est. Ostendendū quod & tertia. Similiter tū sicut in præcedētibus ratiocinabimur quod maior est δ μ ipsa μ ν. & quod δ κ ipsi κ μ cōmēsurabilis est. Estq; quod sub δ κ, κ μ, æquū ei quod ex μ ν. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν, maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili, & neutra ipsarū δ μ, μ ν, cōmēsurabilis est ipsi δ ε, lōgitudine, ipsa igitur δ ν, ex binis est tertia nominibus, quod erat ostendēdū. Eucli. ex Cāp Propositio 57



57 SI lineæ rationali rectangulū æquū quadrato lineæ maioris adiūgatur, alterum se cōtinentiū laterum erit binomium quartum.



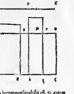
CAMPANVS. Si hæc quoque fuerit linea a b linea maior diuisa secundum terminum suũ ad punctum c, cunctaq; reliqua nõ fuerint aliter quam prius, erit linea f g binomium quartũ. Cum enim sint ambo quadrata portionum lineæ maioris pariter accepta rationale, erit superficies e n rationalis, ideoq; per 16 linea f n rationalis in longitudine, communicans lineæ e f rationali positæ, superficies uero m g erit medialis, propter illud quod portiones lineæ maioris cõtinent superficiem medialem, itaque per 20 linea n g est in potentia rationalis tantum, & quia etiam portiones præfatæ lineæ a b sunt potentialiter incommensurabiles, superficies e l incommensurabilis erit l m, ideoque linea f l, lineæ l n, igitur per primam partem 14 linea f n est potentior linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Ex diffinitione igitur est linea f g binomium quartum, quod erat propositum.



Eucli. ex Zãb. Theorema 45 Propositio 63

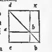
63 Quod ex maiore ad rationalem comparatarum latitudinem efficit ex binis quartam nominibus.

THEON ex Zamb. Sit maior α β, diuisa in γ, ut maior sit α γ, ipsa γ β, rationalis uero esto δ γ, & ei quod ex α β, æquum ad ipsam δ ε, comparetur (per 45 primi,) δ ζ, parallelogrammum, latitudinem efficiens δ η. Dico quod δ η, ex binis est quarta nominibus. Construantur eadem quæ in præostensis. Et quoniam (per 39 decimi) maior est α β, diuisa in γ, ipsæ α γ, γ β, potentia sunt incommensurabiles efficientes constatum ex ijs quæ ex ipsis fiũt quadrata rationale, quod uero sub ipsis medium. Quoniam igitur rationale est constatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, rationale igitur est δ λ, rationalis igitur est & μ δ, & ipsi δ ε longitudine commensurabilis. Rursus quoniam medium est quod bis sub α γ, γ β, hoc est μ ζ, & ad rationalem comparatur μ λ, rationalis igitur (per 22 decimi) est & μ η, & ipsi δ ε, longitudine incõmensurabilis. incommensurabilis igitur est (per 13 decimi,) & δ μ, ipsi μ η, longitudine. ipsæ igitur δ μ, μ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est δ η. Ostendendũ iam quod & quarta. Similiter iam sicut & in præcedentibus rationabimur quod maior est δ μ ipsa μ η. & quotquot sub δ κ, η μ, æquum est ei quod ex γ β. Quoniam igitur incommensurabile est quod ex α γ, ei quod ex γ β, incommensurabile igitur est & δ θ ipsi κ λ. Quare (per primam sexti & 11 decimi,) & δ κ, ipsi κ μ incommensurabilis est. Si autem fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore (per 17 decimi) æquum comparatum fuerit parallelogrammum ad maiorem forma quadrata deficiens, & in incõmensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest eo quod à sibi incommẽsurabili in longitudine, ipsa igitur δ μ, ipsa μ η maius potest eo quod à sibi incommensurabili, sunt & ipsæ δ μ, μ η, rationales potentia tantum commensurabiles & δ μ, commensurabilis est ipsi expositæ rationali δ ε, ipsa igitur δ η, ex binis nominibus est quarta, quod erat ostendendum.

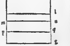


Eucli. ex Camp. Propositio 58

58 Si lineæ rationali quadrato lineæ potẽtis supra rationale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur, alterum latus eius, binomium quintũ esse necesse est.



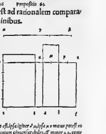
CAMPANVS Proposita linea a b ea quæ potest supra mediale & rationale diuisa secundum eius diffinitionem ad punctum c. nihil immutetur de reliquis, sequiturq; lineam f g esse binomium quintum, Cum enim partes huius lineæ a b contineãt rationalem superficiem necesse est ut superficies g m, ideoque per 16 linea n g) sit rationalis. Cumque ambo quadrata partium huius lineæ pariter accepta sint mediale, erit superficies e n medialis, & per 20 linea f n rationalis in potentia tantum lineæ f e potentia rationali communicans. At quia portiones præ-



prædictæ lineæ sunt incõmensurabiles in potentia, erit superficies e l incõmensurabilis superficiei m l, ideoq; & linea f l, lineæ l n: potentior igitur est per primam partem 16 linea f n linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Per diffinitionem itaq; binomij quinti, conclude propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 46 Propositio 64

64 Quod ex ea quæ rationale mediumq; potest ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis quintam nominibus.



THEON ex Zamber. Sit rationale mediumq; potens α β, diuisa in rectas lineas in γ, ut sit maior α γ, exponaturq; rationalis δ ε, & ei quod ex α β, æquum ad δ ε comparetur δ ζ (per 44 primi) latitudinem efficiens δ η. Dico quod δ η ex binis est quinta nominibus. Construantur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam α β est rationale mediumq; potens diuisa in γ, ipsæ igitur α γ, γ β, potentia sunt incõmensurabiles efficientes conflatum ex earum quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale. Quoniã igitur conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, medium est, medium igitur est δ λ. Quare rationalis est δ μ, & ipsi δ ε longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam rationale est quod bis sub α β, β γ, hoc est μ ζ, rationalis igitur est μ η, & ipsi δ ε longitudine commensurabilis. Incommensurabilis igitur est δ μ, ipsi μ η. Ipsæ igitur δ μ, μ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est δ η. Dico quod & quinta. Similiter namq; ostendetur quod quod sub δ κ, κ μ, æquũ est ei quod ex ν η, & quod δ κ ipsi κ μ longitudine incõmensurabilis est, ipsa igitur δ μ, ipsa μ η maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & ipsæ δ μ, μ η, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, & minor μ η, commensurabilis est ipsi δ ε longitudine. Ipsa igitur δ μ, ex binis est quinta nominibus. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 59

59 Quoties adiuncta fuerit lineæ rationali superficies rectangula æqualis quadrato lineæ potentis in duo medialia, eiusdem superficiei latus secundũ, binomium sextum esse conuincitur.



CAMPANVS. In hac 59 sit linea a b linea potens supra duo medialia, quæ autem præter hæc sunt, sicut supra, maneant, & erit tunc linea f g binomium sextum, quod ignorare non poteris, si præmissorũ eiusq; quod 55 proponit, immemor non fueris, & sic patet in hac, nostra intentio.

Eucli ex Zamb. Theorema 47 Propositio 65

65 Quod ex bina media potente ad rationalem comparatum latitudinem efficit ex binis nominibus sextam.

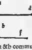


THEON ex Zamber. Esto (per 47 decimi) bina potens media α β, diuisa in γ, rationalis autẽ esto δ ε, & ad ipsam rationalem δ ε, et quod ex α β æquum comparetur (per 44 primi) δ ζ, latitudinem efficiens δ η. Dico quod ipsa δ η, ex binis nominibus est sexta. Construantur etenim eadem quæ & in præcedentibus. Et quoniam α β bina media potens, est diuisa in γ, ipsæ igitur (per 41 decimi) α γ, γ β, potentia sunt incommensurabiles efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium & insuper incommensurabile composito ex earum quadratis. Quare per ea quæ ostensa sunt, medium est utrumq; ipsorum δ λ, μ ζ. Et ad rationalem δ ε comparatur, rationalis igitur est (per 22 decimi) utraq; ipsarum δ μ, μ η, & ipsi δ ε longitudine incommensurabilis. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, incommensurabile est ei quod bis sub α γ, γ β, incommensurabile igitur est (per secundam partem 11 decimi) δ λ ipsi μ ζ. Incommensurabilis igitur est (per primam sexti & 11 decimi) & δ μ ipsi μ η. Ipsæ igitur δ μ, μ η, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est δ η. Dico quod & sexta. Similiter namq; rursus ut prius demonstrabimus, quia quod sub δ κ, κ μ, æquum est ei quod ex ν η, & quod δ κ ipsi κ μ longitudine incommensurabilis est,

bilis est, ac id propterea δμ ipsa μα maius potest eo quod ex sibi longitudine cōmensurabili, & neutra ipsarum δμ, μα, cōmensurabilis est expositæ rationali δν lōgitudine. Ipsa igitur δα (per secundas diffinitiones) ex binis est sexta nominibus, quod erat ostendendū.

Eucli. ex Camp. Propositio 60

60 **Omnis linea cuilibet binomiorum cōmunicans, sub eadem specie binomium esse probatur.**



CAMPANVS. Sit linea a binomium cuiuscunque speciei, sitq; linea b ei cōmunicans in longitudine. Dico lineam b esse binomium eiusdem speciei cuius a, sint enim binomiales portiones a, c & d, eruntq; ambæ rationales in potentia tāmm communicantes per 30. linea uero b diuidatur per 11 sexti secūdū proportionem c ad d, in e & f, eritq; per coniunctam & euersam & permutatam proportionalitatem c ad e, & d ad f, sicut a ad b. Cum sint igitur a & b communicantes, erunt etiam per primam partem 10 c & e, itemq; d & f, cōmunicantes. Si igitur fuerit c rationalis in potentia tantū, erit & e, si autē in lōgitudine, & e. Eodemq; modo si d est rationalis in potentia tantum uel etiam in lōgitudine, erit quoq; & f similiter, & ex 11 si potentior est c, d, in quadrato lineæ sibi cōmensurabilis in lōgitudine, uel si forte incōmensurabilis, erit & e potentior f in quadrato lineæ sibi cōmensurabilis uel etiam incōmensurabilis, necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomiorū, ut eiusdem speciei binomij sint a & b. Si autem linea d cōmunicet binomio a in potentia tantum erit etiam & sic linea b. Binomiū autem eiusdem esse speciei non est necessarium, immo impossibile est ut ambæ simul cadant sub prima specie binomiorū uel sub secūda, quarta uel quinta, sed necesse est ut ambo cadāt sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis, unum enim eorum esse in aliqua ex tribus primis speciebus, & aliud in aliqua ex tribus postremis, est impossibile. Cum enim a cōmunicet cum b in potentia tantum c quoq; com e, & d cum f communicabit tātum in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum c & d fuerit rationalis in longitudine, non erit sua compar ex lineis e & f rationalis in lōgitudine. Non est itaq; possibile ut a & b cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorū, in quibus altera duarum portionum binomij est rationalis in longitudine, hæ autem species sunt, prima & secūda, quarta & quinta. At uero quia per 14 duæ lineæ c & e simul potentiores sunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum sibi in longitudine communicantium aut incommunicantium, necesse est ut ambo binomia a & b simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineam antem b quid dubitas esse binomium? cum sint enim c & e communicantes in potentia tantum, similiter quoq; d & f, sint autem c & d rationales in potentia, conuincitur e & f esse rationales in potentia tantum, quæ quia non communicant in longitudine sicut nec eis proportionales c & d, ipsæ componunt indubitanter binomium per 30 huius.

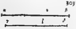
Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 29

66 **Ei quæ ex binis nominibus longitudine commensurabilis, ipsa quoq; ex binis nominibus est ac in ordine eadem.**



THEON ex Zamb. Esto ex binis nominibus αβ & ipsi αβ longitudine cōmensurabilis esto γδ. Dico quod ipsa γδ ex binis nominibus est, & in ordine ipsi αβ eadem. Quoniam enim (per 42 decimi) ex binis nominibus est αβ, diuidatur in nomina in ε, sit maius nomen αε. Ipsæ igitur αε, εβ, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Fiatq; sicut αβ ad γδ, sic αε ad γζ. Et reliqua igitur εβ, ad reliquam ζδ, (per 19 quinti) est sicut αβ ad γδ. Commensurabilis autem est (per hypothesin) αβ ipsi γδ longitudine. Cōmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & ipsa αε ipsi γζ, & εβ ipsi ζδ. Suntq; rationales ipsæ αε & εβ, rationales igitur sunt (per 11 decimi) & ipsæ γζ, ζδ. Et quoniā est sicut αε ad γζ, sic est εβ ad ζδ, uicissim igitur (per 16 quinti) sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Ipsæ autem αε, εβ, tantum potentia sunt cōmensurabiles, & ipsæ γζ, ζδ, igitur potentia tantum sunt cōmensurabiles, suntq; rationales ex binis igitur nominibus est ipsa γδ. Dico iam quod in ordine est eadem ipsi αβ. Ipsa αε, ipsa εβ aut maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili, uel eo quod ex sibi incōmensurabili. Si uero αε ipsa εβ maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili, & γζ ipsa ζδ (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi commensurabili. Et si αε expositæ rationali cōmensurabilis fuerit, & γζ eidem commensurabilis erit (per 12 decimi) idq; propterea utraq; ipsarum αβ, γδ, ex binis nominibus est prima, hoc est in ordine eadem. Si uero εβ commensurabilis est ipsi expositæ rationali, & ζδ eidem commensurabilis est. Ac per hoc rursus in ordine eadem est

ipsi αβ

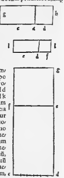


ipsi α β, utraque enim ipsarũ est ex binis nominibus secunda. Si uero neutra ipsarum α ε, ε β, cõmensurabilis est expositæ rationali, neutra etiam ipsarũ γ ζ, ζ δ, eadem erit commensurabilis, & utraque tertia est. Si autem α ε ipsa ε β mai⁹ potest eo quod ex sibi incommensurabili, & γ ζ, ipsa ζ δ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, & si α ε expositæ rationali commensurabilis est, & γ ζ eidem cõmensurabilis est, & utraque erit quarta. Si autem ε β, & ζ δ, & erit utraque quinta. Si uero neutra ipsarum α ε, ε β, & ipsarum γ ζ, ζ δ neutra commensurabilis est expositæ rationali, erit & utraque sexta. Quare ei quæ ex binis nominibus longitudine commensurabilis, ex binis nominibus est, & in ordine eadem, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 61

61 Omnis linea alterutri bimedialium commensurabilis, sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Veritatem habet quod dicitur, siue in longitudine, siue etiam in potentia tantum cõmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim duæ lineæ cõmunicantes a & b quouis duorum modorum prædictorũ, sitque a bimediale primum uel secundum, dico quod etiam b est bimediale primum uel secundum, prout fuerit a. Diuiso enim a bimediali in suas bimediales portiones ex quibus componitur per 31 & 32 quæ sint c & d, b quoque diuisa in e & f secundum proportionẽ c ad d ut docet 11 sexti, positaque g superficie contenta sub c & d, & k sub e & f, & posito h quadrato d, & l, f, erit per coniunctã & euersam & permutatam proportionalitatẽ quemadmodũ in præmissa c ad e & d ad f, sicut a ad b. sicut igitur ex positione a & b sunt cõmunicantes, siue hoc sit in longitudine siue in potentia, sic c & e, itemque d & f, similiter erunt cõmunicantes. At quia c & d sunt mediales potentia tantũ cõmunicantes, sequitur ex 12 ut e & f sint etiam mediales, & ex 10 potentia tantum cõmunicantes, cum ipsæ per hypothesin sint proportionales c & d. Cumque sit per primam sexti g ad h, sicut c ad d & k ad l sicut e ad f, erit g ad h sicut k ad l, & permutatim g ad k sicut h ad l. Quia igitur h est cõmunicans l, eo quod duo eorum latera quæ sunt d & f cõmunicant in longitudine uel in potentia secundum quod a & b in alterutro eorum cõmunicant, sequitur ex 10 ut g & k quoque sibinuicem cõmunicent. erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione superficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantum differt bimediale primũ a bimediali secũdo, quod portiones bimedialis primi in quas secũdum suum terminũ diuiditur, continent superficiẽ rationalem, bimedialis autẽ secundi, medialem. Si igitur a fuerit bimediale primũ, erit superficies g rationalis, quare & k, & ideo b bimediale primũ per 31. Quod si a fuerit bimediale secũdum, erit superficies g medialis, ob hoc etiam & k, b itaque per 32 erit bimediale secundum, quare constat propositũ. Idem aliter. Ad lineam rationalem c d (posita a alterutro bimedialium, & b sibi in longitudine uel potentia cõmunicante) adiungatur superficies c e æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntque superficies c e & f g cõmunicantes, eo quod quadrata eis æqualia quæ sunt quadrata linearum a & b sunt cõmunicantia ex hypothesi: ex prima igitur sexti & decima huius, necesse est duas lineas d e & e g esse cõmunicantes. Et quia si a fuerit bimediale primum, linea d e erit binomium secũdum per 55, ideoque e g etiam binomium secundum per præmissam, quare latus tetragonicũ superficiei f g (& ipsum est b) bimediale primũ per 49, at uero si a fuerit bimediale secũdum linea d e erit binomium tertium per 56, ideo e g est binomium tertium per præmissam, quare & latus tetragonicũ superficiei f g (& ipsum est b) bimediale secundum per 50, manifestũ est igitur uerum esse quod proponitur.

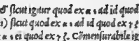


Eucli. ex Zamb. Theorema 49 Propositio 67

67 Ei quæ ex binis medijs longitudine cõmensurabilis, & ipsa ex binis est medijs, & in ordine eadem.

THEON ex Zamb. *Esto ex binis medijs α β, & ipsi α β cõmensurabilis esto longitudine γ δ. Dico quod γ δ ex binis est medijs, & in ordine ipsi α β eadem. Quoniam enim α β ex binis medijs est diuisa in medias in ε, ipsæ igitur α ε, ε β (per 37 & 38 decimi) mediæ sunt potentia tantum cõmensurabiles.*

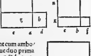
rabiles. Fiatq; (per 11 sexti) sicut αβ ad γδ, sic αε ad γζ, & reliqua igitur εβ ad ζδ, reliquã (per 19 quinti) est sicut αβ ad γδ. Cõmensurabilis autem est αβ ipsi γδ longitudine, cõmensurabilis igitur est & αε ipsi γζ, & εβ ipsi ζδ, suntq; mediæ ipsæ αε, εβ, mediæ igitur sunt & γζ, ζδ. Et quoniam est sicut αε ad εβ, & γζ ad ζδ, ipsæ autem αε, εβ, potentia tantum sunt cõmensurabiles, & ipsæ igitur γζ, ζδ, potentia tantum sunt cõmensurabiles. Ostensum autem quod mediæ. Ipsa igitur γδ, ex binis est medijs. Dico quod & in ordine eadem est ipsi αβ. Quoniam enim est sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ, & sicut igitur quod ex αε ad id quod sub αε, εβ, sic quod ex γζ ad id quod sub γζ, ζδ. Vicissim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex αε ad id quod ex γζ, sic quod sub αε, εβ, ad id quod sub γζ, ζδ. Commensurabile autem est quod ex αε ei quod ex γζ. Cõmensurabile igitur & quod sub αε, εβ, ei quod sub γζ, ζδ. Si igitur rationale est quod sub αε, εβ, & quod sub γζ, ζδ, rationale est, ac per hoc est ex binis medijs prima. Si autem medium fuerit quod sub αε, εβ, medium erit & quod γζ, ζδ, & utraq; est secunda, ac per hoc & γδ erit ipsi αβ in ordine eadem. Quod erat ostendendum.

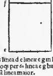


Eucli. ex Camp. Propositio 62

62 **O**Mnis linea communicans lineæ maiori, est linea maior.

CAMPANVS. Et hæc quoq; ueritatẽ habet, si utrolibet modo cõmunicans fuerit aliqua linea lineæ maiori. Esto enim a linea maior, b uero quouis sibi cõmunicans modo, erit b linea maior. Diuisa nanq; a in eas portiones ex quibus constat per 39 quæ sunt c & d, & b secundum earum proportionẽ in e & f, positoq; quod g sit superficies contenta sub c & e, & κ sub e & f, & m & h sint quadrata c & d, at n & l, e & f, erit m ad h sicut n ad l, per secundam partem 15 sexti, & coniunctim m & h ad h, sicut n & l ad l, & permutatim m & h ad n & l, sicut h ad l, quia ergo h cõmunicat cum l eo q̃d d communicat cum f, aut in lõgitudine aut in potentia prout a cõmunicat cum b, sequitur ut ambo quadrata m & h pariter accepta cõmunicent cum ambobus quadratis n & l pariter acceptis. Cum itaque duo prima pariter accepta sint rationale per 39, erunt quoq; & duo postrema rationale per diffinitionẽ. At quia superficiẽ κ necesse est esse medialẽ sicut g ex 21, lineasq; e & f esse incõmensurabiles in potentia sicut c & d ex 39, cõcluditur per 39 lineam b esse lineam quæ dicitur maior, quod est propositũ. Idem aliter. Cum sit a linea maior cui b cõmunicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia, sumpta linea rationali quæ sit c d, adiũgatur superficies ei c e, æqualis quadrato lineæ a, deinde f g æqualis quadrato lineæ b. Cum igitur quadrata duarũ linearum a & b sint cõmunicantia ex hypothesi, erit superficies c e cõmunicans superficiei f g, ideoq; per primam sexti & 10 huius linea d e lineæ e g in longitudine. At quia ex 57 linea d e est binomiũ quartum, erit quoq; per 66 linea e g binomium quartum. igitur ex 54 linea b potens in superficiem f g, est linea maior.

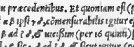




Eucli. ex Zamb. Theorema 50 Propositio 68

68 Maiori commensurabilis, eadem quoq; maior.

THEON ex Zamb. Esto maior αβ, & ipsi αβ cõmensurabilis esto γδ. Dico quod & γδ maior est. Diuidatur αβ in ε. ipsæ igitur αε, εβ (per 39 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficientes quidem conflatum ex earum quadratis rationale, quod uero sub ipsis medium. Fiantq; eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam est (per 2 sexti) sicut αβ ad γδ, sic est αε ad γζ & εβ ad ζδ, cõmensurabilis autem est αβ ipsi γδ, cõmensurabilis igitur est & utraq; ipsarũ αε, εβ, utriq; ipsarũ γζ, ζδ. Et quoniam est sicut αε ad γζ, sic εβ ad ζδ, & uicissim (per 16 quinti) sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Et componendo igitur (per 18 quinti) sicut αβ ad εβ, sic γδ ad ζδ, & sicut igitur (per 22 sexti) quod ex αβ ad id quod ex βε, sic quod ex γδ ad id quod ex ζδ. Similiter iam demonstrabimus quod & sicut quod ex αβ ad id quod ex αε, sic quod ex γδ ad id quod ex γζ. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex αβ ad ea quæ ex αε, εβ, sic quod ex γδ, ad ea quæ ex γζ, ζδ. Et uicissim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex αβ ad id quod ex γδ, sic quæ ex αε, εβ, ad ea quæ ex γζ, ζδ. Commensurabile autem est id quod ex αβ, ei quod ex γδ. Cõmensurabilia sunt igitur & quæ ex αε, εβ, eis quæ ex γζ, ζδ. Suntq; quæ ex αε, εβ, simul, rationale, & quæ ex γζ, ζδ, simul, rationale. Similiter autem & quod bis sub αε, εβ, commensurabile est ei quod bis sub γζ, ζδ. At quod bis sub αε, εβ, medium est: medium igitur est & quod bis sub γζ, ζδ. ipsæ igitur γζ, ζδ, potentia sunt incõmensurabiles, efficientes

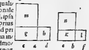


conflatum

conflatum ex earum quadratis simul rationale, & quod bis sub ipsis medium. Tota igitur γ δ (per 57 decimi) irrationalis est, maior appellata. Maiori igitur cõmensurabilis, & eadem maior est, quod ostendendũ fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 63

63 SI qua linea lineæ potenti in rationale & mediale cõmunicet, ipsa in rationale & mediale potens esse comprobatur.

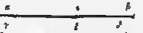


CAMPANVS. Verum quoq; est, q qualitercũq; linea aliqua sit cõmunicans potenti in rationale & mediale siue in longitudine siue in potentia tantũ, ipsa etiam est potens in rationale & mediale, quod sicut prius duplici modo probatur, necesse est autem quantũ ad primum modum, q sicut duæ lineæ c & d sunt in potẽtia incõmensurabiles, ita sint etiam e & f per 10, & q quẽadmodum g est superficies rationalis (nam talem continẽt portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiã per diffinitionẽ sit K rationalis, & quemadmodũ duo quadrata m & h pariter accepta sunt mediale, sic etiam per 11 duo quadrata m & l pariter accepta erunt mediale, igitur ex 54 b est potẽs in rationale & mediale. Quantum autem ad secundum modum, necesse est ex 58, ut linea d e sit binomium quintũ, ideo q & per 60 linea e g est binomium qnintũ, quare per 51 latus tetragonicũ superficiei f g, quod est b, erit linea potens in rationale & mediale, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 51 Propositio 69

69 Rationale ac medium potenti cõmensurabilis, & eadem rationale ac medium potens est.



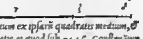
THEON ex Zamb. *Esto rationale mediumq; potens α β, & ipsi α β cõmensurabilis esto γ δ. Ostendendũ quod & γ δ rationale ac mediũ potens est. Distribuatur (per 46 decimi) α β in rectas lineas in ε. Ipsæ igitur α ε, ε β, (per 40 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficientes quidem compositũ ex earũ quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale, & eadem construantur quæ in præcedentibus. Similiter iam demonstrabimus quod γ ζ, ζ δ, potentia sunt incõmensurabiles, & cõmensurabile est conflatũ ex ijs quæ ex α ε, ε β, conflato ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quod autem sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Quare & conflatũ ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quadratis, medium est, quod uero sub γ ζ, ζ δ, rationale. Rationale igitur est ac medium potens, ipsa γ δ. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 64

64 OMnis linea cõmunicans potenti in duo medialia, ipsa quoq; potens est in duo medialia. CAMPANVS. Hæc quoq; manẽtibus eisdem dispositione & positiõibus, eo duplici modo quo præmissæ probabitur uera esse, siue in lõgitudine siue in potentia cõmunicet linea b cum linea a potente in duo medialia. Quantũ enim ad primum argumẽtationis modum erit per 55 superficies g medialis, ideo q & k per 23, cum cõmunicet ei. duo quoq; quadrata m & h pariter accepta erunt ex eadem 55 mediale, ideo q duo n & l pariter accepta per 23. At quia duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 55 sunt incõmensurabile duplo supficiei g sequitur per 10 & nostras positiones ut duo quoq; l & n pariter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei K, cum itaq; sint e & f incõmensurabiles in potentia quemadmodum c & d, erit ex 55 linea b potens in duo medialia. Quantũ autem ad secũdum solitæ argumẽtationis modum erit per 59 d e binomiũ sextũ. ideo q etiã per 60 linea e g erit binomiũ sextũ, quare per 53 latus tetragonicũ supficiei f g quod est b, erit potens in duo medialia. Quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 52 Propositio 70

70 Bina potenti media commensurabilis, bina potens est media.



THEON ex Zamb. *Esto bina potens media α β & ipsi α β cõmensurabilis esto γ δ. Ostendendũ quod & γ δ, bina potẽs est media. Quoniã enim bina potens est media α β, distribuatur (per 47 decimi) in rectas lineas in ε, igitur α ε, ε β, (per 41 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatum ex ipsarũ quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & incõmensurabile est conflatũ ex ipsarũ α ε, ε β, quadratis, ei quod sub α ε, ε β. Construãtur eadem quæ in præcedentibus. Similiter iam demonstrabimus quod & ipsæ γ ζ, ζ δ, potentia sunt incõmensurabiles, & compositũ ex ijs quæ ex α ε, ε β, composito ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, cõmensurabile est: quod autem sub α ε, ε β, ei quod*

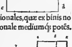
sub γζ, ζδ, quare & conflatũ ex ipsarũ γζ, ζδ, quadratis medium est, & quod sub ipsis γζ, ζδ medium, & insuper in cõmensurabile est conflatũ ex ipsarũ γζ, ζδ, quadratis, et quod sub γζ, ζδ. Ipsa igitur γδ, bina potẽs est media, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 65

65 SI duæ superficies quarum altera rationalis altera uero medialis, coniungãtur, linea potens in totam superficiem inde compositã aliqua erit quatuor irrationaliũ linearũ, uidelicet aut binomium, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potens in rationale & mediale.

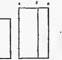
CAMPANVS. Vt si a sit rationalis superficies, & b medialis, erit linea potens in totã a b, aliqua præmissarũ quatuor. Sit enim linea cd rationalis, cui adiũgatur ce æqualis a, & fg æqualis b, eritq́; ex 16 linea de rationalis in longitudine, cõmunicans lineæ cd rationali positæ, & ex 20 linea eg rationalis in potentia tantũ, & ex 50 linea dg binomium, cuius cum altera binomialiũ portionũ quæ est de, sit rationalis in longitudine cõmunicans lineæ rationali positæ quæ est cd, ipsum erit ex diffinitione specierũ binomij aut binomiũ primum, aut secundũ, aut quartũ, aut quintũ: tertiũ autem aut sextum nõ erit ex diffinitione, itaq; ex 44, 49, 51, & 52, linea potens in totam cg quæ est æqualis duabus simul a & b, erit aut binomiũ, aut bimediale primum, aut linea maior, aut potens in rationale & mediale, quod est propositũ. Bimediale uero secundũ, aut potẽs in duo medialia nõ erit, quoniã si esset bimediale secundũ, esset ex 56 linea dg binomium tertiũ, q; si esset potens in duo medialia, esset ex 59 linea dg binomiũ sextũ, sed neutrũ erat. Vnde patet nostra intentio.





Eucli. ex Zamb. Theorema 55 Propositio 71

71 Rationali ac medio cõpositis, quatuor fiunt irrationales, quæ ex binis nominibus, quæ ex binis prima medijs, maior, ac rationale mediumq́; potẽs.

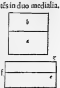


THEON ex Zamb. *Sit rationale αβ, mediũ autẽ γδ. Dico quod ipsam αδ areolam potẽs, aut ex binis nominibus est, aut ex duobus prima medijs, aut maior, aut rationale mediumq́; potens. Ipsa etenim αβ, ipsa γδ aut maior aut minor est. Esto prius maior, exponaturq́; rationalis εζ, cõpareturq́; (per 44 primi) ad ipsam εζ ipsi αβ æqua areola εη, latitudinẽ efficiens εθ. Ipsi autẽ δγ æquũ ad εζ, hoc est θη, cõparetur θι latitudinẽ efficiens θκ. Et quoniã rationale est αβ, & æquale est ipsi εη, rationale igitur est & εη. Et ad ipsam rationalẽ εζ cõparatur, latitudinẽ efficiens εθ, rationalis igitur est εθ, & cõmensurabilis est ipsi εζ longitudinẽ. Rursus quoniã medium est γδ, & æquũ est ipsi θι, mediũ igitur est & θι. Et ad rationalẽ εζ cõparatur, hoc est ad ipsam θη, latitudinẽ efficiens θκ, rationalis igitur est θκ, & ipsi εζ lõgitudine incõmensurabilis. Et quoniã medium est γδ, rationale autẽ αβ, incõmensurabile igitur est αβ ipsi γδ, quare & εη incõmensurabile est ipsi θι. Sicut aũt εη ad θι, sic (per 1 sexti) est εθ ad θκ. Incõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & εθ, ipsi θκ longitudine. Et ambæ sunt rationales, ipsæ igitur εθ, θκ, rationales sunt, potẽtia tantũ cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est εκ, diuisa in θ. Et quoniã maius est αβ ipso γδ, æquũ autẽ est αβ ipsi εη, & γδ ipsi θι, maius igitur est εη ipso θι, & εθ igitur maior est ipsa θκ. Igitur εθ, ipsa θκ maius potest, aut eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili, aut eo quod ex sibi incõmensurabili. Possit prius maius eo quod ex sibi cõmensurabili. Estq́; maior εθ cõmensurabilis expositæ rationali εζ. Ipsa igitur εκ (per secũdas diffinitiones) ex binis nominibus est prima. Rationalis autẽ est εζ. Si areola uero cõprehendatur sub rationali & ex binis nominibus prima, quæ areolam potest, ex binis nominibus est (per 54 decimi.) Igitur quæ ipsum ει potest, ex binis nominibus est. Quare & ipsum αδ potens, ex binis nominibus est. Possit uero εθ ipsa θκ, maius eo quod ex sibi incõmensurabili, estq́; maior εθ, cõmensurabilis ipsi εζ expositæ rationali lõgitudine. Ipsa igitur εκ, ex binis nominibus est quarta. Rationalis aũt est εζ. Si uero areola cõprehendatur sub rationali ac ex binis quarta nominibus, quæ areolam potest, irrationalis est appellata maior (per 57 decimi.) Igitur quæ ipsam ει potest areolã, maior est. Quare & ipsam αδ potens maior est. Sed iam esto minus αβ ipso γδ, & εη igitur, ipso θι minus est, quare & εθ, minor est ipsa θκ. At θκ ipsa εθ maius potest, aut eo quod ex sibi cõmensurabili, aut eo quod ex sibi incõmensurabili. Possit prius maius eo quod ex sibi cõmensurabili longitudine, & minor εθ est, cõmensurabilis longitudine ipsi εζ expositæ rationali, ipsa igitur εκ, ex binis nominibus est secũda. Rationalis autẽ est εζ. Si uero areola cõprehendatur sub rationali, & ex binis secũda nominibus, quæ areolã potest, ex binis est prima medijs (per 55 decimi) quæ igitur ipsam ει potest areolam, ex binis est prima medijs. Quare & quæ ipsam αδ areolam potest, ex binis medijs est prima. At quia θκ, ipsa εθ maius possit, eo quod ex sibi incõmensurabili, & minor εθ est, cõmensurabilis expositæ rationali εζ. Ipsa igitur ε*

θ, ex

κ, ex binis nominibus est quinta. Rationalis autē est εζ. Si uero areola cōprehendatur sub rationali & ex binis nominibus quinta, quæ areolam potest, rationale ac medium potens est (per 58 decimi.) Quæ igitur ipsam ει areolam potest, rationale ac medium potest, quare & ipsam αδ areolam potens, rationale ac medium potest. Rationali igitur ac medio cōpositis, quatuor irrationales fiunt, quæ ex binis nominibus, quæ ex binis prima medijs, maior, & rationale mediumq; potens, quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 66

66 **Cum cōiunctæ fuerint duæ superficies mediales incōmensurabiles linea potēs in totam superficiē alterutra erit duarū irrationaliū linearū, uidelicet aut bimediale secūdū, aut potēs in duo medialia.**



CAMPANVS. Verbi a & b sint duæ supficies mediales incōmensurabiles (si enim essent cōmensurabiles, esset cōposita ex eis medialis ex 9 & 22, quare & linea potēs in eā, medialis ex 19) dico quod linea potens in cōpositam ex ambabus, erit aut bimediale secundū, aut potens in duo medialia. Sit quidē linea c d, rationalis, supficies uero sibi adiuncta c e æqualis a, & superficies f g æqualis b, eritq; ex 20 linea d e, similiter quoq; linea e g, rationalis in potētia tantū. Cumq; supficies c e & f g, sint incōmensurabiles sicut a & b eis æquales, ideoq; lineæ d e & e g ex prima sexti & 10 huius, erit ex 30 linea d g binomiū. Cuius cum utraq; binomialiū portionū quæ sunt d e & e g, sit incōmensurabilis lineæ rationali positæ quæ est c d, ipsum erit ex diffinitione binomiū tertiū aut sextū. Linea ergo potens in totā c g æqualem cōpositæ ex a & b, erit ex 50 & 51, aut bimediale secundū, aut potēs in duo medialia. Quod est propositū. Eucli. ex Zamb. Theorema 54. Propositio 72

72 **Binis medijs adinuicem incōmensurabilibus cōpositis, reliquæ duæ irrationales fiunt, quæ ex binis secunda medijs, & quæ bina potens est media.**

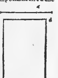


THEON ex Zamb. Cōponantur etenim bina media adinuicē incommensurabilia αβ, γδ. Dico quod αδ areolā potens, aut ex binis est secūda medijs, aut bina potēs est media. Ipsum namq; αβ ipso γδ aut maius est aut minus. Sit prius maius αβ ipso γδ, exponaturq; rationalis εζ, & ipsi αβ æquū ad ipsam εζ (per 45 primi) cōparetur εη, latitudinē efficiens εθ, ipsi autē γδ æquū θι, latitudinē efficiens θκ. Et quoniā utrunq; ipsorū αβ, γδ, mediū est, & utrūq; igitur ipsorū εη, θι, mediū est. Et ad ipsam εζ rationalē cōparatur, latitudinē efficiens ipsas εθ, θκ, utraq; igitur ipsarū εθ, θκ, rationalis est (per 22 decimi) & ipsi εζ lōgitudine incōmensurabilis. Et quoniam αβ ipsi γδ incōmensurabile est, & æquū est αβ quidē ipsi εη, & γδ ipsi θι, incōmensurabile igitur est & εη ipsi θι. Sicut autē (per 1 sexti) εη ad θι sic est εθ ad θκ, incōmensurabilis igitur est (per 11 decimi) εθ ipsi θκ lōgitudine. Ipsæ igitur εθ, θκ, rationales sunt, potētia tantum cōmensurabiles. Ipsa igitur εκ, ex binis nominibus est. Ipsa autē εθ ipsa θκ aut maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili, aut eo quod ex sibi incōmensurabili. Possit prius maius eo quod ex sibi cōmensurabili longitudine, & neutra ipsarū εθ, θκ, cōmensurabilis est longitudine ipsi εζ expositæ rationali. Ipsa igitur εκ (per 50 decimi) ex binis est tertia nominibus. Rationalis autē est εζ. Si uero areola cōprehendatur sub rationali & ex binis nominibus tertia, quæ areolam potest, ex binis est secūda medijs (per 56 decimi.) Quæ areolam igitur ει, hoc est αδ potest, ex binis est secūda medijs. Sed iam εθ ipsa θκ, maius possit, eo quod ex sibi lōgitudine incōmensurabili. Et quoniā incōmensurabilis est utraq; ipsarū εθ, θκ, ipsi εζ lōgitudine, ipsa igitur εκ ex binis est sexta nominibus (per 53 decimi.) Si uero sub rationali & ex binis sexta nominibus areola cōprehendatur, quæ areolā potest, bina potēs est media (per 59 decimi.) Quare & quæ αδ potest areolā, bina potens est media. Similiter iam ostendemus, quod & si minor fuerit αβ ipsa γδ, quæ ipsam αδ areolā potest, aut ex binis est secūda medijs, aut bina potēs est media. Binis igitur medijs inuicē incōmensurabilibus cōpositis, reliquæ irrationales fiūt, quæ ex binis secūda medijs & quæ bina potens est media. Quod erat ostendendū. Eucli. ex Camp. Propositio 67

67 **Cum posita fuerit linea binomialis cæteræq; irrationales sequentes eam, non erit earum aliqua sub termino alterius.**

CAMPANVS. Vult quod si linea aliqua ut a, fuerit aliqua ex sex præhabitis lineis irrationalibus quæ sunt binomium & eius quinq; comites, ipsa nō erit aliqua aliarū. Si enim quadrato eius æqualis superficies adiungatur ad lineam rationalem b c quæ sit b d, si quidem a fuerit binomiū, erit ex 54 linea c d binomiū primum. Quæ si fuerit bimediale primum, erit c d ex 55 binomium secundum. Si autem bimediale secūdum, erit c d ex 56 binomium tertium. Et si linea maior, erit c d ex 57 binomium quartū. At si potens in rationale & mediale, aut si potens in duo medialia, erit

ex 58 c d binomium quintum, aut ex 59 binomiū sextum. Et quia impossibile est c d esse simul sub diuersis speciebus binomiorū a diffinitione, est impossibile a esse simul sub diuersis speciebus sex præhabitarū linearum irrationaliū. De linea autē mediali constat quod ipsa quoq; non sit aliqua sex sequentiū, uidelicet neq; binomium, neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies æqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineam rationalem, latus eius secundum est rationale in potentia ex 20. Cum autē superficies æqualis quadrato binomij, aut alicuius suarum comitū, latus eius secundum est binomium, aut primum, aut secundum, & sic de cæteris per 54 quinq; eam sequentes. Quare ipsum est irrationale & in longitudine & in potentia per 50. Cum igitur sit impossibile eandem lineā esse rationalē in potētia, & irrationalē tam in longitudine q̄ in potentia, nimirū impossibile lineā medialē esse binomialē, aut aliquā ex quinq; suis comitibus.



THEON

Quæ ex binis nominibus, & post ipsam irrationales, neq; mediæ, neq; inuicem sunt eædem. Quod enim ex media ad rationalem comparatū, latitudinem efficit rationalem, & ei longitudine incōmensurabilem ad quam comparatur (per 22 decimi.) Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatū, latitudinē efficit ex binis nominibus primam (per 60 decimi.) Quod ex ea uero quæ ex binis prima medijs ad rationalē comparatū, latitudinē efficit ex binis nominibus secundam (per 61 decimi.) Quod ex ea autem quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparatū, latitudinē efficit ex binis nominibus tertiam (per 62 decimi.) Verum quod ex maiore ad rationalē comparatū, latitudinē efficit ex binis nominibus quartam (per 63 decimi.) Sed quod ex rationale ac medium potente ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus sextam (per 65 decimi.)

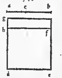
Quoniam prædictæ latitudines differunt & à prima & adinuicem, à prima quoniam rationalis est, adinuicem uero quia in ordine non sunt eædem, manifestum est quod & ipsæ irrationales adinuicem differunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 68

68 **Si linea de linea abscindatur, fuerintq; ambæ potentialiter tantū rationales cōmunicātes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; residuū.**

CAMPANVS. Sit linea b c, abscisa ex a b, sintq; ambæ rationales tantum potentia cōmunicātes, quales docuit inuenire 17 & 15, & hæ sunt quæ cōponunt binomium. Dico q̄ a c reliqua est irrationalis & ipsa uocatur residuū. Constat enim ex 7 secundi, quod quadrata duarū linearū a b & b c pariter accepta, quæ cōponunt superficiē rationalem ex hypothesi & diffinitione rationalis superficiei & huius, tantū sunt quantū duplum superficiei a b & b c cum quadrato a c. Cumq; ex 19 superficies a b in b c sit medialis, ideoq; & duplū eius mediale per 21, & ideo irrationale per 19, sequitur ut ambo quadrata duarū linearū a b & b c pariter accepta sint incōmensurabile duplo superficiei unius earū in alterā, quare per 9, & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratū lineæ a c est irrationale, cum ipsum sit incōmensurabile rationali, uidelicet, duobus quadratis duarū linearū a b & b c pariter acceptis, itaq; etiā ex diffinitiōe linea a c est irrationalis, quod est propositū. Exēplariter in figura, esto supficies e g æqualis duob. quadratis duarū linearū a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis, itemq; sit supficies d f æqualis duplo superficiei unius in alterā, eritq; ex 19 medialis, & erit ex 7 secundi supficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cumq; supficies e g sit incōmensurabilis supficiei d f, eadē erit ex 9 incōmensurabilis f g, quare f g irrationalis, & eius tetragonicū latus a c.





Incipiunt hexades per aphæresin, hoc est per abscisionem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 55 Propositio 75

75 **Si à rationali rationalis auferatur, potentia tantum cōmensurabilis existens toti, reliqua irrationalis est, uocatur autem apotome.**

THEON ex Zamb. *A rationali nanq; α β, rationalis auferatur β γ, potentia tantum toti cōmensurabilis existens. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, apotome appellata. Quoniam α β ipsi β γ longitudine est incōmensurabilis, est q̄ (per lemma 21 decimi) sicut α β ad β γ sic quod ex α β ad id quod sub α β, β γ, incōmensurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex α β, ei quod sub α β, β γ. Sed ei quidem quod ex α β, incōmensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, quadrata, ei autem quod sub α β, β γ, commensura-*



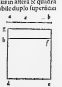
mensurabile est quod bis sub α β β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, incõmensurabilia sunt ei quod bis sub α β, β γ, & reliquo igitur quod ex α γ, incõmensurabilia sunt ei quæ ex α β, β γ, quoniam (per 5 secũdi) & quæ ex α β, β γ, æqua sunt ei quod bis sub α β, β γ, una cum eo quod ex γ α. Rationalia autẽ sunt ea quæ ex α β, β γ, quadrata, irrationalis igitur est linea α γ, uocatur autẽ ipsa, apotome.

Eucli. ex Camp. *Propositio 69*

69 SI fuerit linea de linea abscisa, fuerintq́; ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes superficiemq́; rationalẽ continentes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́; residuũ mediale primũ.



CAMPANVS. Sit linea b c, abscisa ex linea a b, sintq́; ambæ quales proponitur, quas ex 24 & 25 reperies, & hæ sunt quæ cõiungunt bimediale primum. Dico quod reliqua linea a c erit irrationalis, & ipsa dicitur residuũ mediale primum. Erunt enim ambo earum quadrata pariter accepta, mediale, duplum uero superficiei unius in alteram, rationale, itaq; ambo quadrata pariter accepta, incõmensurabile sunt duplo superficiei unius in alterã. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta componũtur ex duplo superficiei unius in alterã & quadrato lineæ a c, sequitur per 5 ut quadratũ lineæ a c sit incõmensurabile duplo superficiei unius in alterã, quare tam ipsum quadratũ quàm latus eius a c, est irrationale per diffinitionẽ, constat ergo propositum. Quod (quemadmodũ in præmisso) si libet potes declarare exemplariter in figura. Aliter idem sic. Sit linea d e rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies d f, æqualis duplo superficiei unius in alterã, & superficies g e æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, eritq́; per 7 secundi superficies f g, æqualis quadrato lineæ a c. Cum itaq; per hypothesin sit superficies e g medialis erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantũ. Cum uero sit superficies e h rationalis per hypothesin, erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 61, linea g h est residuũ, & irrationalis: ideoq́; per 16 a destructione consequẽtis superficies f g est irrationalis, & eius latus tetragonicũ quod est a c, est irrationale. Et sic patet propositũ.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 56* *Propositio 74*

74 Si à media aufetatur media potentia tantum toti subsistens commensurabilis, cum tota uero rationale comprehendens, reliqua irrationalis est, uocetur uero mediæ apotome prima.



THEON *ex Zamb.* *A media nanq; α β, media aufertur β γ potentia tantum cõmensurabilis subsistens toti α β, & cum ipsa α β rationale cõprehendens quod sub α β, β γ.* Dico quod reliqua *α γ irrationalis est, appellaturq́; mediæ apotome prima. Quoniam enim α β. β γ, mediæ sunt, media quoq; sunt quæ ex α β, β γ. Rationale autẽ quod bis sub α β, β γ, incõmensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, et quod bis sub α β, β γ: & reliquo igitur ei quod ex α γ (per 16 decimi) incõmensurabile est quod bis sub α β, β γ. quoniam & si tota uni earũ incõmensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incõmensurabiles erunt (per 16 decimi) Rationale autẽ est quod bis sub α β, β γ, irrationale igitur qđ ex α γ. Irrationalis igitur est α γ, uocatur sane mediæ apotome prima. Quod fuerat ostendendũ.*

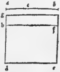
Eucli. ex Camp. *Propositio 70*

70 SI linea de linea secetur, fuerintq́; ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, continentesq́; mediale, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́; residuum mediale secundum.



CAMPANVS. Sit hic quoq; linea b c, abscisa ex linea a b, utraq; autẽ a b & b c, sint ut ponitur, & ipsæ per 26 reperiũtur, & sunt quæ cõponunt bimediale secundum. Dico q̃ linea reliqua quæ est a c, est irrationalis, & ipsa dicitur residuũ mediale secundũ. Sunt enim ex hypothesi & 21 ambo quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta mediale. similiter quoq; duplum superficiei unius in alterã, est mediale. Cum itaq; ex 22 mediale non differat a mediali nisi irrationali, erit quadratũ lineæ a c in quo per 7 secundi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedunt duplum superficiei unius in alterã irrationale, quare & linea a c irrationalis. Figorali quoq; exẽplo patefieri potest istud ut prius. Si enim sit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, similiter & d f duplo sup̃ficiei unius in alterã, erit f g per 7 secundi æqualis quadrato a c, quæ cum sit differẽtia superficiei unius medialis e g ad superficiẽ medialẽ d f, ipsa est irrationalis per 22, & eius tetragonicũ latus a c irrationale.

IDEM



IDEM aliter. Sit linea d e rationalis, cui adiungatur superficies d f æqualis duplo superficiei unius in alterã, & e g æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, erit per 7 secundi f g, æqualis quadrato a c. Quia uero e g est medialis, erit ex 20 linea d g in potentia tantũ rationalis. Similiter quoq; cum e h sit medialis, erit ex eadem, linea d h rationalis similiter in potentia tantũ. Et quoniam a b & b c sunt incõmensurabiles in longitudine, ideoq; quadratũ utriusq; earũ superficiei unius in alteram, & propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cum ipsa ex hypothesi cõmunicent) sunt quoq; incõmensurabilia duplo superficiei unius in alterã, sequitur ut e g sit incõmensurabilis h e, quapropter linea d g, lineæ d h, igitur ex 68, linea g h est residuũ, & irrationalis: ideoq; per 16 á destructione consequentis superficies f g irrationalis, & eius latus tetragonicum a c irrationale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 57 Propositio 75

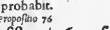
75 Si à media media auferatur potentia tantum toti cõmensurabilis subsistens, & cum tota medium comprehendens, reliqua irrationalis est, uocetur autem mediæ secunda apotome.



THEON ex Zamb. A media nanq; αβ, media auferatur γβ potentia tantum toti αβ cõmensurabilis subsistens, unaq; cum ipsa tota αβ medium cõprehendens quod sub αβ, βγ. Dico quod reliqua αγ irrationalis est, appellatur autem mediæ secunda apotome. Exponatur enim rationalis δι. Et ipsis quidem quæ ex αβ, βγ, æquũ ad δι comparetur (per 44 primi) δκ, latitudinẽ efficiens δκ, ei uero quod bis sub αβ, βγ æquũ ad ipsam δι cõparetur (per 44 primi) δθ, latitudinẽ efficiẽs δζ. Reliquũ igitur ζκ, æquũ est ei quod ex αγ. Et quoniam ea quæ ex αβ, βγ, media sunt, medium igitur est & δκ, & ad ipsam rationalem δι comparatur, latitudinẽ efficiens δε: rationalis igitur est (per 22 decimi) δε, & ipsi δι longitudine incõmensurabilis. Rursus quoniam quod sub αβ, βγ, medium est, & quod bis igitur sub αβ, βγ, medium est, & est æquale ipsi δθ, & δθ igitur medium est, & ad ipsam δι rationalem comparatũ est, latitudinẽ efficiens δζ, rationalis igitur est δζ, & ipsi δι longitudine incõmensurabilis. Et quoniam αβ, βγ, potentia tantum sunt cõmensurabiles, incõmensurabilis est igitur αβ ipsi βγ longitudine. Incõmensurabile igitur (per lemma 21 decimi & 15 decimi) & quod ex αβ quadratũ, ei quod sub αβ, βγ. Sed ei quidem quod ex αβ, cõmensurabilia sunt quæ ex αβ, βγ, ei autem quod sub αβ, βγ, cõmensurabile est quod bis sub αβ, βγ. Incõmensurabilia igitur sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ. Sed eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquum est δκ, ei autem quod bis sub αβ, βγ, æquum est δθ. Incõmensurabile igitur est δκ, ipsi δθ. Sicut autem δκ ad δθ, sic εδ ad δζ. Incommensurabilis igitur est εδ, ipsi δζ longitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur εδ, δζ (per 11 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Ipsa igitur ζε, apotome est. Rationalis autem δι. Quod autem sub rationali & irrationali comprehensum, irrationale est (per lemma 20 decimi,) & quæ illud potest irrationalis est. Ipsum autem ζκ, potest ipsa αγ, ipsa igitur αγ irrationalis est, appellatur autem mediæ secunda apotome

Eucli. ex Camp. Propositio 71

71 SI linea de linea detrahat, fuerintq; ambæ potentialiter incõmensurabiles, continentesq; mediale, quadrataq; earũ ambo pariter accepta rationale, reliq̃ linea erit irrationalis, uocabiturq; minor.



CAMPANVS. Si sint a b & b c quales proponitur, quæ per 27 reperiuntur & cõponunt lineam maiorem, erit linea a c irrationalis, & ipsa est quæ dicitur linea minor. Quod qui præmissa firmiter tenuerit, positionesq; diligenter attenderit, duplici modo ut antecedentes facile probabit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 58 Propositio 76

Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incõmensurabilis, cum tota uero efficiens quod ab eis simul rationale, quod uero sub ipsis medium, reliqua irrationalis est, appellaturq; minor.

THEON ex Zamb. A recta nanq; linea αβ, auferatur recta linea βγ, potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens cum tota quidem

αβ compo-

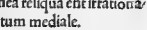
αβ compositum ex ijs quæ ex αβ, βγ, simul rationale, quod uero bis sub ipsis αβ, βγ, simul medium. Dico quod reliqua αγ irrationalis est, appellata minor. Quoniam nanque compositum quidem ex ijs quæ ex αβ, βγ, quadratis rationale est, quod uero sub ipsis αβ, βγ, medium, incommensurabilia igitur sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ. Et conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) incommensurabilia sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod ex αγ. Rationale autem est, conflatum ex ijs quæ ex αβ, βγ, irrationale igitur quod ex αγ, ipsa igitur αγ irrationalis est, appellatur autem minor.



Eucl. ex Camp. Propositio 72

72 SI linea de linea dematur, fuerintq́ ambæ potentialiter incommensurabiles, superficiemq́ rationalem continétes, quadrataq́ earum ambo pariter accepta mediale, linea reliqua erit irrationalis, diceturq́ iuncta cum rationali componens totum mediale.

CAMPANVS. Et hoc quoq́ nescire non potest qui priora nouerit, nisi a memoria exciderint. quin positis lineis a b & b c (quales proponitur, quæ & per 28 reperiuntur, & lineam potentem in rationale & mediale componunt, sit a c reliqua, irrationales. & ipsa dicitur quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.



Eucl. ex Zamb. Theorema 59 Propositio 77

77 Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incõmensurabilis, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium, quod uero bis sub ipsis rationale, reliqua irrationalis est, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. A recta enim linea αβ, recta linea auferatur βγ, toti αβ potentia subsistens incõmensurabilis, efficiens conflatam quidem ex ipsarũ αβ, βγ, quadratis medium, quod uero bis sub ipsis rationale. Dico quod reliqua αγ irrationalis est, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens Quoniam enim conflatum ex ipsarum αβ, βγ, quadratis medium est, quod uero bis sub ipsis αβ, βγ, rationale, incõmensurabilia igitur sunt quæ ex αβ, βγ, quadrata ei quod bis sub αβ, βγ, & reliquũ igitur quod ex αγ, incõmensurabile est ei quod bis sub αβ, βγ Quod uero bis sub αβ, βγ, rationale est, quod igitur ex αγ, irrationale est. Irrationalis igitur est ipsa αγ, uocatur autẽ cum rationali mediũ totum efficiens. Quod erat ostendendũ.

Eucl. ex Camp. Propositio 73

73 SI linea à linea detrahatur, fuerintq́ ambæ potentialiter incommensurabiles, superficiemq́ medialem continentes, quadrataq́ earum ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incõmensurabile, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ iuncta cum mediali faciens totum mediale.

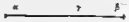
CAMPANVS. Sint etiam hic a b & b c quales proponitur, quæ per 29 reperiuntur, & ipsæ sunt quæ cõponunt lineam potentẽ in duo medialia, eritq́ a c reliqua irrationalis dicta, quæ iuncta cum mediali componit totum mediale. Quod ut facile (sicut præmissa) duplici argumentatione concludes, processum 79 moneo diligenter attendas.



Eucl. ex Zamb. Theorema 60 Propositio 78

78 Si à recta linea recta linea sublata fuerit potentia toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipsarũ quadratis medium, quod uero bis sub ipsis medium, insuper ipsarum quadrata incommensurabilia ei quod bis sub ipsis, reliqua irrationalis est, appellatur autem cum medio medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. A recta nanq́ linea αβ, recta linea auferatur βγ potentia incõmensurabilis subsistens toti, efficiens compositum ex ipsarum αβ, βγ, quadratis medium, quod uero sub ipsis αβ, βγ, medium, insuper ipsarum αβ, βγ, quadrata incommensurabilia ei quod bis sub αβ, βγ. Dico quod reliqua αγ irrationalis est, uocatur autem cum medio medium totum efficiens.



Exponatur

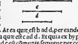
Exponatur rationalis δι, & eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquum ad ipsam δι comparetur (per 44 primi) δκ, latitudinem efficiens δη, ei autem quod bis sub αβ, βγ, æquum auferatur δθ, latitudinem efficiens δζ, reliquũ igitur ζκ æquum est ei quod ex αγ, quare αγ potest ipsum ζκ. Et quoniam compositum ex ipsarũ αβ, βγ, quadratis medium est, & ipsi δκ est æquale, ipsum igitur δκ medium est. Et ad ipsam δι rationalem comparatur, latitudinem efficiens δη, rationalis igitur est (per 22 decimi) δη, & ipsi δι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub αβ, βγ, medium est, & ipsi δθ æquale, igitur δθ medium est. Et ad ipsam δι rationalem comparatur, latitudinem efficiens δζ, rationalis igitur est δζ, & ipsi δι longitudine incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ, incommensurabile igitur est & δκ ipsi δθ. Sicut autem (per primã sexti) δκ ad δθ, sic est & δη ad δζ. Incommensurabilis igitur est ηδ ipsi δζ, & utræque sunt rationales. Ipsæ igitur ηδ, δζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ζη, rationalis autem est ζθ. Quod uero sub rationali & apotome comprehensum rectangulum, irrationale est & illud potens irrationalis est (per 73 decimi) ipsum autem ζκ, potest ipsa γα. Igitur ipsa γα irrationalis est, appellatur sane cum medio medium totum efficiens. Quod erat ostendendũ.



CAMPANVS Est autem præmittendum hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium.

Si fuerint quatuor quantitates quarum differentia primæ ad secundam sit sicut tertiæ ad quartam, erit permutatim differentia primæ ad tertiam sicut secundæ ad quartam.

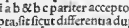
Intelligendũ est hoc de quãtitatibus eodem modo relatis, ut cum prima maior fuerit secunda, sit quoque tertia maior quarta, cum uero minor, & minor. Exempli gratia sit differentia a ad b, sicut c ad d, dico quod erit a ad c sic b ad d, est enim (per hanc cõmunem animi conceptionem differentia extremorũ, composita est ex differentiis ipsorũ ad media) differentia a, ad c, composita est ex ea quæ est a ad b, & ea quæ est b ad c. At ea quæ est b ad d, per eandem conceptionem componitur ex ea quæ est b ad c, & ea quæ est c ad d. Et quia ex hypothesi differentia a ad b, sicut c ad d, ea uero quæ est b ad c est cõmunis, sequitur per communem scientiam ut sit a ad c, sicut b ad d. Quod est propositum.



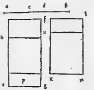
Eucli. ex Camp. Propositio 74

74 NVlla linea nisi una tantũ residuo coniungi potest, ut sint ambæ sub termino earum quæ erant ante separationem.

CAMPANVS. Sit linea a c residuũ, quæ fuerit reliqua, abscisa b c ex a b, eruntque a b & b c, rationales tantum potentia communicantes ex 63. Dico quod ipsa a c, nulli alij lineæ quàm b c poterit componi sub hac diffinitione, neque maiori b c neque minori b c. Si autem potest, componatur cum c d, indifferenter maiori aut minori quam b c, eruntque ob hoc ambæ lineæ a d & d c, rationales in potentia tantum communicantes. Quare ergo ex 7 secundi quadrata ambarum linearum a b & b c pariter accepta excedunt duplum superficiei unius earum in alteram in quadrato a c, similiter quoque quadrata duarum linearũ a d & d c pariter accepta, excedunt duplum superficiei unius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem a c, sequitur ex præmisso antecedente ut differentia duorum quadratorũ duarum linearũ a b & b c pariter acceptorũ ad duo quadrata duarum linearum a d & c d pariter accepta, sit sicut differentia dupli superficiei a b in b c ad duplum superficiei a d in d c. Cum autẽ sint duo quadrata utriusque sectionis pariter accepta rationale ex hypothesi, duplum uero superficiei unius in alteram portionum utriusque sectionis mediale per hypothesin, & 19, erit una & eadem differentia duarum superficierũ rationalium & duarum medialium, hoc autem est impossibile, rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficie, ut patet per diffinitionem rationalis superficiei & per 9, medialis autem, non differt a mediali nisi



nisi irrationali superficie per n. Hoc autem fit manifestius in figura, sic. Sit enim superficies e f. adiūcta ad lineā e g, æqualis ambobus quadratis duarum superficierum a b & b c pariter acceptis, at g h sit æqualis duplo superficiei unius in alteram. Eritq; f h. æqualis quadrato lineæ a c ex 7 secūdi. Similiter quoque sit k l, adiuncta ad lineā k m, æqualis duobus quadratis duarū linearum a d & d c pariter acceptis, & m n, sit æqualis duplo superficiei unius in alteram, eritq; ex 7 secundi n l æqualis quadrato lineæ a c ideoq; etiam æqualis h f. Est itaq; differētia e f ad g h, sicut k l ad m n. Quare per antecedens præmissum, erit permutatim differentia e f ad k l (& ipsa sit p) sicut g h ad m n.



Et quia utraque duarum superficierum e f & k l est rationalis, utraque uero duarum superficierum g h & m n medialis, sequitur impossibile, uidelicet, superficiem p esse rationalem & irrationalem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 61 Propositio 79

79 Apotome una tantum congruit recta linea rationalis, potentia tantū toti subsistens commensurabilis.

THEON ex Zāb. Sit apotome α β, cōgruēs autē ei sit β γ, ipsæ igitur α γ, γ β, potentia tantū sunt cōmensurabiles. Dico quod ipsi α β, altera non congruit rationalis potētia tantū subsistens toti cōmensurabilis. Si enim possibile, cōgruat, sitq; β δ. Ipsæ igitur α δ, δ β, potētia tātū sunt cōmēsurabiles. Et quoniā (per 7 secūdi) quo excedūt ea quæ ex α δ, δ β, id quod bis sub α δ, δ β, hoc excedūt & quæ ex α γ, γ β, id quod bis sub α γ, γ β, (eodē nāq; id est quod ex α β, utraq; excedūt) uicissim igitur (per 16 quinti) quo excedunt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β eo excedit & id quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β. Sed quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β, excedūt rationali, utraq; nāq; rationalia sunt, & quod bis igitur sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β, rationali excedit, quod est impossibile. Vtraq; nāq; media sunt, & (per 21 decimi) medium nō excedit rationali. Ipsi igitur α β, altera non congruit rationalis potentia tantū cōmensurabilis existēs toti. Vna igitur tantū ipsi apotomæ cōgruit, rationalis potentia tantū toti subsistens cōmensurabilis. Quod erat ostendendū.

Eucli. ex Camp. Propositio 75

75 NVlla linea nisi una tantum residuo mediali primo coniungi potest, ut fiat ambæ sub termino earum quæ erant ante separationem.

CAMPANVS Hæc quoque probabis simili modo. Sint enim in utraq; sectione ambo quadrata pariter accepta, mediale, duplū uero superficiei unius in alterā ratiōale. Et quia ut prius eadē differentia quadratorū unius sectionis ad quadrata altius, quæ est dupli superficiei unius ad duplum superficiei alterius, erit una & eadē superficies differentia duarū medialium & duarum rationalium. Quod est impossibile.

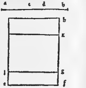
Eucli. ex Zamb. Theorema 62 Propositio 80

80 Mediæ apotomæ primæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantum toti subsistens commensurabilis, & cum tota rationale comprehendens.

THEON ex Zāb. Esto namq; media apotome prima α β, & ipsi α β, cōgruat β γ, ipsæ igitur α γ, γ β, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles, rōnale cōprehēdētes duo quod sub α γ, γ β. Dico quod ipsi α β, altera nō congruit media, toti potētia tantū subsistēs cōmēsurabilis, & cū tota ratiōale cōprehendēs. Si enim possibile, cōgruat & δ β, ipsæ igitur α δ, δ β, mediæ sunt potētia tantū cōmensurabiles, ratiōale cōprehēdentes quod sub α δ, δ β. Et quoniā (per 7 secūdi) quo excedūt ea quæ ex α δ, δ β, id quod bis sub α δ, δ β, hoc excedūt & quæ ex α γ, γ β, id quod bis sub α γ, γ β, (eodē etenim rursus excedūt, id est quod ex α β) uicissim igitur (per 16 quinti) quo excedūt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit & id quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β. At quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β, excedit rationali, utraque nēpe rationalia. Et quæ ex α δ, δ β, igitur quadrata, quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali. Quod est impossibile. Media etenim utraq; & (per 26 decimi,) mediū sane mediū nō excedit rationali. Mediæ igitur apotomæ primæ una cōgruit recta linea media, potentia tantū toti subsistēs cōmensurabilis, & cum tota rationale cōprehendens. Quod oportuit demonstrare.

76 Eucli. ex Camp. Propositio 76

NVlla linea residuo mediali sc̄d'o cōiūgibilis est, ut sub termino earū fiāt, nisi tm̄ quæ ab ea ante sepata erat



CAMP. Sit enim a c residuū mediale sc̄d'm, quæ fuit residua, abscisa b c ex a b, erūtq; ex 70. duæ lineæ a b & b c, mediales potētia tātū cōicātes mediale cōtinētes. Dico qđ ipsa a c, nulli lineæ aliī q̄ c b, sub hac diffinitione cōiūgi potest. Sin aūt, cōiūgatur lineæ c d. Sitq; linea e f rōnalis in lōgitudine, ad q̄ cōniūgatur supficies e b, æqualis quadratis duarū linearū a b & b c pariter acceptis, & e k æqualis quadratis linearū a d & d c pariter acceptis, a qua abscidatur e g, æqualis quadrato lineæ a c, eritq; per 7 sc̄d'i supficies l b æqualis duplo supficiei a b in b c, & l k p eādē æqualis duplo supficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarū partiū primæ sectiōis sūt mediale, & duplū etiā superficiei mediale incōmēsurabile duob9 quadratis pariter acceptis (quæ nescire diligēs Geometra nō poterit qui positiōes diligēter seruauerit) erit supficies e h medialis, cū ipsa sit æqualis duob9 quadratis pariter acceptis, & supficies l b medialis cū ipsa sit æqualis duplo supficiei unis in alterā, per 20 igitur est utraq; duarū linearū f h & g b. rōnalis in potētia tm̄. Et quia una est incōmēsurabilis aliī, eo q̄ superficies e h est incōmēsurabilis superficiei h l sicut duo quadrata duplo superficiei, erit ex 68 linea f g residuū. Quare linea f g quæ est residuū, cōponitur lineæ g b ut sint ambæ sub termino earū quæ erāt ante separationē. Similiter quoq; pbabis eandē f g cū linea g k cōponi eadē cōditione, mediātibus superficieb9 e k & k l, quarū prima est æqualis quadratis duarū linearū a d & d c, pariter acceptis, & secūda duplo superficiei unius in alterā, quod est impossibile per 74. Et hic modus demōstrationis potest esse cōmunis 75 cæterisq; quatuor eā sequentibus. Eucli. ex Zamb. Theorema 62 Propositio 81

81 Mediæ apotomæ secūdæ una tātū cōgruit recta linea media potētia tm̄ toti commēsutabilis & cū tota mediū cōprehēdēs.



THEON ex Zab. Esto media apotome secūda α β, & ipsi α β, cōgruēs sit β γ. Ipsæ igitur α γ, γ β, mediæ sūt potētia tātū cōmēsurabiles, mediū cōprehēdētes quod sub α γ, γ β. Dico quod ipsi α β, alia nō cōgruit recta linea media, potētia tātū toti subsistēs cōmēsurabilis & cū tota mediū cōphēdēs. Si enim possibile cōueniat β δ, igitur α δ, & δ β, mediæ sūt potētia tātū cōmēsurabiles, mediū cōprehēdētes quod sub α δ, δ β. Exponaturq; rōnalis ε ζ. Et eis qđē quæ ex α γ, γ β, æquū ad ipsam ε ζ cōparetur (per 44 primi,) ε η, latitudinē efficiēs ε μ, et uero quod sub α γ, γ β, æquū auferatur θ η latitudinē efficiēs θ μ. Reliquū igitur ε λ, (p 7 secūdi) æquū est et quod ex α β. Quare α β, ipsum pōt ε λ. Rursus iā eis quæ ex α δ, δ β, æquū ad ipsam ε ζ cōparetur (per 44 primi,) ε ι, latitudinē efficiēs ε ν. Est aūt & ε λ, æquū ei quod ex α β, quadrato, reliquū igitur θ ι, (per 7 secūdi) æquū est ei quod bis sub α δ, δ β. Et quoniā ipsæ α γ, γ β, mediæ sūt, media igitur sūt & quæ ex α γ, γ β, & æqualia sunt ipsi ε η, mediū igitur (per 16 decimi & correlariū 23) est ε η. Et ad ipsam rationalē ε ζ apponitur, latitudinē efficiēs ε μ, rōnalis igitur est (per 22 decimi,) ε μ, & ipsi ε ζ lōgitudie incōmēsurabilis, rursus quoniā quod sub α γ, γ β, mediū est, & quod bis sub α γ, γ β, mediū est (per correlariū 23 decimi) & æquū est ipsi θ η, & θ η. igitur mediū est. Ad ipsamq; ε ζ rōnalē apponitur, latitudinē efficiēs θ μ, rōnalis igitur est θ μ (per 22 decimi,) & ipsi ε ζ, lōgitudine incōmēsurabilis. Et quoniā α γ, γ β, potētia tātū sūt cōmēsurabiles, incōmēsurabilis igitur est α γ, ipsi γ β, lōgitudine. Sicut aūt α γ, ipsi γ β, sic est (per lēma 21 decimi) quod ex α γ ad id quod sub α γ, γ β. Incommēsurabile igitur est (per 11 decimi,) quod ex α γ, et quod sub α γ, γ β. Sed et quod ex α γ, cōmēsurabilia sūt quæ ex α γ, γ β. Ei aūt quod sub α γ, γ β. cōmēsurabile est quod bis sub α γ, γ β. Incōmēsurabilia igitur sunt q̄ ex α γ, γ β. et quod bis sub α γ, γ β. Eis aūt quæ ex α γ, γ β, æquū est ε η, et uero quod bis sub α γ, γ β, æquū est η θ. Incōmēsurabile igitur est ε η, ipsi θ η. Sicut aūt ε η, ad θ η, sic est ε μ, ad θ μ. Incōmēsurabilis igitur est ε μ, ipsi θ μ lōgitudine. Et utræq; sunt rōnales. Ipsæ igitur ε μ, μ θ, rōnales sunt potētia tātū cōmēsurabiles. Apotome igitur est ε θ, cōgruēs aūt ei est θ μ. Similiter ostēdemus quod & θ ν, ei cōgruit. Apotome igitur, alia & alia cōgruit recta linea, potētia tantū toti subsistēs cōmēsurabilis, quod (per 79 decimi,) est impossibile. Mediæ igitur apotomæ secūdæ una tantū cōgruit recta linea potētia tantū toti subsistēs cōmensurabilis & cū tota mediū cōprehēdēs quod erat ostēdendū. Eucl. ex Cāp. Propositio 77

77 NVlla linea minori coniungibilis est ut sub termino suo fiant nisi tantum quæ ante sibi abscissionē cōiungebatur.

CAM-

CAMPANVS Intellige quid sit linea minor quod si oblitus es, cõsule 11. & sine obiectione concludes propositum. si quemadmodũ in 74 processeris, poterisque si libuerit, quemadmodum in 76 procedere.

Eucl. ex Zãb. Theorema 64 propositio 81

82 Minori una tantum congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens, efficiens cum tota compositum ex earum quadratis rationale. quod uero bis sub ipsis medium.

THEON ex Zamb. *Esto minor α β, & ipsi α β congruens esto ε γ, ipsæ igitur β γ, γ ε, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ quidẽ ipsarũ quadratis rationale, quod uero bis sub ipsis mediũ. Dico quod ipsi α ε, alia recta linea non congruit efficiens eadem. Si enim possibile, congruat ε δ, & igitur α δ, δ ε, potentia sunt incõmensurabiles efficientes quæ ex δ, δ β, quadrata simul rationale, quod autẽ bis sub ipsis α δ δ ε, medium. Et quoniã quo excedunt quæ ex α δ, δ ε, ea quæ ex α γ, γ ε, eo excedit & id quod bis sub α δ, δ β, quod bis sub α γ, γ ε, quæ aũt ex α δ, δ β, quadrata, ea quadrata quæ ex α γ, γ ε, rationali excedunt, utraque enim rationalia, & quod bis igitur sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ ε, rationali excedit, quod (per 26 decimi) est impossibile, utraq; nanque media sunt. Minori igitur una tantum congruit recta linea potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens quæ ex ipsis quadratis simul rationale, quod uero bis sub ipsis medium, quod ostendere oportebat.*



Eucli ex Camp. Propositio 78

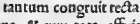
78 Linea quæ coniuncta cum rationali facit totum mediale, nisi uni tantum componi non potest ut sub earum termino fiant quæ erant ante separationem.

CAMPANVS Quid sit linea quæ proponitur, ex 72 didicisti. Cum ergo de ea uolueris quod per hanc 78 dicitur demonstrare, a processu 75, in, quo quã non deuies, sed sicut in 76, si te delectauerit, ingenio duce poteris procedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 65 Propositio 83

83 Efficienti cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarũ quadratis medium, quod uero bis sub ipsis rationale.

THEON ex Zamberio. *Sit cum rationali medium totum efficiens α β, & ipsi α ε congruat ε γ. Ipsæ igitur α γ, γ ε, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatum quidem ex ipsarum α γ, γ ε, quadratis mediũ, quod uero bis sub ipsis α γ, γ ε, rationale. Dico quod ipsi α β, alia non congruit eadem efficiens. Si enim possibile, congruat ε δ, & ipsæ igitur α δ, δ ε, rectæ lineæ, potẽtia sunt incõmensurabiles, efficiẽtes conflatũ ex ipsarũ α δ, δ ε, quadratis mediũ, quod uero bis sub ipsis α δ, δ ε, ratiõale. Quoniã igitur quo excedunt quæ ex α δ, δ ε, ea quæ ex α γ, γ ε, eo excedit & quod bis sub α δ, δ ε, id quod bis sub α γ, γ ε, cõsequẽter ut in præcedẽtibus, quod uero bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ ε, excedat rõnali, rationalia namq; utraque & quæ ex α δ, δ ε, igitur ea quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali, quod est (per 26) impossibile, utraque enim media sunt (per 77 decimi.) Ipsi igitur α ε, alia non congruit recta linea potentia toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipsarum quadratis medium, quod autem bis sub ipsis rationale. Efficienti ergo cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat demonstrandum.*



Eucl. ex Camp. Propositio 79

79 Lineæ quæ iuncta cum mediali facit totũ mediale, nisi una linea tantum iungi nequit ut sub earum termino fiant quæ erant ante separationem.

CAMPANVS Huius lineæ quæ iuncta cum mediali componit totũ mediale, magistra est 73. De qua quod hæc 79 enuntiat concludere cogeris, sicut de residuo mediali secundo (quod per 76 enuntiatum est) conclusisti.

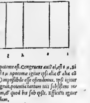
Eucl. ex Zamb. Theorema 66 Propositio 84

84 Efficienti cum medio medium totum, una tantum congruit recta linea

 poten-

potentia incommeosurabilis toti subsistens, & cum tota efficiens conflatũ ex ipsarum quadratis medium, & quod bis sub ipsis medium, & insuper incommensurabile conflatum ex ĳs quæ ab ipsis, ei quod bis sub ipsis.

THEON ex Zãb. Esto cũ medio mediũ totũ efficiens α ε, congruẽs autem illi sit ε γ, ipsæ igitur α γ, γ β potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ, & quod bis sub ipsis α γ, γ ε, mediũ, insuper & quæ ex α γ, γ ε, quadrata, incõmensurabilia ei quod bis sub α γ, γ ε. Dico quod alia ipsi α β, nõ cõgruit, cũ tota efficiẽs proposita Quod si possibile est, congruat β δ, ut & α δ, δ β, potẽtia sint incõmensurabiles efficiẽtes quæ ex α δ, δ ε, quadratis simul mediũ, & quod bis sub ipsis α δ, δ ε, mediũ, & insuper quæ ex α δ, δ ε, incõmensurabilia ei quod bis sub α δ, δ β. Exponaturq́ rationalis ι ζ. Et eis quidẽ quæ ex α γ, γ ε, æquũ ad ipsam ι ζ, cõparetur (per 45 primi,) ι κ, latitudinẽ efficiẽs ι μ, ei aũt quod bis sub β γ, γ ε, æquũ auferatur (per 44 primi) θ κ, latitudinẽ efficiens θ μ. Reliquũ igitur quod ex α β, (per 7 secũdi) æquũ est ipsi ι λ. ipsa igitur α ε, ipsum ι λ potest. Rursus eis quæ ex α δ, δ ε, æquũ ad ipsam ι ζ cõparetur per 44 primi,) ι ι, latitudinem efficiens ι ν. Est autem quod ex α ε, æquum ipsi ι λ. Reliquum igitur quod bis sub α δ, δ ε, æquum est ipsi θ ι. Et quoniã conflatum ex ĳs quæ ex α γ ε, medium est, ac ipsi ι κ, æquale, medium igitur est & ι κ, Et ad rationalem comparatur ι ζ, latitudinem efficiens ι μ, rationalis igitur est (per 22 decimi ι μ, & ipsi ι ζ, longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub α γ, γ ε, mediũ est & ipsi θ κ æquale, medium igitur est θ κ. Et ad ipsam rationalẽ ι ζ apponitur, latitudinem efficiẽs θ μ, rationalis igitur est θ μ, & ipsi ι ζ longitudine incommensurabilis. Et quoniã incõmensurabilia sunt quæ ex α γ, γ ε, ei quod bis sub α γ, γ ε, incommensurabile igitur est ι κ, ipsi θ κ, incommensurabilis igitur est & ι μ, ipsi μ θ longitudine, & ambæ rationales sunt. ipsæ igitur ι μ, μ θ, potentia tantũ sunt cõmensurabiles. Igitur ipsa ι θ, apotome est. Congruens autẽ ei, est θ μ, Similiter iam ostendemus quod ι θ, rursus apotome est, congruens autem ei est θ μ Apotomæ igitur ipsi alia & alia cõgruit potentia tantum toti subsistens commensurabilis, quod (per 79 decimi) impossibile esse ostendimus. Ipsi igitur α β, alia recta linea non congruit. Ipsi igitur α ε, una recta linea tantum congruit, potentia tantum toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens quæ ex ipsis quadratis simul medium, & quod bis sub ipsis. Efficitũ igitur cum medio medium totum, & quæ sequuntur reliqua Quod erat ostendendum.



Ex Campano.

Residuorum diffinitiones.

1 Si fuerit idem totũ positæ rationali lineæ in lõgitudine commensurabile, quod positum erat, dicetur residuum primum.

2 Si uero linea adiuncta, positæ rationali communicet in longitudine, dicetur residuum secundũ. 3 Quod si fuerit utraq; rationali positæ in longitudine incommensurabilis, uocabitur residuum tertium. 4 Si eadem tota positæ rationali cõmuoicet in longitudine, nũcupabitur residuum quartum. 5 Si uero linea adiuncta, positæ rationali, communicet in longitudine, uocabitur residuum quintum.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Positis duabus lineis altera rationali altera residuo, adiectaq́ ipsi residuo secundũ eius terminum, si fuerit totum compositũ potentius linea adiecta, in quadrato lineæ ipsi toti cõmunicantis in longitudine.

Commune initium trium posteriorum diffinitionum.

Positis duabus lineis altera rationali, altera residuo, adiectaq́ ipsi residuo secundũ eius terminum, si fuerit totum compositũ potentius linea adiecta, in quadrato lineæ ipsi toti incommẽsurabilis in longitudine.

6 Quod si fuerit utraque rationali positæ in longitudine incommensurabilis, appellatur residuũ sextum.

Ex Zamberio. Apotomarum Diffinitiones.

1 Siquidem tota expositæ rationali longitudine cōmensurabilis fuerit, appellatur apotome prima. 2 Si uero congrueos commensurabilis fuerit, longitudine expositæ rationali, secunda appellatur apotome. 3 Si autem neutra commensurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, tertia appellatur apotome. 4 Siquidem tota commensurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, appellatur apotome quarta. 5 Si uero congruens, quiota. 6 Si autem neutra, sexta.

Commune initium triū priorum diffinitionū.

Supposita rationali & apotomæ, siquidem tota, congruente maius potuerit eo quod fit ex sibi lōgitudine cōmēsurabili

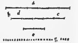
Commune trium initium posteriorum diffinitionum.

Rursus supposita rationali & apotomæ, si tota maius potuerit cōgrueote eo quod fit ex sibi longitudine incommensurabili.

Eucli. ex Camp. Propositio 80

80 Residuum primum inuestigare.

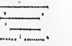
CAMPANVS Ab inuentione omniū specierum residui, facile nos absoluat inuentio per ordinem omnium specierum binomij. Nam in qualibet specie binomiorū si minor portio abscindatur de maiori, linea reliqua erit residuum similis speciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorum quam residuorum. Proprijs tamen inuentionibus residuorum insistentes: sic inquiramus primum. Sit linea a rationalis posita, cui commensurabilis in longitudine sumatur b c, sitq̄ e numerus quadratus diuisus in f non quadratum & in quadratum g, sitque proportio quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ c d, sicut e ad f, eritq̄ per ultimam partem septimæ, c d rationalis in potentia tantum. Cum itaque sit c b potentior c d in quadrato lineæ sibi communicantis id longitudine quod patet in explanatione binomij primi, constat ex diffinitione lineam b d esse residuum primum.



Eucli. ex Zamb. Problema 19 Propositio 85

85 Inuenire primam apotomen.

THEON ex Zāb. Exponatur rationalis α, & ipsi α longitudine commensurabilis esto β η, rationalis igitur est β η. Exponanturq̄ bini quadrati numeri δ ε, ε ζ, quorum excessus δ ζ non sit quadratus. Igitur (per correlar. ii lemmatis 25 decimi) ε δ, ad δ ζ, rationem non habet quam numerus quadratus ad quadratū numerum. Fiatq̄ (per correlariū 6 decimi) sicut ε δ, ad δ ζ, sic quod ex β η quadratū ad id quod ex η γ, quadratū, cōmēsurabile igitur est quod ex β η, et quod ex η γ. Rōnale aūt quod ex β η, rationale igitur & quod ex η γ. Rationalis igitur est (per diffinitionem) & η γ. Et quoniā ε δ ad δ ζ rōnem nō habet quā quadratus nūerus ad quadratū nūerū. neq̄ igitur quod ex β η, ad η γ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum, incommensurabilis igitur est β η ipsi η γ longitudine, utræque autem sunt rationales. Ipsæ igitur β η, η γ, (per 9 decimi) rationales sunt potentia commensurabiles. Igitur ipsa β γ, apotome est (per 73 decimi. Dico quod & prima. Quo namque maius est quod ex β η, eo quod ex η γ, sit quod ex θ. Et quoniam sicut ε δ ad δ ζ, sic est quod ex β η, ad id quod ex η γ, conuertendo igitur (per correlarium 18 quinti) sicut δ ε, ad ε ζ, sic quod ex η β ad id quod ex θ. At δ ε ad ε ζ, rationē habet, quā quadratus nūerus ad quadratū numerū, uterq̄ enim quadratus est. Quod igitur ex η β, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commēsurabilis igitur est β η ipsi θ longitudine, & β η ipsa η γ maius potest, eo quod ex θ, ipsa igitur β η ipsa η γ maius potest eo quod ex sibi longitu-

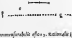


dine commensurabilis, estque tota β ε, ipsi α expositæ rationali commensurabilis. Igitur (per tertias diffinitiones 36) γ apotome est prima. Inuenta igitur est prima apotome ε γ, quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 81

81 **R**Esiduum secundum patefacere.

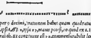
CAMPANVS Ad habendum residuum secundum, sit a linea rationalis posita, eique communicans in longitudine c d, & sit quadratum c d ad quadratum b c, sicut f ad e. eritque b d residuum secundum ex diffinitione. Si dubitas, aut potitas non seruas hypotheses, aut binomij secundi repetitione indiges.



Eucli. ex Zāb. Problema 19 Propositio 86

86 Inuenire secundam apotomen.

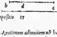
THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α. & ipsi α longitudine commensurabilis esto ε γ. Rationalis igitur est ε γ. Et exponantur bini numeri quadrati δ ι, & ι ζ, quorum excessus δ ζ non sit quadratus. Fiatque (per correlarium 1 lēmatis 25 decimi) sicut δ ζ ad δ ι, sic quadratū quod ex ε γ, ad quadratum quod ex ε β. Cōmensurabile igitur est (per 11 decimi,) quod ex ε γ quadratū, ei quod ex ε β, quadrato. Rationale autem est quod ex γ ε, rationale igitur est quod ex ε β. Rationalis igitur est β ε. Et quoniā quod ex ε γ quadratū ad id quod ex ε β, rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, incōmensurabilis igitur est (per 19 decimi) γ ε, ipsi ε β longitudine, & ambæ sunt rōnales. Ipsæ igitur γ ε, ε β, rōnales sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Igitur (per 73) β γ apotome est. Dico quod & secūda. Quo etenim maius est quod ex β ε, eo quod ex ε γ, esto quod ex θ. Quoniam igitur est (per correlariū 6 decimi,) sicut quod ex β ε, ad id quod ex ε γ, sic est ι δ numerus ad δ ζ, numerum, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti.) est sicut quod ex β ε, ad id quod ex θ, sic est δ ι, ad ι ζ, & uterque ipsorum δ ι, ι ζ, quadratus est, quod igitur ex β ε, ad id quod ex θ, per 9 decimi,) rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commensurabilis igitur est β ε, ipsi θ, & β ε, ipsa ε γ, maius potest, eo quod ex θ. Igitur β ε, ipsa ε γ, maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabili. Et congruens est γ ε, commensurabilis longitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur β γ per tertias diffinitiones) secunda est apotome. Inuenta est igitur secunda apotome β γ Quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 82

82 **R**Esiduum tertium perscrutari.

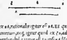
CAMPANVS Residuum tertium sic habetur. Posita ut prius a rationali numeróque e quadrato diuiso in f non quadratum & g quadratū, assumptoque h numero primo, sit quadratum lineæ a ad quadratum lineæ b c, sicut h ad e, sitque quadratum lineæ b c ad quadratū lineæ c d, sicut e ad f, eritque ex diffinitione (de quo si hæsitas consule binomium tertium) linea d b, residuum tertium.



Eucli. ex Zamb. Problema 21 Propositio 87

87 Inuenire tertiam apotomen,

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, explicentur tres numeri ι, ε γ, γ δ, rationem adinuicem nō habentes quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Ipse autē ε γ, ad δ ε rationem habeat, quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Fiatque (per correlariū 6 decimi,) sicut ι ad ε γ, sic quod ex α quadratū ad id quod ex ζ η, quadratū, sicut uero ε γ ad γ δ, sic quod ex ζ η, quadratū ad id quod ex η θ. Quoniam igitur est sicut ι ad ε γ, sic quod ex α, quadratū ad id quod ex ζ η quadratū, quod igitur ex α, quadratū ei quod ex ζ η quadrato est cōmensurabile. Quadratū autē ex α, ratiōale est. rationale igitur est & quod ex ζ η, rationalis igitur est ζ η. Et quoniā ι, ad ε γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, neque igitur quod ex α, quadratū, ad id quod ex ζ η, quadratum rationē habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. Incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α, ipsi ζ η longitudine Rursus quoniā est sicut ε γ ad γ δ sic quod ex ζ η, quadratū ad id quod ex η θ. cōmensurabile igitur est quod ex ζ η, ei quod ex η θ Rationale autem est quod ex ζ η. rationale igitur quod ex η θ, rationalis igitur est η θ. Et quoniam ε γ, ad γ δ, rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, rationē habet quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est ζ η, ipsi η θ lōgitudine. Et utræque sunt rationales, ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt, potentia tantū cōmensurabiles. Apotome igitur est



ζ θ

(per 73 decimi.) Dico quod & tertia. Quoniã enim enim est sicut ε ad β γ, sic quod ex α, quadratũ ad id quod ex ζ α quadratũ, sicut aũt β γ, ad γ δ sic quod ex ζ α ad id quod ex α θ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) sicut ε ad γ δ, sic quod ex α ad id quod ex θ α. Sed ε ad γ δ rationẽ nõ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Neq; igitur quod ex α, ad id quod ex α θ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est ipsi α θ lõgitudine. Neutra igitur ipsarum ζ α, α θ, cõmensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nẽpe maius est quod ex ζ α eo quod ex α θ, esto id quod ex α. Quoniã igitur est sicut β γ ad γ δ, sic est quod ex ζ α, ad id quod ex α θ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) est sicut ε γ ad β δ, sic est quod ex ζ α quadratũ ad id quod ex α. At ε γ, ad ε δ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, & quod ex ζ α, igitur ad id quod ex α rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, commensurabilis igitur est ζ α, ipsi α longitudine ζ α, ipsa α θ maius potest, eo quod ex α, ipsa igitur ζ α, ipsa α θ, maius potest, eo quod ex sibi commensurabili. Et neutra ipsarum ζ α, α θ, cõmensurabilis est lõgitudine ipsi α expositæ rationali. Igitur (per 3 diffinitiões) ζ θ, apotome est tertia. Inuenta igitur est tertia apotome, quod erat agendũ. Eucli. ex Camp. Propositio 83

83

Residuum quartum inuenire.

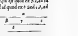
CAMPANVS Hic (sicut in inuentione residui primi) sit linea b c, cõmunicans lineæ a rationali positæ, numerus autẽ e quadratus, sit diuisus in f & g, quorũ sit uterque nõ quadratus. Sitq; quadratũ lineæ b c, quadratũ lineæ d c, sicut e ad f, & scies ex diffinitione, lineam d b esse residuum quartũ, si eorũ quæ in inuentione binomij quarti didiceras, oblitus nõ fueris. Eucl. ex Zãb. Problema 21 Propositio 88



88

Inuenire quartam apotomen.

THEON ex Zãb. Exponatur rõnalis α, & ei lõgitudine cõmẽsurabilis esto ε β, rõnalis igitur est & ε β. Exponaturq; (per lẽma secũdũ 15 decimi) bini nũeri δ ζ, ζ ε, ut totus δ ε ad utrũq; ipsorũ δ ζ, ζ ε, rõnem nõ habeat quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 (sicut δ ε ad ε ζ, sic quod ex ε β quadratũ, cõmẽsurabile igitur est (per correlariũ 11 decimi) quod ex ε β, et quod ex β γ. Rõnale aũt est id quod ex β ε, rõnale igitur & quod ex β γ rõnalis igitur est (per 7 diffinitionẽ decimi,) & β ε. Et quoniã δ ε ad ε ζ, rõnem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ε β ad id quod ex β γ rationẽ habet, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ incõmẽsurabilis igitur est (per 9 decimi,) β ε, ipsi β γ lõgitudine. Et utræq; rõnales sunt. Ipsæ igitur ε β, β γ, rõnales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Apotome igitur est ε γ. Dico quod & quarta. Quo nempe maius est quod ex ε β, eo quod ex β γ, esto (per lẽma 13 decimi.) quod ex θ. Quoniã igitur est sicut δ ε, ad ε ζ, sic est quod ex β ε, ad id quod ex β γ, & cõuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti,) sicut ε δ, ad δ ζ, sic quod ex β ε, ad id quod ex θ. Sed ε δ, ad δ ζ, rationẽ nõ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ nũerũ, neq; igitur quod ex β ε ad id quod ex θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. incommẽsurabilis igitur est (per 9 decimi) ε β, ipsi θ lõgitudine, & β ε, ipsa β γ, maius potest, eo quod ex θ, ipse igitur ε β, ipsa β γ maius potest, eo quod ex sibi incõmensurabili, estq; tota β ε, cõmensurabilis lõgitudine ipsi α rationali expositæ. Ipsa igitur ε γ, (per 3 diffinitiones) apotome est quarta. Inuenta igitur est quarta apotome, quod faciẽdũ erat. Eucl. ex Cãp. Propositio 84



84

Residuum quintum demonstrare.

CAMPANVS Cum residuũ quintũ inuenire libuerit, erit linea c d communicans lineæ a rationali positæ in lõgitudine, sicut erat in inquisitione secũdi, & erit quadratus numerus e diuisus in f & e, quorum neuter quadratus sicut in præmissa, erit quadratũ lineæ c d ad quadratũ b c, sicut f ad e, ex quibus à diffinitione cõcludere licet (habita sufficiẽti notitia binomij quinti) lineã d b esse residuũ quintũ. Eucli. ex Zãb. Theorema 22 Propositio 89



89

Inuenire quintam apotomen.

THEON ex Zamb Exponatur ratiõalis α, & ipsi α lõgitudine cõmensurabilis esto γ β, rõnalis igitur est γ β. Exponaturq; (per secundũ lemma 25 decimi.) bini numeri δ ζ, ζ ε, ut δ ε ad utrũq; ipsorũ δ ζ, ζ ε, rationẽ rursus non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) sicut ζ ε, ad ε δ, sic quod ex β γ ad id quod ex β ε, cõmensurabile (per 11 decimi,) igitur est quod ex γ β, et quod ex β ε. Rationale autem est quod ex γ β, rationale & quod ex β ε, rationalis igitur est ε β. Et quoniam est sicut δ ε, ad ε ζ, sic est quod ex ε β ad id quod ex β γ, at δ ε, ad ε ζ, rationẽ nõ habet quã nũerus quadratus ad quadratum numerũ, neq; igitur quod ex β ε ad id quod ex β γ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) ε β ipsi β γ, lõgitudine. Et utræq; sunt rõnales. Ipsæ

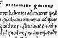


igitur β ε, ε γ, rationales sunt potentia tantum cōmēsurabiles. Igitur ϐ γ, apotome est per 73 decimi. Dico quod & quinta. Quo nāque maius est id quod ex β ε, eo quod ex ε γ, esto id quod ex θ. Quoniā igitur est sicut quod ex ϐ ε, ad id quod ex ε γ sic est δ ι ad ι ζ, cōuertēdo igitur (per correlariū 15 quinti) est sicut ι δ, ad δ ζ, sic quod ex β ε, ad id quod ex θ. At ι δ, ad δ ζ, rationē nō habet quàm quadratus numerus ad quadratū numerum, neque igitur quod ex ϐ ε, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incōmensurabilis (igitur per 9 decimi) ϐ ε, ipsi θ longitudine. Ipsaq; ε ϐ, ipsa ε γ, maius potest eo quod ex θ Ipsa igitur ε ϐ, ipsa ε γ maius potest, eo quod ex sibi longitudine incommensurabili, & congruens est longitudine commensurabilis ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur β γ, apotome est quinta, inuenta igitur est apotome quinta. Quod ostendendum fuerat.

Eucli ex Camp. Propositio 55

85 Residuum sextū demum præsto sit reperire.

CAMPANVS Residuum sextum sic reperitur. Erit ut prius linea a rationalis posita, & c numerus quadratus diuisus in f & g non quadratos, & erit h numerus primus. Et quadratū lineæ a ad quadratum lineæ b c, sicut h ad e. at uero quadratū lineæ b c. quadratū c d, ut e ad f, eritq; ex diffinitione linea d b. residuum sextum. Cui si non plane animus tuus assenserit, exerceri te conuenit in inuentione binomij sexti.



90 Inuenire sextam apotomen.

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, & tres numeri ι, ϐ γ, γ δ, rationem non habentes ad inuicem quā quadratus numerus ad quadratum. Insuper & β γ, ad β δ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Fiatq; (per correlarium 6 decimi) sicut ι ad ϐ γ, sic quod ex α ad id quod ex ζ ε, sicut autē β γ ad γ δ, sic quod ex ζ ε ad id quod ex ε θ. Quoniam igitur est sicut ι ad ϐ γ, sic est quod ex α ad id quod ex ζ ε, cōmensurabile igitur est (per 6 decimi,) quod ex α ei quod ex ζ ε, rationale autē quod ex α rationale igitur est & id quod ex ζ ε, rationalis igitur est & ζ ε. Et quoniā ι ad β γ rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex α ad id quod ex ζ ε rationē nō habet quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi ζ ε longitudine. Rursus quoniā est sicut ϐ γ, ad γ δ, sic quod ex ζ ε ad id quod ex ε θ, commensurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζ ε, ei quod ex ε θ, rationale autē est quod ex ζ ε, rationale igitur est, & quod ex ε θ, rationalis igitur & ε θ. Et quoniā ϐ γ ad γ δ rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū, neque igitur quod ex ζ ε, ad id quod ex ε θ, rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum, incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi,) ζ ε, ipsi ε θ longitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur ζ ε, ε θ, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Igitur ζ θ apotome est. Dico iam quod & sexta. Quoniam enim est sicut ι ad β γ sic quod ex α ad id quod ex ζ ε, sicutq; ϐ γ ad γ δ sic quod ex ζ ε ad id quod ex ε θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut ι ad γ δ, sic quod ex α ad id quod ex ε θ. At ι ad γ δ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Neque igitur quod ex α, ad id quod ex θ ε, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α, ipsi ε θ lōgitudine, & neutra ipsarū ζ ε, ε θ, cōmensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nempe maius est quod ex ζ ε, eo quod ex ζ θ, esto quod ex η. Quoniam enim est sicut ϐ γ ad γ δ sic quod ex ζ ε ad id quod ex ε θ, conuertēdo igitur (per correlarium 15 quinti) est sicut β γ ad ϐ δ sic est quod ex ζ ε, ad id quod ex η. At γ β, ad β δ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ζ ε ad id quod ex η rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. Incōmensurabilis igitur est ζ ε ipsi η longitudine. Et ζ ε, ipsa ε θ maius potest, eo quod ex η Igitur ζ ε, ipsa ε θ maius potest eo quod est sibi longitudine incōmensurabili, & utraque ipsarū ζ ε, ε θ, incommensurabilis est lōgitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur ζ θ, apotome est sexta. Inuenta igitur est apotome sexta ζ θ, quod erat agendum. Sit prædictarum sex apotomarum inuentionis ostensio concisior. Deturq; ut inueniatur prima. Exponatur ex binis nominibus prima α γ, cuius maius nomen sit α ϐ, & ab ipsa quidem α ϐ, auferatur ipsi quidem ϐ γ, æqualis ϐ δ. Ipsæ igitur α β ϐ γ, hoc est α β, ϐ δ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & α β, ipsa ϐ γ, hoc est ipsa ϐ δ, maius potest, eo, quod ex sibi incommensurabili. & α ϐ commensurabilis est expositæ rationali longitudine. Igitur α δ prima est apotome. Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus eas quæ ex binis nominibus* in numeros exponentes.





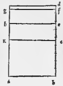
*longitudine pari numero, id est eiusdem ordinis

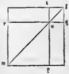
Eucli. ex Camp. Propositio 56

85 Si fuerit superficies linea rationali residuo primo contenta. latus eius tetragonicum necesse est esse residuum.

CAMPANVS, Sit superficies a c contenta linea rationali a b & residuo primo

mo b c, dico latus tetragonicum superficiei a c, esse residuum. Adiungatur enim ad lineam b c, linea c d. sitque illa cuius detractione b c fuit residuum primum. Eritque ex diffinitione, b d rationalis ex longitudine, & c d in potentia tãtum, b d quoque erit potẽtior d c, in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e, & tota b d diuidatur ea conditione in f, quod inter b f & f d sit e d medio loco proportionalis, eritque ex secunda parte 18 b f communicans in longitudine f d, per 9 igitur utraque earum cõmunicat cũ tota linea b d quare per diffinitionẽ ambæ sunt rationales in longitudine. Ducantur itaque lineæ f g, e b, & c k, æquidistantes a b, eritque per 19 utraque duarum superficierum a f & g d, rationalis. Sit quadratũ ergo l m, æquale superficiei a f. eritque rationale, & latus eius rationale in potentia. Intra illud quadratũ protracta diagonali linea l m. describatur quadratum l n, æquale superficiei g d. eritque ipsum rationale, & eius latus ratiõale in potẽtia. protrahantur autem duæ lineæ m p, q n. æquidistanter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratũ p r esse æquale superficiei a c, & eius latus quod est n p est residuum. Cum enim linea d e sit ex hypothesi medio loco proportionalis inter b f & f d, erit ex prima sexti superficies b d medio loco proportionalis inter duas superficies a f & g d, ideoque & inter duo quadrata l m & n l. Cũque ex prima sexti sit superficies l p medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata. erit l p æqualis d h, & etiam b c. Et quia quadratum l n est æquale g d, erit t r æquale g e, totus itaque gnomo circũscriptus quadrato m n, est æqualis c g. Et quia l m erat æquale a f. relinquitur m n æquale a c. Quod autem n p latus quadrati m n sit residuũ, sic collige. Est enim utraque duarũ p t & t n rationalis in potentia, eo quod utrunque quadratum l m & n l est rationale. unaque earum est incommensurabilis alij per primam sexti & 10 huius, eo quod, quadratum l m est incommensurabile l r superficiei, sicut superficies a f superficiei b d. De quibus manifestum est quod ipsæ sunt incommensurabiles, est enim per primã sexti una earum ad alteram, sicut linea b f quæ est rationalis in longitudine ad lineam d e quæ est rationalis in potentia tantum, ex 55 igitur linea p n, quæ potest in superficiem a c, est residuum. Et hoc est quod intendimus.

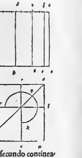




Eucl. ex Zamb. Theorema 67 Propositio 91

91 Si areola comprehendatur sub rationali & apotome prima, quæ areolã potest apotome est.

THEON ex Zamb. Cõprehendatur etenim areola α β, sub rationali α γ, & apotome prima α δ. Dico quod ipsam α β areolã potens, apotome est. Quoniã apotome est α δ, esto eidẽ cõgruens (per 79 decimi) δ η. Ipsæ igitur α η, δ η, rationales sunt potentia tantũ commensurabiles. & tota α η, (per 3 diffinitiones) commensurabilis est ipsi α γ, expositæ rationali, & α η, ipsa η δ, (per 75 decimi,) maius potest eo quod ex sibi lõgitudine commensurabili. Si igitur (per 28 sexti) quartæ parti eius quod ex δ η æquũ ad ipsam α η cõparetur deficiẽs forma quadrata, in cõmensurabilia ipsam (per 17 decimi) diuiserit. Secetur (per 10 primi) δ η bifariã in ε, & ei quod ex ε η, æquũ ad ipsam α η cõparetur (per 28 sexti,) deficiẽs forma quadrata, sitque quod sub α ζ, ζ η, cõmẽsurabilis igitur est α ζ, ipsi ζ η. Et per ε, ζ, η, signa. (per 31 primi) ipsi α γ, paralleli excitẽtur ε θ, ζ ι, η κ. Et quoniã cõmensurabilis est α η ipsi ζ η, longitudine, & α η igitur utrique ipsarũ α ζ, ζ η, cõmensurabilis est lõgitudine. Sed α η cõmensurabilis est ipsi α γ, & utraque igitur ipsarum α ζ, ζ η, commensurabilis est longitudine ipsi α γ, & rationalis est α γ, rationalis igitur est & utraque ipsarum α ζ, ζ η, quare & utrunque ipsorum α ι, ζ κ, rationale est. Et quoniam commensurabilis est δ ε, ipsi ε η, & δ η, igitur utraque ipsarũ δ ε, ε η, lõgitudine cõmensurabilis est. Rationalis aũt est δ η, & ipsi α γ lõgitudine incõmensurabilis, rationalis igitur est & utraque ipsarũ δ ε, ε η. & ipsi α γ, lõgitudine incõmensurabilis, utrũque igitur ipsorũ δ θ, ε κ, mediũ est. Apponatur iã, ipsi quidẽ α ι, æquũ quadratũ λ μ, ipsi autẽ ζ κ, æquum auferatur commumẽ ipsi λ μ angulum habẽs ν ξ qui sub λ ο, ο ν, sitque ν ξ, circa eundem igitur dimetientẽ sunt (per 26 sexti,) ipsa λ μ, ν ξ, quadrata, sit eorũ dimetiens ο ρ, ac describatur figura. Quoniã certe rectangulum cõprehensum sub α ζ, ζ η, æquum est ei quod ex ε η, quadrato, est



est igitur (per 17 sexti) sicut α ζ ad ι κ, sic ι κ ad ζ κ. Sed sicut quidem α ζ ad ι κ, sic (per 1 sexti,) α ι, ad α κ, sicut autē ι κ ad ζ κ, sic est ι κ, ad κ ξ. Ipsorum igitur α ι, κ ξ, medium proportionale est ι κ, est autem ipsorum λ μ, ν ξ, medium proportionale, ν μ, sicut in præcedentibus patuit (per lemma 53 decimi,) & α ι, ipsi quidem λ μ quadrato æquum est, at κ ξ, ipsi ν ξ, & ι κ igitur, ipsi μ ν est æquale, Sed ι κ, (per 36 primi) ipsi δ θ est æquale, & μ ν, ipsi λ ξ. Igitur δ κ, æquum est ipsi φ χ ψ gnomoni, & ipsi ν ξ. Est autē & α κ æquū ipsis λ μ, ν ξ, quadratis. Reliquū igitur α ϐ, (per 45 primi) æquū est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν quadrato. Quod igitur ex λ ν quadratū, ipsi α ϐ, æquū est. Ipsa igitur λ ν. ipsam α ϐ areolam potest. Dico quod & λ ν, apotome est. Quoniā enim rōnalia sunt α ι, ζ κ, & æqualia sunt ipsis λ μ, ν ξ, & utrūq; igitur ipsorū λ μ, ν ξ, rationale est, hoc est quod ex utraq; ipsarū λ ο, ο ν, & utraq; igitur ipsarū λ ο, ο ν, rōnalis est. Rursus quoniā δ θ mediū est, & ipsi λ ξ, est æquale mediū igitur est λ ξ. Et quoniā λ ξ mediū est, & ν ξ rōnale, incōmēsurabile igitur est λ ξ, ipsi ν ξ. Sicut autē λ ξ ad ν ξ, sic est λ ο ad ο ν. incōmēsurabilis igitur est (per 11 decimi) λ ο, ipsi ο ν longitudine. Et utræq; rationales, ipsæ igitur λ ο, ο ν, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est (per 73 decimi,) λ ν & ipsam α ϐ areolam potest. Quæ igitur ipsam α ϐ areolam potest apotome est. Si areola igitur cōprehēdatur sub rationali & apotome prima, quæ areolam potest apotome est. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Zamb. Propositio 87

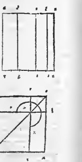
SI superficies aliqua linea rationali residuoq; secundo contineatur, linea in eandem potens erit residuum mediale primum.

CAMPANVS In hac quoque argue sicut in præmissa ex diffinitione residui secundi & secunda parte 15 & nona & decimanona & 15 & 69.

Eucl. ex Zāb. Theorema 68 Propositio 92

92 Si areola comprehensa fuerit sub rationali & apotome secunda quæ areolam potest mediæ apotomæ est prima.

THEON ex Zamb. Areola namque α ϐ, cōprehendatur sub rationali α γ, & secunda apotomæ α δ. Dico quod quæ α ϐ, areolam potest, mediæ apotome est prima. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α δ congruens δ η. Ipsæ igitur α η, η δ, rationales sunt potentia tantū commensurabiles (per 5 diffinitiones,) & ipsa δ η, congruens, cōmensurabilis est ipsi α γ, expositæ rationali, ipsa uero α η tota ipsa congruente η δ maius potest eo quod ex sibi commēsurabili, Quoniā igitur ipsa α η plus quām η δ potest eo quod ex sibi commensurabili longitudine. Si igitur quartæ parti eius quod ex η δ, æquū ad ipsam α η. cōparetur (per 28 sexti) forma deficiens quadrata, ipsam dirimet in commensurabilia (per 17 decimi. Secetur (per 10 primi) ipsa δ η, bifariam in ε, & ei quod ex ε η, æquum ad ipsam α η, cōparetur forma deficiēs à quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ η, commensurabilis igitur est α ζ, ipsi ζ η, longitudine. Et per ipsa ε, ζ, η signa, (per 31 primi) ipsi α γ, paralleli excitentur ε θ, ζ ι, η κ. Et quoniam (per 15 decimi,) α ζ ipsi ζ η, longitudine commensurabilis est, & α η igitur utriq; ipsarum α ζ, ζ η, longitudine cōmensurabilis est. Rationalis autem est α η, & ipsi α γ, longitudine incōmēsurabilis, & utraq; igitur ipsarū α ζ, ζ η, ratiōalis est, & ipsi α γ lōgitudine incommensurabilis, utrūq; igitur ipsorū α ι, ζ κ, medium est. Rursus quoniam commensurabilis est δ ε, ipsi ε η, & δ η, igitur (per 6 decimi, & per 15 decimi) utrique ipsarū δ ε, ε η, cōmensurabilis est. Sed δ η, ipsi α γ longitudine commensurabilis est. Rationalis igitur est utraque ipsarū δ ε, ε η, & ipsi α γ lōgitudine cōmensurabilis, igitur & utrūq; ipsorum δ θ, ε κ, (per 19 decimi,) rationale est. Constituatur ergo (per 14 secundi) ipsi quidē α ι æquum quadratum λ μ, ipsi autē ζ κ æquū auferatur ν ξ, circa eundē existens angulū ipsi λ μ qui sub λ ο μ. Circa eandem igitur dimetientem sunt ipsa λ μ, ν ξ, quadrata. Esto (per 26 sexti) ipsorum dimetiens ο ρ, & describatur figura. Quoniā nempe ipsa α ι, ζ κ, media sunt, & adinuicem cōmensurabilia, & eis quæ ex λ ο, ο ν, sunt æqualia, & quæ igitur ex λ ο, ο ν, media sunt, & ipsæ λ ο, ο ν, igitur mediæ sunt potentia tantū commensurabiles. Et quoniam quod sub α ζ, ζ η,



æquum

æquū est ei quod ex ι κ, est igitur sicut α ζ, ad ι κ, sic ι κ, ad ζ κ. Sed sicut quidē α ζ ad ι κ, sic α ι, ad ι κ, sicut autē ι κ, ad ζ κ, sic ι κ, ad ζ κ. Ipsorū igitur α ι, ζ κ, mediū proportionale est ι κ. Sed ipsorū λ μ, ν ξ, quadratorū, mediū proportionale est (per lēma 53 decimi,) μ ν, & α ι quidē æquū est ipsi λ μ, & ζ κ ipsi ν ξ. igitur μ ν, ipsi ι κ, æquū est. Sed ipsi quidē ι κ, æquū est δ θ, at μ ν, ipsi λ ξ (per 36 primi) est æquale. Totū igitur δ κ æquū est ipsi υ φ χ, gnomoni & ipsi ν ξ. Quoniā ergo totū α κ, æquū est ipsis λ μ, ν ξ, quorū δ κ æquū est ipsi υ φ χ gnomoni & ipsi ν ξ, reliquū igitur α β ipsi σ τ, est æquale. Hoc est, ei quod ex λ ν: quod igitur ex λ ν, ā ipsi α ε, areolæ æquum est, ipsam igitur α β areolam, ipsa λ ν potest. Dico quod λ ν mediæ apotomæ est prima. Quoniā enim ι κ rationale est, & ipsi ν μ æquale hoc est ipsi λ ξ. rationale igitur est λ ξ, hoc est id quod sub λ ν, ο ν, (per constructionem.) Ostensum autem est, quod ν ξ medium est. Igitur λ ξ, ipsi ν ξ, est incommensurabile. Sicut autē λ ξ ad ν ξ, sic λ ο, ad ο ν. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, lōgitudine sunt incōmensurabiles. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes. Ipsa igitur λ ν, mediæ apotomæ est prima (per 74 decimi.) Et ipsam α β potest areolā. Igitur quæ ipsam α ε areolā potest, mediæ apotomæ est prima. Si areola igitur comprehensa fuerit, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 88

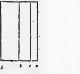
88 SI linea rationali residuoque tertio superficies contineatur, erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

CAMPANVS Priori demonstrationi insiste, & facile concludes propositū ex diffinitione residui tertij & secunda parte 13 & 9 & 19 & 70.

Eucli. ex Zamb. Theorema 69 Propositio 93

93 Si areola comprehendatur sub rationali & apotome tertia, quæ areolā potest mediæ apotomæ est secunda.

THEON ex Zamb. Areola enim α ε, comprehendatur sub rationali α γ, & apotome tertia α δ. Dico quod quæ ipsam α ε, areolā potest, mediæ apotomæ est secunda. Esto enim (per 79 decimi,) ipsi α δ congruens δ κ. ipsæ igitur α κ, κ δ, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles, & neutra ipsarum α κ, κ δ, ipsi α γ, expositæ rationali cōmensurabilis est longitudine. At (per 57 decimi,) tota α κ, ipsa δ κ, cōgruente maius potest, eo quod ex sibi commensurabili. Si igitur quartæ parti eius quod ex δ κ, æquū ad ipsam α κ, apponatur forma deficiens quadrata, in incommēsurabilia (per 18 decimi) ipsam diuiserit, secetur (per 10 primi.) nēpe δ κ bifariā in ε, & (per 28 sexti) ei quod ex ε κ, æquū ad ipsam α κ, cōparetur forma deficiens quadrata, sitque quod sub α ζ, ζ κ. Excitenturque (per 31 primi) per ε, ζ, κ, signa, ipsi α γ, paralleli ε θ, ζ ι, κ λ, cōmensurabiles igitur sunt α ζ, ζ κ, cōmensurabile igitur est & α ι ipsi ζ λ. Et quoniā α ζ, ζ κ, cōmēsurabiles sunt lōgitudine, & α κ, igitur (per parabolē) utrique ipsarū α ζ, ζ κ, cōmensurabilis est lōgitudine. Rationalis autē est α κ, & ipsi α γ, longitudine incommensurabilis, & utraque igitur ipsarū α ζ, ζ κ, rationalis est, & ipsi α γ, lōgitudine incommensurabilis, & utrūque igitur ipsorū α ι, ζ λ, (per 21 decimi,) medium est. Rursus quoniam cōmensurabilis est δ ε ipsi ε κ, lōgitudine, & δ κ, igitur utrique ipsarū δ ε, ε κ, lōgitudine cōmēsurabilis est (per 16 decimi.) Rationalis autē est κ δ, & ipsi α γ, lōgitudine incōmēsurabilis, rationalis igitur est & utraque ipsarū δ ε, ε κ, & ipsi α γ, lōgitudine incōmensurabilis. Vtrūque igitur ipsorū δ θ, ε λ, (per 21 decimi,) mediū est. Et quoniā α κ, κ δ potentia tantum sunt cōmensurabiles, incōmensurabilis igitur est longitudine α κ, ipsi κ δ. Sed α κ, ipsi quidē α ζ longitudine cōmensurabilis est, & δ κ, ipsi ε κ, incōmensurabilis igitur est α ζ, ipsi ε κ longitudine. Sicut aūt α ζ, ad ε κ, sic α ι ad ε λ, incōmēsurabile igitur est α ι, ipsi ε λ. Cōstituatur igitur (per 14 secūdi,) ipsi quidē α ι æquū quadratū λ μ, ipsi aūt ζ λ, æquū auferatur ν ξ, circa eundē existēs angulū cū μ λ. Circa igitur eundē dimetientē, sunt λ μ, & ν ξ, esto (per 26 sexti) ipsorū dimetiens ο ρ, describaturque figura. Quoniam igitur quod sub α ζ, ζ κ, æquū est ei quod ex ε κ, est igitur (per 17 sexti) sicut α ζ, ad ε κ, sic ε κ ad ζ κ. Sed sicut quidem α ζ ad ε κ, sic est α ι ad ε λ, sicut autem ε κ ad ζ κ, sic est ε λ, ad ζ λ, & sicut igitur α ι ad ε λ, ita ε λ ad ζ λ. Ipsorū igitur α ι, ζ λ, mediū proportionale est ε λ, est autē (per lēma 53 decimi,) ipsorū λ μ, ν ξ, quadratorū, mediū proportionale μ ν, & α ι, æquū est ipsi λ μ, & ζ λ, ipsi ν ξ. Et ε λ igitur, æquū est ipsi μ ν. Sed μ ν, ipsi λ ξ, est æquale, & ε λ, ipsi δ θ, æquum est (per 36 primi,) & totū igitur δ λ, æquū est ipsi υ φ χ, gnomoni & ipsi ν ξ. Est aūt & α λ, æquū ipsis λ μ, ν ξ. reliquū igitur α ε, æquū est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν quadrato. Igitur ipsa λ ν, ipsam α ε, areolā potest. Dico iam quod λ ν mediæ apotomæ est secūda. Quoniā enim ostēsum est quod α ι, ζ λ, media sūt & æqualia eis quæ ex λ ο, ο ν, mediū igitur est (per correlarium 23 decimi,) & utrūque ipsorū quæ ex λ ο, ο ν, media igitur est utraque ipsarū λ ο, ο ν. Et quoniam α ι ipsi ζ λ, cōmēsurabile est, igitur quod ex λ ο, et quod ex ο ν, cōmēsurabile est. Rursus quoniā ostēsum est quod α ι, ipsi ε λ incōmēsurabile est, incōmēsurabile igitur est λ μ ipsi μ ν, hoc est quod ex λ ο, et quod sub λ ο, ο ν, quare & λ ο, incōmēsurabilis est lōgitudine ipsi ο ν. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, mediæ sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Dico iā quod & mediū cōprehēdunt. Quoniā patuit quod ε λ, mediū est, & ei est æquale quod sub λ ο, ο ν, mediū igitur (per correlariū 23 decimi,) est & quod sub λ ο, ο ν. Quare ipsæ λ ο, ο ν, mediæ sunt potentia tantū commensurabiles medium comprehendentes. Ipsa igitur λ ν mediæ apotomæ est secunda (per 75 decimi,) & ipsam potest α ε. Quæ igitur ipsam α ε, areolam potest, mediæ apotomæ est secūda. Quod ostendere oportuit.



Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 89

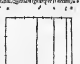
89 **S**I fuerit superficies linea rationali residuoq; quarto contenta, linea super eam potens erit linea minor.

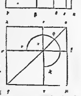
CAMPANVS In hac quoq; nõ aliter procedas quàm prius, facile erit tibi propositum concludere, si præmissam non despicis, ex diffinitione residui quarti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71, & sic patebit propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 70 Propositio 94

94 Si areola comprehendatur sub rationali & quarta apotome, quæ areolam potest minor est.

THEON ex Zãb. Areola nãque α ε, comprehendatur sub rationali α γ, & quarta apotome α δ. Dico quod quæ α β areolã potest, minor est. Sit enim (per 80 decimi,) ipsi α δ congruens δ η, ipsæ igitur α η, η δ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & α η, ipsi α γ, expositæ rationali longitudine commensurabilis est, & tota α η, ipsa δ η congruente maius potest eo quod ex sibi longitudine incommensurabili. Quoniam igitur (per 51 decimi) α η ipsa η δ maius potest eo quod ex sibi lõgitudine incommẽsurabili, si igitur quartæ parti eius quod ex δ η, æquum ad ipsam α η, comparetur (per 28 sexti,) forma deficiens quadrata, in incommensurabilia (per 18 decimi,) ipsam diuiserit. Secetur (per 10 primi) igitur δ η, bifariam in ι, & ei quod ex ι η, (per 28 sexti,) æquum ad ipsam α η cõparetur forma deficiens quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ η. Incommensurabilis igitur est longitudine α ζ, ipsi ζ η. Excitentur igitur (per 31 primi) per ι, ζ, η, signa paralleli ipsis α γ, β δ, sintq; ι θ, ζ ι, η κ. Quoniã igitur rationalis est α η, & ipsi α γ, longitudine commensurabilis, rationale igitur est totum α κ. Rursus quoniã commensurabilis est δ η ipsi α γ longitudine, & utræq; sunt rationales, mediũ igitur est δ κ, (per 21 decimi.) Rursus quoniã incommensurabilis est α ζ, ipsi ζ η longitudine, incommensurabile igitur est (per 9 decimi) & α ι ipsi ζ κ. Constituatur igitur (per 14. secundi) ipsi quidem α ι æquum quadratũ λ μ, ipsi autem ζ κ, æquum auferatur ν ξ. Ad eundem existens ipsi λ μ, angulum qui sub λ ο μ, circa igitur eundem dimetientem sunt, (per 26 sexti,) ipsa λ μ ν ξ, quadrata. Sit ipsorũ dimetiens ο ρ, describaturq; figura. Quoniã igitur quod sub α ζ, ζ η, æquũ est ei quod ex ε η, proportionaliter igitur est (per 17 sexti) sicut α ζ, ad ε η, sic ε η, ad ζ η. Sed sicut quidem α ζ ad ε η, sic α ι ad ε κ, sicut autem (per 1 sexti) ε η, ad ζ η, sic ε κ, ad ζ κ. Ipsorũ igitur α ι, ζ κ, medium proportionale est ε κ. Ipsorũ autẽ λ μ, ν ξ, quadratorũ (per lẽma 53 decimi) medium proportionale est μ ν, & α ι, æquum est ipsi λ μ, & ζ κ, ipsi ν ξ, & ε κ, igitur, ipsi μ ν est æquale. Sed ipsi quidem ε κ, æquũ est δ θ, ipsi autem μ ν, æquum est λ ξ. Totum igitur δ κ, æquũ est ipsi υ φ χ, gnomoni, & ipsi ν ξ. Quoniã igitur α κ, totum æquũ est ipsis λ μ, ν ξ, quadratis, quorũ δ κ, æquũ est ipsi υ φ χ, gnomoni & ipsi ν ξ quadrato, reliquum igitur α θ, (per 3 cõmunẽ sententiã) æquũ est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν, quadrato. Igitur λ ν, ipsam α θ, areolam potest, Dico quod λ ν irrationalis est, appellata minor. Quoniã enim α κ rationale est, & eis est æquale quæ ex λ ο, ο ν, fiunt quadratis, conflatum igitur ex ijs quæ ex λ ο, ο ν, rationale est (per diffinitionẽ.) Rursus quoniã δ κ mediũ est, & δ θ, æquũ est ei quod bis sub λ ο, ο ν, quod igitur bis sub λ ο, ο ν, medium est. Et quoniã patuit quod α ι, ipsi ζ κ, est incommensurabile: incõmensurabile igitur est (per 11 decimi) quadratum quod ex λ ο, et quod ex ο ν quadrato. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, (per 76 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatum quidem earum quadratis rationale, quod uero bis sub ipsis medium. Ipsa igitur λ ν, irrationalis est appellata minor, & ipsam areolam α θ potest. Quæ igitur ipsam α β areolam potest minor est. Quod erat ostendendum.





Eucli. ex Camp. Propositio 90

90 **S**I fuerit linea rationali residuoq; quinto superficies contẽta, latus eius tetragonicũ, erit cũ rationali componens mediale.

CAMPANVS Nitere præmissa argumentatiõe ex diffinitione residui quinti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72, quod propositũ est concludere.

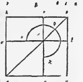
Eucli. ex Zamb. Theorema 71 Propositio 95

95 Si areola comprehendatur sub rationali & quinta apotome, quæ areolam potest, est quæ cum rationali medium totum conficit.

THEON ex Zamb. Areola etenim α ε, comprehendatur sub rationali α γ, & quinta apotome α δ. Dico quod quæ



quæ ipsam areolam α β potest, est quæ cum rationali medium totum conficit. Sit nãq; (per 79 decimi) ipsi α δ congruens δ κ, ipsæ igitur α κ, κ δ, (per 80 decimi.) rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & cõgruens κ δ, cõmensurabilis est longitudine ipsi α γ, expositæ rationali. Et tota α κ, congruente δ κ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Si igitur (per 18 sexti) quartæ parti eius quod ex δ κ, æquũ ad ipsam α κ, (per 17 decimi) comparetur deficiens forma quadrata, in incommensurabilia ipsam diuidet. Secetur igitur (per 10 primi,) δ κ, bifariã in ε signo, & ei quod ex ε κ, (per 18 decimi, æquum ad α κ, cõparetur forma deficiens quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ κ incommensurabilis igitur est (per 9 & 34 decimi) α ζ, ipsi ζ κ longitudine. Exciuntur(q; (per 31 primi) per ε, ζ, κ, signa ipsi α γ paralleli ε θ, ζ ι, κ ν. Et quoniã α κ ipsi α γ longitudine est incõmensurabilis, & utræq; sunt rationales, mediũ igitur est α ν. Rursus quoniã δ κ est rationalis, & ipsi α γ lõgitudine cõmẽsurabilis, rationale igitur est δ ν. Constituatur igitur (per 14 secundi, ipsi quidẽ α ι æquũ quadratũ λ μ, ipsi autẽ ζ ν, æquũ quadratũ auferatur ν ξ. Ad eundem angulũ qui sub λ ο μ, sunt ipsa λ μ, & ν ξ, ad eãdem igitur diametrũ, sunt λ μ, ν ξ quadrata. Sit (per (per 26 sexti) ipsorũ dimetiens ο ρ, describaturq; figura. Similiter iam ostendemus, quod λ ν, potest ipsam α ε, areolam, dico quod ipsa λ ν, est quæ cum rationali mediũ totũ cõficit. Quoniã enim ostẽsum quod α κ medium est, & ei sunt æqua quæ ex λ ο, ο ν, cõflatũ igitur ex eis quæ ex λ ο, ο ν, mediũ est, (per correlariũ 23 decimi.) Rursus quoniã δ κ rationale est, & ei est æquum quod bis sub λ ο, ο ν, & quod bis igitur sub λ ο, ο ν, rationale est. Et quoniã incommensurabile est α ι ipsi ζ κ, incommensurabile igitur est quod ex λ ο, ei quod ex ο ν. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, potentia sunt incõmensurabiles efficiẽtes conflatum ex ipsarum quadratis mediũ, quod autẽ bis sub ipsis rationales, reliqua igitur λ ν, (per 77 decimi) irrationalis est appellata cũ rationali mediũ totum efficiens. Et ipsam α ε, areolam potest, quæ igitur ipsam α β, areolam potest, est quæ cum rationali medium totum efficit. Quod oportuit demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 91

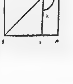
91 Si linea rationali residuoq; sexto superficies contineatur, latus tetragonicum quod super eam potest cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.



CAMPANVS Nunc quoque ultimo quod per hanc dicitur præmisso modo satage concludere ex diffinitione residui sexti, & secunda parte 14 & 9 & 19 & 73. In his autẽ omnibus processum tuum nihil offendere poterit, si primam earum & perfecte didiceris & memoriter tenueris, & quid quoq; supponet solerter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato l m te dubitare cõtigerit ad suum æquale in superficie a d tibi recurrendũ erit, & patebunt tuo ingenio.

Eucl. ex Zamb. Theorema 62 Propositio 96

96 Si areola cõprehendatur sub rationali & apotome sexta, quæ areolã potest, est quæ cum medio medium totum efficit.



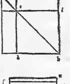
THEON ex Zamb. Areola namque α β, cõprehendatur sub rationali α γ & apotome sexta α δ. Dico quod quæ α ε areolam potest, est quæ cũ medio medium totum efficit. Esto enim (per 79 decimi,) ipsi α δ congruens δ κ, ipsæ igitur α κ, κ δ, (per 90 decimi) rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles Et neutra ipsarũ α κ, κ δ, (per 3 diffinitiones) cõmensurabilis est ipsi α γ expositæ rõnali longitudine, & tota α κ ipsa δ κ cõgruente maius potest eo quod ex sibi longitudine incommensurabili. Quoniã igitur α κ ipsa κ δ, maius potest eo quod ex sibi lõgitudine incõmẽsurabili, si igitur (per 28 sexti,) quartæ parti eius quod ex δ κ, æquũ ad ipsam α κ cõparetur forma deficiẽs quadrata in incõmẽsurabilia ipsam (per 17 decimi) diuidet. Secetur igitur (per 10 primi) α κ, bifariã in signo ε, & ei quod ex ε κ, (per 28 sexti,) æquũ ad ipsam α κ, comparetur forma deficiens quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ κ. Incommensurabilis

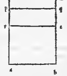
bilis igitur est (per 16 decimi $\alpha\,\zeta$, ipsi $\zeta\,\eta$, longitudine. Sicut autem (per 1 sexti) $\alpha\,\zeta$, ad $\zeta\,\eta$, sic $\alpha\,\iota$ ad $\zeta\,\eta$, incommensurabile igitur est (per 9 decimi) $\alpha\,\iota$ ipsi $\zeta\,\eta$. Et quoniam ipsæ $\alpha\,\epsilon$, $\alpha\,\gamma$, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, medium est $\alpha\,\kappa$. Et quoniam ipsæ $\alpha\,\gamma$, $\delta\,\epsilon$, rationales sunt longitudine incōmensurabiles, mediū est & $\delta\,\kappa$, (per 21 decimi.) Quoniam igitur ipsæ $\alpha\,\gamma$, $\epsilon\,\delta$, potentia tantum sunt commensurabiles, igitur $\alpha\,\kappa$, ipsi $\delta\,\epsilon$ longitudine est incōmensurabilis. Sicut autem $\alpha\,\epsilon$ ad $\epsilon\,\delta$, sic est $\alpha\,\kappa$, ad $\delta\,\kappa$, incommensurabile igitur est $\alpha\,\kappa$, ipsi $\kappa\,\delta$. Cōstituatur igitur (per 14 secundi.) ipsi $\alpha\,\iota$, æquū quadratū $\lambda\,\mu$, ipsi autem $\zeta\,\kappa$, æquum auferatur $\nu\,\xi$, ad eundem angulum ipsi $\lambda\,\mu$, circa eundem dimetientem igitur (per 26 sexti) sunt ipsa $\lambda\,\mu$, $\nu\,\xi$, quadrata, esto ipsorum dimetiēs $o\,\rho$. describaturq; figura. Similiter iam ex præcedentibus ostendemus, quod $\lambda\,\nu$ est quæ cum medio medium totum efficit. Quoniam nanq; patuit quod $\alpha\,\kappa$ mediū est & eis est æquale quæ ex $\lambda\,o$, $o\,\nu$. conflatum igitur ex ijs quæ ex $\lambda\,o$, $o\,\nu$, medium est (per correlarium 23 decimi.) Rursus quoniam patuit quod $\delta\,\kappa$ mediū est, & ei æquale quod bis sub $\lambda\,o$, $o\,\nu$, & quod igitur bis sub $\lambda\,o$, $o\,\nu$, mediū est. Et quoniam patuit quod $\alpha\,\kappa$, ipsi $\delta\,\kappa$ est incommensurabile, incommensurabilia igitur sunt & quæ ex $\lambda\,o$, $o\,\nu$, sunt quadrata ei quod bis sub $\lambda\,o$, $o\,\nu$. Et quoniam $\alpha\,\iota$, ipsi $\zeta\,\kappa$, est incōmensurabile, incōmensurabile est igitur & quod ex $\lambda\,o$, ei quod ex $o\,\nu$. ipsa $\lambda\,o$, $o\,\nu$, igitur (per 78 decimi) potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatū ex ipsarum quadratis medium, & quod bis sub ipsis medium insuper quæ ex ipsis quadrata incommensurabilia ei, quod bis sub ipsis. Ipsa igitur $\lambda\,\nu$, irrationalis est, appellata cum medio medium totum efficiens. Quod erat demonstrandū.

Eucli. ex Camp. Propositio 92

92 Si ad lineam rationalē superficies æqualis quadrato residui applicetur, alterum latus residuum primum esse necesse est.

CAMPANVS Hæ sex sequentes, sunt conuersæ sex præcedentium per ordinem. Huius autem primæ hæc est intentio, quod si sit superficies a c adiuncta ad lineam ratiōalem a b, æqualis quadrato residui quod sit d e, erit eius latus secundum quod est b c necessario residuum primum. Adijciatur enim lineæ d e quæ proponitur esse residuum, linea per cuius abscisionem ipsa d e fuerit residuum, sitq; ei adiuncta e f, eritq; ex 65 utraq; duarū linearum d f & f e, rationalis in potentia, & una earum incommensurabilis alij. Describatur ergo quadratum lineæ f e, quod sit e g, & quadratū d e quæ posita est esse residuū, quod sit e h, & adijciantur supplementa d k & f l, eritq; quadratū g h, tāquam quadratum lineæ d f, & quadratum e h erit sicut superficies a c. Erit etiam utrūq; quadratorū g h & g e, rationale Sit igitur superficies a m adiuncta ad lineā a b, æqualis quadrato g h, eritq; ob hoc ratiōalis, quare per 16 linea m n est rationalis in lōgitudine. superficies uero p n fit æqualis quadrato e g, quæ propter hoc erit rōnalis, & per 16 linea m n rōnalis in lōgitudine, itaq; tota linea b n est rationalis per 9. Diuidatur autem c n per æqualia in q, & ducatur q r æquidistans a b, eritq; ex prima sexti c r æqualis r n. Manifestum uero est quod cum tota superficies a n sit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quæ sunt quadrata duarum linearum d f & f e, & superficies a c sit æqualis quadrato lineæ d e quod est e h, erit per 7 secūdi superficies residua ex a n quæ est c s æqualis duplo superficiei ex d f in f e, quare & horū dimidia quæ sunt r n & d g, necesse est esse æqualia. Cūq; igitur ex prima sexti sit superficies d g medio loco proportiōalis inter duo quadrata g h & g e, erit quoq; superficies r n medio loco proportionalis inter duas superficies a m & p n, ideoq; per primam sexti erit etiam q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cūq; sit q n dimidiū lineæ n c, & linea q n diuisa per punctum m in duo communicantia inter quæ cadit q n medio loco proportionalis, sequitur ex prima parte 18 quod linea b n sit potentior linea n c in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine. Quia ergo superficies d g est medialis ex 19, ex hypothesi autē superficies c r sibi æqualis medialis, & linea c q rationalis in potentia tantum per 20, ideoq; etiam duplum eius quod est linea n c est rationalis tantum in potentia, quia ergo b n est rationalis in longitudine communicantis lineæ a b positæ rationali, & potentior n c in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine





ne.sequitur ex diffinitione lineam b c esse residuum primum. Quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 73 Propositio 97

97 Quod ex apotome ad rationalem comparatum laritudinem primam efficit apotomen.

THEON ex Zamb. Sit apotome α ζ, rationalis autem sit γ δ, & ei quod ex α β. æquum ad ipsam γ δ. comparetur γ ε. latitudinem efficiens γ ζ. Dico quod ε ζ. est prima apotome. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α β cōgruens ζ ν, ipsæ igitur α ν. ν β. (per 80 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et ei quidē quod ex α ν, (per 44 primi) æquum, ad ipsam γ δ, cōparetur γ ι, ei autē quod ex β ν, comparetur ι λ. Totū igitur γ λ, æquū est eis quæ ex α ν, ν ζ, quorū γ ι æquum est ei quod ex α ζ. reliquum igitur ζ λ, æquum est ei quod bis sub α ν, ν ζ. Secetur (per 10 primi) ζ μ bifariā in signo ν, & excitetur (per 31 primi) per ν, ipsi γ δ parallelus ν ξ. Vtrūque igitur ipsorum ν ξ, ξ λ, æquum est ei quod sub α ν, ν β. Et quoniam quæ ex α ν, ν ζ, rationalia sunt, & eis quæ ex α ν, ν ζ, æquū est δ μ, rationale igitur est (per diffinitionē decimi,) δ μ. Et ad rationalem apponitur γ δ, latitudinē efficiēs γ μ, rationalis igitur est γ μ, (per 29 decimi,) & ipsi γ δ longitudine commensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub α ν, ν ζ, medium est (per 22 decimi,) & ei quod bis sub α ν, ν ζ, æquū est ζ λ, mediū igitur est ζ λ. Et ad ipsam γ δ rationalē apponitur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est ζ μ, & ipsi γ δ longitudine incommensurabilis. Et quoniā quæ ex α ν, ν ζ, rationalia sunt, quod autē bis sub α ν, ν ζ, medium est, incommensurabilia igitur sunt quæ ex α ν, ν ζ, et quod bis sub α ν, β. Et eis quidē quæ ex α ν, ν ζ, æquum est γ λ, ei aūt quod bis sub α ν, ν ζ, æquum est ζ λ, incōmēsurabile igitur est (per 9 decimi,) δ μ ipsi ζ λ. Sicut autem (per 1 sexti,) δ μ, ad ζ λ, sic est γ μ, ad ζ μ, incommensurabilis igitur est (per 13 decimi,) γ μ ipsi ζ μ, lōgitudine. Et utræque sunt rationales, igitur γ μ, μ ζ, (per 11 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles, igitur γ ζ apotome est.



Dico insuper quod & prima. Quoniam nempe eorum quæ ex α ν, ν β, mediū proportionale est quod sub α ν, β, & quod ex α ν, æquum est ipsi γ ε, ipsi autem quod sub α ν, ν ζ, est ν λ, ei autem quod ex ζ ν, æquū est κ λ. & ipsorū igitur γ ε, κ λ, mediū proportionale est ν λ. Est igitur (per 1 sexti,) sicut γ ε ad ν λ, sic est ν λ, ad κ λ. Sed sicut quidē γ ε ad ν λ, sic est γ κ ad ν μ, sicut aūt ν λ ad κ λ, sic est ν μ ad κ μ, & sicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad ν μ sic ν μ, ad κ μ. Quod igitur sub γ κ, κ μ, (per 17 decimi) æquū est ei quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ, Et quoniā quod ex α ν, ei quod ex ν ζ est incommensurabile, commensurabile est γ ε ipsi κ λ. Sicut autem γ ε ad κ λ, sic γ κ, ad κ μ, cōmensurabilis est igitur (per 11 decimi) γ κ ipsi κ μ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ sunt inæquales scilicet γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ æquum ad ipsam γ μ apponitur forma deficiens quadrata quod scilicet sub γ κ, κ μ, & γ κ ipsi κ μ commensurabilis est, ipsa, igitur μ γ, ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabili. Et γ μ, commensurabilis est ipsi γ δ, expositæ rationali longitudine, ipsa igitur γ ζ, (per 85 decimi,) apotome est prima. Quod igitur ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem efficit primam apotomen, Quod erat ostendendum.

Eucli.ex Camp. Propositio 93

93 CVm adiuncta fuerit superficies æqualis quadrato residui medialis ptimi ad lineam rationem, alterum latus eius erit residuum secundum.

CAMPANVS Hic erit linea d e residuum mediale primum, & linea e ferit linea illa per cuius abscisionem d e fuerat residuum mediale primum. Dico quod b c erit residuū secundum. Quod nescire non poteris, si demonstrationi præmissæ (quousque eam solido amplectaris habitu) insiteris, & quales lineas oporteat esse d f & f e uigilanter attenderis. de quo si dubitas, 89 requirenda erit.

Eucli.ex Zamb. Theorema 74 Propositio 98

98 Quod ex mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem secundam efficit apotomen.

THEON ex Zamb. Sit mediæ apotomæ prima α β, rationalis autem esto γ δ, & ei quod ex α ζ, (per 44 primi,) æquum ad ipsam γ δ, apponatur γ ε, latitudinem efficiens γ ζ. Dico quod γ ζ apotome est secunda, esto namque ipsi α ζ congruens ζ ν, ipsæ igitur α ν, ν ζ, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes. Et ei quidem quod ex α ν æquum ad ipsum γ δ comparetur (per 44 primi,) γ ι, latitudinē efficiens γ κ, ei autem quod ex ν ζ, æquum ad ipsam κ ι comparetur κ λ, latitudinem efficiens κ μ. Totum igitur γ λ, æquum est eis quæ ex α ν, ν ζ, medium igitur est & γ λ. Et ad ipsam γ δ rationalem comparatur, latitudinem efficiens γ μ. rationalis igitur est & γ μ, & ipsi γ δ in longitudine incommensurabilis (per 22 decimi.) Et quoniam γ λ æquum est eis quæ ex α ν, ν ζ, quadratis. quorum quod ex α ζ, æquum est ipsi γ ι, reliquum igitur quod bis sub α ν, ν ζ, æquum est ipsi ζ λ. Rationale au

tem est quod bis sub α κ, κ β, comprehenditur. rationale igitur & ζ λ. Et ad ζ ι, rationalem comparatur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est (per 20 decimi,) & ζ μ, & ipsi γ δ longitudine commensurabilis. Quoniam igitur quæ ex α κ, κ β, hoc est ipsum γ λ, medium est, quod autem bis sub α κ, κ β, hoc est ipsum ζ λ, rationale. incõmensurabile igitur est (per 9 decimi,) γ λ ipsi ζ λ. Sicut autem γ λ, ad ζ λ, sic est γ μ, ad ζ μ, incommẽsurabilis igitur γ μ, ipsi ζ μ longitudine, & utræque sunt rationales. ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ipsa igitur γ ζ, apotome est (per 73 decimi,) Dico etiam quod & secũda. Secetur namque (per 10 primi) ζ μ bifariam in ν. Excitetur que (per 31 primi,) per ν, ipsi γ δ, parallelus ν ξ, utrũque igitur ipsorum ζ ξ, ν λ, æquum est ei quod sub α κ, κ β. Et quoniã (per lẽma 53 decimi) ipsorum quæ ex α κ, κ β, quadratorum medium proportionale est quod sub α κ, κ β, & quod ex α κ, æquum est ipsi γ θ, quod uero sub α κ, κ β, ipsi ν λ, quod autẽ ex β κ ipsi κ λ, & ipsorũ igitur γ θ, κ λ, medium proportionale est ν λ (per idem lemma.) Est igitur sicut γ θ ad ι λ, sic ι λ, ad κ λ, sed sicut quidem γ θ ad ν λ, sic est γ θ ad ν μ, sicut aũt ν λ, ad κ λ. sic est ν μ ad μ κ. Sicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad ν μ, sic est ν μ, ad κ μ. Igitur quod sub γ κ, κ μ, (per 17 decimi) ei est æquũ quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Et quoniã quod ex α κ, commensurabile est ei quod ex β κ, commensurabile est (per 1 sexti & 11 decimi) & γ θ ipsi κ λ, hoc est γ κ, ipsi κ μ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, & μ ζ, quartæ autem parti eius quod ex μ ζ (per 17 decimi,) æquum ad maiorem γ μ apponitur deficiens forma quadrata, quod fiet sub γ κ, κ μ. & ipsam in commensurabilia despescit, ipsa igitur γ μ ipsa μ ζ, (per eandem) maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabili



Et congruens ζ μ, (per 85 decimi) est commensurabilis longitudine ipsi γ δ expositæ rationali. ipsa igitur γ ζ, apotome est secunda. (per 5 diffinitiones. Quod igitur à mediæ apotomæ prima ad rationalẽ comparatum latitudinem secundam efficit apotomen. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 94.

94. Si superficies æqualis quadrato residui medialis secundi applicata fuerit ad lineam rationalem, alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

CAMPANVS. Hic etiam erit d e residuũ mediale secundum, & sequetur ut sit c b residuum tertium. Quod ut facile concludas, primæ demonstrationi insistas, & quales lineas conueniat esse d f & f e, ex 70, collige.

Eucli. ex Zamb. Theorema 75 Propositio 99

99 Quod ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem comparatum latitudinem tertiam apotomen conficit.

THEON ex Zamb. Esto mediæ apotomæ secunda α β, rationalis autem esto γ δ. & ei quod ex α β, (per 44 prim.) æquum ad ipsam γ δ apponatur γ ι, latitudinem efficiens γ ζ. Dico quod γ ζ est apotome tertia. Sit namque α β, congruens β κ, ipsæ igitur α κ, κ β, (per 51 decimi.) mediæ sunt potentia tantum commensurabiles medium comprehendentes. Et ei quidem quod ex α κ. (per 44 primi,) æquum ad ipsam γ δ, cõparetur γ θ, latitudinem efficiens γ κ, ei autem quod ex β κ, (per eãdem) æquum ad ipsam κ θ comparetur κ λ, latitudinem efficiens κ μ. Totum igitur γ λ, æquum est eis quæ ex α κ, κ β. Et ea quæ ex α κ, κ β, media sunt, medium igitur est & γ λ. Et ad ipsam γ δ apponitur, latitudinem efficiens γ μ. Rationalis igitur est γ μ, & ipsi γ δ longitudine incõmensurabilis, Et quoniam totũ γ λ, æquum est eis quæ ex α κ, κ β, quorum γ ι, æquum est ei quod ex α β. reliquum igitur λ ζ (per 7 secundi,) æquum est ei quod bis sub α κ, κ β. Secetur igitur (per 10 primi) ζ μ, bifariam in ν, signo, & ipsi γ δ, (per 31 primi) parallelus excitetur ν ξ, utrũque igitur ipsorum ζ ξ, ν λ, æquũ est ei quod sub α κ, κ β. Mediũ autem est quod sub α κ, κ β, medium igitur est & λ ζ Et ad ipsam ι ζ rationalem comparatur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζ μ, & ipsi γ δ, longitudine incommensurabilis. Et quoniam ipsæ α κ, κ β, potentia tantum sunt commensurabiles, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) α κ, ipsi κ β longitudine. Incommẽsurabile igitur est & quod ex α κ, ei quod sub α κ, κ β. Sed ei quidem quod ex α κ, cõmensurabilia sunt quæ ex α κ, κ β, ei autem quod sub α κ, κ β, commensurabile est quod bis sub α κ, κ β. Incommensurabilia igitur sunt quæ ex α κ, κ β, ei quod bis sub α κ, κ β. Sed eis quidẽ quæ ex α κ, κ β, æquum est γ λ, ei autem quod bis sub α κ, κ β, æquũ est ζ λ. Incõmensurabile igitur est γ λ, ipsi ζ λ. Sicut autem γ λ ad ζ λ, sic est per 1 sexti, & 11 decimi) γ μ ad ζ μ, incommensurabilis igitur



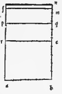
tur est γ μ, ipsi ζ μ longitudine. Et utræque sunt rationales. Ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est γ ζ. Dico quod & tertia. Quoniã enim quod ex α κ commensurabile est ei quod ex ϐ κ, cõmensurabile igitur est γ θ ipsi κ λ, quare & γ κ, ipsi κ μ. Et quoniã eorũ quæ ex α κ, κ ϐ, (per lẽma 53 decimi) medium proportionale est quod sub α κ, κ ϐ, & ei quidem quod ex α κ æquum est γ θ, ei autem quod ex κ β æquum est κ λ, ei autem quod sub α κ, κ ϐ, æquum est ν λ, & ipsorum γ θ, κ λ, igitur (per lemma 53 decimi) medium proportionale est ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ ad κ λ. Sed sicut γ θ ad ν λ, sic (per 1 sexti) est γ κ ad ν μ, sicut autem ν λ, ad κ λ, sic est ν μ, ad κ μ. Sicut igitur γ κ, ad ν μ, sic est ν μ, ad κ μ, quod igitur sub γ κ, κ μ, æquum est ei quod ex μ ν, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ, (per 17 decimi,) æquum ad ipsam γ μ apponitur forma deficiẽs quadrata, & in commensurabilia ipsam diuidit, igitur γ μ ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Et ipsarum γ μ, μ ζ, neutra commẽsurabilis est longitudine ipsi γ δ expositæ rationali. Ipsa igitur γ ζ, (per 95 decimi apotome est tertia. Quod igitur ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem cõparatũ latitudinem, efficit tertiam apotomen, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 95

95 **C**Vm adiuncta fuerit lineæ rationali superficies æqualis quadrato lineæ minoris, latus eius secundum erit residuum quartum.

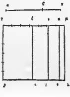


CAMPANVS Si fuerit d e linea minor, asserit hæc 95 q̃ b c erit residuũ quartũ. Est autẽ sumendũ ex 71 quales lineas esse necesse sit d f & f e, cũ d e fuerit linea minor, & est astruendum propositum præmisso modo excepto quod in hac & duabus sequentibus necesse est lineam b n diuidi ad punctum m in duo incommensurabilia, quæ in tribus præmissis diuidebatur necessario duo commẽsurabilia. nam in tribus præmissis fuerant duæ lineæ d f & f e communicantes in potentia tantum & ideo earum quadrata cõicantia, propter quod & superficies a m & p n quadratis earum æquales communicantes, quapropter etiã & duæ lineæ h m & m n, ideoq; fuit in tribus præmissis linea b n potentior linea n c, in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine ex prima parte 15. In hac autem & duabus sequentibus sunt duæ lineæ d f & f e incommensurabiles in potentia, ut apparet ex 71 & 72 & 73, & ideo earum quadrata, propter quod & superficies a m & p n incõmẽsurabiles propter quod et duæ lineæ b m et m n incõmẽsurabiles ideoq; per primam partem 14 tam in hac quam in duabus sequentibus necesse est lineam b n esse potẽtiorem linea n c, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine Cætera perquireut prius.



Eucli. ex Zamb. Theorema 76 Propositio 100

100 Quod ex minori ad rationalem comparatum latitudinem efficit quartam apotomen.



THEON ex Zãb. Sit minor α ϐ, rationalis autẽ esto γ δ, & ei quod ex α ϐ, (per 44 primi) æquum ad ipsam γ δ comparetur γ ι, latitudinem efficiẽs γ ζ. Dico quod γ ζ apotome est quarta. Sit (per 79 decimi) ipsi α ϐ, cõgruẽs ϐ κ, Ipsæ igitur α κ, κ ϐ, (per 80 decimi) potentia sunt incommẽsurabiles, efficiẽtes conflatũ ex ijs quæ ex α κ, κ ϐ, quadrata rationale, quod autẽ bis sub α κ, κ β, medium. Et ei quidem quod ex α κ, (per 45 sexti æquũ) ad ipsam γ δ cõparetur γ θ, latitudinẽ efficiens γ κ, ei autem quod ex β κ æquũ ad ipsam κ θ cõparetur κ λ, latitudinẽ efficiens κ μ. Totũ igitur γ λ, æquũ est eis quod ex α κ, κ β, & cõflatũ ex ijs quæ ex α κ, κ ϐ, rationale est, ratõale igitur est & γ λ, & ad rationalẽ γ δ cõparatur, latitudinẽ efficiẽs γ μ, rationalis igitur est (per 20 decimi) γ μ, & ipsi γ δ logitudine cõmensurabilis. Et quoniã totum γ λ æquũ est eis quæ ex α κ, κ ϐ, quorũ γ ι, æquũ est ei quod ex α ϐ, reliquum igitur ζ λ (per 7 secũdi) æquũ est ei quod bis sub α κ, κ ϐ. Secetur (per 10 primi) ζ μ, bifariam in ν signo. Excitetur q; (per 31 primi) per ν signũ, utriq; ipsarũ γ δ, μ λ, parallelus ν ξ, utrũq; igitur ipsorũ ζ ξ, ν λ, æquũ est ei quod sub α κ, κ ϐ. Et quoniã quod bis sub α κ, κ ϐ, mediũ est & ipsi ζ λ æquale, medium igitur est & ζ λ. Et ad ipsam ζ ι rationalẽ cõparatur: latitudinẽ efficiẽs ζ μ,

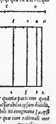
rationalis igitur est ξ μ, & ipsi γ δ, longitudine incommensurabilis. Et quoniã conflatum quidem ex ijs quæ ex α κ, κ ϵ, rationale est, quod autẽ bis sub α κ, κ ϵ, mediũ incõmẽsurabilia igitur sunt quæ ex α κ, κ ϵ, ei quod bis sub α κ, κ ϵ. At γ λ, æquũ est eis quæ ex α κ, κ ϵ, ei autẽ quod bis sub α κ, κ ϵ, æquũ est ξ λ. Incõmẽsurabile igitur est (per 9 decimi,) γ λ, ipsi ξ λ. Sicut autẽ γ λ, ad ξ λ, (per 1 sexti & 11 decimi) sic est γ μ ad μ ξ. Incõmensurabilis igitur est γ μ, ipsi ξ μ lõgitudine. Et utræq; sunt rõnales. Ipsæ igitur γ μ, μ ξ, (per 73 decimi) rõnales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Apotome igitur est γ ξ. Dico quod & quarta. Quoniã enim ipsæ α κ, κ ϵ, potẽtia sunt incõmẽsurabiles, incõmẽsurabile est igitur & quod ex α κ, ei quod κ β. Et ei quidẽ quod ex α κ, æquũ est γ θ, ei autẽ quod ex κ β, æquũ est & κ λ. Incõmẽsurabile igitur est γ θ, ipsi κ λ. Sicut autẽ γ θ ad κ λ, sic est γ κ ad κ μ, incõmẽsurabilis igitur est (per 9 decimi,) γ κ ipsi κ μ lõgitudine. Et quoniã ipsorũ quæ ex α κ, κ β mediũ proportionale est (per lẽma 53 decimi) quod sub α κ, κ ϵ, & id quod ex α κ, æquũ est ipsi γ θ, quod autẽ ex κ ϵ æquũ est ipsi κ λ, quod uero sub α κ, κ ϵ, æquũ est ipsi ν λ, ipsorũ igitur γ θ, κ λ, mediũ proportiõnale est (per idẽ lẽma ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ ad κ λ. Sed sicut quidẽ γ θ ad ν λ, sic (per 1 sexti,) est γ κ ad κ μ, sicut autẽ ν λ ad κ λ, sic est ν μ ad κ μ, & sicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad μ ν, sic est μ ν ad κ μ. Quod igitur sub γ κ, κ μ, æquũ est ei quod ex μ ν, hoc est quartæ parti eius quod ex ξ μ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sũt γ μ & μ ξ, & quartæ parti eius quod ex μ ξ, (per 17 decimi,) ad ipsam γ μ apponitur forma deficiens quadrata, quod scilicet sub γ κ, κ μ, & in incõmẽsurabilia ipsam diuidit, ipsa igitur γ μ, ipsa μ ξ maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & tota γ μ, ipsi γ δ, expositæ rationali cõmensurabilis est lõgitudine. Ipsa igitur γ ξ, apotome est quarta (per 35 decimi) quod ex minori ad rationalẽ igitur comparatũ latitudinẽ, quartam efficit apotomen, quod erat ostendendum. Eucl. ex Camp. Propositio 95

96 Si ad lineã rõnalẽ quadrato lineæ cũ rõnali cõstituẽtis mediale æqualis sup̃ficies adiũgatur, latus eius, secũdũ erit residuũ q̃ntũ.

CAMPANVS Pone similiter hic lineã d e esse illã quæ iũcta cũ rõnali cõponat totũ mediale, & attẽde ex 72 quales lineas oporteat esse d f & f e, & cõcludes sine offendiculo, si prius habitæ demõstrationi oportune insisteris, lineã b c esse residuum quintum. Eucl. ex Zamb. Theorema 77 Propositio 101

101 Quod ex ea quæ cũ rationali medium totum efficit, ad rationalem comparatum latitudinem quintam efficit apotomen.

THEON ex Zãb. Sit cũ rõnali mediũ totũ efficiẽs α ϵ, rationalis autẽ esto γ δ. & ei quod ex α ϵ, (per 44 primi,) æquã ad ipsam γ δ, cõparetur γ ι, latitudinẽ efficiẽs γ ξ. Dico quod ξ γ, apotome est quinta. Sit enim (per 77 decimi) ipsi α β, cõgruẽs β κ Ipsæ igitur α κ, κ β, rectæ lineæ potentia tantũ, sunt incõmensurabiles, efficiẽtes cõflatũ quidẽ ex ipsarũ quadratis mediũ, quod autẽ bis sub ipsis rationale. Et ei quidẽ quod ex α κ, (per 44 primi) æquũ ad ipsam γ δ cõparetur γ θ, ei autẽ quod ex κ β, æquũ esto κ λ. Totũ igitur γ λ, æquum est eis quæ ex α κ, κ β. Quod autẽ conflatũ ex ijs quæ ex α κ, κ ϵ, simul, mediũ est, mediũ igitur est (per 22 decimi γ λ. Et ad ipsam rationalẽ γ δ, apponitur, latitudinẽ efficiẽs γ μ, rationalis igitur est γ μ, & ipsi γ δ, incõmensurabilis. Et quoniã totũ γ λ, æquũ est ijs quæ ex α κ, κ ϵ, quorum γ ι, æquũ est ei quod ex α ϵ, reliquũ igitur ξ λ, æquũ est ei quod bis sub α κ, κ ϵ. Secetur inquã (per 10 primi) ξ μ, bifariã in ν, excitetur'q; (per 11 per 31 primi, utriq; ipsarũ γ δ, μ λ, parallelus ν ξ. Vtrũq; igitur ipsorũ ξ ξ, ν λ, æquã est ei quod sub α κ, κ ϵ. Et quoniã quod bis sub α κ, κ ϵ, rationale est & ipsi ξ λ est æquale, rationale igitur est ξ λ. Et ad rationalẽ ι ξ, cõparatur, latitudinẽ efficiẽs ξ μ, rõnalis igitur est (per 20 decimi) ξ μ, & ipsi γ δ lõgitudine cõmẽsurabilis. Et quoniam γ λ quidẽ mediũ est, at ξ λ, rationale, igitur γ λ ipsi ξ λ est incõmensurabile. Sicut autẽ γ λ ad ξ λ, sic γ μ, ad μ ξ, incommensurabilis igitur est γ μ, ipsi μ ξ lõgitudine. Et utræq; sunt rationales, ipsæ igitur γ μ, μ ξ, (per 73 decimi,) rationales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Igitur γ ξ, apotome est. Dico quod & quĩta. Similiter nãque ostendemus quod sub γ κ, κ μ, æquũ est ei quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ξ μ. Et quoniã quod ex α κ ei quod ex κ β est incõmensurabile, quod uero ex α κ æquũ est ipsi γ θ, quod autẽ ex κ β ipsi κ λ, incõmensurabile igitur est ι θ, ipsi κ λ. Sicut autẽ γ θ ad κ λ, sic est γ κ, ad κ μ. Igitur γ κ, ipsi κ μ lõgitudine est incommensurabilis. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, μ ξ, & quartæ parti eius quod ex ξ μ, (per 17 decimi) æquũ ad ipsam γ μ apponitur forma deficiẽs quadrata, & in incõmẽsurabilia ipsam diuidit, igitur (per 35 decimi,) γ μ, ipsa μ ξ, maius potest eo quod ex sibi longitudine incommẽsurabili. Et congruens ξ μ, ipsi γ δ rationali expositæ est cõmensurabilis, igitur γ ξ, est apotome quinta. Quod ex ea igitur quæ cum rationali medium totum, & reliqua quæ sequũtur, Quod fuerat ostendendũ.



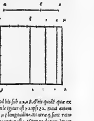
Eucli. ex Camp. Propositio 97

Si ad lineam rationalem superficies æqualis quadrato lineæ cũ mediali componentis mediale adiungatur, latus eius alterum erit residuum sextum.

CAMPANVS. Nunc ultimo conuenit lineā d e esse illam, quæ iuncta cū mediali componit totū mediale cui adiuncta linea e f (quæ uidelicet sit illa per cuius abscisionē linea d e fuerat quæ proponitur) si quales lineas d f & f e esse oporteat ex 73 didiceris, priorē que argumentationē firma mente tenueris, sine obice quoquā lineā b c esse residuum sextū concludere poteris. Si autē fortassis in aliquo te hæsitare contigerit, quicquid illud fuerit de quadrato g h ad sibi æqualē superficiem a n conferendū erit, & sic patebit propositum nostrū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 78 Propositio 102

102 Quod ex ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalem comparatum latitudinem efficit sextam apotomen.



THEON ex Zamb. Sit cum medio medium totum efficiens α β, rationalis autem esto γ δ, & ei quidē quod ex α β (per 44 primi) æquū ad ipsam γ δ, cōparetur γ ε, latitudinē efficiēs γ ζ. Dico quod γ ζ sexta est apotome. Sit inquā (per 84 decimi) ipsi α β cōgruens β ε, ipsæ igitur α ε, ε β, potētia sunt incōmensurabiles, efficientes conflatum quidē ex iis quæ ab ipsis sunt quadratis medium, & quod bis sub α ε, ε β, medium, insuper incommensurabilia quæ ex α ε, ε β, et quod bis sub α ε, ε β. Cōparetur inquam ad ipsam γ δ, et quidē quod ex α ε, æquū γ θ, latitudinem efficiens γ η, ei autē quod ex β ε, sit κ λ. Totū igitur γ λ, æquū est eis quæ ex α ε, ε β. Igitur γ λ, medium est. Et ad rationalē γ δ, comparatur latitudinem efficiens γ μ, rationalis igitur est (per 22 decimi) γ μ, & ipsi γ δ longitudine incommensurabilis. Quoniā igitur γ λ æquum est eis quæ ex α ε, ε β, quorū γ ε æquum est ei quod ex α β, reliquum igitur ζ λ æquū est ei quod bis sub α ε, ε β. Et quod bis sub α ε, ε β, medium est, & ζ λ igitur medium est. Et ad ipsam ζ ε, comparatur latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζ μ, & ipsi γ δ, longitudine incōmensurabilis. Et quoniam quæ ex α ε, ε β, incommensurabilia sunt ei quod bis sub α ε, ε β, & eis quidē quæ ex α ε, ε β, æquū est γ λ, ei uero quod bis sub α ε, ε β. æquum est ζ λ, incommensurabile igitur est γ λ ipsi ζ λ. Sicut autem γ λ ad ζ λ, sic est γ μ, ad ζ μ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) γ μ ipsi μ ζ longitudine. Et utræque sunt rationales, ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. Apotome igitur est γ ζ (per 73 decimi,) Dico quod & sexta. Quoniā ζ λ, æquū est ei quod bis sub α ε, ε β, secetur (per 10 primi) in ν ipsa ζ μ, bifariā, excuturq; (per 31 primi) per ν ad ipsam γ δ, parallelus ν ξ. Vtrūq; igitur ipsorū ζ ξ, ν λ, æquū est ei quod sub α ε, ε β. Et quoniā ipsæ α ε, ε β, potentia sunt incommensurabiles, incommensurabile igitur est quod ex α ε, ei quod ex ε β. Sed ei quidem quod ex α ε, æquum est γ θ, ei autem quod ex ε β, æquum est κ λ, incommensurabile igitur est γ θ, ipsi κ λ. Sicut autem γ θ, ad κ λ, sic est γ η, ad κ μ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) γ η, ipsi κ μ. Et quoniā eorum quæ ex α ε, ε β, mediū proportionale est (per lemma 53 decimi) quod sub α ε, ε β, & quod ex α ε, æquum est ipsi γ θ, ei autem quod ex β ε, æquum est κ λ, ei uero quod sub α ε, ε β, æquū est ν λ, ipsorū igitur γ θ, κ λ, mediū est proportionale ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ, ad κ λ, & id propterea iam (per 85 decimi) γ μ, ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili, & ipsarum neutra ipsi γ δ, expositæ rationali est commensurabilis, ipsa igitur γ ζ, sexta est apotome. Quod ex ea igitur quæ cum medio, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 98

98 OMnis linea residuo commēsurabilis, ipsa quoque in termino & ordine est idem residuum.

CAMPANVS Quod 60 & quatuor eā sequētes de binomio eiusq; comitibus quinq; ꝓposuerūt, hæc 98 & quatuor eā sequētes de residuo suisq; quinque comitibus uerū esse proponunt, quibus qui usq; ad solitum habitū institerit, has ignorare non poterit. Quidquid autē in illis de communicātia in longitudine & potētia tantum dictum est, in his quoque idem oportet intelligi, nam omnis linea residuo communicans in longitudine, siue in potentia tantum, ipsa etiam est residuum. Sed si communicat in longitudine, non solum est ipsa residuum, sed etiam eiusdem speciei residuum, uerbi gratia, linea cōmunicans in longitudine residuo primo, est residuū primū, & secundo cōmunicans est secundū, sic quoq; in cæteris. Quod autē linea cōmunicat residuo in potētia tantū, ipsam quoq; necesse est esse residuum, sed non eiusdem speciei immo impossibile est, ut linea cōicās in potētia tantū residuo primo aut secūdo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cū eo sub eadē specie. sed necesse est ut ambo cadāt simul sub tribus primis speciebus, aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exēpli gratia, a residuum: cui



communicet b in longitudine, dico quod b erit residuum eiusdem speciei cum a. Adiūgatur enim linea c ad lineam a. & c illa sit per cuius abscisionē a fuit residuum. Et ad b adiungatur alia quæ sit d. ad quā sic se habeat b sicut a ad c, sitq́; cōposita ex a & c e, cōposita uero ex b & d, sit f, eritq́; ex permutata proportionalitate a ad b, sicut c ad d, & per 13 quinti erit e ad f, sicut a ad b, uel sicut c ad d. Cum itaque a cōmunicet cum b, erit per 10 c cōmunicans cum d & e communicans cum f. Et quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate e ad c sicut f ad d, sequitur per 11 ut si fuerit e potentior c in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine uel si forte incommensurabilis, sit similiter f potentior d. At quoniam omnis linea cōmunicans in longitudine lineæ rationali est similiter illi rationalis (similiter dico, quia ambæ erūt rationales in longitudine, uel ambæ in potētia tantum) sequitur ex diffinitionibus residuorum ut b sit residuū eiusdē speciei cum a. Si autē b cōmunicat in potentia cum a, ipsa quoq; erit residuū, nō tamen eiusdem speciei necessario, sed quemadmodū dictum est, cuius demōstratio ex ijs quæ in 60 de binomijs dicta sunt, colligenda est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 79 Propositio 101

101 **Quæ ipsi apotomæ longitudine est commensurabilis, apotome est & in ordine eadem.**

THEON ex Zamberto. *Sit apotome αβ, & ipsi αβ, longitudine cōmensurabilis esto γδ. Dico quod & γδ apotome est, & in eadem. Quoniā enim αβ apotome est, sit ei congruens (per 79 decimi,) βε. Ipsæ igitur αε, εβ, (per eandē,) rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles. Et ipsius αβ ad γδ, rationi eadem fiat ratio ipsius βε, ad δζ. Et igitur sicut (per 12 quinti,) unum ad unū, omnia sunt ad omnia, est igitur & sicut tota αε, ad totam γζ, sic est αβ, ad γδ. Commensurabilis autem est αβ, ipsi γδ longitudine, commensurabilis igitur est (per 11 decimi,) & αε, ipsi γζ. & βε ipsi δζ. Et ipsæ αε, εβ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ipsæ igitur γζ, ζδ, rationales sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Apotome igitur est γδ. Dico etiā quod in ordine eadē ipsi αβ. Quoniā est sicut αε ad γζ, sic est βε, ad δζ, uicissim igitur (per 16 quinti,) est sicut αε, ad εβ, sic est γζ, ad δζ. Iam ipsa αε, ipsa εβ, aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Si quidem αε, ipsa εβ maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili, & γζ, ipsa ζδ, (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi cōmēsurabili. Et siquidē cōmēsurabilis est αε ipsi expositæ rationali lōgitudine, & (per 13 decimi) γζ, quoque, si uero βε, & δζ, etiam, si autem neutra ipsarum αε, εβ, & neutra ipsarum γζ, ζδ. Si uero αε, ipsa εβ, maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, & γζ, ipsa ζδ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili. Et si αε, ipsi expositæ rationali commensurabilis est lōgitudine, & γζ, (per 13 decimi,) si autem βε, & δζ, etiā, si uero neutra ipsarum αε, εβ, neutra etiam ipsarum γζ, ζδ. Igitur γδ apotome est, & ipsi αβ. in ordine eadem. Quæ ipsi igitur apotomæ, & reliqua quæ sequuntur, quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 99

99 **Omnis linea utrilibet residuo mediali communicans, est sub ipsius termino & ordine residuum mediale.**

CAMPANVS Verum est quod dicitur, siue cōmunicet linea cum utrolibet residuo mediali in longitudine, siue in potentia. Sit enim a utrumlibet residuum mediale, cui b communicet in lōgitudine uel potentia. Dico quod b est etiam residuum mediale, quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a. & sit c per cuius abscisionem a fuit residuū mediale. Et ad b adiūgatur alia quæ sit d, sitq́; b ad d, sicut a ad c, totaq́; cōposita ex a & c, sit e & ex b, d, sit f. Describantur igitur quadrata c & d, quæ sint g & h, & superficies e in c, sit k, & f in d, sit l. Et quia est ut prius e ad f & c ad d sicut a ad b, sunt autē & c mediales potentia tātum cōicantes ex 69 & 70, sequitur ex 11 ut f & d eis cōmunicantes sint etiā mediales potētia tantū cōicantes. Constat autē ex prima sexti, quod sit k ad g sicut e ad c, & l ad h sicut f ad d. Et quia est e ad c sicut f ad d, sequitur ut sit k ad g, sicut l ad h. Et permutatim k ad l, sicut g ad h. Cum ergo g cōmunicet cum h, sequitur ut k cōmunicet cum l. Si igitur k est rationale (quod est in residuo mediali primo) erit etiā per diffinitionem l rationalis. quare per 69 b etiam est residuū mediale primum. Si autē k sit medialis (quod est in residuo mediali secundo) erit per 11 etiam l medialis, ideoque b per 70 residuum mediale secundum. Quare constat propositum.



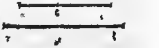
IDEM aliter Si linea b communicat cum linea a (quæ est utrumlibet residuum mediale) in longitudine uel in potentia, sit superficies c e adiūcta ad lineā rationalē c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; ob hoc c e & f g communicantes, quemadmodū & quadrata linearum a & b eis æqualia, ideoq; per primam sexti & 10 huius, d e & e g sunt communicantes in longitudine. Et quia si a est residuum mediale primum linea d e est residuum secundum per 93. & si a est residuum mediale secundum linea d e est residuum tertium per 94, at cum d e est residuum secūdum, linea e g est etiā residuum secundū, & cum illa tertium similiter, & hæc est tertium per 98, sequitur itaque ex 97 & 98 ut b sit residuum mediale primum aut secūdum, prout fuerit a. Et sic patet quod intendimus.



Eucl. ex Zamb. Theorema 80 Propositio 104.

104 Mediæ apotomæ commensurabilis, mediæ apotome est, & in ordine eadem.

THEON ex Zāb. *Sit mediæ apotomæ α ϐ, & ipsi α ϐ commensurabilis esto γ δ. Dico quod & γ δ mediæ apotomæ est, & in ordine eadem ipsi α ϐ. Quoniam enim mediæ apotomæ est α ϐ, esto ei congruens (per 80 decimi,) ipsa ϐ ε. Ipsæ igitur α ε, ε ϐ, mediæ sunt potētia tantū cōmensurabiles, fiatq; (per 12 sexti) sicut α ϐ, ad γ δ, sic ϐ ε, ad δ ζ commēsurabilis igitur est (per 6 decimi,) & α ε, ipsi γ ζ, & ϐ ε, ipsi δ ζ. Ipsæ autē α ε, ε ϐ, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles. Ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, mediæ sunt in potentia tantum commēsurabiles, mediæ igitur apotome est (per 74 & 75 decimi,) γ δ. Ostendendum est quod & in ordine eadem est ipsi α ϐ. Quoniā enim est sicut α ε ad ε ϐ, sic γ ζ, ad ζ δ sed sicut quidem α ε, ad ε ϐ, sic quod ex α ε, ad id quod sub α ε, ε ϐ. sicut autē γ ζ, ad ζ δ, sic quod ex γ ζ ad id quod sub γ ζ, ζ δ, est igitur (per 11 quinti,) & sicut quod ex α ε, ad id quod sub α ε, ε ϐ, sic quod ex γ ζ ad id quod sub γ ζ, ζ δ. Et uicissim (per 16 quinti,) sicut quod ex γ δ ad id quod ex ζ γ, sic quod sub α ε, ε ϐ ad id quod sub γ ζ, ζ δ. Commensurabile autem est quod ex α ε, et quod ex γ ζ commensurabile igitur est & quod sub α ε, ε ϐ, et quod sub γ ζ, ζ δ. Si quidem igitur quod sub α ε, ε ϐ, rationale est, rationale est & quod sub γ ζ, ζ δ. Si autem medium est quod sub α ε, ε ϐ, medium est & quod sub γ ζ, ζ δ, mediæ igitur apotomæ est γ δ, & ipsi α ϐ, in ordine eadem. Quod erat ostendendum.*

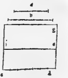


Eucl. ex Camp. Propositio 100

100 SI linea aliqua lineæ minori communicet, ipsa quoq; erit linea minor.

CAMPANVS Facile est hanc probare dupliciter modo sicut præmissam. siue cōmunicet linea aliqua cū linea minori in lōgitudine, siue in potentia. Hoc autem apposito, quantum ad primum modum quod cum sit f ad d sicut e ad c, erit ex secunda parte 18 sexti quadratū f ad quadratum d sicut quadratū e ad quadratum c, & coniunctim quadrata duarū linearum f & d ad quadratū d, sicut quadrata duarū linearū e & c ad quadratū c. & permutatim quadrata duarū linearū f & d ad quadrata duarū linearū e & b, sicut quadratū d ad quadratū c. Cōmunicat autem quadratū d, cū quadrato c, ergo duo quadrata duarū linearū f & d pariter accepta cōmunicāt cū duobus duarū linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarū linearum e & c pariter accepta sunt rationale: erit etiam per diffinitionē & duo duarum linearum f & d pariter accepta ratiōale. Cumq; sit superficies k medialis, erit etiā l sibi cōmunicās medialis. igitur ex 71 b est linea minor. Quātū autē ad secundum modum erit per 95 linea d e residuum quartum. ideoq; per 98 & linea e g erit etiā residuum quartum. ideoq; etiā per 59 linea b est linea minor.



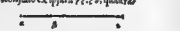


Eucl. ex Zāb. Theorema 81 Propositio 105

105 Minori commensurabilis, minor est,

THEON ex Zāb. *Sit minor α ϐ, & ipsi α ϐ, cōmensurabilis esto γ δ, Dico quod γ δ, minor est. Fiant inquā sic prædicta, Et quoniam ipsæ α ε, ε ϐ. potentia sunt incōmensurabiles, & ipsæ γ ζ, ζ δ, potentia sunt incōmensurabi-* les

les. Quoniam igitur est sicut α ε, ad ε β, sic est γ ζ ad ζ δ, est igitur (per 22 sexti,) & sicut quod ex α ε ad id quod ex ε β, sic quod ex γ ζ ad id quod ex ζ δ. Componendo igitur (per 18 quinti,) est sicut quod ex α ε, ε β, ad id quod ex ε β, sic est quod ex γ ζ, ζ δ, ad id quod ex ζ δ, & uicissim (per 16 quinti. Commensurabile autem est (per 6 decimi, quod ex β ε, ei quod ex δ ζ, commensurabile igitur est & cōflatum ex ipsarū α ε, ε β, quadratis, conflato ex ipsarū γ ζ, ζ δ, quadratis. Rationale autē est (per 22 decimi) conflatū ex ipsarum α ε, ε β, quadratis, rationale igitur est (per correlariū 26 decimi & 11 quinti,) & conflatū ex ipsarū γ ζ, ζ δ, quadratis. Rursus quoniam est sicut quod ex α ε ad id quod sub α ε, ε β, sic quod ex γ ζ, ad id quod sub γ ζ, ζ δ, & uicissim cōmensurabile autem est (per 6 decimi) quod ex α ε quadratum ei quod ex γ ζ, quadrato, cōmensurabile igitur est quod sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Mediū autem quod sub α ε, ε β, medium itidem quod sub γ ζ, ζ δ, Ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, (per 52 decimi) sunt incommensurabiles, sunt efficientes quidem conflatum ex ipsarum quadratis rationale, quod uero sub ipsis medium. ipsa igitur γ δ, minor est. Minori commensurabilis igitur, & quæ sequuntur. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 101

101 Omnis linea communicans lineæ cum rationali componenti mediale, est cum rationali componens mediale.

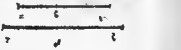
Figura propositionis 100

CAMPANVS Hanc quoque duplici prædicto modo non est difficile probare. siue de communicantia in lōgitudine siue in cōmunicantia in potētia tantum intelligatur. Sed quantū ad primum modū, erunt duo quadrata duarū linearum f & d pariter accepta mediale per 21, quemadmodū sunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72, quibus ipsa cōmunicant, & superficies l erit rationalis, per diffinitionem, quemadmodum est superficies k ex 72 cui ipsa cōmunicat. Igitur ex 72 b est cum rationali cōponens mediale. Quantum ad secundum modum, erit d e residuum quintum ex 69, ideoq; & e g ex 98. quare b est cum rationali componens mediale per 90.

Eucli. ex Zamb. Theorema 82 Propositio 106

106 Cum rationali medium totum efficienti commensurabilis, & eadem cū rationali medium totum efficiens est.

THEON ex Zamb. Esto cum rationali medium totum efficiens α ε, & ipsi α ε cōmensurabilis esto γ δ. Dico quod γ δ est cū rationali mediū totū efficiēs. Sit inquā (per 79 decimi) ipsi α ε cōgruēs β ε. Ipsæ igitur α ε, ε β (per 80 decimi, potentia sunt incommensurabiles, efficientes quidē ex ipsarū quadratis mediū, quod autem sub ipsis rationale & eadem cōstruātur. Similiter iam ostendemus ex præcedētibus, quod ipsæ γ ζ, ζ δ, in eadē sunt ratiōe ipsis α ε, ε β, & conflatum quidē ex ipsarum α ε, ε β, quadratis, commensurabile est conflato ex iis quæ ex γ ζ, ζ δ, quadratis, quod autem sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Quare & ipsæ γ ζ, ζ δ, potentia sunt incommēsurabiles, efficientes conflatum quidē ex ipsarū γ ζ, ζ δ, quadratis medium, quod autem sub ipsis rationale. Ipsa igitur γ δ est cum rationali totum efficiens medium. Cum rationali ergo medium totū efficienti, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 102

102 Omnis linea commensurabilis lineæ cum mediali constituēs mediale, est cum mediali constituens mediale.

Figura eadē

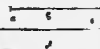
CAMPANVS Hic quoque pone lineam aliquam communicare cum ea quæ cum mediali componit mediale. indifferenter in longitudine uel potentia tantum prout uolueris. & duplici modo præmisso sine difficultate cōcludes eam quoque cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum, superficies l medialis quemadmodum & k. & duo quoque quadrata duarum linearum f d pariter accepta mediale. sicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoque duarum linearum e & c ad k sicut duo duarum f & d ad l, cum duo prima non communicent cum duplo k ex 75, neque duo secunda communicabunt cum duplo l ex 10. Igitur ex 73 b est cum mediali cōponens mediale. Quantum autem ad secundum modum, erit d e residuum sextum ex 97, ideoq; & e g ex 98. Quare b est cum mediali cōponens mediale ex 91.

Eucl. ex Zamb. Theorema 83 Propositio 107

107 Cum medio medium totum efficienti commensurabilis, & eadem cum medio medium totum efficiens est.

THEON

THEON ex Zāb. Esto cum medio mediū,totū efficiēs αε,& ipsi αε,cōmensurabilis esto γδ. Dico quod γδ cū medio mediū totū efficiēs est. Sit(per 78 decimi)ipsi αβ,cōgruēs βι,& eadē cōstruantur. Ipsæ igitur αι,ιε,(per eandem potētia sunt incōmensurabiles,efficientes conflatū ex ipsarū quadratis mediū,& quod sub ipsis medium,& insuper incommensurabile conflatum quidem ex ipsarum quadratis et quod sub ipsis. Suntq́, sicut ostensum est,ipsæ αι,ιβ, commensurabiles ipsis, γζ,ζδ, conflatum ex ipsarum, αι,ιε, quadratis conflato ex ijs quæ ex γζ,ζδ,quod autem sub αι:ιε,et quod sub γζ,ζδ. Et ipsæ igitur γζ,ζδ,potentia sunt incommensurabiles,efficientes conflatū ex ipsarum quadratis mediū,& quod sub ipsis mediū,& insuper incommēsurabile conflatū ex ipsarum quadratis et quod sub ipsis.Igitur γδ. cum medio medium totum efficiens est Cum medio medium totum igitur,& quæ sequuntur reliqua.Quod ostendendum erat.



Eucli.ex Camp. Propositio 103

103 SI de superficie rationali superficies medialis abscindatur, linea in reliquam superficiem potēs,erit alterutra duarum irrationalium aut residuum,aut linea minor.

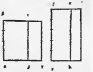
CAMPANVS Sit enim tota superficies constās ex a & b,rationalis.a qua detrahatur b quæ sit medialis.Dico quod linea potens in a reliquū,aut est residuum aut linea minor Esto namq́ linea c d rationalis.superficiesq́ c e sibi adiuncta sit tanquā a.& f g tanquā b.& tota c g sicut tota a b,eritq́ c g rationalis,ideoq́ per 16 linea d g rationalis,in longitudine,& f g medialis ideoq́ per 20 e g rationalis in potentia tantum,est igitur ex diffinitione linea d e.residuū primum aut quartū,ergo per 86 & 89 linea potens in superficiem c e,& ideo in superficiem a sibi æqualem est residuū aut linea minor Quod est propositū.



Eucli.ex Zamb. Theorema 84 Propositio 108

108 A rationali,media ablata,reliquā areolam potens una duarum irrationalium est, uel apotome uel minor.

THEON ex Zamb. A rōnali enim βγ,auferatur media γδ. Dico quod quæ reliquam areolam ιγ potest,una duarum irrationalium est,uel apotome uel minor Exponatur enim rationalis ζη,& ipsi (per 44 primi,)æquum ad ipsam ζη,comparetur rectangulum parellogrammum ηθ.Ipsi autem δγ,æquū auferatur ηκ,reliquum igitur ιγ,(per 3 communem sententiam) æquum est ipsi λθ. Quoniam igitur βγ rationale est,medium autem βδ,æquum uero βγ ipsi ηθ,& βδ,ipsi ηκ,rationale igitur est ηθ,medium autem ηκ. Et ad ipsam ζη comparatur,rationalis igitur est (per 20 decimi) ζθ,& ipsi ζη,cōmensurabilis longitudine,rationalis autem(per 22 decimi,) ζκ & incommensurabilis longitudine ipsi ζη. Incommensurabilis igitur est(per lēma 12 decimi,) ζθ ipsi ζκ longitudine.Et utræq́ rationales,ipsæ igitur ζθ,ζκ,rationales sunt potentia tantum commensurabiles Apotome igitur est ζκ,congruens autem ei est κθ,At ζθ,ipsa κζ aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili,aut eo quod ex sibi incommensurabili Posit prius eo quod ex sibi commensurabili,& tota θζ,cōmensurabilis est ipsi ζη,expositæ rationali lōgitudine,apotome igitur prima est κθ,(per 3 diffinitiones & 85 decimi.) Areolam aūt sub rationali & apotome prima cōprehensam potens: apotome est(per 91 decimi.)Quæ igitur λθ,hoc est ιγ potest,apotome est. Si autem θζ,ipsa ζκ maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili,& tota ζθ commensurabilis est longitudine expositæ rationali ζη apotome quarta est κθ. Areolam autem sub rationali & apotome quarta comprehensam potens,minor est(per 94 decimi.)A rationali media ablata igitur,reliquam,& quæ sequuntur reliqua.Quod erat ostēdendum.

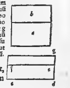


Eucli.ex Camp. Propositio 104

104 SI de superficie mediali superficies rationalis detrahatur, linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum,aut residuum mediale primum,aut cum rationali componens mediale.

CAM

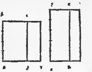
CAMPANVS Hæc quoq; sicut præmissa probatur. Erit enim tota a b medialis, b autẽ rationalis, & tũc dico quod in a reliquũ potest, aut est residuum mediale primum, aut cũ rationali componens mediale. Cũ enim c g æqualis sit a b, erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum, & cũ sit f g æqualis b, erit per 16 linea e g rationalis in longitudine, ergo à diffinitione erit linea d e, residuũ secundum aut quintum, quare per 87 & 90 latus tetragonicum superficiei c e, & ideo superficiei a, est residuum mediale primũ, aut cum rationali componẽs mediale. Quod est propositum nostrũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 85 Propositio 109

109 A medio, rationali sublato, aliæ duæ irrationales fiũt, uel mediæ apotomæ prima, uel cum rationali medium totum efficiens.

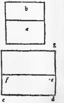
THEON ex Zãb. A medio εγ, rationale auferatur εδ. Dico quod quæ reliquum potest δγ, una duarũ irrationaliũ est, aut mediæ apotomæ prima, aut cum rationali medium totum efficiẽs. Exponatur enim rationalis ζη, & cõparentur similiter areolæ. Consequenter est autem rationalis quidẽ ζθ, & ipsi ζη lõgitudine incommensurabilis. Rationalis autem est (per 22 decimi) ηζ, & ipsi ζη, longitudine commensurabilis. Ipsæ igitur ζθ, ζη, (per 20 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles, Apotome igitur est ipsa ηθ. Cõgruens aũt est ζη. At ζθ, ipsa ζη, uel maius potest eo quod ex sibi commensurabili, Si quidem θζ, ipsa ζη, maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili & est cõgruens (per 20 decim.) ζη commensurabilis ipsi ζη expositæ rationali longitudine, ipsa ηθ apotome est secunda (per 3 diffinitiones.) Rationalis autẽ est ζη. Quæ autẽ potest quod sub rationali & apotome secũda, mediæ apotomæ est prima (per 92 decimi.) Quare λθ, hoc est γδ, potens, mediæ apotomæ est prima. Si autẽ θζ, ipsa ζη maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & ζη congruens est commensurabilis longitudine ipsi ζη, expositæ rationali, apotome quinta est ηθ. Quare ipsam δγ potens, (per 95 cum rationali medium totũ efficiens est. A medio igitur, rationali sublato, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 105

105 SI superficies medialis de superficie mediali detrahatur, fueritq; reliqua toti incommensurabilis, quæ in ipsam reliquam potest alterutra erit duarum irrationalium, uidelicet aut residuũ mediale secundum, aut cum mediali componens mediale.

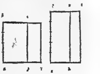
CAMPANVS. Si a duarum præmissarum demonstratione non deuias, cõcludes sine difficultate propositũ. Sint enim tota a b & b mediales, & sit a reliqua incommensurabilis toti (aliter enim esset a medialis ex 21, & eius latus tetragonicũ mediale ex 19) tũc dico quod linea potẽs in a, est residuũ mediale secundũ, aut cũ mediali cõponens mediale. Nã cũ sit c g æqualis a b, erit per 21 linea d g rõnalis in potentia tantũ, per eandẽ quoq; cũ sit f g æqualis b, erit etiã e g rationalis in potẽtia tantum. & cum sit a incommensurabilis toti a b, erit etiam f g incommensurabilis c g, ideoq; per primã sexti & 10 huius erit etiam e g incommensurabilis d g, igitur à diffinitione linea d e, erit residuum tertium, aut sextum, quare per 88 & 91 latus tetragonicum superficiei c e, & ideo superficiei a, est residuũ mediale secundum, aut cum mediali componens mediale.



Eucli. ex Zamb. Theorema 86 Propositio 110

110 A medio, medio ablato incommensurabili toti, reliquæ duæ irrationales fiunt, uel mediæ apotomæ secunda, uel cum medio medium efficiens.

THEON ex Zamb. *Auferatur enim sicut in præcedentibus descriptionibus, à medio β γ, medium ε δ, incõmensurabile toti. Dico quod quæ α γ, potest, una est duarum irrationalium, aut mediæ apotome secunda, uel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium est (per 22 decimi) utrũque ipsorũ, ε γ, β δ, & β γ, ipsi β δ, est incommensurabile, erit per cõsequẽs rationalis utraq; ipsarũ ζ θ, ζ κ, & ipsi ζ κ longitudine incommensurabilis. Et quoniã incommensurabilis est ε γ, ipsi β δ, hoc est κ θ ipsi κ λ, incommensurabilis est (per 1 sexti & 11 decimi,) & ζ θ, ipsi ζ κ, & ipsæ igitur θ ζ, ζ κ, (per 73) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est κ θ, cõgruens autem est ζ κ. At θ ζ, ipsa ζ κ maius potest aut eo quod ex sibi comensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Si quidẽ igitur θ ζ, ipsa ζ κ, maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili. & neutra ipsarũ θ ζ, ζ κ cõmensurabilis est ipsis ζ κ, expositæ rationali lõgitudine, apotome tertia est ipsa κ θ. Rationalis autẽ κ λ. Quod autẽ sub rationali & apotome tertia cõprehensum rectangulum, irrationale est, & quæ illud potest irrationalis est, appellaturq; mediæ apotomæ secũda (per 93 decimi,) quare λ θ, hoc est α γ, potens, mediæ est apotomæ secũda. Si autem θ ζ, ζ κ, maius potest eo quod ex sibi incommensurabili longitudine, & neutra ipsarum θ ζ, ζ κ, ipsi ζ κ, longitudine est cõmensurabilis, apotome sexta est θ κ. Quæ autem potest id quod sub rationali & apotome sexta, est cum medio medium totum efficiens, quare quæ ipsum λ θ, hoc est α γ potest, cum medio medium totum efficiens est (per 96 decimi.) A medio igitur, medio ablato, & quæ sequuntur reliqua, Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 106

106 **L**inearum irrationalium quæ sunt residuum & post ipsam subsecutæ, ullam, alij termino & ordine subesse impossibile est, residuo quoque, binomij terminum uel ordine conuenire, non est possibile.

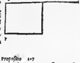
CAMPANVS Vult autem per hanc 106, quod residuum, & aliæ quinque lineæ irrationales eã sequentes differũt specie & diffinitione adinuicẽ, & nulla linea una potest esse sub duabus neque sub pluribus speciebus harũ sex linearũ irrationaliũ quæ sunt residuũ & eius quinq; comites. & quod omnes species residui differunt ab omnibus speciebus binomij, nec est possibile lineã unã simul esse residuũ & binomiũ cuiuscunq; speciei residui uel binomij. Pars prima sic cõstat, quoniã superficies æquales quadratis residui & suarũ quinq; comitũ cum adiunguntur ad lineã rationalẽ habent secunda latera necessario diuersa ab inuicem ex 92 & quinque eam sequẽtibus. sunt autẽ secunda latera residuũ primum & secundum & deinceps usque ad sextum. Secunda pars cõstat hoc modo. Si eadẽ linea potest esse simul residuum & binomiũ, sit a cuius quadrato superficies æqualis adiungatur ad rationalem lineã b c sitq; b d. eritq; ex 54 linea c d binomium primum, & ex 92 residuum primum. Inquantum ergo binomium primũ, diuidatur in suas binomiales portiones ad punctum e, sitq; maior portio c e quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionẽ. inquantũ autẽ est residuum primũ, ei adiungatur d g. per cuius abscisionem fuerat residuum primum, eritq; etiam ex diffinitione c g rationalis in longitudine. Cũ itaq; sit utraq; duarũ linearũ c g & c e rationalis in longitudine, erit etiã per 9 linea e g rationalis in longitudine. At quia linea d e est rationalis in potẽtia tantum cum ipsa sit per hypothesin minor portio binomij primi, erit per 68 linea d g residuum, & quia ipsa erat rationalis in potentia tantum cum per eius abscisionem esset linea c d residuum, sequitur impossibile per 68. Quod ut clarius pateat, esto superficies b d adiuncta ad lineam rationalem b c. æqualis quadrato lineæ d g. Cum itaque linea d g sit rationalis in potentia. erit per 16 linea c d rationalis in longitudine. At cum etiam linea d g sit residuum. erit ex 92 linea c d residuum primũ. quod esse non potest, cũ linea quæ dicitur residuum, sit irrationalis per 68.



Eucli. ex Zamb. Theorema 87 Propositio 111

111 **Apotome non est eadem ei quæ ex binis nominibus.**

THEON ex Zãb. *Esto apotome α β. Dico quod α β non est eadem et quæ ex binis nominibus. Si enim possibile est, esto, exponatur rationalis δ γ. Et ei quod ex α β, (per 45 primi,) æquũ ad ipsam γ δ cõparetur rectangulũ γ ε, latitudinẽ efficiẽs δ ε. Quoniã igitur apotome est α β, apotome igitur est (per 95 decimi) prima ipsa δ ε. Esto ei (per 79 decimi) congruẽs ε ζ, ipsæ igitur δ ζ, ζ ε, rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. & δ ζ, ipsa ζ ε maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & δ ζ, commensurabilis est ipsi δ γ expositæ rationali longitudine. Rursus quoniã ex binis nominibus est α β, ex binis igitur nominibus est prima (per 60 decimi) ipsa δ ε. Diuidatur (per 42 decimi) in nomina in η, sitq; maius nomẽ δ η, ipsæ igitur δ η, & η ε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & δ η, ipsa η ε maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & δ η, commensurabilis est longitudine ipsi δ γ expositæ rationali, & δ ζ igitur ipsi δ η lõgitudine est commensurabilis. & reliquæ igitur η ζ, (per 11 decimi) cõmensurabilis est longitudine ipsa δ ζ. Quoniã igitur δ ζ, ipsi η ζ, est commẽsurabilis irrationalis autem est δ ζ, rationalis igitur est & η ζ. Quoniam igitur commensurabilis est δ ζ ipsi η ζ, incõmensurabilis autem est δ η, ipsi ζ ε, incommensurabilis igitur est longitudine ζ η ipsi ζ ε, & sunt rationales. Ipsæ igitur η ζ, ζ ε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est (per 73 decimi) ε η, sed & rationalis, quod est impossibile. Igitur apotome non est eadem et quæ ex binis nominibus. Quod erat ostendendum.*



107 Eucli. ex Camp. Propositio 107

Linea quæ residuũ dicitur, ullaue irrationaliũ, quæ post eam sunt nequit esse sub termino binomij, aut sub termino & ordine ullius cæterarum linearum irrationalium quæ binomium subsequuntur. Cum autem possibile sit linearum irrationalium seriem in infinitum produci, non est possibile ullam earum cum ea quæ præcesserit in termino ordine conuenire.

CAMPANVS Vult per hanc ultimam libri decimi. q tredecim irrationales lineæ de quibus in hoc decimo demõstratũ est (& ipsæ sunt linea medialis, binomiũ & eius quinque comites residuũ & eius quinq; comites) sint abinuicẽ singulæ a singulis specie differentes. & q nulla linea una potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earum, & quod species linearũ irrationaliũ possunt in infinitũ produci, quarũ nulla cũ alia cõuenit in diffinitiõe & ordine Quod aũt hæ tredecim lineæ, uidelicet medialis binomiũ & eius quinque comites residuũ & eius quinq; comites, sint irrationales, demonstratũ esse superius memẽto, de mediali quidẽ, ex 19, de binomio aũt & eius quinq; comitibus, ex 30 & quinque eam sequentibus, at uero de residuo suisq; quinq; comitibus. ex 61 & quinque eã sequentibus Nullam autẽ harum tredecim linearũ irrationalium posse cõuenire in specie cũ aliqua aliarũ. sic collige. Esto enim ut ad unã eandemq; lineã rationalem in longitudine adiungantur superficies æquales quadratis prædictarũ tredecim linearũ irrationaliũ, secundũ q ordine se inuicem sequũtur, eritq; ex 20 secũdũ latus primæ istarũ tredecim superficierũ & quinque eam sequentiũ. rationale in potentia tãtũ. Secunda autẽ latera secundæ istarum tredecim superficierũ & quinque eam sequentiũ esse omnes species binomiorũ per ordinẽ. uidelicet binomiũ primum, secundũ, & deinceps usque ad sextũ, ex 54 & quinque eã sequentibus demonstratũ esse memineris. Secũda uero latera octauæ superficiei & quinq; eã sequentiũ, sunt species residuorũ in ordine, uidelicet residuum primum & residuum secundũ, & deinceps usque ad sextũ. quod ex 92 & quinq; eam sequentibus didicisti. Cũ igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum. quoniam omne binomium per 30 & omne residuum per 68 est linea irrationalis & in longitudine & in potentia. & cum nulla species residuorũ conueniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penultimæ huius decimi, sequitur ut omnia secunda latera harum tredecim superficierũ sint abinuicem diuersa ideoq; per primã sexti & ipsæ tredecim superficies sunt diuersæ, cum earum omnium altitudo sit una, quare etiã hæ tredecim lineæ irrationales propositæ, sunt singulæ à singulis diuersæ. Possunt autẽ harum tredecim linearũ irrationalium species, in infinitũ produci, infinitæ enim sunt species linearũ medialium infinitæ quoque binomiorum, & sic de singulis Quod hoc modo constat. Esto linea a, medialis, sumaturq; unitas & quotlibet numeri primi ut 3.

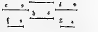
5. & 7.

5,& 7,& sint totidē lineæ b,c,d,quot sunt sumpti numeri primi,sintque quadrata istarū linearum b,c,d,ad quadratum a,sicut hi numeri primi ad unitatē,eruntq; lineæ b,c d, mediales ex 21,quoniā ipsæ cōmunicant in potētia cū linea a mediali. Omnes autem erunt diuersæ in longitudine ab a,& a seinuicē per ultimā partē 7: quoniam nullius istorum numerorum ad unitatē nec alicuius eorum ad alterū per 15 & 1 & correlariū secundæ octaui & præsentis hypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerū quadratum,erit ergo a,& oēs sibi cōicantes in longitudine,sub prima specie linearū medialium,b uero & omnes sibi cōicantes in lōgitudine,sub secunda,c autem & oēs eidē cōicantes uel cōmensurabiles,sub tertia,d quoque & omnes sibi cōicantes in longitudine,sub quarta. Et quia numeri primi sunt infiniti ut ex 21 noni didicisti,necesse est species linearum medialium esse infinitas. Quod autē est dictum de linea mediali: intellige de binomio suisque quinq; comitibus,& residuo suisq; quinque comitibus,nam sicut omnis linea communicans mediali est medialis,siue cōmunicet ei in lōgitudine siue in potētia ut probatū est in 21,ita etiā omnis linea cōicans binomio aut alicui suarum quinq; comitum,uel etiā residuo aut alicui suarum quinq; comitum in longitudine uel in potentia,est secū sub eadē specie,ut probatum est in 60 & quatuor eam sequentibus,& 98 & quatuor eā sequentibus. Sūt igitur species harum tredecim linearum irrationalium infinitæ,quarum nulla conueniet cum præcedenti in ordine uel diffinitione. Conuenit quoque aliter demonstrare,species linearum irrationaliū esse infinitas. Nam omne latus tetragonicum superficiei dictæ à numero nō quadrato,est irrationale per ultimam partem 7 & per diffinitionem. Cum itaque tales numeri sint infiniti,erunt etiam species harū linearum irrationalium infinitæ. Tertio modo contingit secundam partem huius ultimæ conclusionis libri decimi sic exponat,ut dicamus ab unaquaque linea rationali in potentia tantum,infinitas linearum irrationalium species produci,quarū nullā cum aliqua earum quæ ipsam præcesserint,possibile est in diffinitione & ordine conuenire. Verbi gratia. Sumatur aliqua superficies rationalis dicta à numero non quadrato ut 5,eritq; latus eius tetragonicum irrationale in longitudine,quoniā ipsum est incōmēsurabile lateri tetragonico superficiei rationalis dictæ à numero quadrato ex ultima parte 7. Dico ergo quod huius lateris latus,iteq; secundi lateris latus,& rursus huius tertij lateris latus,& sic in infinitū,sunt lineæ irrationales tam in longitudine quam in potētia,& quod nulla earum conuenit diffinitione uel specie cum aliqua quæ eam præcesserit in ordine: estque latus tetragonicum præmissæ superficiei quæcunque dicta fuerit a numero non quadrato earum omnium sicut radix & principium,& quælibet ipsarum est principium omniū ipsam sequentiū. & quæcunque ab aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superficiei proficiscūtur,diuersæ sunt in longitudine & potentia ab omnibus quæ à quoquā alio tetragonico lateris talis superficiei generātur. Et hoc dico,cum ipsarum superficierū non fuerit proportio sicut numerorū quadratorū. Hæc autem ut possimus firma demonstratiōe colligere,antecedēs ad ipsa præmittere oportet. Sitque istud,





Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producatur,quota latera tetragonica duorum præcedētium inuicem duces,totum tetragonicum latus ipsius producti produces.



Verbi gratia. Sit ut ex a in b fit k,at c d sint latera tetragonica a & b: fiat autē e, ex c in d: sintq; iterum f & g latera tetragonica c & d,& fiat h ex f in g. Dico quod h est latus tetragonicū e,& quod e rursus est latus tetragonicū k. Cum enim ex f in se & in g fiant c & h,erit c ad h sicut f ad g,sed & sit h ad g, sicut f ad g,eo quod ex g in f & in se fiunt h & d, sūt igitur c,h,d,cōtinue proportionales. Itaq; ex h in se,quātū ex c in d,quare h,est latus tetragonicū e.

Eadem quoque ratiõe cũ ex c in se sit a, & in d sit e, & ex d in se sit b, erunt etiã a, e, b, cõti nue proportionales in proportione c ad d. Cũ igitur ex a in b sit k, sequitur etiã ut ex e in se sit k, quare e est latus tetragonicũ k. Cõstat itaque quod dicitur. Restat itaque de demõstrare quod propositũ est. Sit igitur superficies a, rationalis, dicta à numero non quadrato ut 5, sitq; linea a, eius tetragonicũ latus, & sumantur quotlibet lineæ rationales in lõgitudine quæ sint b, c, d, e. Sintq; dictæ a nũeris quorũ quisque præcedẽs sit tetragonicũ latus proximo sequẽtis, ut si b sit 2, c 4, d 16, e uero 256, ad has aũt lineas rationales in lõgitudine, adiũgatur superficies æqualis a, erũtq; secũda latera singularũ rõnalia in lõgitudine per 16: ut secundũ latus b, 2 & dimidiũ, secũdũ c, unũ & quarta, secundũ uero d, una quarta & una 16, at uero superficiei e secũdũ latus, erit una 64 & una 256. Sit ergo f tetragonicũ latus b: g, uero sit tetragonicũ latus scd'i lateris sup̃ficiei b, eritq; per præmissam antecedẽs ut ex f in g sit a. Rursus sit h tetragonicũ latus scd'i lateris c, k quoq; sit tetragonicũ lat9 h, eritq; p prædictũ antecedẽs ut ex b in h sit a, & ex f in k sit tetragonicũ lat9 a, q; sit l. Sit iterũ m tetragonicũ latus scd'i lateris superficiei d, sed cũ n sit tetragonicũ lat9 m, & p tetragonicũ n, eritq; per prædictũ antecedẽs ut ex c in m fiat a, & ex b in n l, & ex f in p tetragonicũ latus l quod sit q. Amplius aũt sit r, tetragonicũ latus lateris scd'i superficiei e, sit quoque s tetragonicũ r & t s, sit & u tetragonicũ t, seq̃turq; per dictũ añcedẽs, ut ex d in r fiat a, & ex c in s l, & ex b in t, sit q, & etiã ex f in u, tetragonicũ latus q, qd' sit x, & sic in infinitũ. Dico ergo has lineas a, l, q, x, quarũ a est tãq; radicale principiũ, esse irrõnales, a quidẽ in lõgitudine tm̃, cæteræ uero in lõgitudine & in potẽtia. & dico q; nulla earũ cõuenit cũ alia in diffinitiõe uel ordine. Cũ enim ex f in g & k fiant a & l erit a ad l, sicut g k. Et quia ut patet ex dictis hypothesibus g & k sunt incommensurabiles in longitudine & in potentia, sequitur etiam ut a & l sint incommẽsurabiles in longitudine & in potentia. Eadem ratione a & q, est enim a ad q, sicut g ad p. Et p̃pter eandẽ causam etiã a & x, cũ sint sicut g & u. Et hac uia quoq; necesse est, ut l & q sint simpliciter incõmẽsurabiles tã in lõgitudine q̃ in potẽtia, cũ enim ex f in k & p, fiãt l & q, erit l ad q, ut k ad p. At k & p nec cõmẽsurabiles sunt in lõgitudine nec in potentia. Si enim sint, erũt h & n cõmẽsurabiles, sed nõ sunt, at uero l & x oportet esse utroq; modo incõmẽsurabiles, est enim l ad x: sicut k ad u, eo q; ex f in k & u fiũt l & x. Sũt autẽ k & u, utroq; modo incõmẽsurabiles, sin aũt accidet d & h esse cõmẽsurabiles, q; est incõueniẽs, q uero & x qd' sint quoq; incõmẽsurabiles, potẽtia & lõgitudine, ex eo patet, q; est q ad x sicut p ad q: cõstat autẽ qd' p & u sunt incommensurabiles, nã si non, erũt n & c cõmẽsurabiles, ideoq; m & s sed nõ sunt. Manifestũ est itaq; infinitas lineas irrõnales in lõgitudine & in potentia incõmensurabiles, & ideo diffinitiõe & specie differentes, produci ex linea a rõnali in potẽtia tantũ.



Re-

Restat aūt nūc ostēdere qđ quæcūq; irrationales lineæ ab aliqua linea rationali in potentia tantum hac uia generantur, diuersæ sunt ab omnibus tā in lōgitudine quā in potētia quæ a qualibet alia linea ratiōali in potētia tantum quadratū cuius ad quadratum prioris nō sit sicut nūeri quadrati ad numerū quadratū, hac eadē uia egrediuntur, hoc quoq; sic cōstat, Sint a & b rōnales in potētia tātū siue tetragonica latera duarū superficierū dictarū à numeris nō quadratis sitq; ut illi numeri nō sint in proportiōe aliquorū numerorū quadratorū, lineæ quoq; quæ pcedūt hac uia ab a sint c, d, e, & a b pcedāt f, g, h. Dico quod nulla ex lineis c, d, e, cōicat in lōgitudine uel potētia cū aliqua ex lineis f, g, h, cū enim sint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f, & e & h, tetragonica latera d & g, nō est possibile ut aliqua ex c, d, e, cōicet cum sua cōpari ex f, g h, uel longitudine uel potentia. Si enim alterutro modo cōmunicet e cū h, sequitur ut d cōmunicet cum g, & c cū f, quare & a cum b etiā in lōgitudine, quod est cōtra hypothesin. Vniuersaliter autē uerū est dicere quālibet harū esse utroq; modo incōmēsurabilē cuilibet istarū. Dato nāq; quod d cōicet cū b etiā in potētia tantū, sequitur ut c quoq; cōmunicet cū g, & a cum f, quod non est possibile. Attendere autē oportet, quod cū dico latus lateris, nihil aliud intelligo q̄ latus superficiei denominatæ à latere priori, unde tetragonicū latus lineæ a, uoco lineā illam quæ potest in superficiē dictā a linea a, talis autem superficies est q̄ cōtinet linea a & linea rōnalis in lōgitudine dicta ab uno. Si ergo libet inuenire tetragonicū latus cuiuslibet lineæ sit linea a, cuius tetragonicū latus uolo inuenire, b uero sit linea rationalis in lōgitudine dicta ab unitate, & ipsa est minima omniū linearū rationaliū numeratarū ab integris, medio loco proportionalis inter eas sit c, est igitur per 16 sexti c tetragonicū lat9 a, idē enim fit ex a in b & ex c in se. At uero ex a in b fit superficies dicta ab a. Quicquid enim à quolibet in unū ducto producitur, ab eo quod unū multiplicat denominatur. Et nota quod cū c fuerit latus tetragonicum lineæ a, indifferenter contingit lineam c esse maiorē linea a & minorem, prout b etiā fuerit maior aut minor.

THEON ex Zamberto.

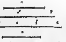
Apotome & quæ post eā irrationales, neque mediæ, neque adinuicē sunt eædē. Quod ex media nāq; ad rationalē cōparatū latitudinē efficit rōnalē & ei ad quā apponitur lōgitudine incōmēsurabilē (per 22 decimi.) Quod uero ex apotome ad rationalē cōparatū latitudinē primā efficit apotomen (per 97 decimi.) Quod aūt ex mediæ apotomæ prima ad rationalem appositū latitudinē, secūdam efficit apotomen (per 98 decimi.) Quod ex mediæ secunda apotomæ ad rationalē appositū latitudini, tertiam efficit apotomē (per 99 decimi.) Quod ex minori ad rationalē appositū latitudinē quartā efficit apotomen (per 100 decimi.) Quod ex efficiēte cū rationali mediū totum ad rationalē appositū latitudinē efficit quintā apotomen (per 101 decimi.) Quod ex efficiētē uero cū medio medium totū ad rationalem cōparatū latitudinem, sextam efficit apotomen, (per 102 decimi.) Quoniam igitur prædictæ latitudines à prima & adinuicem differunt (à prima quidē quoniā rationalis est, adinuicem uero quia in ordine non sunt eædem) patet quod & ipsæ irrationales differunt adinuicē. Et quoniā ostensum est (per 111 decimi) quod apotome non est eadē ei quæ ex binis nominibus, ad rationalem aūt appositæ latitudinē efficiant, quæ sane post apotomen apotomas, consequenter unaquæq; quæ in ordine circa eandē, quæ uero post eas quæ ex binis nominibus, eas quæ ex binis nominibus, & easdem, ordine consequenter, aliæ igitur sunt quæ post apotomen & aliæ quæ post eam quæ ex binis nominibus, ut omnes irrationales sint tredecim hæ uidelicet.

1 Media. 2 Ex binis nominibus 3 Ex binis prima, medijs. 4 Ex binis secūda medijs. 5 Maior. 6 Rationale mediūq; potens. 7 Bina potens media. 8 Apotome. 9 Mediæ prima apotome. 10 Mediæ secūda apotome. 11 Minor. 12 Cū rōnali mediū totū efficiēs. 13 Cū medio mediū totū efficiēs.

Eucli. ex Zamb. Theorema 88 Propositio 111

112 Quod ex rationali ad irrationalem eam quæ ex binis nominibus appositum latitudinem efficit apotomen cuius nomina cōmensurabilia sunt nominibus eius quæ ex binis nominibus est, & in eadem ratione, & insuper apotome quæ gignitur eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus est.

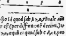
THEON ex Zamb. Sit rōnalis quidē α, ex binis uero nominibus sit βγ, cuius maius nomen esto δγ, & ei quod ex α æquū esto id quod sub εγ, ιζ. Dico quod ipsa ιζ apotome est, cuius noīa cōmēsurabilia sunt ipsis γδ, δβ, & in eadē ratione, & insuper ιζ eundem ordinē habet ipsi εγ. Sit enim rursus ei quod ex α æquū id quod sub εδ, κ. Quoniā igitur quod sub εγ, ιζ, æquum est ei quod sub εδ, δκ, est igitur (per 14 quinti) sicut γε, & βδ, sic est κ ad ιζ, maior autē est γβ ipsa εδ, maior igitur & κ ipsa ιζ. Esto ipsi κ æqualis ιθ. Est igitur (per 7 & 11 quinti) sicut γδ ad εδ, sic est θζ ad ζι, diuidēdo igitur est (per 17 quinti,) quod sicut γδ ad βδ, sic est θζ ad ζι. Fiat sicut θζ ad ζυ, sic ζκ ad κυ, &



tota igitur θ κ, (per 12 quinti) ad totā κ ζ, est sicut ζ κ ad κ ι. Sicut enim unū antecedentiū ad unū cōsequentiū, sic oīa antecedētia ad oīa sequētia. Sicut autē (per 11 quinti) ζ κ ad κ ι, sic est γ δ ad δ ϛ, & sicut igitur (per 11 quinti) θ κ, ad κ ζ, sic γ δ ad δ β, cōmēsurabile aūt est (per 11 decimi) quod ex γ δ, et quod ex ϛ δ, cōmēsurabile igitur est & quod ex θ κ, et quod ex ζ κ. Et est sicut (per 22 sexti) quod ex θ κ, ad id quod ex κ ζ, sic est θ κ, ad κ ι. Et quoniā ipsæ tres θ κ, κ ζ, κ ι, sunt proportiōales cōmēsurabilis igitur est (per 11 decimi) θ κ, ipsi κ ζ lōgitudine, quare & θ ι, ipsi ι κ lōgitudine est cōmēsurabilis. Et quoniā (per correlariū 20 sexti.) quod ex α æquū est ei quod sub ι θ, β δ, rōnale aūt est id quod ex α, rōnale igitur est & id quod sub θ ι, ϛ δ. Et ad ipsam ϛ δ, rōnalē apponitur, rōnalis igitur est & ι θ, & ipsi β δ lōgitudine cōmēsurabilis, quare & ei cōmēsurabilis ι κ, rōnalis est, & ipsi ϛ δ, lōgitudine cōmēsurabilis. Quoniā igitur est sicut γ δ, ad δ ϛ, sic ζ κ ad κ ι, ipsæ autē γ δ, δ ϛ, potētia tantū cōmēsurabiles, & ipsæ igitur ζ κ, κ ι, (per 11 decimi) potētia tātū sunt cōmēsurabiles. Rōnalis aūt est κ ι, & ipsi β δ lōgitudine cōmēsurabilis. Rōnalis igitur est & ζ κ. & ipsi γ δ lōgitudine cōmēsurabilis. Ipsæ igitur ζ κ κ ι, rōnales sunt potētia tātū cōmēsurabiles (per 11 decimi.) Igitur ζ ι apotome est. Verū γ δ, ipsa δ ϛ, aut maius pōt eo quod ex sibi cōmēsurabili, aut quod ex sibi incōmēsurabili. Si quidē γ δ, ipsa δ β, maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili, & ζ κ (per 13 decimi) ipsa κ ι maius potest, eo quod ex sibi cōmēsurabili. Et si γ δ. ipsi expositæ rōnali cōmēsurabilis est lōgitudine, & ζ κ si autē δ β, & κ ι, si uero neutra ipsarū γ δ, δ ϛ, & neutra ipsarū ζ κ, κ ι. Si aūt γ δ, ipsa β δ maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili, & ζ κ, ipsa κ ι, maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili. Et si quidē γ δ cōmēsurabilis est ipsi expositæ rōnali lōgitudine, & ζ κ, si aūt β δ. & κ ι, si uero neutra ipsarū γ δ, δ ϛ. & neutra ipsarum ζ κ, κ ι. Quare ipsa ζ ι apotome est, cuius nomina ζ κ, κ ι, cōmēsurabilia sunt eis noībus quæ sunt ex ea quæ ex binis nominibus hoc est ipsis γ δ, ϛ δ, & in eadē rōne, & eundē habet ordinē ipsi β γ. A rōnali igitur & reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 89. Propositio 113

113 Quod ex rōnali ad apotomē cōparatū latitudinē efficit eā quæ ex binis noībus cuius noīa cōmēsurabilia sunt ipsius apotomes noībus, & in eadē rōne, & insup quæ gignit ex binis noib9, ipsi apotomæ eūdē obtinet ordinē.

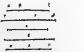


THEON ex Zāb. Esto rōnalis quidē α, apotome aūt sit β δ. & ei quidē quod ex α, æquū esto quod sub ϛ δ, κ θ, ut quod ex α rationali ad ipsam ϛ δ apotomē cōparatū latitudinē efficiat ipsam κ θ. Dico quod κ θ ex binis noībus est, cuius noīa cōmēsurabilia sunt eis quæ ipsius β δ, sunt noībus, & in eadē rōne, & ipsa κ θ, eūdē habebit ordinē ipsi ϛ δ. Sit, inquā, (per 80 decimi) ipsi β δ cōgruēs δ γ. Ipsæ igitur ϛ γ, γ δ, (per 80 decimi,) rōnales sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Et ei quod ex α, æquā esto id quod sub β γ, κ, rōnale aūt est quod ex α, rōnale igitur & quod sub ϛ γ κ, & ad rōnalē ϛ γ cōparatū, rōnalis igitur est (per diffinitionē decimi,) ipsi κ, & ipsi β γ lōgitudine cōmēsurabilis. Quoniā igitur (per 20 decimi) quod sub ϛ γ, κ, æquū ei quod sub ϛ δ, κ θ, proportiōaliter igitur est (per 16 sexti) sicut ϛ γ, ad β δ, sic est κ θ ad κ, maior aūt est ϛ γ, ipsa ϛ δ, maior igitur est & κ θ, quàm κ, Ponatur (per 2 primi) ipsi κ, æqualis κ ι. Cōmēsurabilis (per 12 decimi) igitur est κ ι ipsi ϛ γ, lōgitudīe. Et quoniā est sicut γ ϛ ad ϛ δ, sic est θ κ ad κ ι. cōuertēdo igitur est (per correlariū 19 quinti) sicut ϛ γ ad γ δ, sic est κ θ ad θ ι. Fiat (per 11 quinti) sicut κ θ, ad θ ι, sic θ ζ, ad ζ ι, & reliqua igitur κ ζ ad ζ ι, est sicut κ θ, ad θ ι, hoc est sicut ϛ γ, ad γ δ, Ipsæ aūt β γ, γ δ, potētia tātū sunt cōmēsurabiles, & ipsæ igitur κ ζ, ζ θ, (per 11 decimi) potētia tātū sunt cōmēsurabiles. Et quoniā est sicut κ θ ad θ ι, sic κ ζ, ad ζ θ. Sed sicut κ θ, ad θ ι, sic θ ζ, ad ζ ι, & sicut igitur (per 11 quinti) κ ζ ad ζ θ, sic θ ζ ad ζ ι. Quare (per correlariū 19 sexti) & sicut prima ad tertiā, sic quod ex prima ad id quod ex secūda, & sicut igitur (per 11 quinti) κ ζ, ad ζ ι, sic quod ex κ ζ, ad id quod ex ζ θ, cōmēsurabile autē est (per 9 decimi,) quod ex κ ζ, et quod ex ζ θ. Ipsæ κ ζ, ζ θ, potētia sunt cōmēsurabiles, cōmēsurabilis igitur est κ ζ, ipsi ζ ι. lōgitudine, quare & ι κ, ipsi ζ ι, lōgitudine cōmēsurabilis est. Rōnalis aūt est κ ι, & ipsi ϛ γ lōgitudine cōmēsurabilis: rōnalis igitur est, (per 12 decimi) κ ζ, & ipsi β γ lōgitudine cōmēsurabilis. Et quoniā est sicut ϛ γ ad γ δ sic κ ζ, ad ζ θ, uicissim quoq; (per 16 quinti,) & sicut β γ ad κ ζ, sic δ γ, ad ζ θ, cōmēsurabilis aūt est β γ, ipsi κ ζ. cōmēsurabilis igitur est & ζ θ, ipsi γ δ. Ipsæ aūt ϛ γ, γ δ, rōnales sūt potētia tantū cōmēsurabiles, & ipsæ igitur κ ζ, ζ θ, rōnales sunt potētia cōmēsurabiles. Ex binis igitur noībus est κ θ. Si quidē igitur ϛ γ, ipsa γ δ, maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili, & κ ζ, ipsa ζ θ. maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili. Et si ϛ γ, cōmēsurabilis est lōgitudine ipsi expositæ rōnali. & κ ζ quoq;. Si aūt γ δ cōmēsurabilis est lōgitudine ipsi expositæ rōnali. & ζ θ quoq; si aūt neutra ipsarū β γ, γ δ, & neutra ipsarū κ ζ, ζ θ. Si uero ϛ γ, ipsa γ δ maius potest eo quod ex sibi incōmēsurabili. & κ ζ, ipsa ζ θ maius poterit eo quod ex sibi incōmēsurabili. Et si ϛ γ ipsi expositæ rōnali cōmēsurabilis est lōgitudine, & κ ζ, si aūt γ δ, & ζ θ, si uero neutra ipsarū β γ, γ δ. & neutra ipsarū κ ζ, ζ θ. Ex binis noībus igitur est κ θ. cuius noīa κ ζ, ζ θ, cōmēsurabilia sunt ipsis β γ, γ δ noībus ipsius apotomes & in eadē rōne, & insuper κ θ, ipsi ϛ γ eūdē habebit ordinē. Quod erat ostendendū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 90 Propositio 114.

114 Si areola comprehēdatur sub apotome & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina cōmensurabilia sunt ipsius apotomes nominibus, & in eadem ratione quæ areolam potest rationalis est.

THEON

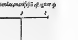


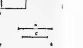
THEON ex Zãb. Cõprehẽdatur areola sub apotome α ϐ, & ea, quæ ex binis nominibus γ δ, cuius maius nomẽ γ ε, sintq́; eius quæ ex binis noĩbus noĩa γ ε, ε δ. (per 115 decimi) cõmẽsurabilia ipsius apotomes noĩbus α ζ, ζ ϐ, & in eadẽ rõne. Sitq́; potẽs id quod sub α ϐ, γ δ, ipsa η. Dico quod ipsa η rõnalis est. Exponatur enim rõnalis θ, & ei quod ex θ, æquũ ad ipsam γ δ cõparetur, latitudinẽ efficiens κ λ, igitur ipsa κ λ, apotome est (per 113 decimi) cuius noĩa sunt κ μ, μ λ, cõmẽsurabilia noĩbus eius quæ ex binis noĩbus hoc est ipsis γ ε, ε δ. & in eadẽ rõne. Iã & ipsæ γ ε, ε δ (per 12 decimi) cõmẽsurabiles sunt ipsis α ζ, ζ ϐ, & in eadẽ rõne, est igitur sicut α ζ, ad ζ ϐ, sic est κ μ, ad μ λ, uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut α ζ, ad κ μ, sic est ϐ ζ ad λ μ, & reliqua igitur α ϐ, (per 12 quinti) ad reliquã κ λ est, sicut α ζ, ad κ μ. Cõmensurabilis aũt est α ζ, ipsi κ μ, cõmẽsurabilis igitur est (per 9 decimi) & α ϐ ipsi κ λ. Estq́; (per cõstructionẽ) sicut α ϐ ad κ λ, sic est quod sub γ δ, α ϐ, ad id quod sub γ δ, κ λ. Cõmẽsurabile igitur est & quod sub γ δ, α ϐ, ei quod sub γ δ, κ λ. Aequũ autẽ est id quod sub γ δ, κ λ, ei quod ex θ, cõmẽsurabile igitur est quod sub γ δ, α ϐ, ei quod ex θ. Quod aũt sub γ δ, α ϐ, æquũ est ei quod ex η, cõmẽsurabile igitur est & quod η, ei quod ex θ. Rationale autẽ est id quod ex θ, rõnale igitur est & id quod ex η, Rationalis igitur est (per diffinitionẽ decimi) η, & ipsam potest areolã quæ sub γ δ, α ϐ. Si areola igitur cõprehendatur sub apotome, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

CORRELARIVM. Fitq́; nobis & id propterea manifestũ, quod poßibile est rõnalem areolam sub irrationalibus rectis lineis contineri. Eucli. ex Zamb. Theorema 91 Propositio 115

115 A media infinitæ irrõnales fiũt, neq; ulla ulli earũ quæ prius est eadem.

THEON ex Zãb. Esto media α. Dico quod ab α infinitæ irrõnales fiũt neq; ulla ulli earũ quæ prius est eadẽ. Exponatur rõnalis ϐ, & ei quod sub ϐ α (per 14 secũdi) æquũ esto id quod ex γ. Igitur γ irrõnalis est. Quod enim sub irrõnali & rõnali (per lẽma 38 decimi) irrationale est, & nulli earũ quæ prius est eadẽ. Nõ enim quod ex ulla earũ quæ prius ad rõnalẽ appositũ latitudinẽ efficit mediã. Rursus iã ei quod sub ϐ γ, æquum esto id quod ex δ. Irrõnale igitur est id quod ex δ, irrõnalis igitur δ, & nulli earũ quæ prius eadẽ est, Nõ enim quod ex ulla earũ quæ prius ad rõnalẽ appositũ latitudinẽ efficit γ. Similiter quoq; iã & huiusmodi ordo sequetur, si in infinitũ extendas, manifestũ est igitur quod à media infinitæ fiunt irrationales, neque ulla ulli earũ quæ prius eadem.





ALITER. Esto media α γ. Dico quod ab α γ, infinitæ fiunt irrõnales, neq; ulla ulli earũ quæ prius est eadẽ. Excitetur (per 11 primi) ipsi α γ ad angulos rectos α ϐ, sit rõnalis α ϐ, cõpleaturq́; ϐ γ, irrõnale igitur est (per 11 decimi) & ipsum potẽs irrõnalis est. Poßit aũt (per lẽma 11 decimi,) ipsum γ δ, igitur γ δ est irrõnalis & nulli earũ quæ prius eadẽ est, Nõ enim quod ex ulla earũ quæ prius ad rationalẽ appositũ latitudinẽ efficit mediã. Rursus cõpleatur ε δ, irrõnale igitur est ε δ, & ipsum potẽs irrationalis est, poßit aũt ipsum δ ζ, irrõnalis igitur est δ ζ, & nulli earũ quæ prius eadem. Nõ enim quod ex ulla ipsarũ quæ prius ad rõnalẽ appositum latitudinẽ efficit γ δ, à media igitur infinitæ irrõnales, & quæ sequũtur reliqua. Quod erat ostendendũ. Eucli. ex Zãb. Theorema 92 Propositio 116.

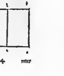
116 Minori commensurabilis, minor est.



THEON ex Zãb. Esto minor α, & ipsi α cõmẽsurabilis esto (per 11 decimi) ϐ. Dico quod ϐ minor est. Exponatur γ δ rõnalis, & ei quod ex α (per 44 primi,) æquũ ad ipsam γ δ cõparetur γ ε, latitudinẽ efficiẽs γ ζ. Apotome igitur est quarta γ ζ. Et aũt quod ex ϐ, (per eandẽ) æquũ ad ipsam ζ ε cõparetur ζ η, latitudinẽ efficiẽs ζ θ. Quoniã igitur cõmẽsurabilis est α ipsi ϐ, cõmẽsurabile igitur est & quod ex α, ei quod ex ϐ. Sed ei quidẽ quod ex α, æquũ est γ ε, ei autẽ quod ex ϐ, æquũ est ζ η, cõmensurabile igitur est γ ε, ipsi ζ η, Sicut autẽ γ ε ad ζ η, sic est γ ζ, ad ζ θ. Cõmensurabilis igitur est γ ζ, ipsi ζ θ lõgitudine. Apotome aũt quarta est (per 100 decimi) ipsa γ ζ. Igitur & ζ θ, quarta est apotome. Rõnalis aũt est ζ ε. Si uero areola cõprehẽdatur sub rationali & quarta apotome, quæ areolã potest minor est (per 64 decimi.) Ipsam autem ζ η areolam, ipsa ϐ potest, ergo α minor est. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 93 Propositio 117

117 Cũ rationali mediũ totũ efficienti cõmẽsurabilis, cum rationali medium totum efficiens est.



THEON ex Zamb. Sit cũ rõnali mediũ totũ efficiẽs α, cõmẽsurabilis aũt ei esto ϐ. Dico quod ϐ cũ rationali mediũ totũ efficiẽs est. Exponatur rõnalis γ δ, & ei quidẽ quod ex α æquũ ad ipsam γ δ cõparetur γ ε, latitudinẽ efficiẽs γ ζ. Apotome igitur est quinta ipsa γ ζ (per 102 decimi) Ei aũt quod ex ϐ (per 44 primi) æquũ ad ipsam ζ ε cõpa

retur ζ κ, latitudinem efficiens ζ θ. Quoniam igitur commensurabilis est α ipsi β, commensurabile igitur est id quod ex α ei quod ex β. Sed ei quidem quod ex α, æquum est γ η, ei uero quod ex β, æquum est ζ κ. Igitur γ η, ipsi ζ κ, est commensurabile. Commensurabilis igitur est γ ζ, ipsi ζ θ, longitudine. Quinta autem apotome est γ ζ. Apotome igitur quinta est, & ζ θ. Rationalis autem ζ ι. Si uero areola comprehendatur sub rationali & apotome quinta, quæ areolam potest cum rationali medium totum efficiens est (per 95 decimi.) Potest autem ipsum ζ κ, ipsa β. Igitur β, cum rationali medium totum efficiens est. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 94 Propositio 118

118 Propositum nobis sit ostendere, quod in quadratis figuris incommensurabilis est dimetiens lateri longitudine.

THEON ex Zamb. Esto quadratum α β γ δ, dimetiens uero illius sit α γ. Dico quod α γ, ipsi α β, longitudine est incommensurabilis. Si enim possibile, sit commensurabilis. Dico quod eueniet, quod idem numerus erit par & impar. Manifestum quidem igitur (per 47 primi) quod id quod ex α γ duplum est eius quod ex α β. Et quoniam α γ ipsi α β commensurabilis est, igitur α γ, ad α β rationem habet quam numerus ad numerum (per 5 decimi) habeat autem quam ε ζ ad η. Sintque ε ζ, η, minimi eandem rationem habentium eis. Igitur ε ζ non est unitas. Si enim ε ζ, est unitas, & rationem habet ad η, quam α γ ad α β, & maior est α γ ipsa α β, maior igitur est ε ζ unitas ipso η numero, quod est impossibile. Igitur ε ζ, non est unitas, numerus igitur. Et quoniam est sicut α γ ad β, sic est ε ζ ad η, & sicut igitur (per 15 quinti) quod ex γ α, ad id quod ex α β, sic qui ex ε ζ, ad eum qui ex η. Duplum autem est quod ex γ α eius quod ex α β. Duplus igitur est & qui ex ε ζ, eius qui ex η, par igitur est qui est ex ε ζ, quare & ipse ε ζ, par est. Si enim impar esset, & qui ex eo quadratus impar esset (per 29 noni,) quippe quoniam si quilibet numeri impares compositi fuerint, multitudoque fuerit impar, & totus impar est. Igitur ε ζ, par est. Secetur (per 10 primi) ε ζ, bifariam in θ. Et quoniam ipsi ε ζ, η, numeri, minimi sunt eandem eis habentium rationem, primi sunt adinuicem (per 24 septimi,) & ε ζ, par est. Impar igitur est η. Si enim esset par, ipsos ε ζ, η metiretur binarius, (omnis etenim par, habet partem dimidiam) primos adinuicem existentes, quod est impossibile. Igitur η non est par. Et quoniam ipsius ε θ, duplus est ε ζ, quadruplus igitur est qui ex ε ζ, eius quod ex ε θ. Duplus autem qui ex ε ζ, eius qui ex η. duplus igitur qui ex η, eius qui ex ε θ. Igitur qui ex η par est, & par igitur est η per ea quæ dicta sunt, sed & impar. quod est impossibile. Igitur α γ, ipsi α β longitudine non est commensurabilis, incommensurabilis igitur.

ζ . . . . θ . . . . ι

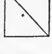
κ . . .



Ostendendum & aliter, quod incommensurabilis est quadrati dimetiens lateri. Sit enim pro dimetiente, α pro latere uero, sit β. Dico quod α, ipsi β longitudine est incommensurabilis. Si enim possibile, sit commensurabilis. Fiatque rursus sicut α ad β, sic ε ζ, ad η sintque minimi eandem eis habentium rationem, ipsi ε ζ, η. Igitur ipsi ε ζ, η, primi sunt adinuicem. Dico primum quod η non est unitas. Si enim possibile, esto unitas. Et quoniam est sicut α ad β, sic est ε ζ, ad η, & sicut igitur (per 11 & 15 quinti) quod ex α ad id quod ex β, sic qui ex ε ζ, ad eum qui ex η. Duplum autem est id quod ex α, eius quod ex β. Duplus igitur & qui ex ε ζ, eius qui ex η. Et η unitas est. Igitur ε ζ binarius est quadratus. Quod est impossibile. Igitur η non est unitas, numerus igitur. Et quoniam est sicut quod ex α ad id quod ex β, sic qui ex ε ζ, ad eum qui ex η, & rursus sicut quod ex β, ad id quod ex α, sic qui ex η ad eum qui ex ε ζ, metitur autem quod ex β, id quod ex α, metitur igitur & qui ex η quadratus eum qui ex ε ζ, quare & latus idem η ipsum ε ζ metitur, metitur autem & seipsum η, igitur η ipsos ε ζ, η, metitur qui primi sunt adinuicem. Quod est impossibile. Igitur α, ipsi β non est commensurabilis, incommensurabilis igitur. Quod ostendere oportuit.

ζ . . . . θ . . . .

κ . . .



Priorum dilucidior explanatio.

Sit quadratum a b c d, dimetiens uero ipsius sit a c. Manifestum est quod isosceles est triangulum c d a. æquum habens d a ipsi d c. similiterque triangulum isosceles est a b c. Si igitur d a unitatum 4 siue pedum: sicque & c d. quatuor, quare manifestum est quod ex d a quadratum est unitatum siue pedum 16 sic etiam & quod ex c d. 16 est unitatum siue pedum. At quoniam id quod ex a c æquum est eis quæ sunt ex d a, c d, quemadmodum ex 47 primi perspicuum est, manifestum est quod id quod ex a c est duplum eius quod ex d a. At id quod ex d a, est unitatum 16, id igitur quod ex dimetiente, 32 erit, in dupla, quidem: At quoniam longitudine commensurabiles lineæ sunt quas aliqua magnitudo metitur earumque quadrata rationem habent quam numerus quadratus ad numerum quadratum, at efficiens 32 per latus aliqua magnitudo non metitur, neque quæ ex eis quadrata sunt rationem habent quam numerus quadratus ad numerum quadratum (nullum enim quadratum alterius quadrati duplum est) incommensurabilis igitur est longitudine dimetiens lateri, efficiens enim 32 siue latus est unitatum 5 & minutorum 39, quæ 5, 39: ac 4, nulllam babent communem mensuram 32 ad 16 sicut dictum est rationem non habet qualem quadratus

Græcus non habet

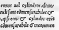


dratus numerus ad quadratum numerum.

Inuenus tam longitudine incommensurabilibus rectis ut α,β, & plures aliæ magnitudines ex binis * diuisioni‑ nibus comperiuntur (plana intelligo) adinuicem incommensurabiles. Quoniam si ipsarum α,β, linearum rectarum mediam proportionalem susceperimus γ, erit igitur sicut α ad β, sic quæ ex α species ad eam quæ ex γ similē simili‑ terq́ descriptam* speciem, siue quadrata, siue aliæ rectilineæ similes descriptæ fuerint, siue etiam circuli circa dime‑ tientes α γ, quippe quoniam circuli adinuicem sunt sicut ea quæ ex dimetientibus sunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incommensurabiles. Cum ostenderimus quod ex binis interuallis diuersæ areolæ incō‑ mensurabiles, ostendemus eas quæ ex solidis speculationes, qualiter sunt solida com‑ mensurabilia & incōmensurabilia adinuicē. Si enim in ijs quæ ex α,β, quadratis aut eis æqualibus rectilineis figuris cōstituamus altitudine æqualia solida paralle‑ lepipeda, uel pyramides, uel prismata, erūt ipsa cōstituta adinuicem sicut bases & si quidem bases sint commensurabiles, commensurabilia erunt ipsa solida. Si uero incommensurabiles, incommensurabilia. Sed & si duobus expositis circulis α β, ipsis conos uel cylindros altitu‑ dine æquales describemus, erūt adinuicē sicut bases hoc est sicut ipsi circuli. Et si ipsi circuli sunt cōmensurabiles & ipsi coni & cylindri cōmensurabiles erunt. Si uero ipsi circuli erūt incommensurabiles, ipsi coni & cylindri erūt incōmensurabiles, Et nobis fit manifestū, quod non solū in lineis & superficiebus sunt cōmensurabile & incommen‑ surabile sed in solidis quoq́ figuris hoc reperitur.

*διαστάσεων interuallis

*εἶδος figura



DECIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER VNDECIMVS.

Eucli ex Campano — Diffinitiones.

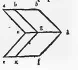
Corpus, est quod longitudinem latitudinem, & altitudinem habet. Cuius termini, sunt superficies.

Linea erecta supra superficiem, est quæ cum singulis sibi conterminalibus lineis in ea superficie expassis angulos rectos facit. Linea autem hæc supra eam superficiem perpendicularis esse, & ad eandem orthogonaliter insistere dicitur.



Intelligatur enim linea a b exurgere supra planū, ita quod pūctus a imaginetur in aëre, & b in plano, & a puncto b ducantur plures lineæ in eodē plano ut b c, b d, & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit quod linea a b cum linea b c, & cum linea b d, & cum qualibet alia linea protracta a puncto b in plano illo angulum rectum contineat, ipsa dicetur esse perpēdicularis ad illā superficiem in qua protractæ sunt hæ lineæ, uidelicet b c & b d, & aliæ cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

Superficies autem erecta super superficiem est, quoties puncto uno eodē lineæ quæ est communis terminus illarum superficierum duæ perpendiculares conterminales superstant, quæ rectum continentes angulum in eisdē superficiebus sitæ sunt.



Verbi gratia, imaginemur superficiē a b c d exurgere, superficiem uero c d e f iacere, & intelligamus lineam c d esse cōmunem terminum ambarum. In ea itaq; signetur punctus g a quo ad lineā c d extrahantur duæ lineæ perpendiculares, una uidelicet in superficie c d e f, quæ sit g k & alia in superficie a b c d quæ sit g h. Si igitur angulus quem

quem continent hæ duæ lineæ perpendiculares uidelicet g h & g k, erit rectus: superficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta super superficiem c d e f.

4 **Superficies æquidistantes sunt quæ in utramlibet partem protractæ nõ concurrent, etsi in infinitum producantur.**

Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes, quod omnes planæ superficies, aut sunt æquidistantes abinuicem, aut in omnem partem protractæ concurrent alicubi & super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas nõ est necessariũ uel esse æquidistantes uel in utrãque partem protractas concurrere, quippe quæ in eadem superficie non sunt nec æquidistant ab inuicem, nec tamen quantumlibet protractæ concurrent.

5 **Aequa corpora sunt atque similia, quorum terminales superficies numero ac quantitate æquales unius creationis sint atque similes.**

6 **Similia corpora, sunt quæ similibus superficiebus numero æqualibus cõtinentur.**

Si has duas diffinitiones de corporibus æqualibus & similibus, non intelligis, ad diffinitionem similium superficierum positam in principio sexti recurre.

7 **Corpus serratile, dicitur quod quinque superficiebus quarum tres parallelogrammæ sunt, duæ uero triangulæ, continetur,**

Domui quatuor parietes æquidistantes habenti, tectũ unicu fastigio supremis duorum parietum lateribus æquali & æquidistanti superpositũ, serratilis corporis expressam similitudinem gerit.

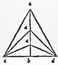
8 **Sphæra, est transitus arcus circunferẽtiæ dimidij circuli quoties sumpto uel supremo semicirculo lineáque diametri fixa donec ad locum suum redeat, arcus ipse circunducitur.**

Super quamlibet lineam semicirculo descripto, si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circunducatur, corpus quod describitur, sphæra nominatur. Cuius centrũ, constat esse centrum semicirculi circunducti.

9 **Pyramis laterata, est figura corporea quam continent superficies à quarum una reliquæ sunt ad unum oppositum punctum sursum erectæ.**

In omni laterata pyramide cunctæ superficies ipsam ambiẽtes, ab ipsius basi ad unũ punctum subleuantur, qui conus pyramidis dicitur: suntque oẽs hæ laterales superficies, triangulæ. basis uero frequenter non est triangula.

10 **Pyramis rotunda, est figura solida, estq́ transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continentium fixo, donec usq; ad locum unde moueri cœpit redeat triangulo ipso circũducto. Si igitur latus fixum lateri circunducto fuerit æquale, erit figura rectangula. Si autem longius, acutiangula. Si uero breuius, obtusiangula erit. Axis autem ipsius figuræ, est latus fixũ. Basisq; sua, circulus. Dicitur autẽ figura hæc pyramis columnæ rotundæ.**

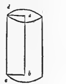


Sit trigonus a b c, rectum angulum habẽs qui sit b, figaturq́ alterũ duorũ laterum ambiẽtiũ rectũ angulũ b, sitq́ latus quod figitur, a b, quo fixo, circunducatur trigonus quousq; ad locũ unde moueri cœperit redeat. Corporea ergo figura quæ huius trigoni motu describitur, rotunda pyramis appellatur. Cuius tres sunt differentiæ. Alia enim est rectangula, alia acutiangula, tertia obtusiangula. Et prima quidem est, quando latus a b lateri b c fuerit æquale. Esto enim ut linea b c, quum rotatu trigoni peruenerit ad sitũ lineæ b d, ita q́ punctus c cadat super punctũ d, fiat linea una, hoc est ut ipsa tũc cõiũgatur situi à quo mo-

mouerí cœpit secundum rectitudinem, eritq́ linea hæc quasi b c d. Et quia (ex 11 primi & 5 eiusdem) angulus c a b est medietas recti, erit angulus c a d rectus. ideoq́ pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b sit lõgius latere b c, erit acutiãgula. Erit enim tũc (ex 5 primi & 19) eiusdẽ angulus c a b, minor medietate recti, ideoq́ totus angulus c a d est minor recto & acutus, quare pyramis acutiãgula. Quod si latus a b fuerit breuius latere b c, erit angulus c a d maior medietate recti (ex 11 primi & 19 eiusdẽ) & totus c a d, qui est duplus ad ipsum c a b, maior recto & obtusus, igitur & pyramis conuenienter tunc dicitur obtusiangula. Axis autẽ huius pyramidis, dicitur linea a b Basis uero eius, circulus quem describit linea c b super cẽtrum b. Dicitur quoque hæc pyramis columnæ rotundæ, illius uidelicet quam motu suo describeret parallelogrãmum proueniens ex a b & b c, latere a b manente fixo.

11 Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus & crassitudine id est altitudine æquales, est transitus parallelogrammi rectanguli latere rectum angulum continente fixo, ipsá que superficie donec ad locum suum redeat circunducta. Diciturq́ hæc figura, columna rotunda. Columnæ itaque rotundæ atque sphæræ circulí que, unum atque idem est centrum.

Sit parallelogrammum rectãgulum a b c d, figaturque latus a b, & eo fixo totum parallelogrammũ quousq́ ad locũ suũ cadat uel redeat circũducatur. Corporea ergo figura huius parallelogrammi motu descripta, rotũda colũna nominatur, cuius bases sunt duo circuli, & est unus eorum. circulus quem describit motu suo linea b c, cuius circuli centrum est punctus b. alter uero est, quem motu suo designat linea d a & eius centrum est punctus a. Axis autem huius columnæ, dicitur linea a b quæ manet fixa in motu parallelogrãmi. Quod si imaginati fuerimus parallelogrammũ a b c d cum peruenerit rotatu suo ad situm a b e f, coniungi situi à quo moueri cœpit secũdum continuitatem superficiei planæ, ut scilicet totum sit unum parallelogrãmum d c, e f, & protraxerimus in eo diametrum d e, erit quoque diameter d e diameter columnæ. Quod autem dicitur columnæ & sphæræ & circuli idẽ esse centrum, intelligi debet cum horũ una est eadẽq́ diameter. Verbi gratia, diximus enim quod d e est diameter istius colũnæ. Sphærã igitur atque circulũ quorũ diameter est linea d e, necesse est idem centrũ habere cum centro propositæ columnæ. Sit enim ut linea d e secet linẽã a b in puncto g, eritq́ g centrum colũnæ, diuidit enim axẽ colũnæ per æqualia, quod patet per 15 primi, nã anguli qui sunt ad g sũt æquales ex 15 primi, & anguli qui sũt ad a & b, recti ex hypothesi, linea quoq́ a d est æqualis lineæ b e, itaq́ d g est æqualis e g, & a g æqualis g b. Cunque anguli c & f sint recti, si super punctum g secundũ spatium d g, ac super lineã d e circulus describatur, transibit ex conuersa primæ partis 30 tertij per puncta c & f, itaque punctum g est centrum circuli cuius diameter est diameter colũnæ ideoq́ & sphæræ. Quare manifestum est omni parallelogrammo rectangulo circulum, omnique columnæ rotundæ sphæram esse circunscriptibiles. Sicq́ patet quod uoluit istud theorema.





12 Angulus corporeus siue solidus, est quem cõtinent anguli plani plures quàm duo, qui haudquaquam in una superficie siti ad unum punctum angulatem conueniunt.

Duo anguli plani angulum solidũ perficere nequeũt: sicut nec duæ rectæ lineæ nequnt superficiem claudere. Angulos quoque planos solidum angulum continentes in eadem superficie non cõuenit esse sitos, sed in diuersis, quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum, non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

Similes

13 Similes sunt figuræ corporeæ rotundæ, siue sint colũnæ siue earũ pyramides, quatũ axes diametris suarum basium sunt proportionales.

Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis. si fuerit proportio axis unius earũ ad diametrum suæ basis, sicut axis alterius ad diametrum suæ basis, illæ duæ columnæ aut pyramides similes adinuicem esse dicuntur.

Ex Translatione Zamberti. Diffinitiones

Solidum, est quod lõgitudinem, latitudinem, & crassitudinem habet. Solidi uero terminus, superficies est. 2 Recta linea ad planum recta est, quando ad omnes contingẽtes ipsam rectas lineas & in subiecto plano existentes, rectos efficit angulos. 3 Planum ad planum rectũ est, quando communi segmento ipsorũ planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno ipsorũ planorũ, reliquo plano ad angulos rectos fuerint. Rectæ lineę ad planũ inclinatio est, quãdo à termino sublimi rectæ lineæ in planũ ducta perpẽdiculari, à signo facto & à termino lineæ in plano, recta cõiũcta fuerit, angulus acutus qui sub ducta linea & stante cõtinetur. 4 Plani ad planũ inclinatio, est angulus acutus comprehensus sub ijs quæ ad angulos rectos cõmuni segmento ducuntur ad idẽ signum in utroque ipsorum planorũ. 5 Planum ad planum similiter inclinari dicitur & alterum ad alterum, quãdo prædicti inclinationum anguli sibi inuicem æquales fuerint. 6 Parallella plana, sunt quæ contactum non admittũt. 7 Similes solidæ figuræ, sunt quæ sub similibus planis, æqualibus multitudine comprehẽdũtur. 8 Similes solidæ figuræ & æquales, sunt quæ sub simibus planis, multitudine & magnitudine æqualibus, cõprehẽduntur, 9 Angulus solidus est sub pluribus duabus lineis sese adinuicẽ tangentibus & nõ existẽtibus in eadem superficie ad omnes lineas inclinatio. Aliter

Solidus angulus, est qui sub pluribus duobus planis angulis comprehenditur non existentibus in eodem plano ad unum signum constitutis.

10 Pyramis, est figura solida planis comprehensa ab uno plano ad unum signum constituta. 11 Prisma, est figura solida planis comprehensa quorũ duo quæ ex opposito æqualia & similia & parallela sunt, reliqua uero parallelogrãma. 12 Sphæra, est quando semicirculi manente dimetiente circũductus semicirculus in seipsum rursus reuoluitur unde incepit, circumassumpta figura. 13 Axis sphæræ, est manens recta linea quã circum semicirculus uertitur. 1 Centrum sphæræ, est illud quod & semicirculi. 15 Dimetiens sphæræ, est recta quædam linea per centrum acta & terminata ex utraque parte sub ipsius sphæræ superficie.

16 Conus, est quando rectanguli trianguli manente uno eorũ quæ circa rectum angulum latere, circũductũ triangulum in idem rursus unde sumpserat exordium circunuoluitur, ea assumpta figura. Et si manens

recta

recta linea æqua fuerit reliquæ quæ circum rectum circumductæ, rectangu/lus erit conus. Si uero minor, amblygonius. Si autem maior, oxygonius.

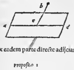
17 Axis coni, est manens quædam recta linea quam circum triangulũ uertitur. Basis autem, est circulus sub circumducta recta linea descriptus.

18 Cylindrus, est quando rectanguli parallelogrammi manente uno eorum quæ circum rectum angulum latere circumductum parallelogram/mum in idem unde sumpsit exordium steterit, ea assumpta figura.

19 Axis cylindri, est maneos quædam recta linea quam circum paralle/logrammũ uertitur. Basis autem, circuli qui sub ijs quæ ex opposito circum ductis lateribus sunt descripti. 20 Similes coni & cylindri, sunt quorũ axes & dimetientes basium, sunt proportionales. 21 Cubus, est figura solida sub sex quadratis contenta lateribus. 22 Octaedrum, est figura solida sub octo æqualibus & æquilateris contenta triangulis. 23 Do/decaedrum, est figura solida sub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis comprehensa. 24 Icosaedrum, est figura so/lida sub uiginti triangulis æqualibus & æquilateris comprehensa.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 LIneæ rectæ partem esse in plano & partem in sublimi, est im/possibile.



CAMPANVS. Sit linea a b recta. Dico quod non est possibile, ut pars eius sit in plano, & pars sursum eleuata. Si enim est possibile, sit pars eius quæ est a c sita in plano, & pars eius quæ est c b in sublimi po/sita, & protrahatur directe a c in plano in quo ipsa sita est, usque ad d, eritque ut uni eidemque lineæ quæ est linea a c, duæ lineæ penitus diuersæ quæ sunt lineæ c b & c d ex eadem parte directe adijcian/tur. Quod est impossibile ex 11 primi.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Rectæ lineæ partem in subiecto plano, partem uero in sublimi esse, est impossibile.



THEON ex Zamberto. Si enim possibile, rectæ lineæ α β γ, pars qui/dem α β esto in plano, pars autem β γ esto in sublimi, erit iam quædam ipsi α β continua recta linea in rectum in supposito plano, sit β δ. Igitur binis datis rectis lineis α β γ, α β δ, commune segmentum est α β, quod est impossibile. Recta linea namque cum recta linea non concurrit in pluribus signis uno, si adinuicem ipsæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partem in subiecto pla/no, partem autem in sublimi esse, est impossibile. Quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 OMnes lineæ duæ quarum altera alteram secat, in una superfi/cie sitæ sunt, omnisque triangulus, in una superficie totus con/sistit. CAMPANVS. Sint duæ lineæ rectæ a b & c d, se inuicẽ secan/tes in puncto e. Dico eas esse in superficie una, & omnem triangulũ dico esse in superficie una totum. Signetur enim punctus f, in linea c d, & punctus g, in linea

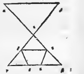
ab, & ducatur linea f g. Quia igitur impossibile est partẽ trianguli e f g esse in plano & partem in sublimi, quinetiã suarum terminalium linearum unius aut plurium pars similiter sit in plano & pars similiter in sublimi, cum de lineis hoc sit impossibile per præmissam, erit quoq; impossibile de triangulo. Itaq; totus triãgulus e f g, est in superficie una. Ex hac igitur secunda parte & præmissa, constat prima pars huius secundæ propositionis.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 **Si binæ rectæ lineæ se adinuicẽ secuerint, in uno sunt plano, & omne triangulũ in uno plano est.**

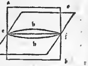
THEON ex Zamberto. Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, se adinuicem secent in signo ε. Dico quod ipsæ α β, γ δ, in uno consistunt plano, & omne triangulũ in uno est plano. Assumantur in ipsis ε γ, ε ζ, signa utcunq; sintq; ζ, η, connectaturq; ζ γ, ζ η, extendaturq; ζ θ, ε κ, dico primum quod triangulum ε ζ γ in uno est plano. Si ipsius namq; trianguli ε γ ζ pars, aut ζ γ θ, aut ε ζ κ in subiecto plano est, reliquum uero in alio, erit etiam unius ipsarum ε γ, ε ζ, rectarum linearum pars in subiecto plano, pars autem in alio. Si autem ipsius ε γ ζ trianguli, ζ γ θ κ, pars fuerit in subiecto plano, reliquum uero in alio, erit & ambarum ε γ, ε ζ, rectarum linearum pars quidem in subiecto plano, & pars in alio, quod (per 1 undecimi) impossibile esse ostensum est. Igitur triangulum ζ γ ε in uno est plano. In quo enim est triangulum β γ ε, in eo est & utraq; ipsarum ε γ, ε ζ. In quo autem est utraq; ipsarũ ε γ, ε ζ, in eodem sunt & α β, γ δ, (per eandem.) Ipsæ igitur α β, γ δ, rectæ lineæ, in uno existunt plano, & omne triangulũm uno est plano, quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 **Omnium duarum superficierũ se inuicem secantium, communis sectio est linea recta.**

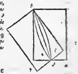
CAMPANVS. De planis superficiebus intellige, & uerum erit quod dicitur. Sint itaq; duæ superficies planæ a b & c d, se inuicẽ secantes. Dico quod earum cõmunis sectio, erit linea recta. Esto enim duo puncta e & f termini cõmunis sectionis earum quæ continẽtur per lineam rectam quæ sit e f. Si igitur linea e f est in utraq; duarum superficierũ a b & c d, constat propositum. At uero si in neutra aut si non in altera, cum ambo puncta e & f sint in utraq; superficierũ a b & c d, in ea superficie in qua ipsa non fuerit, protrahatur linea recta quæ sit e h f erunt igitur duæ rectæ lineæ e f & e h f, habẽtes duos terminos cõmunes. Quod est impossibile. Sic enim duæ rectæ lineæ includerent superficiem, quod est contra petitionem ultimã primi libri.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 **Si bina plana se adinuicẽ secuerint, cõmunis eorũ sectio recta linea est.**

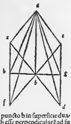
THEON ex Zamb. Bina etenim plana α β, ζ γ, se adinuicem dispescant, cõmunis autem sectio sit linea δ β. Dico quod δ β linea recta est. Si autẽ non, connectantur δ β in ipso α β plano, recta linea δ ε β, & in ipso β γ plano, recta linea δ ζ β, erunt nempe duarum rectarum linearum δ ε β, δ ζ β, ijdem fines, & perinde areolam cõprehendent, quod (per ultimam cõmunem sententiam) est impossibile. Ipsæ igitur δ ε β, δ ζ β, rectæ lineæ nõ sunt. Similiter quoq; ostendemus, quod neq; ulla alia ex δ in β ducta recta linea est, præter ipsam δ β cõmunem sectionem ipsorum α β, β γ, planorũ. Si bina igitur plana se adinuicem secuerint, ipsorũ cõmunis sectio recta linea est. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 **Si fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantiũ se, ipsa ad earundem superficiem**

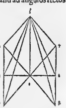
perficiem perpendicularis erit.



CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta super incisionē duarum linearū c d & e f secantiū se in puncto h, de quibus constat per ante præmissam φ ipsæ sunt sitæ in una superficie. Dico φ linea a b, perpendicularis est ad ipsarū superficiem. Sint enim c b & b d, æquales, at uero f b & b e æquales, & protrahantur lineæ e d & c f, quæ erunt æquales per 4 primi, & æquidistātes per 27 eiusdem. Signato itaq; puncto aliquo in linea e d, qui sit g, ducatur linea g b h, eritq; ex 26 primi e g, æqualis f h, igitur a pūcto a, uel quouis puncto lineæ a h, demittantur hypothenusaliter lineæ a c, a d, a e, a f, a g, a h. Eritq; ex 4 primi a c, æqualis a d & a e æqualis a f. Itemq; per 8 eiusdē æqualis erit angulus a e d, æqualis angulo a f c, ergo per 4 ipsius erit a g æqualis a h, & ideo per 8 eiusdē erit angulus a b g, æqualis angulo a h h, quare ex diffinitiōe uterq; est rectus, & linea a b perpendicularis ad lineam g h. Simili quoq; modo probabis eandem esse perpendicularē ad omnes lineas protractas à puncto b in superficie duarum lienarū c d & e f, igitur ex diffinitione constat, lineam a h esse perpendicularē ad superficiē in qua sitæ sunt duæ lineæ c d & e f seinuicem secantes. Quod est propositū.

Eucl. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si recta linea duabus rectis lineis se adinuicē dispescentibus in cōmuni sectione ad rectos angulos steterit, & ad earūdem planū ad angulos rectos erit.



THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam ε ζ, duabus rectis lineis α β, γ δ, seinuicem dispescentibus in ε signo, ex ε ad angulos rectos constituatur. Dico quod ε ζ etiam ad ipsarū α β γ δ planum ad angulos est rectos. Assumantur namq; ipsæ α ε, ε β, γ ε, ε δ, sibi inuicem æquales. Extendaturq; quædam recta linea per ε utcunq; sitq; η ε θ, cōnectanturq; ipsæ ζ α, ζ η, ζ δ, ζ γ, ζ θ, ζ β. Et quoniam binæ α ε, ε δ, duabus γ ε, ε β, sunt æquales, & æquales comprehendunt angulos (per 15 primi) igitur (per 4 primi) basis α δ æqualis est basi γ β, & triangulū α ε δ ipsi γ ε β triangulo æquū est, quare & angulus qui sub δ α ε angulo qui sub ε β γ est æqualis. Est autē & qui sub α ε η angulus, ei qui sub β ε θ æqualis: bina igitur sunt triangula (per 26 primi) α η ε, β ζ θ, binos angulos binis angulis æqualia habentia alterū alteri, & unum latus uni lateri æquū ad æquos angulos, α ε ipsi ε β, & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt: æqualis igitur est η ε ipsi ε θ, & α η ipsi β θ. Et quoniā æqualis est α ε ipsi ε β, cōmunis autem & ad angulos rectos ζ ε, basis igitur ζ α (per 4 primi) basi ζ β, est æqualis. Id propterea & ζ γ ipsi ζ δ est æqualis. Et quoniā æqualis est α δ ipsi γ β, est autem & ζ α ipsi ζ β æqualis, duæ igitur ζ α, α δ, duabus ζ β, γ β, æquales sunt altera alteri, & basis ζ δ, basi ζ γ est æqualis: & angulus igitur qui sub ζ α δ, angulo qui sub ζ β γ est æqualis. Et quoniā rursus ostensum quod α η ipsæ β θ est æqualis, sed ζ α ipsi ζ β est æqualis, binæ iam ζ α, α η, duabus ζ β, β θ, sunt æquales, & angulus qui sub ζ α η, ostensus est æqualis ei qui sub ζ β θ, basis igitur ζ η (per 4 primi) basi ζ θ est æqualis. Et quoniā rursus æqua est ostensa η ε ipsi ε θ, cōmunis autem ε ζ, duæ igitur θ ε, ε ζ, duabus θ ε, ε ζ sunt æquales & basis ζ θ, basi ζ η est æqualis angulus igitur qui sub η ε ζ, angulo qui sub θ ε ζ est æqualis, uterq; igitur ipsorū η ε ζ, θ ε ζ, angulorū, rectus est. Ipsa igitur ζ ε, ad ipsam η θ contingēter per ε ductam, recta est. Similiter iam demōstrabimus, quod ζ ε ad omnes eam tangētes rectas lineas & in subiecto existentes plano, rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planū (per 2 diffinitionē 11) recta est, quando ad omnes eam tangentes rectas lineas & in eodem existentes plano, rectos efficit angulos. Igitur ipsa ζ ε in subiecto plano, est ad angulos rectos. Subiectū autem planū, est quod fit per ipsas α β, γ δ, rectas lineas. Ipsa igitur ζ ε ad angulos rectos est ei quod per α β, γ δ, est plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.*

Eucl. ex Camp. Propositio 5

5 SI super tres lineas conterminales cōmuni earum termino erecta linea quædam orthogonaliter insistat, eædem tres lineæ in una superficie sitæ erunt. CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta super cōmunem terminū trium linearū b c, b d, b e, angulariter se contingentiū in puncto b, quarū nulla alij directe applicetur, quod idem est ac si semuicem secent in

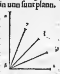
puncto e, protractæ enim se secabūt. Dico quod tres lineæ b c, b d, b e, sunt in una sūpficie sitæ. Constat autē de quibusqꝫ earū duabus quod ipsæ sunt in una sūpficie sitæ, per 2 huius uel per primā partē secundæ huius. Si igitur linea b d non fuerit in sūpficie duarū linearū b c & b e, sed illæ duæ in plano, hæc autē in sublimi, erit ut hæc sūpficies in qua sitæ sunt duæ lineæ a b & b d, si protrahatur & per illud quod notū est super quartā, secet illam in qua sitæ sunt b c & b e, eritqꝫ per 3 huius cōmunis earū sectio linea recta, & ipsa sit b f. Quia igitur ex præmissa, linea a b est perpēdicularis ad superficiē duarū linearū b c & b e, sequitur ex diffinitiōe ut ipsa sit perpēdicularis ad lineā b f, quare angulus a b f, est rectus. Cūqꝫ etiā angulus a b d sit rectus ex hypothesi, sequitur impossibile, uidelicet partē suo toti esse æqualē.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 **Si recta linea tribus rectis lineis se adinuicē tangentibus, ad angulos rectos in cōmuni contactu extiterit, ipsæ tres rectæ lineæ in uno sunt plano.**

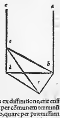
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam α β, tribus rectis lineis β γ, β δ, β ε, ad rectos angulos cōmuni contactu β constituatur. Dico quod ipsæ β γ, β δ, β ε, in uno sunt plano. Non enim, sed si possibile est, sint ipsæ quidē β δ, β ε, in subiecto plano, ipsa autē β γ in sublimi, protendaturqꝫ per ipsas α β, β γ, planū. Cōmunem sectionem, inquam, faciet in subiecto plano, & rectam efficiet lineā (per 3 undecimi) β ζ. In uno igitur sunt plano deducto per ipsas α β, β γ, ipsæ tres rectæ lineæ α β, β γ, β ζ. Et quoniam α β recta est ad utranqꝫ ipsarū β δ, β ε, & ei igitur quod per β δ, β ε, plano recta est ipsa α β. Subiectū autem planū, id est quod per β δ, β ε. Ipsa igitur α β, recta est ad subiectū planū, quare (per 2 diffinitionē undecimi) ad omnes eam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes, rectos efficit angulos ipsa α β. Tangit autē ipsam β ζ existens in subiecto plano. Angulus igitur qui sub α β ζ, rectus est. Supponitur autē qui sub α β γ, rectus, æqualis igitur est & qui sub α β ζ, angulus, ei qui sub α β γ, & in uno sunt plano. Quod est impossibile. Ipsa igitur β γ recta linea in altiori plano non est. Tres igitur rectæ lineæ β γ, β δ, β ε, in uno sunt plano (per 2 undecimi.) Si recta linea igitur tribus rectis lineis sese adinuicē tangentibus in contactu ad rectos angulos extiterit, ipsæ tres rectæ lineæ in uno sunt plano Quod erat ostendendū.*



Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 **Si fuerint duæ lineæ super unam superficiē perpendiculares, eas æquedistantes esse necesse est.**

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, perpendiculares ad unā superficiē. Dico eas esse æquidistantes. Protrahatur enī linea b d, eruntqꝫ ex diffinitione, duo anguli a b d & c d b, recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d sint in sūpficie una, ipsæ sunt æquidistantes per secūdam partē 28 primi. Ipsas aūt esse in superficie una, sic collige. A puncto b, super lineā b d, in plano cui perpēdiculariter insistūt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineā b f, & ex linea c d, sume d e æqualē b f, & protrahe lineas e b & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, triāguli e d b, æqualia duobus lateribus f b & d b, trianguli f b d, & angulus e d b æqualis angulo f b d, cū uterqꝫ sit rectus. itaqꝫ per 4 primi linea b e, est æqualis lineæ d f. Itemqꝫ cū duo latera e b & b f triāguli e b f sint æqualia duobus lateribus f d & d e triāguli f d e, & basis e f cōmunis, erit (per 8 primi) angulus e b f æqualis angulo f d e Quia igitur angulus f d e est rectus ex diffinitione, erit etiā angulus e b f rectus, itaqꝫ linea f b, perpēdiculariter est erecta super cōmunem terminū trium linearū b a, b d, b e, se contingentiū angulariter in pūcto b, quare per præmissam ipsæ sunt in superficie una. Cum igitur ex secūda parte secundæ huius linea c d sit in eadem superficie cum utraqꝫ linearū e b & b d, sequitur a b & c d esse in sūpficie una. Constat ergo propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 **Si binæ rectæ lineæ eidem plano ad angulos rectos fuerint, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ.**

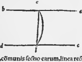
THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, subiecto cuidā plano sint ad angulos rectos. Dico quod parallelus est α β, ipsi γ δ. Concurrāt enim in signis subiecto plano β, δ, connectanturqꝫ β, δ. Et (per 11 primi) ipsi β δ ad angulos rectos in subiecto plano excitetur δ ε, ponaturqꝫ (per 2 primi) ipsi α β æqualis δ ε, cōnectanturqꝫ β ε, α ε, α δ. Et quoniā recta α β linea est ad subiectū planū, & ad omnes igitur eam tangentes*

tangentes rectas lineas (per 2 diffinitionē undecimi) & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos ipsa α β. Tangit autē ipsam α β, utraque ipsarū β δ, β ε, existens in subiecto plano, rectus igitur est uterque ipsorū angulorū α β δ, α β ε, id propterea etiā uterque ipsorū γ δ β, γ δ ε, rectus est. Et quoniā α β ipsi δ ε est æqualis, cōmunis autem β δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, sunt æquales, & rectos cōprehendūt angulos: basis igitur α δ (per 4 primi) basi β ε est æqualis. Et quoniā æqualis est α β ipsi δ ε, sed & α δ ipsi β ε, duæ igitur α β, β ε, duabus ε δ, δ α, sunt æquales, & ipsorū cōmunis basis est α ε, angulus igitur qui sub α β ε (per 8 primi) angulo qui sub ε δ α est æqualis: rectus autem qui sub α β ε, rectus igitur & qui sub ε δ α. Igitur ε δ, ad ipsam δ α, recta est, est autē & ad utranque ipsarū β δ, δ γ, recta. Igitur ε δ, tribus rectis lineis β δ, δ α, δ γ, ad angulos rectos in contactu stetit. Igitur ipsæ tres rectæ lineæ β δ, δ α, δ γ, (per 5 decimi) in uno sunt plano, & in quo sunt ipsæ β δ, δ α, in eodem & α β: omne enim triangulum in uno est plano (per 2 undecimi.) Ipsæ igitur α β, β δ, δ γ, rectæ lineæ, in uno sunt plano. Et uterque ipsorū α β δ, β δ γ, angulorū, rectus est: parallelus igitur est α β, ipsi γ δ (per 28 primi.) Si duæ igitur rectæ lineæ eidem plano ad angulos fuerint rectos, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ. Quod ostendendū fuerat.



Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI in duabus lineis æquedistantibus, duobus punctis signatis, ab altero ad alterum recta linea ducatur, in qua superficie illæ duæ lineæ sitæ sunt, eam quoque in eandem sitam esse necessario comprobatur.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & d c æquidistantes, de quibus constat per diffinitionē quod ipsæ sunt in superficie una, in eis autē signentur duo puncta e & f, & producatur linea recta e f. Dico itaque lineā e f, esse sitam in superficie linearū a b & c d. Sin autē sit e f in alia superficie ut in sublimi, depēdens quoque superficies si protrahatur, secabit necessario superficiē in qua sitæ sunt duæ lineæ a b & c d, eritque per 3 huius, cōmunis sectio earum, linea recta eisdem punctis terminata. Quod est impossibile, sic enim duæ rectæ lineæ concluderēt superficiem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, assumāturque in ipsarū utraque contingentia signa, ad ipsa signa connexa recta linea in eodem est plano cum ipsis parallelis.

THEON ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, sumanturque in ipsarū utraque utcunque signa ε, ζ. Dico quod ad ipsa ε, ζ, signa, *adiecta recta linea, in eodē est plano cum ipsis parallelis. Non enim, sed si possibile, esto in sublimiori sicut ε η ζ,* excitetur que per ε η ζ, planū, sectionē iam faciet in supposito plano rectam lineā, efficiat (per 3 undecimi) ε ζ. Binæ igitur rectæ lineæ ε η ζ, ε ζ, areolā cōprehendūt. Quod est impossibile (per ultimā cōmunem sententiā.) Igitur quæ ex ε in ζ adiecta recta linea, in sublimiori plano nō est. In eo igitur (in quo & α β & γ δ parallelæ) est plano, quæ ex ε in ζ adiūcta est recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ parallelæ, assumāturque in ipsarū utraque utcunque signa, ad ipsa signa adiecta recta linea, in eodē est cum ipsis parallelis plano. Quod ostēdere oportebat.



* ἐπιζευγνυμένη

* ἤχθω

Eucli. ex Cāp. Propositio 8

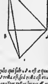
8 SI in idē planū duæ rectę lineę æquedistanter erigātur, altera uero earū orthogonaliter sistat, reliquā quoque ad idē planū perpendicularē esse côueniet.



CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa sextæ. Sint enim duæ lineæ a b & c d æquidistantes, & sit earū altera ut c d erecta perpēdiculariter super superficiem quālibet. Dico reliquā earū quæ est a b, esse perpendicularē ad eandem superficiē. Fiat enī prorsus eadē dispositio quæ est sexta, eritque ut ibi uterque duorū angulorū f b e, & f d e, erectus: primus quidē, per positionē, secūdus autē, per 8 primi, quare per 4 huius, linea f b, est perpēdiculariter erecta super superficiē in qua sunt duæ lineæ b d & b e. Cumque per præmissam duæ lineæ a b & c d sint in eadem superficie cum duabus lineis b d & b e, sequitur lineā f b esse perpen

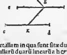
dicularitér erectā supra superficiē in qua est linea b a. A diffinitione igitur erit angulus f b a, rectus. Et quia etiam angulus d h a est rectus per ultimā partem 19 primi, sequitur per 4 huius, lineā a b esse perpendicularē ad superficiē in qua sitæ sunt duæ lineæ h d & h f. Quare constat propositū. Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

8 Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera autē ipsarū plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit.



THEON ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, altera autē ipsarū, hoc est α β, in subiecto plano ad angulos sit rectos. Dico quod reliqua γ δ, eidem plano ad angulos rectos erit. Concurrāt enim ipsæ α β, γ δ, in subiecto plano in signis β, δ, connectanturq́ (per primū postulatū) β, δ. Igitur ipsæ α β, γ d, β δ, in uno sient plano. Excitetur q́ (per 11 primi) ipsi β δ ad angulos rectos in subiecto plano δ ε, ponaturq́ (per 2 primi) ipsi α β æqualis δ ε, cōnectanturq́ β ε, α δ. Et quoniā α β recta est ad subiectū planū, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes (per 2 undecimi diffinitionē) recta est ipsa α ε. Igitur uterq́ ipsorū α ε δ, α ε ε, angulorū rectus est. Et quoniam in parallelos α β, γ δ, recta linea incidit β δ, igitur ipsi anguli α β δ, γ δ β, duobus rectis sunt æquales (per 29 primi) rectus autem est qui sub α β δ, rectus igitur & qui sub γ δ β, igitur γ δ, ad β δ recta est. Et quoniā α β ipsi δ ε est æqualis, cōmunis autē β δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, sunt æquales, & angulus qui sub α β δ, angulo qui sub ε δ α est æqualis, rectus enim uterq́ basis igitur α δ (per 4 primi) basi ε ε est æqualis. Et quoniā α β ipsi δ ε est æqualis, & ε ε ipsi α δ, binæ igitur α ε, ε ε, binis α δ, δ ε, sunt æquales altera alteri, & cōmunis ipsarū basis α ε. Angulus igitur qui sub α ε ε, angulo qui sub ε δ α est æqualis (per 8 primi.) Rectus autē est qui sub α ε ε, rectus igitur & qui sub ε δ α. Igitur ε δ, ad α δ recta est, sed recta est etiam ad ipsam δ β, igitur ε δ, ad id quod per β δ, δ α, planū recta est, & ad omnes igitur eam tangētes rectas lineas & existentes in eo quod per β δ, α β, plano, rectos efficiet angulos ipsa ε δ (per 2 undecimi diffinitionē.) In eo autē quod per ε δ, δ α, plano est ipsa δ γ. Quoniā igitur in eo quod per ε δ, δ α, plano sunt ipsæ α β, β δ, in quo autē ipsæ α ε, ε δ, in eodem est & δ ε, igitur ε δ ipsi δ γ ad angulos est rectos. Quare & γ δ, ipsi δ ε ad rectos angulos est. Est autē & γ δ ipsi δ β ad angulos rectos. Igitur ipsa γ δ, duabus rectis lineis se admuicē dispescentibus δ ε, δ β, ab ipsa δ sectione ad angulos rectos fietit. Quare ipsa γ δ, in eo quod per δ ε, δ β, plano ad angulos rectos est (per 4 undecimi.) Subiectū autē planū est, quod per δ ε, δ β. Igitur ipsa γ δ in subiecto plano ad angulos est rectos. Si igitur fuerint duæ rectæ lineæ parallelæ, altera autē ipsarū plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidē plano ad angulos rectos erit. Quod ostendisse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 9

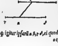
9 Si duæ lineæ uni non in una superficie æquidistant, eas quoq́ sibi inuicem æquidistare necesse est.



CAMPANVS. Sit utraq́ duarū linearū a b & c d æquidistans lineæ e f, nec sint omnes in superficie una. Dico q́ eædem quoq́ sibi inuicē sunt æquidistātes. De ijs quidē quæ sunt omnes in superficie una, probatū est per 30 primi. At uero de ijs quæ in una superficie non sunt, ut est hic e f quæ intelligatur sursum erecta in sublimi, restat hoc loco probandum. Signetur itaq́ in ea punctus g, á quo educantur duæ perpendiculares ad duas lineas a b & c d, quæ sint g h & g k, eritq́ per 4 huius linea e f, perpēdicularis ad superficiē, uidelicet, illam in qua sunt sitæ duæ lineæ g h & g k. Itaq́ per præmissam bis assumptā utraq́ illarū duarū linearū a b & c d, perpendicularis est ad eandē superficiē uidelicet ad illam in qua sitæ sunt dictæ duæ lineæ g h & g k, per 6 huius igitur ipsæ sunt sibi inuicē æquidistātes. Quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

9 Quæ eidem rectæ lineæ parallelæ nec eidem in eodem existentes plano, ad inuicem sunt parallelæ.



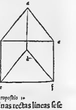
THEON ex Zamb. Sit enim utraq́ ipsarū α β, γ δ, ipsi ε ζ parallelus, nō existēs eidem in eodē plano. Dico quod parallelus est α β ipsi γ δ. Sumatur enim in ipsa ε ζ utcūq́ signū η. Et ab ipso η, ipsi ε ζ in eo quod per ε ζ, α β, plano ad angulos recto, excitetur η θ (per 11 primi) in eo autē quod per ζ ε, γ δ, ipsi ε ζ rursus ad angulos excitetur rectos η κ. Et quoniā ε ζ ad utranq́ ipsarū η θ, η κ, recta est, igitur (per 4 undecimi) ε ζ ad id quod per η θ, η κ, planū ad angulos est rectos, & ε ζ ipsi α β parallelus est, & α β igitur ei quod per η θ, η κ, plano ad angulos est rectos. Et id propterea ipsa γ δ, ei quod per η θ, η κ, plano, ad angulos est rectos. Vtraq́ igitur ipsarū α β, γ δ, ei quod per

θ η, η κ,

ε ζ, ε η, plano ad angulos est rectos. Si autẽ binæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos fuerint angulos, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ (per 6 undecimi.) Parallelus igitur est α β ipsi γ δ. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

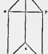
10 SI duæ lineæ se angulariter contingẽtes, duabus alijs se contingentibus eis oppositis æquidistantes fuerint, non autem in superficie una, qui ab eis fiunt duo anguli æqui sibi inuicem esse comprobantur.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter contingentes in puncto a, æquidistantes alijs duabus quæ sunt d e & d f, se quoq; angulariter contingentibus in puncto d, nec sint cum eis in superficie una. Dico angulũ a, esse æqualẽ angulo d. Esto enĩ linea d e æqualis lineæ a b, cui ipsa posita est esse æquidistans, & d f æqualis a c, cui etiam ipsa æquidistare ponitur, & ducantur lineæ d a & e b & f c, eritq; ex 33 primi bis assumpta, utraq; duarum linearũ b e & c f, æqualis & æquidistans lineæ a d: per conceptionẽ igitur & præmissam, eædem sunt æquales & æquidistãtes sibi inuicẽ, & itaq; per 33 primi denuo repetitã duæ lineæ b c & e f, sunt etiam æquales & æquidistantes. Igitur per 8 primi constat propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

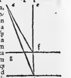
10 Si binæ rectæ lineæ sese inuicem tangentes, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes parallelæ, in eodem non fuerint plano, æquales angulos comprehendent.



THEON ex Zamb. Binæ, inquam, rectæ lineæ sese inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas δ ε, ε ζ, sese inuicẽ tangentes parallelæ sint, non tamen in eodem plano. Dico quod angulus qui sub α β γ, æquus est angulo δ ε ζ. Suscipiantur enim ipsæ β α, β γ, ε δ, ε ζ, sibi inuicem æquales, cõnectanturq; α δ, γ ζ, β ε, α γ, δ ζ. Et quoniam β α ipsi ε δ æqualis & parallelus est, & α δ igitur ipsi β ε æqualis & parallelus est. Idq; propterea ipsa γ ζ, ipsi β ε est æqualis & parallelus. Vtraq; igitur ipsarũ α δ, γ ζ ipsi ε β est æqualis & parallelus (per 33 primi.) Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ, & in eodem plano non existentes, & adinuicẽ sunt parallelæ (per 9 undecimi,) parallelus igitur est α δ ipsi γ ζ, & æquales eidem. Et ipsas connectunt, ipsæ α γ, δ ζ. Igitur (per 33 primi) & α γ ipsi δ ζ est æqualis, & parallelus. Et quoniã binæ α β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, sunt æquales, & basis etiã α γ basi δ ζ est æqualis, angulus igitur qui sub α β γ, (per 8 primi) angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Si igitur duæ rectæ lineæ inuicem sese tangentes, fuerint ad binas rectas lines inuicem sese tangentes parallelæ, non in eodem plano, æquos angulos comprehendent. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 PVncto in aëre assignato, ab eo ad datam superficiẽ, perpendicularem ducere.



CAMPANVS. Sit punctus a, sursum in aere, à quo uolumus ad superficiem subiacentem, perpendicularẽ ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c utcunq; cõtigerit, ad quam ab ipso puncto a ducatur perpẽdicularis a d, secundũ doctrinã 12 primi. Rursusq; à puncto d, in plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto a, extrahatur linea d e quæ sit perpẽdicularis ad lineam b c, ut docet 11 primi. Ad hãc quoq; lineam d e, ducatur alia linea perpẽdicularis à puncto a, quæ sit a f. Hanc dico esse eam quam intendimus. Sit enĩ linea f g æquidistans lineæ b c. Et quia uterq; duorũ angulorũ b d a & b d f est rectus, erit ex 4 huius, linea b d perpẽdicularis ad superficiem in qua est triangulus a d f, ideoq; etiam per 8 huius erit linea g f perpẽdicularis ad eandem superficiem. Igitur à diffinitione erit angulus g f a, rectus. Cumq; etiã angulus d f a, sit rectus, sequitur ex 4 huius, lineam a f esse perpendicularẽ ad superficiẽ in qua sunt duæ lineæ d f & f g. Quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 11

11 A dato signo in sublimi, ad subiectũ planũ perpendicularẽ lineã ducere.

THEON ex Zamb. Sit datum quidem signũ in sublimi α, datũ autem planũ suppositũ. Oportet iam ab ipso α signo, in subiectũ planũ perpendicularẽ rectã lineam ducere.* Extendatur enim quędã in subiecto plano recta linea utcunque, sitque β γ, excitetur que (per 12 primi) ab ipso α signo, in ipsam β γ, perpendicularis α δ. Si igitur α δ perpendicularis est ad subiectũ planũ, factũ iam est quod quęritur. Si autẽ non, excitetur (per 11 primi) ab ipso δ signo ipsi β γ in subiecto plano ad angulos rectos δ ε. Excitetur que (per 12 primi) ab ipso α, in ipsam δ ε, perpendicularis α ζ, & per ζ signum ipsi β γ parallelus excitetur (per 31 primi) ζ θ. Et quoniã β γ utrique ipsarũ δ α, δ ε, ad angulos est rectos, igitur (per 4 undecimi) β γ ad id quod per ε δ α planũ ad angulos est rectos. Et ei parallelus est η θ. Si autẽ fuerint binę rectę lineę parallelę, altera uero ipsarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua ad idem planũ ad angulos erit rectos (per 8 undecimi) linea igitur η θ ei quod per ε δ, δ α, plano ad angulos est rectos, & ad omnes rectas lineas eam tangentes, & in eo quod per ε δ, δ α, plano existentes, ipsa η θ recta est (per conversionẽ diffinitionis 3 undecimi.) Tangit autẽ ipsam, ipsa α ζ existens in eo quod per ε δ, δ α, plano. Igitur η θ, ad ipsam ζ α recta est (per 2 undecimi.) Quare & ζ α, recta est ad ipsam η θ. Est autẽ & α ζ ad ipsam δ ε recta, igitur α ζ ad utranque ipsarũ θ η, δ ε, recta est. Si autẽ recta linea (per 4 undecimi) duabus rectis lineis inuicẽ se tangẽtibus in contactu ad angulos rectos steterit, & ad id quod per ipsa planũ ad angulos rectos erit. Igitur ζ α ad id quod sub ε δ, η θ, planũ ad angulos rectos est. Quod autẽ per ε δ, η θ, planũ est subiectũ. Ipsa igitur α ζ, ipsi subiecto plano ad angulos rectos est. A dato igitur signo in sublimi α, in subiectum planũ perpendicularis recta linea acta est. Quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 12

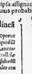
12 SVperficie proposita, punctoque in ea assignato, ab eo puncto ad datam superficiem, lineam orthogonaliter erigere.

CAMPANVS. Cum à pũcto quolibet in superficie proposita assignato, perpendicularẽ educere libuerit, à quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito, ad eandem superficiẽ perpendicularẽ (quemadmodũ præmissa docuit) demitte, quæ si assignatũ punctũ ceciderit, ipsa est quã quæris. Sin autẽ, ab ipso assignato pũcto ad demissam perpendicularẽ, æquidistantẽ ducito, eamque per 8 huius probabis esse quam quæris.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 12

12 Ad datũ planũ, à dato in eo signo, ad angulos rectos rectã lineã constituere.

THEON ex Zamb. Sit datũ planũ suppositũ, signũ autẽ in eo sit α. Oportet ab ipso α signo, ipsi supposito plano ad angulos rectos rectam lineã constituere. Intelligatur signũ quoddã in sublimi, sitque β, & ab ipso β (per 11 undecimi) ad subiectum planũ perpendicularis excitetur β γ, excitetur que (per 11 primi) ab ipso α signo, ad angulos rectos α δ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ parallelæ sunt α δ, γ β, altera autem ipsarũ β γ ad subiectũ planũ ad rectos est angulos, reliqua igitur α δ ad subiectũ ad angulos est rectos (per 8 undecimi:) ad datum igitur planũ, à signo in eo dato α, ad rectos angulos constituta est α δ. Quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 13

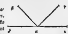
13 DVas lineas super punctum unum ad superficiem unam orthogonaliter insistere, impossibile est.

CAMPANVS. Si enim possibile est ut duæ lineæ uni eidemque superficiei super punctũ unum perpẽdiculariter insistant, superficies in qua ipsæ perpẽdiculares sitæ sunt intelligatur produci quousque secet in superficiẽ, cui dictæ lineæ perpẽdiculariter insistunt. eritque per 3 huius, cõmunis earũ sectio linea recta. Et quia ex diffinitione utraque illarũ duarũ perpendicularium cum cõmuni sectione continet angulum rectũ, sequitur ut angulus rectus sit pars anguli recti. Quod est impossibile. Quemadmodũ autem demonstratũ est impossibile esse ab uno eodemque puncto extra superficiem duas lineas super punctũ unũ ad eandem superficiẽ esse perpẽdiculares, ita etiã demõstrabimus impossibile esse duas lineas ab uno eodemque puncto extra superficiẽ signato ad eandem superficiẽ protractas ad ipsam esse perpẽdiculares. Si enim hoc fuerit, ipsæ erunt æquidistãtes ex 6 huius. Quod est impossibile ex diffinitiõe linearũ æquidistantiũ. Constat igitur ex hac, quod si aliqua superficies plana aliam planã superficiẽ orthogonaliter secet, & ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiẽ sectam perpẽdicularis ducatur, in cõmuni earũ sectione eam cadere necesse est. Alioqui ab eodem pũcto secãtis superficiei ad cõmunem earũ sectionẽ perpẽdicularis protrahatur, ut docet 12 primi, & a puncto in quo incidit cum cõmuni sectione, alia perpẽdicularis ad eandem cõmunẽ sectionẽ in superficie secta educatur ut docet 11 primi. Eritque ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erectæ angulus quem continent hæ duæ lineæ perpẽdiculares, rectus: quare per 4 huius prima harum duarũ perpendicularium

etiam

eā est perpendicularis ad superficiē sectam. Ergo ab uno puncto protractæ sunt duæ lineæ perpēdiculares ad eandem superficiē, quod est impossibile, relinquitur itaq; propositū nostrum. Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 13

13 Ab eodem signo, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes.



THEON ex Zamb. Si enim possibile, ab eodem signo α, ad idem planum binæ rectæ lineæ αβ, αγ, ad angulos rectos constituātur ad easdē partes. *Extendaturq; per βα, αγ, planū. Quod iam efficiet sectionē per α in subiecto plano lineam rectam, efficiat lineā δαε. Ipsæ igitur αβ, αγ, δαε, in uno sunt plano (per 3 undecimi.) Et quoniam γα ad subiectū planum ad angulos rectos est, & ad omnes igitur rectas lineas eam tangentes & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos (per 2 undecimi diffinitionē.) Ipsam autē tangit δαε in subiecto existēs plano. Igitur angulus qui sub γαε, rectus est, & id propterea angulus qui sub βαε, rectus est. Aequalis igitur est angulus qui sub γαε ei qui sub βαε, & in uno sunt plano. Quod est impossibile. Ab eodem igitur signo, ad idem planū binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituūtur ad easdem partes. Quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 14.

διήχθω

14 SI linea una super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat, illæ duæ superficies si etiam in infinitū in quamcunq; partem protrahantur, nunquam concurrent.

CAMPANVS. Posita enim una linea duabus supficiebus orthogonaliter insistere, si impossibile est supficies illas cōcurrere, in earū cōmuni sectione quæ per 3 huius, erit linea recta, pūctus quocūq; modo signetur, a quo duæ lineæ in illis duabus supficiebus ad lineā illā quæ ipsis perpēdiculariter superstat protrahatur, eritq; cōstitutus triāgulus ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; triāguli uterq; duorū angulorū q super perpendicularē consistūt, est rectus, ut patet ex diffinitione lineæ sup superficiē perpēdiculariter stantis, hoc aūt est impossibile per 32 primi. Ecōuerso quoq; uidelicet.

Si super duas superficies æquidistātes linea recta ceciderit quæ ad alterā earum perpendicularis sit, ipsa quoq; perpendicularis erit ad reliquam.

Positis enim duabus superficiebus æquidistātibus, intelligatur linea recta ambas penetrās quæ alteri earū perpēdiculariter superstat. Dico q eadem linea reliquæ superficiei perpēdiculariter superstat. Sit enim superficies una secans positas supficies æquidistantes, super lineā eas penetrantē, eritq; cōmunis sectio huius superficiei & alterius sectarū uidelicet illius cui linea penetrās ponitur perpēdiculariter insistere, continēs angulū rectū cum ipsa linea penetrāte ex diffinitione lineæ perpēdicularis ad superficiē. Si igitur alia cōmunis sectio ipsius supficiei secantis & reliquæ duarū sectarū cum eadē linea penetrāte non contineat angulū rectū, erit ex ultima petitione primi, ut illæ duæ cōmunes sectiones in alterutrā partem protractæ necessario concurrāt, quare & superficies quæ positæ sunt æquidistantes, necessario concurrēt. Et qa hoc est impossibile, erit ille angulus rectus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie easdē supficies æquidistantes secante super eandē lineā, igitur ex quarta huius & ex ista 14, constat uerū esse quod diximus. Eucli ex Zamb. Theorema 12 Propositio 14

14 Ad quæ plana eadem recta linea recta est, parallela sunt ipsa plana.



THEON ex Zamb. Recta enim quædam linea αβ, ad utrunq; γδ, εζ, planorū, esto ad angulos rectos. Dico quod parallela sunt ipsa plana. Si autē non, * extensa concurrunt. Concurrant. Efficient iam cōmunem sectionem lineam rectam, efficiunt ηθ (per 3 undecimi,) assumaturq; in ipsa ηθ, utcunq; signū κ, cōnectātarq; ακ, βκ. Et quoniā αβ recta est ad ipsum εζ planū, & ad ipsam igitur βκ rectā lineā existentē in ipso εζ extenso plano, recta est ipsa αβ. Igitur angulus qui sub αβκ, rectus est. Et id propterea etiā angulus qui sub βακ, rectus est. Triāguli igitur αβκ, anguli qui sub αβκ, βακ, duobus rectis sunt æquales. Quod est impossibile (per 17 primi.) Igitur ipsa γδ, εζ, plana, extensa nō concurrūt, parallela igitur sunt ipsa γδ, εζ, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta est, parallela sunt. Quod oportebat demōstrare.

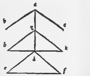
ἐκβαλλόμενα

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 SI fuerint duæ lineæ se contingentes angulariter, æquidistantes alijs duabus se contingentibus, non autem in superficie una, ab

eisdem

eisdem lineis contentæ duæ superficies in nulla parte quantumcunq; producantur possunt concurrere.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter contingentes in puncto a, æquidistantes duabus lineis d e & d f, se angulariter contingẽtibus in puncto d, & nõ sint in superficie una, dico earũ superficies in quãcunq; partem & quantũcunq; protrahãtur, nunq; concurrere. Protrahatur etenim a pũcto d, prout docet 5 huius, perpẽdicularis ad superficiẽ duarum linearũ a b & a c, sitq; d g, & à puncto g, ducatur g h æquidistãs a b, & g k, æquidistãs a c, eritq; ex diffinitione uterq; duorũ angulorũ d g h, d g k, rectus, & per 9 erit linea d f æquidistans lineæ g k, & linea d e æquidistans lineæ g h, quare per ultimã partem 29 primi, uterq; duorũ angulorũ e d g, f d g erit rectus, ideoq; per 4 huius linea d g, erit perpendicularis ad superficiẽ duarum linearũ d e & d f. Cumq; ipsa eadem sit etiam ex hypothesi perpendicularis ad superficiẽ duarum linearũ a b & a c, ex præmissa liquet quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 Si binæ rectæ lineæ seinuicem tangentes ad binas rectas lineas seinuicẽ tangentes fuerint parallelæ, non tamen in eodem plano existentes, parallela sunt quæ per ipsas plana.



THEON ex Zamb. Binæ, inquam, rectæ lineæ sese inuicem tangentes αβ, βγ, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes δε, εζ, sint parallelæ, sed non in eodem existentes plano. Dico quod * educta quæ per αβ, βγ & δε, εζ, plana, non concurrunt adinuicem. Excitetur, inquam, (per 11 undecimi) ab ipso β signo, in id quod per δε, εζ, planum perpendicularis βη, & * extendatur in planũ per η signũ. Et per η, ipsi quidem εδ parallelus excitetur (per 31 primi) ηθ, ipsi autẽ εζ, ipsa ηκ. Et quoniam βη ad id quod per δε, εζ, planũ recta est, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas (per 2 undecimi diffinitionẽ) & in eodem quod per δε, εζ, plano existentes, rectos efficiet angulos. Tangit autem ipsam utraq; ipsarũ ηθ, ηκ, existens in eo quod per δε, εζ, plano, rectus igitur est (per 4 undecimi) uterq; ipsorũ qui sub βηθ, βηκ angulorũ. Et quoniam parallelus est βα ipsi ηθ, ipsi igitur sub ηβα, βηθ, anguli (per 29 primi) duobus rectis sunt æquales, sed rectus est qui sub βηθ, rectus igitur est qui sub ηβα, igitur ipsa ηβ, ipsi βα ad angulos rectos est. Id propterea etiam βη, ipsi βγ ad angulos rectos est. Quoniã igitur recta linea βη duabus rectis lineis βα, βγ, sese inuicem tangentibus ad angulos rectos stetit, igitur (per 4 undecimi) βη & ad id quod per βα, βγ, planũ ad rectos angulos est. Est autem & ei quod per ηθ, ηκ, plano, recta quod uero per ηθ, ηκ planũ, id est quod per δε, εζ, ipsa igitur βη ei quod per δε, εζ plano recta est. Igitur βη ad utrunq; eorũ quæ per αβγ, δεζ, planorũ, recta est. Plana autẽ ad quæ eadem recta linea recta est, parallela sunt (per 14 undecimi.) Parallelũ igitur est quod per αβ, βγ, planum, ad id quod per δε, εζ. Si binæ igitur rectæ lineæ sese inuicẽ tangentes, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes fuerint parallelæ, sed non in eodem plano, parallela sunt quæ per ipsas plana. Quod ostendendum erat.

ἐκβαλλόμενα — *συμβαλλέτω* [marginal notes]

Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI duas superficies æquidistantes una superficies secet, cõmunes earum sectiones æquidistantes erunt.

CAMPANVS. Constat equidẽ ex tertia, q una superficie quascũq; duas superficies æquidistantes secante, cõmunes earum sectiones erunt duæ lineæ rectæ. Quæ cum sint ambæ sitæ in superficie secante, si ipsæ non fuerint æquidistantes, ponãtur ad quodlibet unum punctũ concurrere, erit itaq; ut unus atq; idem punctus sit in utraq; illarũ duarũ sectionũ cõmunium. Cumq; una illarũ cõmunium sectionum sit in una duarũ superficierũ sectarũ & reliqua in altera, sequitur superficies illas quæ positæ sunt esse æquidistantes concurrere, hoc autem impossibile est. Erunt igitur cõmunes earum sectiones æquidistantes. Quod est propositum.

CAMPANVS. Ex hac & præmissa potes elicere conclusionẽ unam similem 30 primi, uidelicet istam. Si fuerint duæ superficies uni æquidistantes, ipsæ quoq; erunt adinuicẽ æquidistantes. Positis enim tribus superficiebus quarum utraq; duarum extremarũ æquidistat mediæ, dico q necesse est ipsas extremas æquidistare adinuicem. Secentur omnes illæ tres superficies duabus superficiebus se quoq; inuicem secantibus, eruntq;

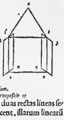
ex hac

ex hac 16 cõmunes ſectiones duarum extremarũ ſuperficierũ, æquidiſtãtes ſectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipſæ etiam ſectiones duarum extremarũ ſuperficierũ, erunt æquidiſtantes adinuicem. Et quia ipſæ contingunt ſe in cõmuni ſectione duarũ ſuperficierũ tres poſitas ſuperficies ſecantium, ex præmiſſa euidenter conſtat quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propoſitio 16

16 Si bina plana parallela à plano aliquo diſſecta fuerint, cõmunes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt.

THEON ex Zamb. Bina, inquam, plana parallela α β, γ δ, à plano ε ζ η θ ſecentur, cõmunes autem ipſorum ſectiones, ſint ε ζ, η θ. Dico quod parallelus eſt ε ζ, ipſi η θ. Si autẽ non, productæ ipſæ ε ζ, η θ, uel ad partes ζ θ, uel ad ε η concurrunt. Producantur primum ad ζ θ partes, & concurrant in κ. Et quoniam ε ζ κ eſt in plano α β, & omnia igitur quæ in ipſa ε ζ κ ſigna in ipſo α β ſunt plano (per 1 undecimi.) Vnum autem eorum quæ in ε ζ κ recta linea ſignorũ, eſt κ, igitur κ, in ipſo eſt α β plano, & id propterea etiam κ, in ipſo γ δ eſt plano. Igitur α β, γ δ, plana, producta concurrunt. Non concurrunt autem per hypotheſin, quoniam parallela ſupponuntur. Igitur ipſæ ε ζ, η θ, rectæ lineæ productæ ad partes ζ θ, non concurrunt. Similiter quoq; oſtendemus, quod ipſæ ε ζ, η θ, rectæ lineæ neq; ad partes ε η productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrunt (per ultimam diffinitionem primi) parallelæ ſunt: parallelus igitur eſt ε ζ, ipſi η θ. Si bina igitur plana, & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 17

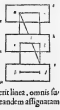
17 SI ſuperficies tres uel plures æquidiſtantes duas rectas lineas ſe inuicem contingẽtes uel æquidiſtantes ſecent, illarum linearũ portiones proportionales eſſe probantur.

CAMPANVS. Intelligantur enim duæ rectæ lineæ penetrantes qualitercunq; contingerit tres ſuperficies æquidiſtantes, aut etiam plures tribus: dico itaq; duas portiones illarum linearũ inter quaslibet duas ſuperficies interceptas, proportionales eſſe quibusq; duabus inter alias duas ex illis æquidiſtantibus ſuperficiebus interceptis. Coniungantur enim duæ extremitates illarum duarum linearũ, ducta inter eas linea una diagonaliter, eritq; hæc diagonalis, cum utraq; illarũ duarum linearũ penetrantiũ ſuperficies propoſitas, in ſuperficie una illas æquidiſtantes ſuperficies poſitas ſecante. Si ergo harum ſuperficierũ communes ſectiones quæ per præmiſſam erunt æquidiſtantes, cogitatione protraxeris, ex prima parte ſecundæ ſexti conſtabit propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propoſitio 17

17 Si binæ rectæ lineæ à planis parallelis ſecentur, in eaſdem rationes ſecabuntur.

THEON ex Zamb. Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, à planis parallelis η θ, κ λ, μ ν, ſecētur in α, ε, β, γ, ζ, δ, ſignis. Dico quod eſt ſicut α ε recta linea ad ε β, ſic eſt γ ζ ad ζ δ. Connectantur α γ, β δ, α δ, & concurrat α δ ipſi κ λ plano in ξ ſigno, cõnectanturq; ε ξ, ξ ζ. Et quoniam bina plana parallela κ λ, μ ν, à plano ε β δ ξ ſecantur, ipſorum cõmunes ſectiones ε ξ, β δ, parallelæ ſunt (per 16 undecimi.) Idq; propterea quoniam bina plana parallela η θ, κ λ, à plano α ξ ζ γ, ſecantur, cõmunes ipſorum ſectiones α γ, ξ ζ, parallelæ ſunt (per 16 undecimi.) Et quoniam lateri β δ trianguli α β δ, recta linea parallelus ducta eſt ε ξ, proportionaliter igitur ſicut α ε ad ε β, ſic eſt α ξ ad ξ δ. Rurſus quoniam lateri α γ trianguli α δ γ, recta linea parallelus ducta eſt ξ ζ, proportionaliter igitur ſicut α ξ ad ξ δ, ſic γ ζ ad ζ δ, patuit autẽ & ſicut α ξ ad ξ δ, ſic α ε ad ε β, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ε ad ε β, ſic γ ζ ad ζ δ. Si binæ igitur rectæ lineæ à planis parallelis ſecentur, & reliqua. Quod erat oſtendendũ.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 18

18 SI in ſuperficie aſſignata orthogonaliter ſteterit linea, omnis ſuperficies à linea illa quorſumlibet ducta, ad eandem aſſignatam ſuperficiem erit orthogonaliter erecta.

CAMPANVS. Sit enim linea a b erecta perpendiculariter ſuper aſſignatam ſuperficiem, & à linea a b producatur ſuperficies quorſum libuerit. Quam dico ſuper propoſitam ſuperficiem eſſe perpendiculariter erectam. Cum enim ipſa ſecet ſuperficiem

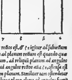
ciem assignatã, erit earũ cõmunis sectio linea recta ex 3 huius, sitq́ b d. In hac ergo communi sectione signato puncto quolibet qui sit d, extrabatur ab eo in superficie quæ producta est a linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineam b d, quæ sit d c. Eritq́ ex secunda parte 28 primi, linea c d, æquidistans lineæ a b, ideoq́ ex 8 huius. linea c d, est etiam perpendicularis ad superficiem propositam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter à quolibet puncto lineæ b d, ad ipsam lineã b d, in ipsa superficie quæ producta est à linea a b, est perpendicularis ad propositam superficiem, ex diffinitione superficiei supra superficiẽ orthogonaliter erectæ, constat uerum esse quod propositũ est.



Eucli ex Zamb. Theorema 16 Propositio 18

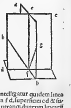
18 Si recta linea plano alicui ad aogulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipsam plaoa ad idem planum ad aogulos rectos erunt.

THEON ex Zamber. Recta enim linea α β, subiecto plano ad angulos rectos esto. Dico quod & omnia quæ per α β plana, ad subiectum planum ad angulos rectos sunt. Extendatur, inquam, per α β, planũ δ ε, sitq́ (per 3 undecimi) communis sectio ipsius δ ε linea plani, & subiecti γ ε, & sumatur in γ ε, contingens signum ζ, & ab ipso ζ, (per 11 undecimi) ipsi γ ε ad angulos rectos excitetur in δ ε plano ipsa ζ κ. Et quoniam α β ad subiectum planum recta est, & ad omnes igitur ipsam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes recta est ipsa α β (per 2 undecimi diffinitionem.) quare & ad γ ε recta est. Igitur angulus qui sub α ε ζ, rectus, est autem qui sub κ ζ ε, rectus, igitur (per 28 primi) α β, ipsi ζ κ parallelus est. Ipsa autẽ α β, ad subiectum planum ad angulos rectos est, & ζ κ igitur ad subiectum planum ad angulos rectos est. Et quoniam (per 3 diffinitionẽ undecimi) planum ad planum rectum est quando quæ communi sectioni planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno planorum, ad reliquũ planum ad angulos fuerint recti, & ipsi γ ε sectioni planorum cõmuni, in uno planorum δ ε scilicet ad angulos rectos acta ζ κ, ostensa est supposito plano ad angulos rectos esse, igitur planum δ ε rectum est ad suppositum planum. Similiter iam ostendetur quod omnia quæ per α β plana, recta sunt ad subiectum planum. Si recta igitur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. Quod oportuit demonstrasse.



Eucli ex Camp. Propositio 19

19 SI duæ superficies seiouicem secantes, supra unam superficiem erectæ fueriot orthogonaliter, cõmunis earum sectio ad eandem superficiem perpeodicularis erit.



CAMPANVS. Sint duæ superficies a b & c d seinuicem secantes, erectæ orthogonaliter super assignatam superficiem, sitq́ cõmunis earum sectio linea recta e f. Hanc dico esse perpẽdicularem ad assignatam superfciem. Alioqui à puncto f qui est communis terminus sectionum duarum superficierũ secantium & tertiæ superficiei sectæ, producatur una linea recta quæ sit f g, in superficie a b, perpendicularis ad superficiem assignatam, itemq́ ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem, quæ sita sit in superficie c d, & ipsa sit f h, eruntq́ duæ lineæ f g & f h, orthogonaliter insistentes super punctum unum ad superficiem assignatã. Hoc autẽ, impossibile est per 13 huius. Tales autem lineas posse protrahi à puncto f in utraque duarum superficierũ a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem, dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis sectio superficiei a b & superficiei assignatæ, & linea f d, superficiei c d & superficiei assignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad utranq́ duarum linearũ f b & f d, ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autẽ ad neutram, sit f g perpendicularis ad f b, & f h perpendicularis ad f d. Deinde à puncto f protrahe in superficie assignata unam lineam perpendicularẽ ad lineam f b,

quæ ex

quæ ex diffinitione superficiei super aliam superficiē orthogonaliter erectæ, cum linea f g continebit angulum rectum: per quartā igitur huius erit linea f g, perpendicularis ad superficiem assignatā. Eodem quoq; modo protracta alia linea a puncto f in superficie assignata, quæ sit perpendicularis ad lineam f d, sequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius, lineam f h esse perpendicularem ad superficiem assignatam, quod est impossibile per 13 huius. Quod si consitearis lineam e f esse perpendicularē ad lineam f b, sed non ad lineam f d, sequetur modo consimili duas lineas e f & f h esse perpendiculares ad superficiem assignatam. Quod nihil minus est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 19

19 **Si bina plana sese inuicem dispescentia, plano alicui ad angulos rectos fuerint, & ipsorū cōmunis sectio ad idem planum ad angulos rectos erit.**

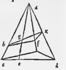
THEON ex Zamber. *Bina etenim plana α β, β γ, subiecto plano ad angulos sint rectos, communis autem ipsorum sectio sit β δ. Dico quod ipsa β δ, ad subiectum planum ad angulos est rectos. Non sit. Et excitentur (per 11 undecimi) ab ipso δ signo in plano quidē α β, ipsi α δ rectæ lineæ, ad angulos rectos ipsa δ ε, in plano autem β γ, ipsi γ δ ad angulos rectos δ ζ. Et quoniam planum α β ad subiectum planum rectum est, & cōmuni ipsorū sectioni α δ ad angulos rectos α δ in ipso α β plano excitatur δ ε, igitur δ ε ad subiectum planum recta est. Similiter iam demōstrabimus, quod & δ ζ ad subiectum planum recta est. Ab eodem igitur signo δ, ad subiectum planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos constitutæ sunt ad easdem partes. Quod est impossibile. Igitur ad subiectum planum, a signo δ ad angulos rectos non constituetur alia, præter δ β communem sectionem, ipsorum β α, β γ, planorū. Si bina igitur plana inuicem sese dispescentia ad planum aliquod ad angelos fuerint rectos, & communis ipsorum sectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod ostendere oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 **SI tres anguli superficiales solidum angulum contineāt, illorum trium angulorū quiq; duo pariter accepti reliquo sunt maiores.**

CAMPANVS. Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectæ supra superficiem b c d, continentes tres superficiales angulos, ex quibus solidus perficitur angulus in puncto a. Dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto a constituentibus, pariter acceptos, tertio esse maiores. Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem æquales, aut si duo tantū æquales existente tertio minore utrolibet duorum æqualium, constat per communem scientiam uerum esse quod dicitur. Quod si eorum unus utrolibet duorum reliquorū maior fuerit siue illi duo ponantur æquales siue non æquales, adhuc constat illum maiorem & utrumlibet duorum reliquorū pariter acceptos, tertio esse maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur, esse maiores, sic collige. Esto enim trium propositorū angulorum superficialiū angulus c a d, maior utrolibet reliquorū duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum e a d æqualem angulo b a d, protracta linea a e. Et sumam ex hac linea a e, lineam a g, & ex linea a b, lineam a f, quas ponam esse æquales. Et protraham lineam à puncto g qualitercunq; contingat, in superficie duarum linearū a c & a d, quousq; secet a c in puncto h, & a d in puncto k, & ipsa sit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum sit igitur a f æqualis a g, posita a k cōmuni, erit per 4 primi f k æqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k sunt maiores linea h k, erit per conceptionem h f maior h g. Ideoq; per 25 primi cum sit linea a f æqualis lineæ a g, erit angulus f a h, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur constat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos, esse maiores angulo h a k. Quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 20

20 **Si solidus angulus sub tribus angulis planis comprehendatur, quiuis duo reliquo maiores sunt quomodocunq; suscepti.**

THEON ex Zamb. *Solidus angulus qui ad α, sub tribus planis, hoc est β α γ, γ α δ, δ α β, comprehendatur. Dico quod bini quomodocunq; suscepti, reliquo sunt maiores. Si quidem ipsi qui sub β α γ, γ α δ, δ α β, anguli sunt*

unicem æquales, manifestũ est quod bini reliquo, quomodocunq; suscepti sunt maiores. Si autem non, sit maior qui sub βαγ, constituaturq; (per 23 primi) ad αβ rectam lineam, & ad signum in ea α, angulo qui sub δαβ, in eo quod per βαγ plano, æqualis angulus βαε, ponaturq; (per 2 primi) ipsi αδ æqualis αε, & per ε signũ ducta βεγ linea, dissecet ipsas αβ, αγ, rectas lineas in signis β, γ, coniectanturq; δβ, δγ. Et quoniã δα ipsi αε est æqualis, cõmunis autem αβ, duæ δα, αβ duabus δα, αε, sunt æquales, & angulus qui sub δαβ, angulo qui sub βαε est æqualis: basis igitur δβ (per 4 primi) basi βε est æqualis. Et quoniam duæ δβ, δγ, ipsa βγ sunt maiores, quarum δβ ipsi βε ostensa est æqualis, reliqua igitur δγ, reliqua εγ maior est. Et quoniam ipsa δα ipsi αε æqualis, communis autem αγ, & basis δγ basi εγ maior est, angulus igitur qui sub δαγ, angulo qui sub εαγ maior est. Ostensum autem est, quod & qui sub δαβ, est æqualis ei qui sub βαε. Ipsi igitur qui sub δαβ, δαγ, eo qui sub βαγ sunt maiores. Si solidus igitur angulus sub tribus angulis planis comprehendatur, duo quomodocunq; assumpti sunt maiores reliquo. Quod erat ostendendum.

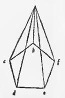


Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 **Omnis aogulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.** CAMPANVS. Anguli solidi quantitas, ex angulorũ superficialium ipsum solidum continentiũ quantitate determinatur. Hac ergo 21 propositione id etiam proponitur, quoslibet superficiales angulos solidum quẽlibet continẽtes pariter acceptos, quatuor rectis angulis esse minores. Sit enĩ triãgula pyramis a b c d, cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorũ, hic tamen sit a, de quo dico, quod tres superficiales anguli ipsum a continentes, sunt minores quatuor rectis. Constat enĩ ex 32 primi, nouem angulos trium triangulorũ hanc pyramidem circumstantium (& ipsi sunt a b c, a c d, a d b) esse æquales sex angulis rectis, de tribus autem angulis basis eius quæ est triangulus b c d, constat quoq; per eandem, q ipsi sunt æquales duobus rectis. Cum igitur sex anguli trium triangulorũ prædictorũ hanc nostram pyramidem (de cuius supremo angulo disputamus) circundannum, qui inquam sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent, sint ex præmissa ter assumpta maiores tribus angulis basis, sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis, ex nouem igitur angulis trium triangulorũ pyramidem circundantiũ his sex angulis demptis erunt ex cõmuni scientia reliqui tres (& ipsi sunt qui constituũt solidum angulum a) minores 4 rectis.



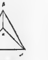
Si autẽ angulus a supremus in assumpta pyramide pluribus angulis supficialibus quam tribus cõtineatur quod erit secundum multitudinẽ angulorũ suæ basis, cum igitur omnes anguli omnium triangulorũ ipsam pyramdem circundantiũ pariter accepti sint ex 32 primi, tot rectis angulis æquales quantus est numerus angulorũ suæ basis duplicatus eo q tot necesse est esse triangulos pyramidem circumdantes quot fuerint anguli suæ basis, cumq; omnes anguli suæ basis sint tot rectis angulis æquales quantus est numerus angulorũ suorũ duplicatus, demptis inde 4 ut in 32 primi demonstratum est, cumq; igitur omnes anguli triangulorũ pyramidem circũdantiũ qui super latera basis ipsius pyramidis consistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis pariter acceptis, ut euidenter constat ex præmissa toties quot angulos basis habuerit repetita, adhuc necessario sequitur ex communi scientia superficiales angulos solidum angulum a continentes pariter acceptos esse minores quatuor rectis, eo inquam minores quo omnes anguli trigonorũ pyramidem circũdantium qui super latera basis statutæ pyramidis consistunt, excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 **Omnis solidus angulus, sub paucioribus, quàm quatuor rectis angulis planis cõprehenditur.** THEON ex Zamb. *Sit solidus angulus qui ad α, comprehensus sub planis*

planis angulis qui sub β α γ, γ δ α, γ δ α β. Dico quod ipsi β α γ, δ α γ, δ α β, anguli, quatuor rectis sunt minores. Assumantur, in quam, in unaquaque ipsarum α γ, α β, α δ, rectarum linearum signa utcunque, sintque β, γ, δ, connectanturque ϛ γ, γ δ, δ ϛ. Et quoniam solidus angulus est qui ad ϛ sub tribus enim planis angulis comprehenditur, hoc est sub ijs qui sub γ ϛ α, α β δ & γ β δ (per 20 undecimi) bini utcunque sumpti reliquo sunt maiores. Igitur qui sub γ ϛ α, α β δ, eo qui sub γ β δ sunt maiores. Et id propterea qui sub β γ α, α γ δ, eo qui sub β γ δ sunt maiores, & insuper qui sub γ δ α, α δ β, eo qui sub γ δ β sunt maiores. Igitur sex anguli γ ϛ α, α β δ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, tribus, hoc est eis qui sub γ β δ, β γ δ, γ δ β, sunt maiores. Sed ipsi tres qui sub γ β δ, β δ γ, β γ δ, duobus rectis sunt æquales, igitur qui sub γ ϛ α, α β δ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, sex anguli, duobus rectis sunt maiores. Et quoniam uniuscuiusque ipsorum α ϛ γ, α β δ, α γ δ, triangulorum tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi,) trium igitur triangulorum anguli nouem qui sub γ β α, α γ β, β α γ, α γ δ, δ α γ, γ δ α, α δ ϛ, δ ϛ α, ϛ α δ, sex rectis sunt æquales. Quorum qui sub α β γ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, δ β α, sex anguli, duobus rectis sunt maiores: reliqui igitur qui sub β α γ, γ α δ, δ α β, tres anguli, comprehendentes solidum angulum, quatuor rectis sunt minores. Omnis igitur solidus angulus sub minus quatuor rectis angulis planis comprehenditur. Quod erat ostendendum.



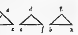
Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 SI tres anguli soperficiales quorum quique duo pariter accepti tertio siot maiores, cunctis sibi iouicem æquis lineis contioeātur, de tribus basibus angulos illos ab ipsarum linearum æqualium termiois subtendeotibus, triangulum substitui uel constitui possibile est.

CAMPANVS. Sint tres superficiales anguli b a c, e d f, h g k, ut proponitur, tales uidelicet ut quique duo eorum tertio sint maiores, sintque sex latera eos continentia, æqualia, quæ sint a b, a c, d e, d f, g h, g k, & subtendantur eis tres bases quæ sint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus basibus, triangulum aio constitui posse. Esto enim angulus b a l æqualis angulo d, & linea a l lineæ d e, & protrahātur l b, l c, eritque ex 4 primi, linea l b, æqualis lineæ e f. Ex hypothesi uero constat, totalem angulum a esse maiorem angulo g, erant enim quique duo ex tribus angulis b a c, d & g, tertio maiores. Igitur ex 24 primi linea l c, linea h k est maior. Cumque sint ex 20 primi duæ lineæ l b & b c maiores linea l c, sequitur duas lineas l b & b c esse multo fortius maiores linea h k.



Quia igitur l b est æqualis e f, erunt duæ lineæ b c & e f maiores linea h k. Constat itaque hoc modo, quasque duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, esse longiores tertia. Igitur ex 22 primi constat uerum esse quod dicitur. Hoc duntaxat addito, quod si duo anguli b a c & d pariter accepti sint æquales duobus rectis, erunt duæ lineæ l a & a c ex 14 primi linea una, quæ cum sit æqualis ex hypothesi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores sunt linea h k, cumque ex eadem lineæ duæ l b & b c sint longiores linea l c, sequitur ut prius b c & e f pariter acceptas esse longiores h k. At uero si duo prædicti anguli sunt maiores duobus rectis, erunt ex 21 primi duæ lineæ a l & a c (ideoque & duæ g h & g k) breuiores duab. quæ sunt l b & b c. Quare ut prius, b c & e f pariter acceptæ sunt longiores linea h k.





Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22

22 Si fueriot tres aoguli plani quorum bioi reliquo sint maiores quomodocunque assumpti, comprehendant autem ipsos æquales rectæ lineæ, ex connecteotibus æquales rectas liocas triaogulum coostitui est possibile.

THEON ex Zamb. Sint tres anguli plani qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quorum bini reliquo sint maiores quomodocunque sumpti, hoc est α β γ, δ ε ζ, ipso η θ κ, ipsi autem qui sub δ ε ζ, η θ κ, ipso α β γ, & insuper qui sub η θ κ, α β γ, eo qui sub δ ε ζ, sintque æquales α ϛ, ϛ γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, rectæ lineæ, connectanturque α γ, δ ζ, η κ. Dico quod ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulum constituere est possibile, hoc est quod ipsarum α γ, δ ζ, η κ, binæ quomodocunque sumptæ reliqua sunt maiores. Siquidem qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, anguli inuicem sunt æquales, manifestum quod & ipsis α γ, δ ζ, η κ, æqualibus adinuicem factis, est possibile ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulum constitui. Si autem non, sint inæquales. Constituaturque

turq́; (per 23 primi) ad ipsam θ κ rectā lineā, & ad signū in ea θ, angulo qui sub α β γ, æqualis angulus qui sub κ θ λ, & ponatur (per 2 primi) uni ipsarū α β, β γ, δ ε, ε ζ, κ θ, θ κ, æqualis θ λ, cōnectanturq́; κ λ, κ λ. Et quoniā binæ α β, β γ, duabus κ θ, θ λ, sunt æquales, & angulus qui ad β angulo q sub κ θ λ est æqualis, basis igitur α γ (per 4 primi) basi κ λ est æqualis. Et quoniā qui sub α β γ, κ θ κ eo qui sub δ ε ζ sunt maiores, æqualis autē qui sub κ θ λ eis qui sub α β γ, & κ θ κ, qui igitur sub κ θ λ eo qui sub δ ε ζ maior est. Et quoniā duæ κ θ, θ λ, duab. δ ε, ε ζ sunt æquales, & angulus qui sub κ θ λ angulo qui sub δ ε ζ maior est, basis igitur κ λ (per 24 primi) basi



δ ζ maior est. Sed ipsæ κ κ, κ λ, ipsa κ λ sunt maiores, multo magis igitur κ κ, κ λ, ipsa δ ζ sunt maiores. Aequalis autē est κ λ, ipsi α γ: ipsæ igitur α γ, κ κ, reliqua δ ζ sunt maiores. Similiter iam ostēdemus, q & ipsæ quidē α γ, δ ζ, ipsa κ κ sunt maiores, & κ κ, δ ζ, ipsa α γ. Possibile igitur est, ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, κ κ, triangulū confici. Quod ostēdendū erat.

ALITER. Sint dati tres anguli plani qui sub α β γ, δ ε ζ, κ θ κ, quorū duo reliquo sint maiores quomodocūq; assumpti. Cōprehendāt autē ipsos æquales rectæ lineæ α β, β γ, δ ε, ε ζ, κ θ, θ κ. Cōnectanturq́; ipsæ α γ, δ ζ, κ κ. Dico q ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, κ κ, triangulū construi est possibile, hoc est rursus quod duæ reliquæ sunt maiores quomodocūq; assumptæ. Siquidem rursus qui ad β, ε, θ, signa anguli sunt æquales, erunt quoq; ipsæ α γ, δ ζ, κ κ æquales, & duæ reliqua erunt maiores. Si autē non, sint inæquales qui ad ipsa β, ε, θ, signa anguli, sitq́; maior angulus qui ad β, utroq; ipsorū ε, θ: maior igitur est (per 24 primi) & α γ recta linea, utraq; ipsarū δ ζ, κ κ, & manifestū, quod α γ cū utraq; ipsarū δ ζ, κ κ, reliqua maior est. Dico quod & δ ζ, κ κ, reliqua α γ sunt maiores. Con

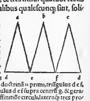


stituatur (per 23 primi) ad α β rectā lineā ad signumq́; in ea β, ei qui sub κ θ κ angulo æquus qui sub α β λ, ponaturq́; (per 2 primi) uni ipsarū α β, β γ, δ ε, ε ζ, κ θ, θ κ, æqualis β λ: cōnectanturq́; α λ, λ γ. Et quoniā duæ α β, β λ, duabus κ θ, θ κ, sunt æquales altera alteri, & æquos angulos cōprehendūt, basis igitur α λ (per 4 primi) basi κ κ est æqualis. Et quoniā qui ad ε, θ, signa anguli, eo qui sub α β γ sunt maiores, quorū qui sub κ θ κ, ei qui sub α β λ est æqualis, reliquus igitur qui ad ε angulus, eo qui sub λ β γ maior est, & quoniā duæ λ β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub δ ε ζ angulo qui sub λ β γ maior est, basis igitur δ ζ (per 24 primi) basi λ γ maior est. Ostensum autē est q æqualis est κ κ ipsi α λ. ipsæ igitur δ ζ, κ κ, ipsis α λ, λ γ, sunt maiores, Sed ipsæ α λ, λ γ, ipsa α γ sunt maiores, multo magis igitur δ ζ & κ κ, ipsa α γ sunt maiores. Ipsarū igitur α γ, δ ζ, κ κ, rectarū linearū duæ reliqua sunt maiores, quōcunq; assumptæ. Possibile igitur est ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, κ κ, triangulū confici. Quod oportuit ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 TRibus angulis superficialibus propositis, quorū quicq; duo pariter accepti tertio sunt maiores oēs, & tres simul quatuor rectis angulis minores, ex tribus illis æqualibus qualescunq; sint, solidum angulum constituere.

CAMPANVS. Sint propositi tres anguli supficiales qui sunt a, b, c, de tribus illis æqualibus uolumus unū solidum angulū cōstituere. Oportet igitur ex 20 huius, ut quicq; duo eorū pariter accepti tertio sint maiores, & ex 27 huius, ut omnes pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores. Ex ipsis itaq; sint hæc posita. Latera uero eos continētia cuncta adinuicē sint æqualia, eisq́; subtendantur tres bases, & ipsæ sint d e, e f, & f d, eritq́; ex præmissa possibile, de tribus lineis bis basibus



æqualibus triangulū cōstitui. Sit igitur ex eis secundū doctrinā 22 primi, triāgulus d e f, cōstitutus, cui sicut docuit 5 quarti, circūscribatur circulus d e f supra centrū g, & ptrahatur g d, g e, g f. Quæ cum sint adinuicē æquales ex diffinitiōe circuli, lateraq́; tres propositos angulos ambiētia æqualia ex hypothesi, necesse est ut earū quælibet quolibet illorū laterū sit minor, æqualē autē aut maiorē esse est impossibile. Si enim linea exiens à centro g, circūferentiā circuli d e f esset æqualis alicui laterū a d, a e, b e, b f, c f, c d, sequeretur propter ea quæ posita sunt, annuente 8 primi, tres angulos a, b, c, propositos, esse æquales tribus angulis d g e, e g f, f g d. Cumq́; hi tres sint æquales quatuor rectis angulis, ut facile patet ex 15 primi, protracta paulisper una linearū exeuntiū a cētro ad circūferentiā in continuū & directū, essent etiā tres anguli a, b, c, æquales etiā quatuor rectis.

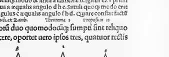
Quod

Quod est contra posita. Quod si esset maior superpositis tribus triangulis quorũ sunt anguli a, b, c, tribus triãgulis diuidẽtibus triangulũ d e f unoquoq; illi cum quo cõmunicat in basi, ita q̃ bases superponãtur basibus æquales uidelicet æqualibus, & anguli a b c cadant ad partẽ puncti g, sequeretur ex 21 primi tres angulos a, b, c, esse maiores tribus qui sunt d g e, e f g, f g d. Essent itaq; maiores quatuor rectis. Quod est amplius contrariũ positis. Relinquitur itaq; unũquodq; ex sex lateribus tres propositos angulos ambiẽtibus, maius esse linea egrediente à centro g, ad circumferentiã d e f, ideoq; etiam potentius.

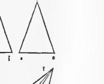


Sit igitur potẽtius in linea g h, quæ sit secundũ 12 huius orthogonaliter erecta super superficiẽ anguli uel circuli d e f, demittãturq; tres hypothenusæ h d, h e, h f, quas dico cõtinere angulos tres supficiales æquales tribus ꝓpositis, constituentes angulũ solidũ in pũcto h. Cum enim quadratũ lineæ a d sit æquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypothesi, at quadratũ lineæ d h sit æquale eisdẽ ex penultima primi, necesse est lineã a d esse æqualẽ lineæ d h. Eodemq; modo & lineã a e, lineæ e h. Igitur ex 8 primi cum bases etiã sint æquales, erit ãgulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis angulo e h f, & angulus c æqualis angulo f h d. Quare constat factũ esse q̃d facere disposuimus. Euclid. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 23

23 Ex tribus angulis planis quorũ duo quomodocũq; sumpti sint reliquo maiores, solidum angulũ conficere, oportet uero ipsos tres, quatuor rectis esse minores.



THEON ex Zamb. Sint dati tres anguli plani qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quorũ duo quomodocũq; assumpti reliquo sint maiores, insuperq; ipsi tres quatuor rectis minores, oportet iam ex æqualibus eis qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, solidũ cõstituere angulũ. Assumãtur æquales α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, cõnectanturq; α γ, δ ζ, η κ. Igitur (per 22 undecimi) ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ confici est possibile. Construatur, sitq; λ μ ν, sic ut α γ æqua sit ipsi λ μ, & δ ζ ipsi μ ν, & η κ ipsi λ ν. Circumscribatur autem (per 5 quarti) ipsi λ μ ν triangulo, circulus λ μ ν, sumaturq; (per 1 tertij) ipsius centrum, quod quidem erit aut intra triangulum λ μ ν, aut in uno laterum ipsius, aut extra, sit prius intra triangulum, sitq; ξ, connectanturq; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod α β, ipsa λ ξ maior est. Si autem non, aut α β ipsi λ ξ est æqualis, aut ea minor. Sit primum æqualis. Et quoniam α β ipsi λ ξ est æqualis, sed α β ipsi β γ est æqualis, igitur λ ξ ipsi β γ est æqualis. Ipsa autem λ ξ ipsi ξ μ (per 15 diffinitionem primi) Duæ iam α β, β γ, duabus λ ξ, ξ μ, sunt æquales altera alteri, & basis α γ, basi λ μ supponitur æqualis, angulus igitur qui sub α β γ (per 8 primi) angulo qui sub λ ξ μ est æqualis. Id propterea etiam & qui sub δ ε ζ, ei qui sub μ ξ ν est æqualis, & præterea qui sub η θ κ, ipsi qui sub ν ξ λ. Ipsi igitur qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, anguli, ipsis tribus qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, sunt æquales. Sed tres qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis sunt æquales, & tres igitur qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quatuor rectis sunt æquales. Supponũtur & quatuor rectis minores. Quod est impossibile. Igitur α β ipsi λ ξ æqualis non est. Dico etiam quod nec minor est α β, ipsa λ ξ. Si enim possibile, esto, ponaturq; (per 2 primi) ipsi α β æqualis ξ ο, ipsi autẽ β γ æqualis ξ π, connectaturq; ο π. Et quoniã æqualis est α β ipsi β γ, æqualis est & ξ ο ipsi ξ π: quare & reliqua ο λ, reliquæ π μ est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 sexti) λ μ ipsi ο π, & æquiangulũ est λ μ ξ ipsi ο π ξ, quemadmodũ igitur ξ λ ad ipsam λ μ, sic est ξ ο ad ο π: uicissim igitur (per 16 quinti) sicut λ ξ ad ξ ο, sic λ μ ad ο π. Maior autẽ est λ ξ ipsa ξ ο, maior igitur est & λ μ, ipsa ο π. Sed ipsa λ μ, posita est ipsi α γ æqualis, & α γ igitur, ipsa ο π maior est. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, sunt æquales, & basis α β basi ο π maior est, angulus igitur qui sub α β γ, angulo qui sub ο ξ π maior est (per 25 primi.) Similiter iam ostendemus, quod & qui sub δ ε ζ, eo qui sub μ ξ ν maior est, & qui sub η θ κ eo qui sub ν ξ λ. Ipsi igitur tres anguli qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, tribus qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ sunt maiores. Sed qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quatuor rectis supponuntur maiores: multo igitur magis qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis sunt minores. Sed & æquales. Quod est impossibile. Nõ igitur α β minor est quàm λ ξ. Ostensum autẽ est, quod neq; æqualis, maior igitur est α β quàm λ ξ.

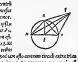


Constituatur iam à signo ξ ipsius λ μ ν circuli plano ad angulos rectos ξ ρ (per 12 undecimi) Et quo maius est quadratũ quod ex α β, eo quod ex λ ξ, ei æquum esto quod ex ξ ρ, cõnectanturq; ρ λ, ρ μ, ρ ν. Et quoniam ρ ξ recta est, & ad

ipsius λ μ ν circuli planum, & ad unamquamque igitur ipsarum λ ξ, μ ξ, ν ξ (per conversionem 2 diffinitionis undecimi) recta est ipsa ρ ξ. Et quoniam æqualis est λ ξ ipsi ξ μ, communis autem & ad angulos rectos est ξ ρ, basis igitur ρ λ (per 4 primi) basi ρ μ est æqualis. Iam id propterea & ρ ν, utrique ipsarum ρ λ, ρ μ, est æqualis. Ipsæ igitur tres ρ λ, ρ μ, ρ ν, sibi inuicem sunt æquales. Et quoniam quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, et supponitur æquum quod ex ξ ρ, quod ex α β igitur æquum est eis quæ ex λ ξ, ρ ξ. Eis autem quæ ex λ ξ, ξ ρ, æquum est (per 47 primi) quod ex λ ν, rectus enim est qui sub λ ξ ρ. Quod igitur ex α β, æquum est ei quod ex ρ λ. Aequalis igitur est α β ipsi ρ λ. Sed ipsi quidem α β, æqualis est unaquæque ipsarum β γ, δ ε, ε ζ, θ η, θ κ, ipsi autem ρ λ, æqualis est utraque ipsarum ρ μ, ρ ν. Vnaquæque igitur ipsarum α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, utricumque ipsarum ρ λ, ρ μ, ρ ν, est æqualis. Et quoniam duæ λ ρ, ρ μ, duabus α β, β γ, sunt æquales, & basis λ μ basi α γ supponitur æqualis, angulus igitur qui sub λ ρ μ (per 8 primi) ei qui sub α β γ est æqualis. Id propterea & qui sub μ ρ ν, ei qui sub δ ε ζ est æqualis, & qui sub λ ρ ν, ei qui sub η θ κ. Ex tribus igitur angulis planis qui sub λ ρ μ, μ ρ ν, λ ρ ν, qui sunt æquales tribus datis scilicet eis qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ solidus angulus constituitur qui ad ρ, comprehensus sub λ ρ μ, μ ρ ν, & λ ρ ν angulis. Quod facere oportebat.



Sed iam esto centrum circuli in uno laterum trianguli, sitque in μ ν, estoque ξ. Connectaturque λ ξ. Dico rursus quod maior est α β quàm λ ξ. Si autem non, aut α β est æqualis ipsi λ ξ, aut ea minor. Sit primum æqualis. Duæ iam α β, β γ, hoc est δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ξ λ, hoc est ipsi μ ν sunt æquales. Sed ipsa quidem μ ν, ipsi δ ζ supponitur æqualis, & ipsæ igitur δ ε, ε ζ, ipsi δ ζ sunt æquales. Quod est impossibile. Igitur α β, ipsi λ ξ, æqualis non est. Similiter iam ostendemus, quod neque minor, igitur ipsa α β, maior est quàm λ ξ. Et si similiter quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, ei æquum & ad angulos rectos ad circuli planum constituemus sicut quod ex ρ ξ, constituetur problema.



Sed iam esto centrum circuli extra triangulum λ μ ν, sitque ξ. Connectanturque λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod & sic maior est β α quàm λ ξ. Si autem non, aut æqualis est aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur α β, β γ, duabus μ ξ, ξ λ, sunt æquales altera alteri, & basis α γ basi μ λ est æqualis, angulus igitur qui sub α β γ (per 8 primi) angulo qui sub μ ξ λ est æqualis. Idque propterea etiam qui sub η θ κ, ei qui sub λ ξ ν est æqualis. Totus igitur qui sub μ ξ ν, duobus qui sub α β γ, η θ κ, est æqualis. Sed qui sub α β γ, η θ κ, ipso qui sub δ ε ζ sunt maiores. Et qui sub μ ξ ν igitur, eo qui sub δ ε ζ maior est. Et quoniam duæ δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ν ξ, sunt æquales, & basis δ ζ basi μ ν est æqualis, angulus igitur qui sub μ ξ ν (per 8 primi) ei qui sub δ ε ζ est æqualis. Patuit autem quod & maior. Quod est absurdum. Igitur α β, ipsi λ ξ non est æqualis. Itidemque ostendemus quod neque minor. Igitur ipsa α β, maior est quàm λ ξ. Et si etiam ad angulos rectos in circuli plano rursus constituamus ipsam ξ ρ, & ipsi æqualem ponamus eam quæ potest id quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, constituetur problema.

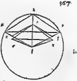


Dico insuper quod α β non est minor quàm λ ξ. Si enim possibile, esto. Ponaturque (per 2 primi) ipsi quidem α β æqualis ξ ο, ipsi autem β γ æqualis ξ π. Connectaturque ο π. Et quoniam æqualis est α β ipsi β γ, æqualis est ξ ο ipsi ξ π, quare & reliqua ο λ, reliquæ μ π, est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 sexti) λ μ ipsi π ο, & æquiangulum est triangulum λ ξ μ ipsi triangulo π ξ ο. Est igitur (per 6 sexti) sicut λ ξ ad λ μ, sic ξ ο ad ο π, & uicissim (per 16 quinti) sicut λ ξ ad ξ ο, sic λ μ ad ο π. Maior autem est λ ξ, quàm ξ ο, maior igitur est & λ μ, quàm ο π. Sed λ μ, ipsi α γ est æqualis, igitur & α γ, quàm ο π maior est (per 14 quinti). Quoniam igitur duæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, sunt æquales altera alteri, & basis α γ basi ο π maior est, angulus igitur qui sub α β γ (per 25 primi) angulo qui sub ο ξ π maior est. Similiter iam & si ipsam ξ ρ æqualem utrique ipsarum ξ ο, ξ π, assumamus, & connectamus ipsam ο ρ, ostendemus quod & qui sub ο ρ π angulus eo qui ο ξ ρ maior est. Constituatur iam (per 23 primi) ad ipsam λ ξ rectam lineam, ad signumque in ea ξ, ei quidem qui sub α β γ angulo æquus angulus qui sub λ ξ ζ, ei autem qui sub η θ κ æqualis qui sub λ ξ τ, ponaturque (per 2 primi) utraque ipsarum ξ σ, ξ τ, ipsi ο ξ æqualis, & connectantur ο σ, ο τ, σ τ. Et quoniam binæ α β, β γ, binis ο ξ, ξ σ, sunt æquales, & angulus qui sub α β γ angulo qui sub ο ξ σ est æqualis, basis igitur α γ (per 4 primi) hoc est λ μ, basi ο σ est æqualis. Idque propterea etiam λ ν, ipsi ο τ est æqualis. Et quoniam duæ λ μ, λ ν, duabus σ ο, ο τ, sunt æquales, & angulus qui sub μ λ ν angulo qui sub σ ο τ maior est, basis igitur μ ν (per 25 primi) basi σ τ maior est. Sed ipsa quidem μ ν, ipsi δ ζ est æqualis: & ipsa igitur δ ζ quàm σ τ maior est. Quoniam igitur duæ δ ε, ε ζ, duabus σ ξ, ξ τ, sunt æquales, & basis δ ζ basi σ τ maior est, angulus





est, angulus igitur qui sub δ ι ζ (per 25 primi) angulo qui sub σ ξ τ maior est. Aequalis autē est qui sub σ ξ τ, eis qui sub α β γ, ι θ κ. Igitur qui sub δ ι ζ, eis qui sub α β γ, ι θ κ, maior est. Sed & minor. Quod est impossibile. Quomodo autem id quod ex ζ ξ, æquum sumatur ei quo quod ex α β maius est eo quod ex λ ξ, sic ostendemus. Exponantur α β & λ ξ rectæ lineæ, sitque maior α β, describaturque super ipsa semicirculus α γ β, & in semicirculo α γ β annectatur ipsi λ ξ rectæ lineæ æqualis ipsa α γ, connectanturque γ β. Quoniam igitur in semicirculo α γ β angulus est qui sub α γ β, rectus igitur est qui sub α γ β (per 31 tertij.) Quod igitur ex α β (per 47 primi) æquum est eis quæ ex α γ, γ β, quare id quod ex α β, maius est eo quod ex α γ, eo quod ex γ β, æqualis autem est α γ ipsi λ ξ: quod igitur ex α β, maius est eo quod ex λ ξ, eo quod ex γ β. Si ipsi igitur γ β æqualem ξ ζ assumamus, quod ex α β maius est quàm id quod ex λ ξ, eo quod ex ξ ζ. Quod facere proposueramus.



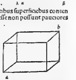
supplenta



Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 Si superficiebus æquidistātibus solidum contineatur, eius oppositæ superficies sibi inuicē æquales sunt & æquidistantium laterum.

CAMPANVS. Quicquid dicant alij, solidum æquidistantibus superficiebus contentum, superficiebus paribus necesse est contineri, quæ sicut esse non possunt pauciores sex, ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente. Constat enim columnā hexagonam, posse octo superficiebus quæ binæ & binæ oppositæ sibi inuicē æquidistant, contineri. Sic quoque octogonam 10, & decagonam 12, & ad istarum similitudinem, in infinitum. Sed horum omnium solidorū æquidistantibus superficiebus contentorum quæ infinita esse pronuntio, solum illud dicitur parallelogrammū, cuius omnes superficies ipsum ambiētes parallelogrāmæ sunt, & istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaque quod sex tantum superficiebus ambitur, dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale solidū, corpus a b, cuius omnino superficies fac ut solido habitu mente cōprehendas, patebitque tibi unamquamque earum quatuor ex reliquis secare eius quatuor latera, cum sint communes sectiones ipsius secantis & quatuor sectarum. Sint autem illæ quatuor sectæ binæ & binæ secundum quod adinuicem opponuntur, æquidistantes ex hypothesi, sequitur ex 16 bis assumpta, ut quatuor latera huius superficiei secantis & quatuor sectarum sint adinuicem bina & bina æquidistantia. Constat itaque secundum. At uero ex 34 primi manifestum est, omnia latera opposita istarū sex superficierū esse æqualia, erunt igitur bina latera angulum planum continētia cuiusque earum, æqualia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita continentibus, anguli quoque ab illis binis lateribus contenti, æquales per 10 huius. Igitur ex conuersa penultimæ cōmunis scientiæ in primo libro positæ, necesse est quasque duas superficies in solido a b oppositas, esse sibi inuicem æquales. Quod est propositum.



Eucli ex Zamb. Theorema 21 Propositio 24.

24 Si solidum sub parallelis planis cōprehendatur, quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt.

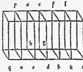
THEON ex Zamb. Solidum, inquam, γ δ ε θ, sub parallelis planis α γ ε ζ, α θ, δ ζ, ζ β, α ε, cōprehendatur. Dico quod quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt. Quoniam enim bina plana parallela, hoc est β ζ, γ ε, à plano α γ secantur, cōmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt (per 16 undecimi.) parallelus igitur est α ε, ipsi γ δ. Rursus quoniam planum α γ dispescit plana bina parallela β ζ, α ε, cōmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt (per eandem.) parallelus igitur est α δ, ipsi β γ. Patuit autē quod & α β ipsi δ γ est parallelus: parallelogrammū igitur est α γ. Similiter iam ostendemus, quod & unumquodque ipsorū δ ζ, ζ ε, α ε, ε ζ, α ε, parallelogrammū est. Connectantur α θ, δ ζ. Et quoniam parallelus est α β ipsi δ γ, & ε θ ipsi γ ζ, binæ iam α β, ε θ, sese inuicē tangentes, binis rectis lineis δ γ, γ ζ, sese inuicē tangentibus parallelæ sunt, nō tamen in eodē plano, igitur æquales cōprehendūt angulos (per 10 undecimi.) Angulus igitur qui sub α ε θ, angulo qui sub δ ι ζ, est æqualis.



Et quoniã binæ α β, β ε, duabus δ γ, γ ζ, sunt æquales, & angulus qui sub α β ε, angulo qui sub δ γ ζ est æqualis, basis igitur α ε (per 4 primi) basi δ ζ, est æqualis, & triangulũ α β ε triãgulo δ γ ζ est æquale. Et quoniã ipsius quidẽ α β ε, duplum (per 41 primi) est β κ parallelogrammũ, ipsius uero δ γ ζ duplũ est ipsum γ ι parallelogrammũ, æquũ igitur est parallelogrammũ β κ, parallelogrãmo ι γ. Similiter iam ostendemus, quod & α γ ipsi κ ζ est æquale, & α ι ipsi β ζ. Si planũ igitur sub parallelis planis cõprehendatur, quæ ex opposito eius plana, æqualia & parallelogrãma sunt. Quod est propositum. Eucli. ex Camp. *Propositio 25*

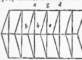
25 **Si superficies quædam secet solidũ parallelogrammũ æquidistanter duabus ipsius solidi supficiebus oppositis, duo partialia corpora quæ ad illam secantem superficiem uelut ad cõmunem terminum copulantur, suis basibus sunt proportionalia.**

CAMPANVS. Sit corpus a b, solidũ parallelogrammũ, & secet ipsum supficies c d æquidistãter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a e & f b. Et sit superficies g b, basis ipsius solidi a b, de qua constat per præmissam ꝙ ipsa sit æquidistantiũ laterũ. Et sit cõmunis sectio duarũ superficierũ c d & g b, linea h d, de qua cõstat per 3 huius, ꝙ ipsa sit linea recta, & per 16 huius, ꝙ ipsa sit æquidistãs g e. Ideoq; sunt duæ superficies g d & h b æquidistantiũ laterũ, & ipsæ sunt bases duorũ partialiũ corporũ in quæ supficies c d diuidit solidum a b.



Dico itaq; ꝙ ꝓportio solidi a d ad solidũ b c, est sicut basis g d ad basin h b. Protrahantur enim utrinq; quantũ libuerit, quatuor lineæ penetrãtes superficiẽ c d super eius angulos, & ipsæ sunt a f & e b cum duabus reliquis sibi æquidistãtibus. Sumãturq; ex eis omnibus portiones ex parte puncti b, quot libuerit, quæ ponãtur singulæ æquales lineæ b d, & ex parte puncti e, aliæ similiter quot libuerit, quæ ponantur æquales lineæ e d. Super quas utrinq; constituantur solida parallelogrãma secũdum longitudinũ exigentiã, sintq; ex parte puncti b, solida f k & l m, & ex parte pũcti e, solida a n & p q. Eritq; ex diffinitiõe corporũ æqualiũ atq; similiũ, unũquodq; solidorũ f k & l m æquale solido c d, & unũquodq; a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumentũ quemadmodũ in prima sexti. Est enim solidũ c m ita multiplex solidi b c, sicut basis b m, basis h b, & solidũ q c ita multiplex solidi a d, sicut basis q h, basis g d. Et si basis h m est æqualis basi q h, solidum e m est æquale solido q c ex diffinitione corporũ æqualiũ atq; similiũ, & si basis est minor basi, & solidũ est minus solido, & si maior, maius, quod patet ex diffinitiõe eadẽ, resecata maiori basi ad æqualitatẽ minoris, & descripto super eam solido parallelogrãmo. Itaq; ex diffinitione incõtinue ꝓportionalitatis proportio solidi a d ad solidũ c b, sicut basis g d ad basin h b. Quod est propositũ.

CAMPANVS. Quod si superficies aliqua secet corpus serratile æquidistãter duobus eius triangularibus superficiebus oppositis, duo partialia corpora quæ ad illam secantẽ superficiẽ uelut ad cõmunem terminũ copulantur, suis basibus erũt ꝓportionalia. Sit enim a f corpus serratile, cuius sint duæ trigonæ superficies a b c, d e f. Constat igitur ex diffinitione serratilis, unãquamq; trium superficierũ quæ sunt a b d e, b c e f, a c d f, esse parallelogrammũ.



Secet igitur superficies g h k, istud serratile æquidistãter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a b c, d e f. Dico ꝙ proportio serratilis a k ad serratile g f, est sicut basis a k ad basin g f. Quod sicut de solidis parallelogrãmis ꝓbatur. Protractis enim in utranq; partẽ lineis a d, b e, c f, factisq; inter eas ex parte pũcti e serratilibus æqualibus serratili g f, & ex parte pũcti b alijs æqualibus serratili a k utrinq; quouis numero, ex diffinitione incõtinuæ ꝓportionalitatis (si cuncta uigili mente perlustres) nõ erit tibi difficile cõcludere q̃d diximus. Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 25

25 **Si solidum parallelepipedũ plano secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, erit sicut basis ad basin sic solidum ad solidum.**

THEON ex Zãb. *solidũ, nẽquã, parallelepipedũ α β γ δ secetur à plano υ ι parallelo existẽte eis quæ ex opposito planis scilicet ipsis ρ α & δ β. Dico q̃d est sicut α ι ζ φ basis ad ι ε γ ζ basin, sic est κ ε ζ υ solidũ ad ι κ γ δ solidũ.*

Extendantur

Extẽdatur enĩ α θ ex utraq; parte, ponãturq; ipsi quidẽ ι θ æquales quotcũq; θ μ, μ ν, ipsi autẽ α ι æquales, α κ, κ λ, cõpleanturq; ipsa λ ο, κ φ, θ χ, μ σ, parallelogrãma, & ipsa λ π, κ ρ, θ μ, μ τ, solida. Et quoniã ipsæ λ κ, κ α, α ι, rectæ lineæ inuicẽ sunt æquales, æqualia quoq; sunt ipsa λ ο, κ φ, α ξ, parallelogrãma sibi inuicẽ (per 1 sexti,) & ipsa quoq; κ ξ, α ζ, α ο, sibi inuicẽ (p eandẽ) sunt æqualia. Et similiter ipsa λ ψ, κ χ, α ρ, sibi inuicẽ (per 24 undecimi) sunt æqualia, ex opposito enim. Idq; propterea etiã ipsa quidem ι γ, θ χ, μ σ, parallelogrãma adinuicẽ sunt æqualia (per 1 sexti,) ipsa quoq; θ υ, θ ι, ι ν, sibi inuicem (per eandẽ) sunt æqualia. Et insuper ipsa δ θ, μ ω, ι τ, (per 24 undecimi) sunt æqualia (ex opposito enim.) Tria igitur plana ipsorũ λ π, κ ρ, α ν, solidorũ, tribus reliquorũ planis sunt æqualia (idq; propterea & ipsorũ ι δ, δ μ, μ τ, solidorũ) Sed tria, tribus quæ ex opposito (per 24 undecimi) sunt æqualia. ipsa igitur tria solida λ π, κ ρ, α ν, inuicẽ sunt æqualia (per 8 undecimi diffinitionẽ) id propterea etiã tria solida ι δ, δ μ, μ θ, inuicẽ sunt æqualia. Quotuplex igitur est λ ζ basis ipsius α ζ basis, totuplex est & λ ν solidũ ipsius α ν solidi, & tam id propterea quotuplex est ν ζ basis ipsius ζ θ basis, totuplex est & ν ν solidũ ipsius θ ν solidi, & si æqualis est λ ζ basis ipsi ν ζ basi, æquũ est & λ ν solidũ ipsi ν ν solido, & si excedit λ ζ basis ipsam ν ζ basim, excedit quoq; ipsum λ ν solidũ ipsum ν ν solidũ, & si deficit, deficit (per 1 & 24 quinti.) Quatuor iam existentibus magnitudinibus, binis quidẽ basibus α ζ, ζ θ, duobus autẽ solidis α ν, ν θ, assumũtur æque multiplicia, ipsius quidẽ α ζ basis & α ν solidi, ipsa λ ζ basis & λ ν solidũ, ipsius autẽ θ ζ basi. & θ ν solidi, ipsa ν ζ basis & ipsum ν ν solidũ. Ostẽsumq; est, quod si λ ζ basis excedit basim ν ζ, excedit quoq; & λ ν solidũ, ipsum ν ν solidum, & si æquale, æquale, & si deficit, deficit (per diffinitionẽ 6 quinti) in eadẽ autẽ ratione magnitudines esse dicũtur, & reliqua. Est igitur sicut α ζ basis ad ζ θ basim, sic est α ν solidum ad θ ν solidum. Quod erat ostendendum.



Eucl. ex Camp. Propositio 26

26 SVper datum punctũ datæ lineæ, angulo solido proposito æqualem angulũ solidum constituere.

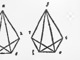


CAMPANVS. Solidus angulus propositus sit a, qui contineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres superficiales angulos ipsum solidum perficientes continẽtibus, cui super punctũ e lineæ e f propositæ quæ ad libitũ proponentis iaceat aut in sublimi consurgat, iubemur æqualẽ angulum solidum constituere. Qualiscunq; sit situs lineæ e f, à puncto g ubicunq; uolueris signato, producito lineã g e, eruntq; (ex 2 huius) duæ lineæ e f & g e, in superficie una. In hac itaq; superficie super punctũ e datũ in assignata linea secundum consiliũ 23 primi constitue angulũ æqualẽ angulo b a c, & ipsæ sit f e g, dehinc ex linea a d abscinde lineã a h sicut uolueris, & a pũcto h producito perpendicularẽ h k ad superficiẽ in qua sunt duæ lineæ a b & a c. Quod qualiter faciendum sit, 11 huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de puncto k. Nihil enim refert, utrum perpẽdicularis h k occurrat superficiei in qua sunt duæ lineæ a b & a c, inter ipsas lineas, aut extra aut in earũ altera, ducito tamen lineã a k. Positoq; puncto in linea a b ubicunq; uolueris, protrahe lineas k l & l h, & pone angulũ f e m in superficie linearũ e f & e g, æqualẽ angulo b a k, & lineã e m æqualẽ lineæ a k & ex linea e f, sume lineã e p æqualẽ lineæ a l, & a puncto m educ lineã m n perpendicularẽ ad superficiẽ in qua sunt duæ lineæ e f & e g, & pone eam æqualẽ h k, & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur tres lineas e f, e g, e n, continere angulũ solidũ in pũcto e, æqualẽ angulo a proposito. Cum sint enim ex hypothesi duo latera a k & k h, trianguli a k h æqualia duobus lateribus e m & m n trianguli e m n, & anguli qui sunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpẽdiculariter erectæ supra superficiẽ, erunt ex 4 primi duæ lineæ a h & e n, æquales, per eandem quoq; erunt duæ lineæ k l & m p, æquales: ideoq; etiã per eandẽ h l & n p æquales, cum sint h k & k l æquales m n & m p, & anguli h k l & m n p, recti: per 8 igitur primi, erit angulus n e p, æqualis angulo h a l. Simili quoq; modo pbabis, angulũ g e n esse æqualẽ angulo c a d. Constat itaq; nos effecisse quod uolumus. Huic si studiosus insisteris, quotcunq; lateribus solidus angulus propositus cõtineatur, quod a te petitur sine offendiculo perficere poteris.

Eucl. ex Zamb. Problema 4 Propositio 26

25 Ad datam rectam lineam, ad signumq; in ea, dato solido angulo æquũ solidum angulum constituere.

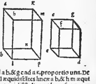
THEON



THEON ex Zamb. Sit quidē data recta linea α β, datumq́; in ea signū sit α, datus angulus solidus sit qui ad δ, cōprehēsus sub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis planis. Oportet iam ad ipsam α β rectā lineā, & ad signū in ea α, ei q ad δ solido angulo æquū solidū angulū cōstituere. Sumatur in ipsa δ ζ, cōtingens signū ζ, excuteturq́; (per 11 undecimi) ab ipso ζ, ad id quod per ε δ, δ γ, planū perpēdicularis ζ η, & occurrat plano in η, cōnectaturq́; δ η, cōstituaturq́; (per 23 primi) ad ipsam α β, & ad signū in ea α, ei qui sub ε δ γ angulo æqualis angulus qui sub β α λ, ei aūt qui sub ε δ η, æqualis qui sub β α κ, ponaturq́; (per 2 primi) ipsi δ η æqualis α κ, constituaturq́; (per 19 undecimi) ab ipso κ signo, ei quod per β α λ plano ad angulos rectos κ θ, ponaturq́; (per 2 primi) κ θ ipsi η ζ æqualis, cōnectaturq́; θ α. Dico quod angulus solidus qui ad α, cōprehensus sub β α λ, β α θ, θ α λ, angulis, æquus est ei qui ad δ solido angulo, cōprehenso sub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis. Auferantur enim æquales α β, δ ε, cōnectanturq́; θ β, κ β, ζ ε, η ε. Et quoniā ζ η recta est ad subiectū planū, & (per 2 diffinitionē undecimi) ad omnes igitur tangētes eā rectas lineas & in subiecto existētes plano, rectos efficiet angulos. Rectus est igitur uterq́; ipsorū qui sub ζ η δ, ζ η ε, angulorū, & iam id propterea uterq́; ipsorū θ κ α, θ κ β, angulorū, rectus est. Et quoniā binæ κ α, α β, duabus η δ, δ ε, sunt æquales altera alteri, & æquales cōprehendunt angulos, basis igitur κ β (per 4 primi) basi η ε est æqualis. Est autē & κ θ ipsi η ζ æqualis, & rectos cōprehendunt angulos: æqualis igitur est & β θ, ipsi ζ ε. Rursus quoniā duæ κ α, κ θ, duabus δ η, η ζ, sunt æquales, & rectos angulos cōprehendunt, basis igitur α θ (per 4 primi) ipsi δ ζ est æqualis. Est autē & α β, ipsi δ ε æqualis, binæ igitur θ α, α β, duabus ζ δ, δ ε, sunt æquales, & basis θ β, ipsi ζ ε est æqualis. Angulus igitur qui sub β α θ, (per 8 primi) angulo qui sub ε δ ζ est æqualis. Iam id propterea & qui sub θ α λ, ei qui sub ζ δ γ est æqualis. Quoniā si assumamus æquales α λ, δ γ, cōnectamusq́; ipsas κ λ, θ λ, η γ, ζ γ, quoniā totus qui sub β α λ, toti qui sub ε δ γ est æqualis, quorū qui sub β α κ, ei qui sub ε δ η supponitur æqualis, reliquus igitur qui sub κ α λ, reliquo qui sub η δ γ est æqualis. Et quoniā binæ κ α, α λ, duabus η δ, δ γ, sunt æquales, & rectos cōprehendunt angulos, basis igitur κ λ (per 4 primi) basi η γ est æqualis. Est aūt & κ θ, ipsi η ζ æqualis, binæ iam λ κ, κ θ, binis γ η, η ζ, sunt æquales, & angulos rectos cōprehendunt: basis igitur θ λ (per 4 primi) basi ζ γ est æqualis. Et quoniā binæ θ α, α λ, duabus ζ δ, δ γ, sunt æquales, & basis θ λ basi ζ γ est æqualis, & angulus igitur qui sub θ α λ (per 8 primi) angulo qui sub ζ δ γ est æqualis. Est autē & qui sub β α λ, ei qui sub ε δ γ æqualis. Ad datam igitur rectā lineā α β, ad datumq́; in ea signum α, dato angulo solido qui ad δ æqualis angulus solidus constitutus est. Quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 SVper assignatam lineam, dato solido æquidistantiū superficierū simile solidum constituere.

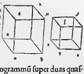


CAMPANVS. Sit assignata linea a b, de cuius situ utrū in plano iaceat uel sursum exurgat, nil curetur, sitq́; assignatū parallelogrammū solidum, corpus c d, cui super lineam a b, iubemur simile solidum fabricare. Sint igitur tres lineæ continentes supficiales angulos, ex qbus cōponitur solidus angulus c, inscriptæ literis c e, c f, c g. At secundū præcepta præmissæ super punctū a lineæ a b, cōstituatur angulus solidus æqualis c, quem contineāt tres lineæ a b, a h a k, & auxilio 11 sexti sit proportio c e ad a b, & c f ad a b, & g c ad a k, proportio una. De hinc à tribus punctis b, h, k, protrahantur sex lineæ h l æquidistātes lineæ a b, & h m æquidistans lineæ a k, iterū b l æquidistās lineæ a h, & b n æquidistās lineæ a k rursus quoq; k n æquidistās a b, & k m æquidistans a h, amplius autem protrahātur, m p æquidistās h l, & p l æquidistans b m, protrahatur quoq; & linea p n. Eritq́; completū solidum parallelogrammū a p, quod dico esse simile solido c d. Hoc autem ex diffinitione similium superficierū & diffinitione similium corporū si earum memineris, facile concludes.

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 27

27 Ex data recta linea, dato solido parallelepipedo simile & similiter positum solidum parallelepipedum describere.

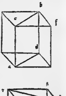
THEON ex Zamb.* Esto quidem data recta linea α β, datum autem solidum parallelepipedū esto γ δ. Oportet iam ex data recta linea α β, ipsi γ δ solido parallelepipedo dato simile similiterq́; positū solidū parallelepipedū describere. Constituatur enim (per 26 undecimi) ad ipsam α β rectam lineā, ad signumq́; in ea α, ei qui ad γ solido angulo æqualis qui sub β α θ, θ α κ, κ α β, cōprehēdatur ut æqualis sit qui sub β α θ ei qui sub ε γ ζ, qui uero sub β α κ ei qui sub ε γ η, & insuper qui sub κ α θ ei qui sub η γ ζ. Fiatq́; sicut ε γ ad γ η, sic β α ad α κ, sicut autē η γ ad γ ζ, sic κ α ad α θ, & ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut ε γ ad γ ζ, sic β α ad α θ. Cōpleaturq́; ipsum θ β parallelogrammū, & ipsum α λ solidum. Et



dum. Et quoniā est sicut ι γ ad γ η, sic β α ad α κ, & quæ circū æquos angulos qui sub ι γ η, β α κ, latera sunt proportionalia, igitur parallelogrammum η ι ipsi κ β parallelogrammo est simile (per diffinitionē sexti) Idq; propterea & κ θ parallelogrammū ipsi η ζ parallelogrammo est simile, & insuper ipsum ζ ι ipsi θ β. Tria igitur parallelogrāma ipsius γ δ solidi, tribus parallelogrāmis ipsius α λ solidi sunt similia. Sed tria, tribus quæ ex opposito æqualia & similia sunt. Totum igitur γ δ solidum, toti α λ solido simile est. A data igitur recta linea α β, dato solido parallelepipedo γ δ simile & similiter positum descriptū est α λ. Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 28

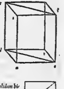
25 SI superficies aliqua solidum parallelogrammū super duas quaslibet oppositas superficies eius terminales & super earum duas diametros secet, eandem superficiem corpus illud per æqualia secare necesse est.



CAMPANVS. Sit corpus a b solidum parallelogrammū, de quo sit positum ꝙ superficies a b c d secet ipsum super diametros duarum superficierū oppositarū ipsum terminantiū quæ sint a d & c b. Dico quod ipsa diuidit illud solidum propositū, per æqualia. Constat enim ꝙ ipsa diuidit illud solidum in duo serratilia, quorū superficies quadrilateras binas & binas adinuicē relatas secūdum ꝙ ipsæ sunt opposita latera solidi propositi, manifestum est ex 24 huius esse æquales, cum solidum de quo loquimur, positum sit esse parallelogrammū. Ex eadem quoq; & 41 primi constat, trilateras sup̄ficies dictorū serratilium esse æquales. Igitur a diffinitiōe solidorū æqualiū, liquet q̄d p̄positū est.

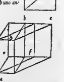
Eucli. ex Zamb. Problema 25 Propositio 28

28 Si solidum parallelepipedum plano secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorū, ipsum solidum secabitur ab ipso plano bifariam.



THEON ex Zamberto. Solidum enim parallelepipedum α β, plano γ δ ι ζ secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorum γ ζ, δ ι. Dico quod ipsum α β solidum, ab ipso γ δ ι ζ plano bifariam secabitur. Quoniam enim (per 34 primi) γ η ζ triangulum æquum est triangulo γ β ζ, & triangulum α δ ι ipsi δ ι θ, est autem γ α parallelogrammum ipsi β ι æquale, ex opposito enim, ipsum autem η ι ipsi γ θ, & (per 11 undecimi) prisma igitur comprehensum sub duobus triangulis γ η ζ, α δ ι, & tribus parallelogrammis, hoc est η ι, α γ, γ ι, æquum est prismati comprehenso sub duobus triangulis γ ζ β, δ ι θ, & tribus parallelogrammis, hoc est γ θ, β ι, γ ι. Sub æqualibus enim planis & multitudine & magnitudine comprehenduntur (per diffinitionem undecimi.) Quare totum α β solidum bifariam scinditur ab ipso γ δ, ι ζ plano. Quod erat ostendendum.

ZAMBERTVS. Diagonius, linea recta est quæ in figuris angularibus ab uno angulo insurgit, & sese in alium extendit angulum. Vt in hac figura patet.

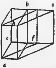


Eucli. ex Camp. Propositio 29

29 CVncta solida æquidistantiū superficierū æque alta atq; in eadem basi super unam lineam cōstituta, probātur esse æqualia.

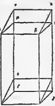
CAMPANVS. Verum est quod solida æquidistantiū laterum æque alta, siue inter superficies æquidistantes super unam & eadem basin constituta sunt adinuicem æqualia, sicut de superficiebus æquidistantium laterum super unam basin & inter lineas æquidistantes constitutis in 35 primi demonstratum est. Sed talium solidorū quædam dicūtur constitui super lineam unam, & sunt illa quorum supremarū superficierum duo opposita latera sunt secundum rectitudinem protracta, linea una, & de talibus hæc 29 proponit demon-

demonstrandum, ipsa omnia esse æqualia adinuicem. Sunt autem eorũ alia quæ non dicũtur constituta super lineam unam, & sunt illa quorum supremarũ superficierũ duo latera opposita quæcunq; sumantur secũdum rectitudinem protracta, non sunt linea una, & de talibus sequens demonstrandum proponet, ipsa quoq; omnia esse adinuicẽ æqualia. Sint itaq; duo solida parallelogrãma æque alta siue inter superficies æquidistantes a b & a c, constituta super unam basin quæ sit a d, quorũ supremæ superficies sunt e b & b c, sintq; harum supremarũ superficierũ duo latera opposita, cum secundum rectitudinẽ protrahantur, linea una, & ipsa sunt c f & b c. Dico itaq; quod solida a b & a c, sunt æqualia. Hoc autem (si figura eius secundum quod oportet, actu uel cogitatione fabricaueris, & quemadmodũ in 35 primi processeris, idem faciens hic de serratilibus quod ibi de triangulis) facile cõcludere poteris, occurruntq; tibi hic eædem diuersitates in solidis, quæ ibi in superficiebus occurrisse nouisti.



Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 29

19 Super eadem basi & sub eadem altitudine solida parallelepipeda consistentia, quorum stantes super eisdem sunt rectis lineis, inuicem sunt æqualia.

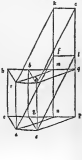


THEON ex Zamb. Sint super eadem basi α β, solida parallelepipeda γ μ, γ ν, sub eadem altitudine, quorum stantes, hoc est α ζ, α η, λ μ, λ ν, γ δ, γ ι, ε θ, & ε κ, super eisdem sint rectis lineis ipsi ζ ν, δ κ plano. Dico quod solidum γ μ, æquum est ipsi γ ν solido. Quoniam enim parallelogrammũ est utrunq; ipsorũ γ θ, γ κ, æqualis est (per 34 primi) γ ε utriq; ipsarũ δ θ, ι κ. Quare & δ θ, ipsi ι κ est æqualis. Cõmunis auferatur ι θ, reliqua igitur δ ι, reliquæ θ κ est æqualis. Quare & ipsum quidem δ γ ι triangulũ ipsi θ ε κ triangulo est æquale, & δ η parallelogrammũ ipsi θ ν parallelogrãmo, & id propterea triangulũ α η ζ, triangulo μ λ ν est æquale. Est autem & ipsum quidẽ γ ζ parallelogrammũ, ipsi β μ parallelogrãmo æquum, & γ η, ipsi β ν, ex opposito nanq;. Igitur & prisma cõprehensum sub duobus quidem triãgulis ζ α η, δ γ ι, tribusq; parallelogrãmis α δ, δ η, γ η, æquũ est prismati cõprehenso sub duobus quidẽ triangulis μ λ ν, θ ε κ, & tribus parallelogrãmis, hoc est β μ, ν θ, ε ν. Commune apponatur solidũ, cuius basis quidem sit parallelogrammũ α β, ex opposito autẽ η ε θ μ. Totum igitur γ μ solidum parallelepipedũ, toti γ ν solido parallelepipedo est æquale. Super eadem igitur basi existẽtia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine, quorũ stantes super eisdem sunt rectis lineis, sunt inuicẽ æqualia. Quod oportuit ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 30

20 CVncta solida æquidistantium superficierũ æque alta, quæ in eadem basi non autem super unam lineam fuerint cõstituta, probantur esse æqualia.

CAMPANVS. Sint nũc duo solida parallelogrãma æque alta siue inter superficies æquidistantes, sintq; super unam & eandem basin, sed non super lineã unam constituta. Dico iterum ea esse æqualia. Esto enim duo solida parallelogrãma a b & a c æque alta siue inter superficies æquidistantes, cõstituta super unam basin quæ sit a d, sed non super unam lineam, sintq; eorũ supremæ superficies e b & f c. quarum opposita latera secundum rectitudinem protracta, non erunt linea una. Cumq; ipsa ex hypothesi sint in una sũperficie eo q; solida proposita sunt inter superficies æquidistantes, necesse est ut duo latera unius earum protracta secundum



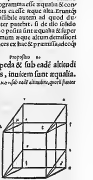
secundum rectitudinem, secent duo alterius earum protracta secũdum rectitudinem. Protrahantur itaque duo opposita latera superficiei e b, quæ sint e g & b h. & duo opposita superficiei f c, quæ sint k f & c l, & secent super quatuor puncta m, n, p, q, eritque superficies m n p q, æquidistantium laterum æqualis unicuique trium superficierum, quarum una est basis propositis solidis communis, & ipsa est a d, & duæ reliquæ sunt supremæ superficies eorundem solidorum, & ipsæ sunt e b & c f. Ductis itaque lineis a quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos basis a d sibi secundũ directam habitudinem relatos, quæ sint a, m r, p s, q d, perfectum erit solidum parallelogrammũ a q in eadem basi cum utroque duorũ priorũ, & æque altum, & super lineã unã cũ utroque ipsorum. Per præmissam igitur utrunlibet duorum solidorum propositorũ quæ sunt a b & a c, est æquale solido a q, per conceptionem ergo est solidum a b, æquale solido a c. Quare cõstat propositum.

CAMPANVS Potes quoque cõuersas huius & præmissæ probare si libet, ducendo ad impossibile. Pones enim quælibet duo solida parallelogramma esse æqualia & constituta super eandem basin æquidistantia, & demonstrabis ea esse æque alta. Eruntque hæc & præmissa, ruæ demonstrationis medium. Impossibile autem ad quod duces, erit partem suo toti esse æqualem. Quod euidenter patebit, si de illo solido (quod altius esse mentitur aduersarius, cum tamen ambo posita sint æqualia & super eandem basin constituta) unum solidum parallelogrammum æque altum demissiori abscideris. Hoc aũt abscisum æquale esse demissiori cõuinces ex hac & præmissa, ideoque & toti illi a quo ipsum abscideris ex communi scientia.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 30

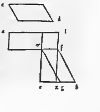
30 **Super eadem basi existentia solida parallelepipeda & sub eadẽ altitudine, quorũ stantes nõ sunt super eisdẽ rectis lineis, inuicem sunt æqualia.**

THEON ex Zamb. *Sint super eadem basi α β solida parallelepipeda γ μ, γ ν, sub eadẽ altitudine, quorũ stantes α ζ, α ε. λ μ, λ ν, γ δ, γ ι, ϛ θ, β ε, non sint super eisdẽ rectis lineis. Dico quod solidum γ μ, æquũ est ipsi γ ν solido. Extendãtur, inquam, ipsæ ν ι, κ ε, insuper & ipsæ μ θ, ζ δ, concurrantque adinuicẽ in ο, ρ, π, ξ, signis, connectanturque α ξ, λ ο, γ π, β ρ. Aequum iam est (per 29 undecimi) ipsum γ μ solidum, cuius basis est α γ ϛ λ, parallelogrammum: ex opposito uero ζ δ ϛ μ, ipsi γ ο solido, cuius quidem basis α γ ϛ λ, parallelogrammum, ex opposito autem ξ π ρ ο, super eadem enim basi sunt α γ ϛ λ, quorum stantes α ζ, α ξ, λ μ, λ ο, γ δ, γ π. β θ, ϛ ρ, super eisdem sunt rectis lineis ζ π, μ ρ. Sed solidum γ ο, cuius basis quidem est α γ β λ parallelogrammũ, ex opposito autem ξ π ρ ο, æquum est ipsi γ ν solido, cuius basis quidem α γ ϛ λ, parallelogrammum, ex opposito autem ι ε κ ν, super enim eadem sunt basi α γ ϛ λ, & ipsorum stantes α ε, α ξ, γ ι, π γ. λ ν, λ ο, β κ, ϛ ρ, super eisdem sunt rectis lineis ν ξ, π κ. Quare & γ μ solidum, æquum est ipsi γ ν solido. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadẽ altitudine quorum stantes non sunt super eisdem rectis lineis, sunt inuicem æqualia. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 31

31 **SOlida æquidistantium superficierum in basibus æquis constituta, si fuerint æque alta, lineæque eorum angulares supra bases orthogonaliter steterint, erunt æqualia.**



CAMPANVS Et hoc quoque uerum est quod omnia solida parallelogramma in æquis basibus atque inter superficies æquidistãtes, siue æque alta cõstituta sunt adinuicem æqualia, sicut de superficiebus æquidistantium laterũ super æquales bases & inter lineas æquidistantes constitutis in 36 primi probatum est. At talium solidorum, alia sunt quorum angulares lineæ super suas bases orthogonaliter eriguntur, de quibus hæc 31 proponit demonstrãdum esse ea esse æqualia. Alia uero sunt quorum angulares lineæ super suas bases nõ sunt orthogonaliter erectæ, de quibus sequẽs

demonstrandum proponit ea esse æqualia, Intelligantur itaq; super duas bases a b & c d, quæ sint æquales & æquidistantiũ laterum nõ tamẽ unius creationis, sed sit a b tetragonus lõgus & c dissimile helmuavn, duo solida æquidistantium laterum constituta æque alta, sintq; lineæ erectæ super angulos propositarum basium, perpẽdiculares ad ipsas Dico hæc duo solida adinuicẽ esse æqualia. Protrahantur itaque duo latera basis a b, & sint illa quæ cõtinent angulũ b, usque ad f & e, & fiat angulus f b g, æqualis angulo c basis c d & sumãtur duæ lineæ b f & b g æquales duobus lateribus basis, quæ cõtinent, angulũ c & perficiatur superficies æquidistãtiũ laterũ b h, quæ erit æqualis & similis basi c d. Dehinc protrahatur h e æquidistans b f, & f k æquidistans b e, eritq; quadrilatera superficies b k æquidistãtiũ laterum, æqualis b h ex 35 primi. Cũq; b h sit æqualis c d, erit per conceptionẽ b k æqualis a b. Cõpleatur itaq; superficies æquidistantiũ laterũ b l, protracta linea k f quousq; concurrat cum uno ex lateribus continentibus angulũ a in puncto l. Age ergo super tres superficies æquidistantium laterũ quæ sunt b h, b k, b l, cõstituãtur æque alta solida solido cõstituto super basin a b, sintq; lineæ omnium solidorũ istorum erectæ super bases perpẽdicularis ad ipsas & appellẽtur bases, & solida super eas constituta eisdem nominibus. Manifestum est ergo ex diffinitione solidorum æqualiũ atq; similiũ, quod duo solida b h & c d, æqualia atq; similia sunt, de solidis autem b h & b k, cõstat ex 29 quod ipsa sunt æqualia, sunt enim eque alta & constituta super unam & eandẽ basin & ipsa est superficies erecta super lineam b f & super lineam unã est autem per 25 proportio solidi a b ad solidum b l, sicut basis a b ad basin b l, & per eandem solidi b k, ad solidum b l, sicut basis b k ad basin b l. Cumq; sit utriusq; duarũ basiũ a b & b k ad basin b l una ꝓportio (ex prĩa parte 7 q̃nti) erit utriusq; duorum solidorũ a b & b k ad solidũ b l proportio una, igitur ex prima parte non æ quinti erunt duo solida a b & b k æqualia. At quia solidum b k est æquale solido b h, solidũq; b h solido c d, sequitur ex communi scientia solidum a b esse æquale solido c d. Quod est propositum.

32 **Si solida æquidistantium superficietũ in æquis basibus constituta æque alta fuerint, lineæ autem angulares supra bases orthogonaliter non steterint. ipsa esse æqualia necesse est.**

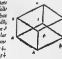
CAMPANVS Fabricatis duobus corporibus, ut proponitur, uidelicet quæ sint æquidistantium terminorum & æque alta & super bases æquas perpendiculariter, nõ autẽ super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata, si autem à quatuor angulis supremarum superficierum ipsorum ad bases suas perpendiculares ducantur quæ ex sexta erunt singulæ æquidistantes & etiam ex hypothesi singulæ singulis æquales (ipsæ enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt) & si inter eas solida æquidistantium laterum perficiantur, constabit ex præmissa hæc duo solida ultimo cõstituta esse adinuicem æqualia. Cũq; duorum priorũ & duorũ posteriorũ sint eædẽ bases, uidelicet eorum superficies supremæ, cõstat ex 29 uel 30 & hac cõmuni scientia, quæcũq; æqualibus sunt æqualia sibi inuicem sunt æqualia, uerum esse quod propositum est. Ex his potes cõuersas huius & præmissæ eisdem mediantibus indirecte demonstrare si libet, eodem modo & ad idem inconueniens sicut in conuersis duarum istas antecedentiũ deducendo. pones enim duo solida parallelogramma esse æqualia & super æquales bases, & conuinces ea esse æque alta, uel pones ea esse ea æque alta & æqualia, & conuinces ea esse super bases æquales.

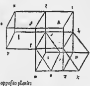
Eucli ex Zãb. *Theorema 26* *Propositio 31*

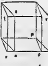
31 **Super æqualibus basibus solida parallelepipeda existentia, & sub eadem altitudine, inuicem sunt æqualia.**

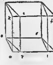
THEON ex Zãb. *Sint super æqualibus basibus α ϐ, γ δ, solida parallelepipeda α ι, & γ ξ, sub eodem fastigio. Dico quod solidũ α ι, æquũ est ipsi γ ξ, solido. Sint primum stantes ipsæ θ κ, ϐ ι, α κ, λ μ, δ ν, γ ρ, ϐ ξ, & γ σ, ad angulos rectos ipsis α ϐ, γ δ, basibus, & angulus qui sub α λ ϐ, æqualis non sit angulo qui sub γ ρ δ. Extendaturq; in rectam lineam γ ρ, ipsi ρ τ. Constituaturq; (per 23 primi) ad ipsam ρ τ rectã lineam, ad signumq; in ea ρ, ipsi α λ ϐ, angulo æqualis angulus qui sub τ ρ υ, ponaturq; (per 3 primi,) ipsi quidem α λ, æqualis ρ τ ipsi autẽ λ ϐ æqualis ρ υ, (per 31 primi,) ipsi ρ τ parallelus excitetur χ υ, compleaturq; basis ρ χ, & solidũ ψ υ. Et quoniam binæ τ ρ, ρ υ, binis α λ, λ ϐ, sunt æquales, & æquos angulos comprehendunt, æquum igitur est & simile ρ χ, parallelogrãmũ ipsi α ϐ, parallelogrãmo. Et quoniam rursus æqualis est α λ, quidem ipsi ρ τ, λ μ, uero ipsi ρ σ, & angulos rectos comprehẽdunt, æquum igitur*

ter & simile est ρ ψ parallelogrammũ ipsi α μ parallelogrãmo. Iam idq; propterea & λ ι, ipsi σ υ, est æquale & simile. Tria igitur parallelogrãma ipsius α ι, solidi, tribus parallelogrãmis ipsius ψ υ, solidi æqua sunt & similia. Sed tria, tribus iis quæ ex opposito æqua sunt & similia. Totũ igitur solidũ ω ι parallelepipedũ, toti ψ υ, solido parallelepipedo æquum est. Extendãtur (per 2 postulatum) ipsæ δ ρ & χ τ, quæ ueniant in congressum in ω, & per τ (per 31 primi) ipsi ρ ω parallelus excitetur τ T, extendaturq; τ T & α δ quæ ueniãt in congressum in A, cõpleanturq; ipsa ω ψ, & ρ ι, solida. Aequũ iam est ψ ω, solidum cuius basis quidem est ρ ψ, parallelogrammũ, ex opposito uero ω υ, ipsi ψ υ, solido cuius quidem basis est ρ ψ parallelogrammũ ex opposito uero υ φ. In eadem siquidem sunt basi ρ ψ, sub eodẽq; fastigio, & stantes ρ ω, ρ υ, τ T, τ χ, σ ι, σ υ, ψ υ, & ψ φ, super eisdem sunt rectis lineis ω χ, & ι φ. Sed solidum ψ φ, ipsi α ι, solido æquũ est, & solidũ igitur ψ ω, ipsi α ι solido æquũ est. Quoniã autẽ ipsum ρ υ, χ τ, parallelogrammũ ipsi ω τ parallelogrãmo (per 35 primi) æquũ est, æquũ est autẽ & ω β, parallelogrammum ipsi ρ χ, parallelogrammo, æquũ igitur est & ω T ipsi α β. Aequũ autẽ est & γ δ ipsi α β, æquũ igitur est & ω τ ipsi γ δ. Est autẽ aliud δ τ, est igitur (per 7 quinti,) sicut γ δ, basis ad δ τ basim, sic ω τ basis ad δ τ basin. Et quoniã parallelepipedum γ ι, plano ρ ξ secatur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, est igitur sicut γ δ basis ad δ τ basim, sic γ ξ, solidum ad ρ ι solidum. Idque propterea iam quoniã solidum parallelepipedum ω ι, plano ρ ψ, secatur parallelo existente eis quæ ex opposito planis: est igitur sicut ω τ basis ad A τ, basin, sic ω ψ solidũ ad ρ ι solidum. Sed sicut γ δ basis ad δ τ basin, sic ω τ, ad τ δ & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ξ, solidũ ad ρ ι solidũ, sic ω ψ solidũ ad ρ ι. Vtrũq; igitur ipsorũ γ ξ, ω ψ, solidorũ, ad ρ ι solidũ eandẽ habet rationẽ. Aequũ igitur est γ ξ solidũ, ipsi ω ψ solido. Sed ostensum est, quod ω ψ, ipsi α ι, æquũ est, & γ ξ, igitur ipsi α ι æquũ est. Non sint iam stantes α ν, θ κ, ζ ι, λ μ, γ ν, ε π, δ ξ, ρ σ, ad angulos rectos, ipsis α β, γ δ, basibus. Dico quod rursus solidum α ι, æquum est ipsi γ ξ solido. Excitentur (per 11 undecimi) ab ipsis α ι, μ, π ξ, ν σ, signis, ad suppositum planum, α ξ, ι τ, ν υ, μ φ, π χ, ? ψ, γ ω, σ ι, perpendiculares, & connectantur ξ τ, υ φ, ξ υ, τ φ, χ ψ, χ ω, μ ι, ψ ι. Aequũ iam est (per 31 undecimi) α φ, solidũ ipsi π ι solido, in æqualibus siquidẽ sunt basibus α μ, π σ, & sub eodẽ fastigio quorum stantes ad angulos rectos sunt ipsis basibus. Sed ipsum quidẽ α φ solidũ, ipsi α ι, solido (per 30 undecimi) est æquale, & π ι ipsi γ ξ, in eadẽ siquidẽ sunt basi & sub eodem fastigio, quorum stantes non sunt in eisdem rectis lineis. Et α ι solidum igitur, ipsi γ ξ solido æquum est. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eodem fastigio, inuicem sunt æqualia. Quod demonstrare oportebat.







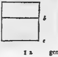


Eucl. ex Camp. Propositio 33

33 Omnia solida æquidistãtium superficierũ. æque alta suis basibus sunt ꝓportiõalia.

CAMPANVS Sint duo solida æquidistantiũ superficierũ æque alta, cõstituta super duas bases a b & c d. Dico quod proportio illorũ duorũ solidorum unius ad alterũ, est sicut proportio suarũ basiũ quæ sunt a b & c d, unius ad alterã. Constat quidẽ ex 24, utrãq; harũ duarũ basium esse æquidistãtium laterũ, duo igitur latera opposita & æquidistantia, in superficie a b protrahantur, & inter ea fiat superficies æquidistantiũ laterum quæ sit f e, æqualis c d. Dehinc supra superficiẽ f e, cõpleatur solidũ parallelogrammũ æque altũ et quod cõstitutũ est super basin a b, sitq; amborũ cõmunis terminus illa superficies quæ exurgit super lineam b f, hæc autem solida & suæ bases, eisdem nũcupentur nominibus. Quia igitur basis f e est æqualis basi c d, erit ex 31 uel 32 solidũ f e æquale solido c d. At quia totale solidũ a e secat superficies, exur-



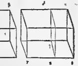


gẽs ſuper lineã b f æquidiſtãter duobus lateribus oppoſitis,erit ex 25 ꝓportio ſolidi f e ad ſolidũ a b,ſicut baſis f e ad baſin a b,Cũq; ſint c d & f e tam baſes quam ſolida æqualia baſes quidem ex hypotheſi,ſolida aũt ex 31 uel 32,ſequitur ex 7 quinti bis aſſumpta ſemel pro baſibus & ſemel pro ſolidis,ꝙ ſolidorũ a b & c d baſiumq; a b & c d ſit proportio una. Quod demõſtrare uolumus. Huius quoq; conuerſam ipſa eadẽ mediãte demonſtrare quemadmodũ cõuerſas præcedentiũ,non eſt difficile. Pones enim duo ſolida parallelogrãma eſſe ſuis baſibus proportionalia,& conuinces ea eſſe æque alta. Abſciſoq; ab eo quod altius mentietur aduerſarius uno ſolido parallelogrãmo æque alto demiſſior erunt abſciſum & demiſſius ſuis baſibus proportionalia ex hypotheſi & ex hac 33. Cumq; etiã eſſent totale altius a quo partiale abſcidiſti,& ipſum demiſſius eiſdẽ baſibus proportionalia ex hypotheſi,ſequitur (ex prima parte 9 quinti) totale aduerſarius dicit altius,& partiale quod ab eo abſcidiſti, eſſe æqualia.

Eucl. ex Zamb. Theorema 27 Propoſitio 32

32 Sub eadem altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda,adinuicem ſunt ſicut baſes.

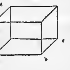
THEON ex Zamb. Sint ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda,αβ,γδ. Dico quod ipſa αβ,γδ,ſolida parallelepipeda adinuicẽ ſunt ſicut baſes hoc eſt quod ſicut αε, baſis ad γζ,baſin ſic eſt αβ ſolidum ad γδ ſolidum. Prætendatur enim (per 45 primi) ad ipſam ζη,ipſi αε æquũ ζθ,& à baſi quidẽ ζθ,altitudine autẽ ipſius γδ,ſolidũ parallelepipedũ compleatur ηκ. Aequum igitur eſt (per 31 undecimi) αβ ſolidũ,ipſi ηκ ſolido. in æqualibus enim ſunt baſibus αε,ηθ,& ſub eadem altitudine. Et quoniam ſolidum parallelepipedum γκ,à plano δθ,ſecatur parallelo exiſtenti eis quæ ex oppoſito planis,eſt igitur (per 25 undecimi) ſicut θζ,baſis ad ζγ,baſin,ſic eſt βδ,ad ipſum κδ,ſolidum. Aequalis uero eſt ipſa quidem ζθ,baſis ipſi αε baſi,& ηκ ſolidum ipſi αβ ſolido,eſt igitur & ſicut αε baſis ad γζ baſin,ſic αβ ſolidum ad γδ ſolidum. Sub eadem igitur altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda,& reliqua ut ſupra,quod erat oſtendendum.

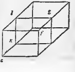


Eucl. ex Camp. Propoſitio 34

34 SI duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum lineis altitudinum ſuper baſes orthogonaliter erectis fuerint æqualia,eorum baſes eorundem altitudinibus mutuas eſſe Si uero fuerint duæ baſes ſuis altitudinibus mutuæ,ipſa ſolida ſibi inuicem æqualia eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Quæcunque ſint duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum æqualia, eorum baſes & altitudines neceſſe eſt eſſe mutekeſias,& e conuerſo,quẽadmodũ de ſuperficiebus æquidiſtãtium laterũ æquiangulis 15 ſexti propoſuit. Attamẽ hac 34 iſtud demonſtrãdum proponitur de illis ſolidis parallelogrãmis,in quibus lineæ altitudinum ſuis baſibus parallelogrãmis orthogonaliter inſiſtũt,ea uero quæ ſequitur,proponit idẽ de cæteris. Sint ergo nũc duo ſolida parallelogrãma a b & c d æqualia,quorũ baſes ſint a e & c f. lineæq; altitudinum ipſorum ſint ſuper has baſes orthogonaliter erectæ,& ſit altitudo ſolidi a b linea e b,& ſolidi c d linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ e b & f d determinãtes ipſorum ſolidorũ altitudines,æquales adinuicem,cũ ipſa quoque ſolida ſint ex hypotheſi æqualia,erũt ex conuerſa 31 baſes eorum quæ ſunt a e & c f,æquales,ideoq; baſes & altitudines erunt mutuæ,ſicq; cõſtabit propoſiti prima pars. E conuerſo cõſtabit ſecunda. Vt ſi altitudines & baſes ſint mutuæ, ponantur altitudines æquales,erunt quoq; baſes æquales: ideoq; per 31 & ſolida æqualia & ſic conſtat ſecunda pars. At uero ſi lineæ





neæ b & f d nõ fuerint æquales, sit f d maior, ex ea resecetur f g ad æqualitatẽ e b, tribusque cæteris lineis quæ sunt altitudinis solidi c d ad eandẽ mẽsurã in pũctis b, k, l, resectis perficiatur solidum parallelogrammum c g æque altum solido a b, eritque ex præmissa, a b ad c g, sicut a e ad c f. Cum itaque c d sit æquale a b, erit (ex prima parte 7 quinti) c d ad c g, sicut a e ad c f. Per præmissam autem est proportio c d ad c g, sicut m f ad f l, quod patet, si una ex lateralibus superficiebus solidi c d (& ipsa sit f m) intelligatur basis ipsius. At (per primã sexti) f m ad f l, sicut d f ad f g, ideoque per 7 quinti sicut d f ad b e. Igitur a e a d e f, sicut d f ad b e. Cõstat itaque prima pars. Secundã partem cũ sit cõuersa primæ, cõuerso modo probabis. sit enim eadẽ dispositiõe manẽte, proportio a e ad c f, sicut d f ad e b. Dico tũc solida a b & c d esse æqualia. Erit enim ex 7 quinti d f ad f g, sicut a e ad c f. Sed ex præmissa est a b ad c g, sicut a e ad c f. Igitur est a b ad c g, sicut d f ad f g. ex prima aũt sexti est d f ad f g, sicut m f ad f l, & ex præmissa c d ad c g sicut m f ad f l, itaque c d ad g c, sicut a b ad c g. igitur ex 9 quinti a b & c d sunt æqualia, quod est propositum.

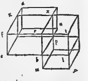
Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 SI duo solida æquidistantiũ terminorum fuerint æqualia, eorũ bases eorundem altitudinibus erunt mutuæ. Si uero bases suæ altitudinibus suis mutuæ fuerint, quælibet duo corpora æquidistantium superficierum probantur esse æqualia.

CAMPANVS Quod præmia proposuit de solidis parallelogrãmis quorũ lineæ altitudinũ sup bases suas orthogonaliter exurgũt, hæc 35 ꝑponit indistincte de omnibus. Demõstrare aũt cõuenit hãc ex præmissa, quẽadmodũ demõstrauimus 32 & 33 Fabricatis enim duobus solidis æquidistãtiũ laterũ quibuscũque, si lineæ altitudinum suis basibus orthogonaliter insistunt, cõstat uerũ esse qđ dicitur ex præmissa. Sin autẽ a quatuor angularibus punctis supremarũ superficierũ in utroque solido quaternæ lineæ demittantur perpendiculariter ad bases, uel a pũctis angularibus infimarum superficierum quaternæ erigantur, inter quas duo solida parallelogramma perficiantur æque alta solidis prioribus, erũtque ex 29 & 30 hæc duo solida duobus prioribus solidis æqualia. Cum igitur horum & eorum sint eædem bases & eædẽ altitudines, sit autem ex præmissa de posterioribus uerum quod hæc 35 proponit, uerum erit idem etiam de prioribus.

Eucl. ex Camp. Propositio 36

36 SI duo solida æquidistantium superficierũ fuerint similia, proportio erit utriusque ad alterum tanquã cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata.



CAMPANVS Sint enim duo solida a b & c d parallelogrãma & similia. Dico ꝙ ꝑportio unius eorum ad alterũ est sicut unius lateris eius ad unũ latus alterius quod sibi refertur, proportio duplicata, quẽadmodũ duarum superficierum similium proportio est sicut suorum relatiuorũ proportio duplicata, ut in 18 sexti demõstratum est. Nã si solida a b & c d fuerint æqualia, cũ ponantur similia erunt ex diffinitionibus similium corporum & similium superficierum cuncta latera unius æqualia suis relatiuis lateribus alterius. Ideo que cum duarum quãtitatũ æqualium proportio triplicata aut quotieslibet sumpta nõ efficiat nisi æqualitatis proportionẽ, cõstat in hoc casu uerum esse quod proponitur. Si autẽ inæqualia, sit a b maius, cuius lõgitudo sit b e, latitudo e f, altitudo f a, basis e r, & suprema superficies a n, solidi uero c d, sit longitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Constat itaque ex diffinitiõibus similium corporum & similium superficierum & præsenti hypothesi quod proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b, ad g d, sit proportio una. Sumatur igitur ex linea a f quã manifestum esse maiorem c h, linea f k, æqualis h c, cæteræque tres determinantes altitudinem solidi a b, resecentur ad qualitatem eius et



inter eas cõpleatur solidũ parallelogrãmũ k b æque altũ solido c d. Et ꝓtrahãtur duæ lineæ basis e b, usq; ad l, & r b usq; ad m, sitq; b l æqualis g d, & b m æqualis h g & ꝑficiatur sũꝑficies æqdistãtiũ laterũ m l, quæ erit æqualis & similis h d. Sup eã igitur erigatur solidũ parallelogrãmũ p q secundũ altitudinẽ præcisam ex altitudine solidi a b, eritq; p q æquale & simile solido c d. Rursusq; inter lineas r b & b l perficiatur superficies æquidistãtiũ laterũ b t, super quã quoq; erigatur solidũ parallelogrãmũ x l æque altũ utriq; duorũ solidorũ k b & p q, replẽdo alterutrũ duorũ angulorũ hiãtiũ inter e a. Cum aũt duo solida a b. p q, sint similia, eo qđ ambo posita sint similia solido c d, corpora uero uni & eidẽ corpori similia inter se sunt similia, ut patet ex diffinitione similiũ corporũ & 20 sexti, manifestũ est ex 25 ter assumpta q inter duo solida a b & p q, scđm cõtinuã proportiõalitatẽ cadũt duo solida k b & x l. Opportune ergo cõstituta uel cõstructa figura hypothesibusq; memoriæ firme cõmendatis, ex prima sexti facile cõcludes propositũ. Excute torporẽ & diligẽter attende scieśq; ex 25 huius proportionẽ solidi a b ad solidũ k b esse sicut superficiei a r ad superficiẽ k r, ideoq; ex prima sexti sicut lineæ a f ad lineã k f, & ꝓportionẽ solidi k b ad solidũ x l sicut superficiei k r ad superficiẽ x t, ideoq; sicut lineæ f r ad lineã r t, & proportionẽ solidi x l ad solidũ p q, sicut superficiei r l ad superficiem l m, ideoq; sicut r b ad lineã b m. Ex hypothesi uero liquet, quod proportio lineæ f r ad lineã r t, & lineæ r b ad lineã b m, est sicut lineæ a f ad lineã k f. Itaq; ex diffinitione proportiõis triplicatæ posita in proœmio quinti, cõstat quod proportio solidi a b ad solidũ p q, ideoq; etiã ad solidum c d, est sicut lineæ a f ad lineam k f triplicata. Et quia linea k f posita est æqualis lineæ c a, patet uerum esse quod dicitur

CAMPANVS Scire aũt oportet quod quicquid per hãc 36 & per septẽ eã cõtinue præcedẽtes demõstratũ est de solidis parallelogrãmis, idẽ quoq; uerũ est de seratilibus quorũ bases cõmuniter sunt trigonæ aut cõmuniter tetragonæ. Hoc autẽ, ex 16 & hac 36 & septẽ eã cõtinue præcedẽtibus cõstabit ingenioso inspectori. Si enim fuerint seratilia qualibet æqu æ alta super eãdẽ basin uel super bases æquales, cõiter tñ trigonas aut cõiter tetragonas, cũ ipsa sint dimidia solidorũ parallelogrãmorũ suarũ altitudinũ ex 23, ipsa erũt æqualia ex 29 & tribus eã sequẽtibus, ex his enim cõstat, solida parallelogrãma ipsis seratilibus dupla, esse æqualia. Similiter quoq; si fuerint duo seratilia super bases cõiter trigonas aut cõiter tetragonas æque alta, ipsa erunt suis basibus proportionalia quẽadmodũ de solidis parallelogrãmis ex 33 habetur. Ipsa enim sũt ex 28 dimidia solidorũ parallelogrãmorũ suæ altitudinis, solidorũ aũt parallelogrãmorũ suæ altitudinis suarũq; basiũ est una ꝓportio ex 33. Cũ itaq; sit solidorũ parallelogrãmorũ proportio sicut seratiliũ (quia sicut simplũ ad simplum, sic duplũ ad duplũ ex 15 quinti, atque basium solidorũ parallelogrãmorũ est proportio sicut basiũ seratiliũ (Aut enim eædem erũt bases seratiliũ & solidorũ parallelogrãmorũ, & hoc quidẽ erit cũ bases seratiliũ fuerint tetragonæ, tũc enim ex seratilibus super easdẽ bases erũt solida parallelogrãma cõplenda. Aut bases seratiliũ erunt sub duplæ ad bases solidorũ parallelogrãmorũ, & hoc quidẽ erit cum bases seratiliũ fuerĩt cõiter trigonæ, tũc enim erũt ex seratilibus solida parallelogrãma cõplẽda adiũctis ad bases seratiliũ superficiebus trigonis, ut fiant bases seratiliũ cũ trigonis adiunctis superficiebus, superficies æquidistãtiũ laterũ) sequetur ut, sit proportio seratiliũ sicut suarum basiũ. Eodẽq; modo si seratilia fuerint æqualia, fuerintq; cõiter super bases trigonas uel cõiter super bases eorum altitudinibus ipsorum mutuæ erunt. Quod si bases eorũ suis altitudinibus fuerint mutuæ, ipsa seratilia erunt æqualia quẽadmodum de solidis parallelogrammis 34 & 35 proponunt. Hoc autẽ facile patet ex ijs quæ dcta sunt in 35. Si uero seratilia fuerĩt adinuicẽ similia, erit proportio unius ad alterum sicut proportio lateris unius ad suũ reliquũ latus alterius ꝓportio triplicata, quẽadmodum de solidis parallelogrãmis 36 ꝓponit. Quod ex eadẽ 36 facile tibi patebit si ex illis seratilibus similibus solidis parallelogrãmis cõpletis solida ipsa probaueris esse similia. Quod ex diffinitiõe similiũ corporum & similium superficierum, & hoc quod seratilia ponuntur adinuicem similia, ex 34 primi leue est negociari.

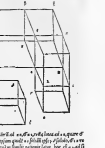
Eucl. ex Zamb. *Theorema 28* *Propositio 33*

33 Siĩa solida parallelepipeda, adiuicẽ in triplici rõne sũt eiusdẽ rõnis laterũ

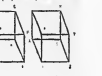
THEON ex Zãb. *Sint similia solida parallelepipeda α β, γ δ, similis aũt rõnis esto α ε ipsi γ ζ. Dico quod solidũ α β ad γ δ solidũ triplicẽ habet rõnẽ, quã α ε, ad γ ζ. Extendãtur enim in rectas lineas ipsis α ε, η ε, θ ε, ipsæ ε ξ, ε λ, ε μ, ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidẽ γ ζ æqualis ε ξ, ipsi aũt ζ ν æqualis ε λ, & insuper ipsi ζ ρ ipsa ε μ & cõpleatur ξ λ parallelogrãmũ, & ξ ο solidũ. Et quoniã duæ ξ ε, ε λ, duabus γ ζ, ζ ν, sũt æquales, sed & angulus qui sub ξ ε λ, ipsi qui sub γ ζ ν, est æqualis, quoniã & qui sub α ε η, et qui sub γ ζ ν, est æqualis propter similitudinẽ ipsorũ α β, γ δ, solidorũ, æquale igitur est & simile (per 14 sexti,) ipsum ξ λ parallelogrãmũ ipsi γ ν parallelogrãmo, & iã id propterea & ξ μ parallelogrãmũ*

æquum

æquū est & simile ipsi γ ϛ parallelogrāmo, & insuper ε ι, ipsi ζ δ. Tria igitur parallelogrāma ipsius α ε solidi, tribus parallelogrāmis ipsius γ δ solidi similia & æqualia sūt, sed ipsa qdē tria tribus φ quæ ex opposito, sūt æqualia & similia, totū igitur α ε solidū, toti γ δ solido simile est & æquale (per diffinitionē undecimā.) Cōpleatur λ κ parallelogrāmū, & a basibus quidē κ κ, κ λ, parallelogrām ε, altitudine aūt ipsius α ϐ, solida cōpleantur ι ξ, λ π. Et quoniā propter ipsorū α ϐ, γ δ, solidorū similitudinē est sicut α ι ad γ ζ sic ε κ ad ζ ε, & ι ε, ad ξ ρ, æqualis aūt est γ ζ, ipsi ι κ, & ζ ε, ipsi ι λ, & ξ ρ ipsi ι μ, est igitur (per cōuersionē diffinitionis secundæ) sic ut α ι ad ι κ, sic est ε ι, ad ι λ, & θ ι, ad ι μ. Sed sicut quidē α ι, ad ι κ, sic est α κ parallelogrammū ad κ κ, parallelogrammum, sicut aūt ε ι ad ι λ, sic κ κ, ad κ λ, sicut uero (per 1 sexti) θ ι ad ι μ, sic π ι ad κ μ, & sicut igitur (per 11 quinti) α κ, parallelogrāmū ad κ κ, parallelogrammum sic κ κ, ad κ λ, & π ι, ad κ μ. Sed sicut quidē α κ ad κ κ, sic est α ϐ solidū ad ι ξ, solidū, sicut autē κ κ ad κ λ, sic ξ ι, solidū ad π λ solidū, sicut π ι, ad κ μ, sicut π λ, solidū ad κ ο solidum. Et sicut igitur α ϐ solidum ad ι ξ, solidum, sic ι ξ, ad π λ, & π λ ad κ ο. Si uero quatuor magnitudines cōtinue fuerint proportionales, prima ad quartā (per 10 diffinitionē quinti) triplicē rationē habet quā ad secundā. Igitur α ϐ solidū ad κ ο solidū triplicem rōnē habet, quā α ϐ ad ι ξ. Sed sicut α ϐ ad ι ξ, sic est α κ, parallelogrāmū ad κ κ, & α ι, recta linea ad ι κ, quare & α ϐ solidū ad κ ο, solidū triplicē rōnē habet, quā α ι ad ι κ. Aequū aūt est ipsum quidē κ ο solidū ipsi γ δ solido, & ι κ recta linea ipsi γ ζ. & α ϐ igitur solidū ad γ δ solidū triplicē rationē habet, quàm similis rationis latus hoc est α ι, ad similis rationis latus hoc est ad γ ζ. Similia igitur solida parallelepipeda, in triplici sunt ratione similis rationis laterū. Quod ostendere oportebat.



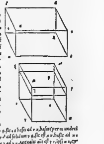
CORRELARIVM. Ex hoc, inquā, manifestū est, φ si quatuor rectæ lineæ proportiōales fuerint, erit sicut prima ad quartā, sic quod ex prima solidū parallelepipedū ad id quod ex secūda simile similiter φ descriptū, quādoquidem prima ad quartā triplicem rationē habet, quàm ad secundam.



Eucl. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 34

34 Aequaliū solidorū parallelepipedorū, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et solida parallelepipeda quorum bases altitudinibus sunt reciprocæ, sunt æqualia.

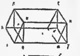
THEON ex Zāb. Sint æqualia solida parallelepipeda, α ϐ, γ δ. Dico φ ipsorū α ϐ, γ δ, solidorū parallelepipedorū reciprocæ sūt bases altitudinibus esse φ, sicut ι θ, basis ad ε π basin, sic est ipsius γ δ, solidi altitudo ad ipsius α ϐ solidi altitudinē. Sunt enim primū stātes α κ, ι ξ, λ ϐ, θ π, γ μ, ϛ ξ, τ δ, π ρ, in ipsis basibus ad angulos rectos. Dico φ est sicut ι θ basis ad ε π basin, sic est γ μ ad α κ. Si qdē igitur æqualis est ι θ basis ipsi ε π basi, est aūt & α ϐ solidū æquū ipsi γ δ solido, & γ μ ipsi α κ est æqualis. Si enim ipsis ι θ, ε π, basibus æqualibus existētibus, æquales nō fuerint ipsæ α κ, γ μ, altitudines, neq; igitur solidū α ϐ, æquū erit ipsi γ δ, supponitur aūt æquale. Igitur altitudo γ μ altitudini α κ inæqualis nō est, æqualis igitur. Erit φ sicut basis ι θ ad basin ε π, sic γ μ ad α κ, & manifestū, φ ipsorū α ϐ, γ δ, solidorū parallelepipedorū reciprocæ sūt bases ipsis altitudinibus. Nō sit itā æqualis ι θ basis ipsi ε π, basi, sed esto maior ι θ. Est aūt solidū α ϐ, ipsi γ δ solido æquū, maior igitur est & γ μ, ipsa α κ, Si aūt nō, neq; igitur rursus ipsa α ϐ, γ δ, solida sūt æqualia, supponūtur aūt æqualia. Ponatur igitur (per 2 primi) ipsi α κ, æqualis γ τ, cōpleaturq; ex basi quidē ε π, altitudine aūt γ τ, solidū parallelepipedū γ φ



Et quoniā solidū α ϐ æquū est ipsi γ δ solido, aliud aūt est ipsum φ γ, ad idē aūt æqualia eādē rōnē habēt (per 7 quinti,) est igitur sicut α ϐ solidū ad γ φ solidū, sic est γ δ solidū, ad γ φ solidū. Sed sicut quidē solidum α ϐ ad solidū γ φ, sic ι θ basis ad ε π, basin (per 32 undecimi,) sub æquali enim sunt altitudine, ipsa α ϐ, γ φ solida. Sicut aūt solidum γ δ ad solidum γ φ, sic est μ π, basis ad π τ basin, & μ γ ad γ τ, & sicut igitur (per 11 quinti,) ι θ, basis ad ε π basin, sic μ γ ad γ τ. Aequalis aūt est γ τ, ipsi α κ, &

ſicut igitur (per 9 quinti) ι θ baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad α ν. Ipſorũ igitur α β, γ δ, ſolidorũ parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus ipſorum α ϛ, γ δ, ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſint baſes altitudinibus, ſitq; ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinẽ. Dico quod ſolidũ α ϛ, æquum eſt ipſi γ δ ſolido. Sint enim rurſus ſtantes, ad angulos rectos ipſis baſibus. Et ſi quidem æqualis eſt ι θ, baſis ipſi ν π, baſi eſtq; ſicut ι θ baſis ad ν π baſin ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinem, æqua igitur eſt ipſius γ δ ſolidi altitudo, altitudini ipſius α ϛ ſolidi. Super æqualibus autem baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicem ſunt æqualia (per 31 undecimi. Igitur ſolidũ α β, æquũ eſt ipſi γ δ ſolido.

Non ſit iam ι θ baſis ipſi ν π baſi æqualis, ſed eſto maior ι θ, maior igitur eſt & ipſius γ δ, ſolidi altitudo, ipſius α ϛ ſolidi altitudine, hoc eſt γ μ, maior quàm α ν. Ponatur (per 2 primi,) ipſi α ν, rurſus æqualis γ τ, & cõpleatur γ φ ſolidum. Quoniã eſt ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad α ν, æqualis autẽ eſt α ν ipſi γ τ, eſt igitur ſicut ι θ baſis ad ν π baſin ſic γ μ ad γ τ, reciproca enim ſupponuntur. Sed ſicut quidẽ ι θ baſis ad ν π baſin, ſic (per 32 undecimi,) α β ſolidũ ad γ φ ſolidũ, ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa α ϛ, γ φ ſolida. Sicut autem γ μ ad γ τ, ſic (per 1 ſexti) μ π, baſis ad π ν baſin & (per 32 undecimi) γ δ ſolidũ ad γ φ ſolidũ, & ſicut igitur (per 11 & 9 quinti) α ϛ ſolidũ ad γ φ ſolidũ, ſic γ δ ſolidũ ad γ φ ſolidũ. Vtrũq; igitur ipſorum α ϛ, γ δ, ad ipſum γ φ eandem rationẽ habet. Aequũ igitur eſt (per cõuerſionem 7 quinti) α ϛ, ſolidũ, ipſi γ δ ſolido. Quod oportuit oſtendere. Non ſint autẽ ſtantes ζ ι, ϛ λ, ν α, κ, ξ γ, ο, μ, τ, ς π, ad angulos rectos baſibus eorum, excitenturq; (per 12 undecimi) ab ipſis ζ, ν, ϛ, κ, ξ, μ, δ, ς, ſignis, in ipſorum ι θ, ν π, baſium planis, perpendiculares, cõcurrãtq; planis ad ſigna ρ τ, ς, φ, χ, ψ, ω, ς, compleanturq; ipſa ζ φ, ξ ω ſolida. Dico quod & ſic æqualibus exiſtentibus ipſis α β, γ δ, ſolidis, reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus, eſtq; ſicut ι θ, baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius γ δ ſolidi altitudo, ad ipſius α ϛ, ſolidi altitudinẽ. Quoniã enim α ϛ ſolidũ æquũ eſt ipſi γ δ ſolido, ſed α ϛ, quidem ipſi β τ (per 31 undecimi) eſt æquale (ſuper eadẽ enim ſunt baſi ζ κ, & ſub eadem altitudine, quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdem rectis lineis) at γ δ ſolidum (per 31 undecimi) ipſi δ ψ ſolido eſt æquale (ſuper eadem namq; ſunt baſi ξ ρ, & ſub eadẽ altitudine, quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis) igitur ſolidũ ϛ τ ipſi δ ψ ſolido æquũ eſt. Aequaliũ autem ſolidorũ parallelepipedorũ quorũ altitudines ad angulos rectos ipſis eorũ baſibus ſũt reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus. Eſt igitur ſicut ζ κ, baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius ϛ τ ſolidi altitudinem. Aequalis autẽ eſt ζ κ baſis ipſi ι θ baſi, & ξ ρ baſis ipſi ν π baſi, eſt igitur ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinẽ. Eædẽ uero altitudines ſunt, ipſorũ δ ψ & β τ ſolidorum, & ipſorũ δ γ & β α. Eſt igitur ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ, ſolidi altitudo ad ipſius α ϛ, ſolidi altitudinẽ. Ipſorũ igitur α ϛ, γ δ, ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſũt baſes altitudinibus.





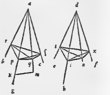
Rurſus iam ipſorũ α ϛ, γ δ, ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſint baſes altitudinibus, ſitq; ſicut ι θ, baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α ϛ ſolidi altitudinẽ. Dico quod ſolidum α ϛ, æquũ eſt ipſi γ δ ſolido. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinem, æqualis aũt eſt baſis ι θ, ipſi ζ κ & ν π, ipſi ξ ρ, eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α ϛ, ſolidi altitudinem. Eædẽ autẽ ipſorũ α ϛ, γ δ, & ϛ τ, δ ψ, ſolidorũ, ſunt altitudines. Eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius δ γ ſolidi altitudo ad ipſius ϛ τ ſolidi altitudinẽ. Ipſorũ igitur ϛ τ, δ ψ, ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Solida uero parallelepipeda quorũ altitudines ad angulos rectos ſunt baſibus eorum, & reciprocæ ſunt baſes altitudinibus, æqualia ſunt (per 31 undecimi. Igitur ſolidũ β τ, æquũ eſt ipſi δ ψ ſolido. Sed ipſum quidẽ ϛ τ, ipſi ϛ α, æquũ eſt (per 29 undecimi, ſuper eadem namq; ſunt baſi ζ κ, & ſub eadem altitudine, quorũ ſtãtes ſunt ſuper eiſdem rectis lineis. Solidũ autẽ δ ψ, ipſi δ γ, ſolido æquum eſt, ſuper eadẽ namque ſunt baſi ξ ρ, & ſub eadẽ altitudine, quorum ſtantes ſunt ſuper eiſdem rectis lineis. Igitur & α ϛ ſolidũ, ipſi γ δ, ſolido æquũ eſt. Quod demonſtrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 37

37 SI fuerint duo anguli plani æquales ſuper quos duæ hypothenuſæ in aëre ſtatuantur cũ lateribus angulorũ ſubiacẽtiũ ſingulos ſingulis æquos angulos cõtinentes, atque in illis hypothenuſis duo pũcta ſignẽtur à quibus pũctis duæ perpẽdiculares ad ſuperficies angulorũ propoſitorũ demittant, à pũctis aũt ſuper quæ ꝑpendiculares ceciderint ad eoſdẽ duos angulos planos duæ rectæ lineæ ducant, duo anguli q ab illis duab9 lineis atq; duab9 hypothenuſis cõtinent, æqui ſibi iuicẽ eẽ ꝓbant

CAMPANVS Sint duo anguli plani a & d æquales contẽti lineis a b & a c & d e & d f &

d f & super eos erigantur duæ lineæ hypothenusaliter a g & d b. sitque angulus g a c æqualis angulo h d f, & angulus g a b æqualis angulo h d e, atque in duabus hypothenusis a g & d h, signentur quomodolibet duo puncta k & l, a quibus secundum præcepta 11 huius demittantur ad superficies angulorum a & d, duæ perpendiculares quæ sint k, m & l n, & protrahantur duæ lineæ a m & d n. Dico igitur angulum g a m, esse æqualem angulo h d n. Si linea a k est æqualis d l, bene quidē. Sin autē, ex linea a d sumatur a p, æqualis d l, & à puncto p demittatur perpendicularis ad superficiē anguli a, linea quæ sit p. Manifestum est igitur, punctum, quod q est in linea a m, quod ex 6 huius & diffinitione linearum æquidistantium quas necesse esse in superficie una, facile cōstat studiose intuenti. Dehinc a pūcto q ducantur ppēdiculares duæ, una ad lineā a b quæ sit q r. & alia ad lineā a c quæ sit q f. Similiter quoq; a pūcto n ducantur duæ aliæ perpendiculares, una ad lineā d e quæ sit n t & alia ad lineā d e quæ sit n x, & ptrahātur r f & t x. Iterūq; a pūctis p & l, demittātur hypothenusæ p q, p r, p f, & l n, l t, l x. His itaq; positis, figuraq; prudēter disposita, demōstrationē propositi sic collige. Cōstat ex penultima primi quod quadratū lineæ a p est æquale quadratis duarum linearū a q, & p q, ac ex eadem quod quadratū a q est æquale quadratis duarū linearū a f & f q, itaq; quadratū a p, est æquale quadratū triū linearū a f, f q, & q p. Sed ex eadē, quadratū f p, est æquale quadratis duarū linearū f q & p q, ergo quadratum a p, est æquale quadratis duarum linearum a f & f p, ideoq; ex ultima primi angulus a f p est rectus. Similiq; modo probabis, unūquenq; triū angulorū d x l, a r d, p t l, esse rectū. Cū igitur ex hypothesi sit angulus f a p æqualis angulo x d l, & linea a p lineæ d l, erit ex 26 primi linea d x æqualis a f, & x l æqualis f p. Eodē quoq; modo cū ex hypothesi sit angulus r a p æqualis angulo e d l, erit ex eadē linea a r æqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4 primi linea r f erit æqualis lineæ t x & angulus a r f æqualis angulo d t x, & angulus a f r angulo d x t, est enim ex hypothesi angulus a, æqualis angulo d. A conceptione igitur erit angulus f r q æqualis angulo x t n, & angulus r f q angulo t x n, sunt enim residui duorum rectorū demptis æqualibus. Necesse est itaq; ex 26 primi, ut linea r q sit æqualis t n, & q f æqualis n x. Cūq; ex penultima primi quadratū lineæ r p sit æquale quadratis duarū linearū r q & q p, & quadratū lineæ t l æquale quadratis duarū linearū t n & l n, sint aūt duæ lineæ r p & t l æquales, duæ quoq; quæ sūt r q & t n æquales sequitur ex cōi sciētia duas quæ sunt p q & l n esse æquales. Eodē modo cū quadratū lineæ a p sit æquale quadratis duarū linearū quæ sunt a q & q p similiter quadratum lineæ d l quadratis duarū linearū quæ sunt d n & n l, sit autē a p æqualis d l, & p q æqualis l n, sequitur ex cōi scientia a q esse æqualem d n. Ex 8 igitur primi concludo propositū, uidelicet, angulū p a m esse æqualē angulo l n d.



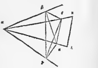
Eucl. ex Zamb. *Theorema 50* *Propositio 35*

35 Si fuerint bini anguli plani æquales, super quorum uerticibus sublimes rectæ lineæ steterint, æquales angulos comprehendentes cū ijs quæ in principio rectis lineis, alterum alteri, in sublimibus autem sumpta fuerint contingentia signa, & ab eisdem ad plana in quibus sunt qui in principio anguli, perpendiculares actæ fuerint à signis autē quæ in planis à perpendicularibus fiunt ad eos qui in principio angulos coniunctæ fuerint rectæ lineæ æquos angulos cum sublimibus comprehendent.

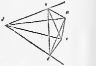
THEON ex Zāb. *Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui sub ε α γ, δ ζ, à signis autem α, δ, sublimes extentur rectæ lineæ α κ, δ μ, æquos comprehendentes angulos cū ijs quæ in principio rectis lineis alterū alteri, hoc est angulū μ δ ε angulo ει qui sub κ α ε, eum autem qui sub μ δ ζ, ei qui sub κ α γ, sumanturq; in ipsis α κ, δ μ, contingē*

tia

Camp. 31 ita signa κ, μ, excitenturque (per 11 undecimi) ab ipsis κ, μ, signis ad ea quæ per β α γ, δ ε ζ, plana perpendiculares κ λ, μ ν, concidantque ipsis planis in ν λ, connectanturque ipsæ λ α, ν δ. Dico quod angulus qui sub κ α λ, æqualis est angulo μ δ ν. Ponatur (per 2 primi) ipsi δ μ æqualis α θ, excitetur que (per 11 primi) per signum θ, ipsi κ λ parallelus θ κ. At κ λ, perpendicularis est ad id quod per β α γ planum. Igitur & θ κ, perpendicularis est ad id quod per β α γ, planum. Excitentur (per 11 primi) ab ipsis α ν, signis ad ipsas α β, α γ, δ ζ, δ ε, rectas lineas, perpendiculares κ γ, α ζ, κ β, ν ε, connectanturque ipsæ θ γ, γ β, μ ζ, ζ ε. Et quoniam quod ex θ α, (per 47 primi.) æquum est eis quæ ex θ κ, κ α, ei autem quod ex κ α æqualia sunt quæ ex κ γ, γ α, igitur quod ex θ α æquum est eis quæ ex θ κ, κ γ, γ α, eis uero quæ ex θ κ, κ γ, æquum est id quod ex θ γ, quod igitur ex θ α, (per 47 primi) æquum est eis quæ ex θ γ, γ α rectus est igitur qui sub θ γ α, angulus. Idque propterea & qui sub δ ζ μ angulus, rectus est, æqualis igitur est qui sub θ γ α angulus, ei qui sub δ ζ μ angulo. Est autem & qui sub α γ θ, æqualis ei qui sub δ ζ μ. Bina igitur triangula sunt δ ζ μ & θ α γ, duos angulos duobus angulis æquos habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquum, quod unum æqualium angulorum subtendit, hoc est, θ α, ipsi δ μ, & reliqua igitur latera, (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt alterum alteri. æqualis igitur est α γ ipsi δ ζ. Similiter ostendemus, quod & α β ipsi δ ε est æqualis. Connectantur θ β, & μ ε. Et quoniam quod ex α θ. (per 47 primi) æquum est eis quæ ex α κ, κ θ, ei autem quod ex α κ (per eandem) æqua sunt quæ ex α β, β κ, quæ igitur ex α β, β κ, κ θ, sunt æqualia ei quod ex α θ. Sed eis quæ ex β κ, κ θ, æquum est id quod ex β θ, rectus enim est qui sub θ κ β angulus, quoniam θ κ perpendicularis est ad subiectum planum, igitur quod ex α θ, æquum est eis quæ ex α β, β θ, rectus igitur est qui sub α β θ angulus, & id propterea qui sub ε δ μ angulus, rectus est. Est autem & qui sub β α θ, angulus, ei qui sub ε δ μ æqualis; supponitur namque, estque ipsa α θ ipsi δ μ æqualis. æqualis igitur est (per 26 primi,) α β, ipsi δ ε.



Quoniam igitur æqualis est α γ, ipsi δ ζ, & α β, ipsi δ ε, binæ igitur γ α, α β, duabus ζ δ, δ ε, sunt æquales, sed & angulus qui sub γ α β, ei qui sub ζ δ ε, est æqualis. Basis igitur β γ, (per 4 primi,) basi ε ζ, est æqualis. & triangulum triangulo. & reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis est igitur qui sub α γ β angulus, ei qui sub δ ζ ε. Rectus autem & qui sub α γ κ, recto qui sub δ ζ ν est æqualis, & reliquus igitur qui sub β γ κ, reliquo qui sub ε ζ ν est æqualis. Et id propterea qui sub γ β κ, ei qui sub ζ ε ν, est æqualis. Bina igitur triangula sunt (per 8 primi) β γ κ, ε ζ ν, binos angulos duobus angulis æquos habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum, quod ad æquos angulos, hoc est β γ ipsi ε ζ & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur est γ κ, ipsi ζ ν est autem & α γ, ipsi δ ζ æqualis. Binæ igitur α γ, γ κ, duabus δ ζ, ζ ν, sunt



æquales, & æquos comprehendunt angulos, basis igitur α κ, (per 4 primi) basi δ ν est æqualis. Et quoniam æqualis est α θ, ipsi δ μ, æquum est quod ex α θ ei quod ex δ μ, (per 47 primi) æqualia sunt quæ ex α κ, κ θ, rectus enim est qui sub α κ θ. Ei autem quod ex δ μ, æqua sunt quæ ex δ ν, ν μ, rectus enim est qui sub δ ν μ. Igitur quæ ex α κ, κ θ, sunt eis æqualia quæ ex δ ν, ν μ, quorum quod ex α κ, æquum est ei quod ex δ ν. Reliquum igitur quod ex κ θ, æquum est ei quod ex ν μ. Aequalis igitur est θ κ, ipsi μ ν. Et quoniam binæ θ α, α κ, duabus μ δ, δ ν, sunt æquales altera alteri, & basis θ κ, basi μ ν est æqualis, angulus igitur qui sub θ α κ, (per 8 primi) angulo qui sub μ δ ν est æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.

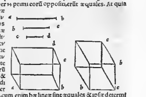
CORRELARIVM. Ex hoc nempe manifestum, quod si fuerint bini anguli plani rectilinei æquales, steterintque super ipsis sublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos comprehendentes, cum iis quæ in principio rectis lineis alterum alteri, quæ ex ipsis perpendiculares ductæ ad plana in quibus sunt qui principio anguli, sunt æquales.

Eucli. ex Camp. Propositio 38

38 Solidum tribus lineis proportionalibus contentum, æquum erit solido quod à mediæ lineæ æquis lateribus continetur, si anguli sui amborum sibi inuicem æquales fuerint.

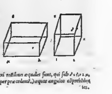
CAMPANVS De solidis parallelogrãmis intelligatur. de his enim qualiacunque sint dum tamen æquiangula, uerum est, quod contentum à tribus lineis proportionalibus æquale est ei quod a media earũ continetur, quẽadmodũ de superficiebus rectangulis probatũ est in 16 sexti, & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte 15 eiusdem. Sint igitur tres lineæ a b, b c, & c d, cõtinue proportionales, fiatque ex eis unus angulus solidus ad libitum, & perficiatur solidũ æquidistantiũ laterũ cuius linea a b sit longitudo. b c uero altitudo, sed c d latitudo, & ipsum solidum dicatur e d. Sũpta quoque alia linea qualibet æquali b c quæ etiam uocetur b c, super ipsius extremitatẽ quæ est b con

cõstituatur angulus solidus æqualis angulo solido a, secundũ quod docet 26 lineæq; cæteræ solidũ angulum b cõtinentes resecẽtur ad æqualitatem lineæ b c, & perficiatur solidum æquidistãtiũ superficierũ cuius lõgitudo, latitudo, & altitudo sit linea b c, & ipsum appelletur b c. Dico itaque duo solida a d & b c esse æqualia. Menifestũ est enim, quod cũctæ superficies unius sunt æquiãgulæ suis relatiuis superficiebus alterius. Quod ex 34 primi patere potest, nã cũ solidus angulus b ponatur æqualis solido angulo a, necesse est ut unus angulus uniuscuiusque superficiei solidi a d sit æqualis uni angulo suæ relatiuæ superficiei in solido b c, itaque per 34 primi eorũ oppositi, erũt æquales. At quia uniuscuiusque superficiei quadrilateræ omnes anguli sũt æquales quatuor relictis ex 32 primi, necesse est duos reliquos unius esse æquales duobus reliquis suæ relatiuæ. Cũq; ipsi duo reliqui in qualibet sint etiã adinuicẽ æquales, conuincitur necessario ut unaquæq; ex superficiebus solidi a d sit æquiangula suæ relatiuæ in solido b c, quare ex secunda parte 15 sexti bases duorũ solidũ propositorũ erunt æquales: sunt enim æquiãgulæ & laterũ mutuorũ. Si itaque lineæ altitudinum super bases ipsorũ orthogonaliter insistunt, constat ex 31 ipsa esse æqualia, cum enim hæ lineæ sint æquales & ipsæ determinent altitudinẽ solidorũ, erunt solida æque alta. At si lineæ altitudinum ipsorum non insistunt suis basibus orthogonaliter, ab ipsarum summitatibus ad bases perpendicularibus demissis, erũt ex præmissa hæ perpendiculares adinuicem æquales, ipsæ enim erunt, sicut erant & in præmissæ demonstratiõis figura duæ lineæ p q & l n, quas demõstrauimus oportere esse æquales. Quia igitur omnium solidorũ altitudo ex perpendicularibus a sũmitatibus ipsorũ ad suas bases descẽdentibus diffinitur, erũt ex 31 duo solida a d & c b æqualia. Conuersam quoq; huius possumus, si delectat, cõuerso modo probare. Vt si parallelogrãmũ corpus a d sit æquale & æquiangulũ corpori parallelogrãmo b c, & corpus b c cõtineatur à media triũ linearũ cõtinentiũ corpus a d, erunt tres lineæ cõtinentes corpus a b cõtinue proportionales. Cum enim duo solida parallelogramma a d & c b sint æqualia & æque alta, ex hypothesi ipsa erunt super bases æquales per conuersas 31 & 32. Et quia ipsæ bases eorum sunt æquiãgulæ, sequitur ex prima parte 15 sexti quod ipsæ sunt mutuorum laterum. itaque proportio a b ad b c, sicut b c ad c d. Quare constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propositio 36

36 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ex ipsis tribus rectis lineis solidũ parallelepipedũ æquũ est ei qđ ex media fit solido parallelepipedo æquilatero quidem, æquiangulo autẽ prædicto.



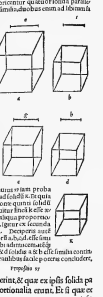
THEON ex Zamb. Sint tres rectæ lineæ proportionales α, ϐ, γ sicut α ad ϐ, sic ϐ ad γ. Dico quod ex α, ϐ, γ, solidum, æquũ est ei quod ex ϐ solido æquilatero quidẽ æquiangulo autẽ prædicto. Exponatur (per 23 undecimi) solidus angulus qui ad ε, comprehensus sub tribus angulis planis hoc est δ ε η, η ε ζ, ζ ε δ, ponaturq; (per 2 primi,) ipsi quidẽ ϐ, æqualis unaquæq; ipsarum δ ε, η ε, ε ζ, compleaturq; ipsum ε κ, solidum. Ipsi autẽ α, æqualis esto (per eandem λ μ), cõstituaturq; (per 26 undecimi) ad ipsam λ μ rectam lineam ad signũq; in ea λ, ipsi qui ad ε solido angulo æquus comprehensus sub ν λ ξ, ξ λ μ, ν λ μ, ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidem ϐ æqualis λ ξ, ipsi autẽ γ æqualis λ ν. Et quoniam est sicut α ad ϐ, sic est ϐ ad γ, æqualis autem est α ipsi λ μ, & ϐ unicuiq; ipsarũ λ ξ, ε ζ, ε η, ε δ, & γ ipsi λ ν, est igitur λ μ ad ε ζ sic est δ ε ad λ ν, & circũ æquos angulos qui sub μ λ ν δ ε ζ, latera sunt reciproca. Igitur parallelogrammum μ ν, æquum est ipsi δ ζ, parallelogrammo (per 14 sexti. Et quoniã bini anguli plani rectilinei æquales sunt, qui sub δ ε ζ, ν λ μ, super ipsis sublimes rectæ lineæ sunt cõstitutæ λ ξ, ε η, inuicẽ æquales (per præcedentẽ,) æquos angulos cõprehendentes.

tes eam ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri. ipsæ igitur quæ ex κ, ξ, signis perpendiculares ductæ ad ea quæ per ν λ μ, δ ε ζ, plana, (per corollariũ præcedentis) inuicem sunt æquales. Quare λ θ, ι κ, solida, sub eadem sunt altitudine. Super æqualibus autẽ basibus & sub eisdẽ altitudinis constituta solida parallelepipeda, inuicem sunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur solidum θ λ, solido ι κ est æquale. At λ θ, solidũ, est ex ipsis α, β, γ, & ι κ, solidũ est ex β, igitur quod ex α, β γ, solidum parallelepipedum, æquum est ei quod ex β solido æqualatero quidem, sed æquiangulo prædicto. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, solida quoque sua æquidistantium atque similium uniuscuiusque creationis superficierũ erunt proportionalia. Si uero solida æquidistantium atque similium uniuscuiusque creationis superficierum fuerint proportionalia, lineæ quoque á quibus ipsa solida continentur, erunt proportionales.

CAMPANVS Simile proponit uigesima prima sexti de superficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a, b, & c, d, proportionales, & super has fabricentur quatuor solida parallelogramma eisdẽ nominibus dicta, quæ sint expresse similia, duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas a & c, cætera secũdum præcepta 27 constituenda erũt. Dico hæc 4 solida esse proportionalia. Et econuerso. Subiũgantur enim duabus lineis a & b in cõtinua proportiõe duæ quæ sunt e & f, quemadmodũ docet 10 sexti, & duabus lineis c & d, aliæ duæ quæ sint g & h. Cõstat igitur ex 35 & ex diffinitione proportionis triplicatæ quæ posita est in principio quinti, & ex hac hypothesi φ solida a & b sibi inuicẽ & solida c & d sibi adinuicẽ sunt expresse similia φ, ꝓportio solidi a ad solidum b est sicut ꝓportio lineæ a ad lineã f solidi quoq; c ad solidũ d, sicut lineæ c ad lineã h. Et quia p 22 quinti ꝓportio lineæ a ad lineã f est sicut lineæ c ad lineã h, erit ex 11 quinti solidũ a ad solidũ b, sicut solidũ c ad solidũ d. Cõstat igitur prima pars. Secunda sic. Sint duo solida a & b sibi adinuicẽ, duoq; alia quæ sint c & d, sibi adinuicẽ expresse similia, sintq; cuncta parallelogramma, & ponantur proportionalia. Dico quod lineæ a, b, & c, d, super quas sunt constituta, sunt proportionales. Sit enim ex 10 sexti sicut linea a ad lineã b, ita linea c ad lineam k. Et fiat secundũ 27 huius super lineam k solidum expresse simile solido d, quod etiã dicatur k. Eritq; ex diffinitionibus similiũ corporũ & similium superficierum, & 20 sexti, corpus K expresse simile corpori c, ideoq; per primam partem huius 39 iam probatam erit proportio solidi a ad solidũ b, sicut solidi c ad solidũ K. Et quia eadẽ erat solidi c ad solidũ d, erit ex secunda parte nonæ quinti solidũ K æquale solido d. Cũq; esset sibi expresse simile, sequitur lineã k esse æqualem lineæ d. Aequalitas enim nõ producitur ex aliqua proportione triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali. Igitur ex secunda parte 7 quinti constat etiã huiusmodi pars secunda. Deciperis autẽ si arbitraris oportere unumquodq; quatuor solidorũ a, b, c, d, esse simile cuilibet aliorũ. Necesse est enim duo solida a & b sibi adinuicem, itẽq; duo c & d sibi adinuicem esse similia. solida autem c & d solidis a & b esse similia contingens est, necessariũ autem non. Idem ex hac 39 de serratilibus facile poteris concludere.



Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 37

37 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ex ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta proportionalia erunt. Et si quæ ex

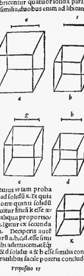
ipsis

tes eam iis quæ in principio rectis lineis alterum alteri. ipsæ igitur quæ ex κ, ξ, signis perpendiculares ductæ ad ea quæ per ν λ μ, ν ε ζ, plana, (per corollariū præcedentis) inuicem sunt æquales. Quare λ θ, ι κ, solida, sub eadem sunt altitudine. Super æqualibus autē basibus & sub eisdē altitudinis constituta solida parallelepipeda, inuicem sunt æqualia (per 31 undecimi) igitur solidum θ λ, solido ι κ est æquale. At λ θ, solidū, est ex ipsis α, β, γ, & ι κ, solidū est ex β, igitur quod ex α, β γ, solidum parallelepipedum, æquum est ei quod ex β solido æqualatero quidem, sed æquiangulo prædicto. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, solida quoque sua æquidistantium atque similium uniuscuiusque creationis superficierū erunt proportionalia. Si uero solida æquidistantium atque similium uniuscuiusque creationis superficierum fuerint proportionalia, lineæ quoque á quibus ipsa solida continentur, erunt proportionales.

CAMPANVS Simile proponit uigesima prima sexti de superficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a, b, & c, d, proportionales, & super has fabricentur quatuor solida parallelogramma eisdē nominibus dicta, quæ sint expresse similia, duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas a & c, cætera secūdum præcepta 27 constituenda erunt. Dico hæc 4 solida esse proportionalia. Et econuerso. Subiūgantur enim duabus lineis a & b in cōtinua proportiōe duæ quæ sunt e & f, quemadmodū docet 10 sexti, & duabus lineis c & d, aliæ duæ quæ sint g & h. Cōstat igitur ex 35 & ex diffinitione proportionis triplicatæ quæ posita est in principio quinti, & ex hac hypothesi φ solida a & b sibi inuicē & solida c & d sibi adinuicē sunt expresse similia φ, pportio solidi a ad solidum b est sicut pportio lineæ a ad lineā f solidi quoq; c ad solidū d, sicut lineæ c ad lineā h Et quia p 22 quinti pportio lineæ a ad lineā f est sicut lineæ c ad lineā h, erit ex 11 quinti solidū a ad solidū b, sicut solidū c ad solidū d. Cōstat igitur prima pars. Secunda sic. Sint duo solida a & b sibi adinuicē, duoq; alia quæ sint c & d, sibi adinuicē expresse similia, sintq; cuncta parallelogramma, & ponantur proportionalia. Dico quod lineæ a, b, & c, d, super quas sunt constituta, sunt proportionales. Sit enim ex 10 sexti sicut linea a ad lineā b, ita linea c ad lineam k. Et fiat secundū 27 huius super lineam k solidum expresse simile solido d, quod etiā dicatur k. Eritq; ex diffinitionibus similiū corporū & similium superficierum, & 20 sexti, corpus K expresse simile corpori c, ideoq; per primam partem huius 39 iam probatam erit proportio solidi a ad solidū b, sicut solidi c ad solidū K. Et quia eadē erat solidi c ad solidū d, erit ex secunda parte nonæ quinti solidū K æquale solido d. Cūq; esset sibi expresse simile, sequitur lineā k esse æqualem lineæ d Aequalitas enim nō producitur ex aliqua proportione triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali. Igitur ex secunda parte 7 quinti constat etiā huiusmodi pars secunda. Deciperis autē si arbitraris oportere unumquodq; quatuor solidorū a, b, c, d, esse simile cuilibet alioi ū. Necesse est enim duo solida a & b sibi adinuicem, itē q; duo c & d sibi adinuicem esse similia. solida autem c & d solidis a & b esse similia contingens est, necessariū autem non. Idem ex hac 39 de serratilibus facile poteris concludere.



Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 37

37 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ex ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta proportionalia erunt. Et si quæ ex ipsis

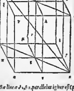
o k & p l, q m & r n, sitq; harum duarum superficierum communis sectio linea s t. Dico igitur quod linea s t diuidit diametrum a b, & diuiditur ab eadem diametro per æqualia. Quod patet, utraq; enim earum transit per centrum cubi.

ALITER uero conuenit quod propositum est demonstrare. Producantur enim duæ lineæ t a & t h, & item duæ s c, s b. eritq; ex 4 primi a t æqualis t h, & s c æqualis s b. Constat autem ex prima parte 29 primi, quod angulus p t q est æqualis angulo a q t, & ex 4 primi angulus h t p est æqualis angulo t a q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cum angulo q t a, ualet duos rectos, quare ex 14 primi linea a b erit linea una, similiter quoq; linea a b erit linea una. At quia ex nona huius linea a c est æquidistans lineæ b h (utraq; enim est æquidistans lineæ d e) cumq; ipsæ sint æquales quia latera cubi, sequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b esse æquales & æquidistantes: adeo q; per conceptionem, earum medietates quæ sunt a t & b s, erunt æquales. Ex 7 autem huius manifestũ est, quod linea s c est in superficie duarum linearũ a b & b c, & ex eadem, linea a b quæ est diameter cubi, est etiam diameter superficiei parallelogrammæ a c b h. Itaq; linea s t secat diametrum a b. Secet ergo ipsam in puncto u. Dico ergo lineam s u esse æqualem lineæ u t, & lineam etiam a u lineæ u b. Intelligantur duo trianguli a t u, b s u, quorum anguli qui sunt ad t & s sunt æquales adinuicẽ, similiter anguli eorundem qui sunt ad a & b æquales adinuicem ex prima parte 29 primi, propter id quod linea a t æquidistat lineæ s b. Et quia etiam ipsæ sunt adinuicem æquales, sequitur ex 26 primi, quod propositum est. Idem quoq; eodem modo concluditur, & si solidum a b non sit cubus, sed solidum corpus parallelogrammum siue æqualibus lineis siue non æqualibus contentum fuerit, siue quoque super basin orthogonaliter erectum siue etiam & super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi, ad omnes figuras parallelogrammas solidas.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propositio 39*

39 Si solidi parallelepipedi corũ quæ ex opposito planorũ latera bifariam secta fuerint, extẽsaq; fuerint per sectiones plana, cõmunis ipsorũ planorũ sectio, & solidi parallelepipedi dimetiens bifariam se adinuicẽ dispescent.

ALITER. Si cubi eorum quæ ex opposito planorũ latera, & reliqua quæ sequuntur ut supra.

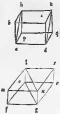


THEON ex Zamb. *Solidi, inquam, parallelepipedi α ζ, eorum quæ ex opposito planorũ γ ζ, α ε, latera bifariã dispescantur per κ λ, μ, ν, & ξ, π, ο, ρ, signis, & per sectiones protendantur plana κ ν, ξ ρ, cõmunis autem planorũ ipsorum sectio esto υ σ, ipsius autem α β. solidi parallelepipedi diagonus esto δ υ. Dico iam quod & ipsæ υ σ, δ η, sese inuicem dispescũt, hoc est quod υ τ ipsi τ σ est æqualis, & δ τ ipsi τ η. Cõnectantur enim δ υ, υ ι, β σ, σ η. Et quoniam δ ξ parallelus est ipsi ο ι, anguli alternatim positi (per 29 primi) qui sub δ ξ υ, υ ο ι, inuicem sunt æquales. Et quoniam æqualis est δ ξ ipsi ο ι, & ξ υ ipsi υ ν, & æquos angulos comprehendunt, basis igitur δ υ (per 4 primi) ipsi υ ι est æqualis. & triangulum δ ξ υ ipsi υ ο ι triãgulo est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui sub ξ υ δ, æquus est ei qui sub ο υ ι angulo, ac per hoc recta linea est ipsa δ υ ι, & per eadem etiã β σ η recta linea est, est & æqualis β σ ipsi σ η. Et quoniã γ α ipsi δ β est æqualis & est parallela, sed γ α ipsi ι η est æqualis & parallela, & δ β igitur ipsi ι η est æqualis & parallela (per primam cõmunem sententiam) & ipsas connectunt rectæ lineæ δ ι, β η. parallelus igitur est (per 33 primi) δ ι, ipsi β η. & suscipiuntur in utrisq; contingentia signa, hoc est δ, υ, η, σ, cõnectanturq; δ η, υ σ. in uno igitur sunt plano (per 17 undecimi) ipsæ δ η, υ σ. Et quoniam parallela est δ ι ipsi β η, æqualis igitur est (per 29 primi) qui sub ι δ τ angulus ei qui sub β η τ angulo: uicissim enim & qui sub δ τ υ ei qui sub η τ σ. Bina iam triangula sunt, hoc est δ τ υ & η τ σ, duos angulos duobus angulis æquos habentia, & unum latus uni lateri æquum, quod subtendit autem æqualium angulorum, hoc est δ υ ipsi η σ, dimidiæ nanq; ipsarum δ ι, β η. & reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur est δ τ ipsi τ η, & υ τ ipsi τ σ. Si solidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex opposito planorum latera bifariam secta fuerint, extensaq; fuerint per sectiones plana, cõmunis ipsorum planorum sectio & solidi parallelepipedi dimetiens bifariam se adinuicem dispescent. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex

Eucli. ex Camp. Propositio 41

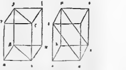
41 Si duo corpora seratilia quorũ alterũ basin triangulam, alterũ uero basin habeat æquidistantiũ laterũ ipsi basi triãgulæ duplam, æque alta fuerint, illa duo corpora necesse est esse æqualia.



CAMPANVS. Sit superficies a b d æquidistantiũ laterum dupla trilateræ superficiei e f g, & super has duas superficies fiant duo corpora seratilia æque alta. Sitq; seratile quod est supra basin quadrãgulam a b c d, a b h d c k, cuius basis est superficies æquidistantiũ laterum proposita a b c d, alia eius superficies æquidistantiũ laterum est a h d k, tertia uero est b h c k, duæ autem est eius triangulares superficies, sunt altera quidem triãgulus a b h, reliqua uero triangulus d c k. Seratile autem quod est super basin triãgulam e f g, sit e f g l m n, cuius altera duarum trilaterarũ superficierũ est basis prædicta, reliqua uero triangulus l m n, trium autem superficierũ eius æquidistantium laterum prima quidem est e f l m, secunda uero e g l n, tertia uero f g m n. Dico itaq; hæc duo seratilia proposita, esse adinuicẽ æqualia. Perficiantur enim duo solida parallelogramma, adiungendo utriq; duorum propositorũ seratilium aliud seratile sibi æquale. Primo quidem seratili super eandem basin sit adiunctũ seratile a p h d q k, cuius duæ trilateræ superficies sint a p h, d q k, tres autem quadrilateræ, prima quidem a h d k quæ est terminus communis sibi & ei cui adiungitur, secunda uero a d p q, tertia quoq; p q h k. Secundo autẽ seratili adiungatur aliud seratile sibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triangulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r, ita quod tota superficies e f g r sit æquidistantiũ laterum, & super hunc triangulum fiat seratile e g l r l n s, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrammum huius seratilis adiuncti, duæ trilateræ superficies sunt e g r, l n s, tres autem parallelogrammæ sunt, prima quidem e l r s, secunda e l g n quæ est cõmunis terminus sibi & ei cui adiungitur, tertia uero g r n s. Manifestum igitur ex diffinitione solidorũ æqualium atq; similium, q; duo seratilia parallelogrammũ componentia solidum a k, sibi inuicem, itemq; cõponentia solidum parallelogrammũ e n, sibi adinuicem sunt æqualia. At uero ex 31 uel ex 32 huius, duo solida a k & e n sunt sibi inuicem æqualia. Quia ergo horum solidorũ medietates sunt seratilia proposita, per cõmunem scientiam constat ea esse æqualia, quæcunq; enim fuerint æqualia, eorum medietates necesse est esse æquales. Liquet itaq; quod propositum est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 40

40 Si fuerint bina prismata sub æquis altitudinibus, & alterũ quidem basin parallelogrammũ habuerit, alterum autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipsius trianguli, ipsa prismata æqualia erunt.



THEON ex Zamber. Sint bina prismata α β γ δ ε ζ, η θ κ λ μ ν, & alterũ quidem habeat basin α ζ parallelogrammũ, alterũ uero η θ κ triangulum, duplum uero sit α ζ parallelogrammum, ipsius η θ κ trianguli. Dico quod prisma α β γ δ ε ζ, æquũ est ipsi η θ κ λ μ ν prismati. Cõpleantur, inquam, ipsa α ξ, γ π, solida. Et quoniam α ζ parallelogrammũ ipsius η θ κ triãguli duplum est, estq; θ κ parallelogrammũ (per 41 primi) duplum ipsius η θ κ trianguli, æquũ igitur est α ζ parallelogrammũ ipsi θ κ parallelogrãmo. Super æqualibus autem basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine, inuicẽ sunt æqualia (per 31 undecimi) igitur solidũ α ξ æquũ est ipsi η π solido & ipsius quidem α ξ solidi, dimidiũ est ipsum α β γ δ ε ζ prisma, ipsius autẽ η π solidi, dimidiũ est ipsum η θ κ λ μ ν prisma. Igitur prisma α β γ δ ε ζ, ipsi η θ κ λ μ ν prismati est æquũ. Si fuerint igitur bina prismata sub æquali altitudine, & alterũ quidem habuerit basin parallelogrammũ, alterũ autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipsius trianguli, æqualia sunt ipsa prismata. Quod erat ostendendũ.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER DVODECIMVS,

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 OMnium duarum superficierum similium multiangularũ inter duos circulos descriptarũ est proportio alterius ad alteram, tanquam proportio quadratorũ quæ ex diametris circulorum eas circunscribentium proueniunt.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c, d e f, quibus inscribantur duæ quælibet figuræ polygoniæ quæ ponantur adinuicem similes, sintq́ nunc, pentagonæ inscriptæ ut docet 11 quarti, & ipsæ sint a b g h k, d e l m n, diametri quoq́ circulorũ sint a c & d f. Dico itaq́ quod proportio pentagoni a b g h k ad pentagonũ d e l m n, est sicut quadratũ diametri a c ad quadratũ diametri d f. Protrahãtur enim in utroq́ circulo duæ lineæ ab extremitate diametri, ad extremitatẽ unius lateris pentagoni diametro non cõterminalis, seinuicem cancellantes infra ipsum pentagonum: in hoc quidem, a g & c b, in illo autem d l & f e. Eritq́ ex 6 sexti triangulus a b g, æquiangulus triãgulo d e l. Nam cum pentagoni ponantur adinuicem similes, erunt ex diffinitione similium superficierũ angulus a b g æqualis angulo d e l, & latera ipsos continẽtia proportionalia, uidelicet, proportio a b ad d e, sicut b g ad e l. Cum sint autem ex 20 tertij duo anguli a c g & a g b sibi inuicẽ æquales, itemq́ duo alij d f e & d l e sibi inuicem æquales, erunt duo qui sunt c & f adinuicẽ æquales ex hac communi sciẽtia, quæ æqualibus sunt æqualia, sibi quoq́ æqua esse necesse est. Et quia ex prima parte 30 tertij uterq́ duorũ angulorum a b c, d e f, est rectus, sequitur ex 32 primi duos triãgulos a b c, d e f, esse æquiangulos. Quare per 4 sexti proportio diametri a c ad diametrũ d f, est sicut lateris a b ad latus d e. Cum itaq́ ex secunda parte 18 sexti, proportio duorũ pentagonorũ est sicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata, & per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratũ diametri d f, sit sicut diametri a c ad diametrũ d f duplicata, per hanc cõmunem scientiam quorũ dimidia sunt æqualia, ipsa quoq́ adinuicem esse æqualia, manifestum est quod propositum est.



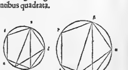


Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 QVæ in circulis similes multangulæ figuræ, adinuicem se habent sicut quæ ex dimetientibus quadrata.

THEON ex Zamb.

Sint circuli α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, & in eis sint similes figuræ multangulæ α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, dimetientes autem circulorũ, sint β μ, η ν. Dico quòd est sicut quadratũ quòd ex β μ ad id quod ex η ν quadratum, sic est multangulũ α β γ δ ε ad multangulũ ζ η θ κ λ. Connectantur enim β ε, α μ, η λ, ζ ν. Et quoniã multangulum α β γ δ ε ipsi ζ η θ κ λ multangulo simile est, æquus est & qui sub β α ε angulus ei qui sub η ζ λ, estq́; sicut β α ad α ε, sic η ζ ad ζ λ. Bina iam triangula sunt β α ε & η ζ λ, unum angulũ uni angulo



æquum

æquā habentia, qui sub β α ι et qui sub ε ζ λ, circa autē æquos angulos latera proportionalia: æquiangulū igitur est (per 1 diffinitionē sexti) α ϐ ι triangulū, ipsi ζ ε λ triangulo: æqualis igitur est angulus qui sub α ι ϐ, et qui sub ζ λ ε. Sed qui (per 21 tertij) sub α ι ϐ et qui sub α μ β est æqualis (in eandem nanq; circūferentiam teriunt) qui autē sub ζ λ ε et qui sub ζ ν ε, & qui sub α μ β igitur et qui sub ζ ν ε est æqualis. Est autē & rectus qui sub β α μ, et qui sub ε ζ ν recto (per 4 postulatū) æqualis: reliquus igitur, reliquo est æqualis (per 3 communem sententiā.) Aequiangulū igitur est triangulū α μ β, ipsi ζ ε ν triangulo. Proportionaliter igitur est sicut β μ ad ε ν, sic β α ad ε ζ. Sed ipsius quidē β μ ad ε ν rationis, dupla est ea quæ ipsius β μ quadrati ad id quod ex ε ν quadratū. Ipsius autē β α ad ε ζ, dupla est ipsius α β γ δ ι multanguli ratio ad ipsum ζ ε θ κ λ multangulū: & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex β μ quadratū ad id quod ex ε ν quadratū, sic est multangulū α ϐ γ δ ι ad multangulū ζ ε θ κ λ. In circulis igitur sim ilia multangula, sese adinuicem habēt sicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat ostēndendū. Eucli. ex Camp. Propositio 2

Omnium duorū circulorū est proportio alterius ad alterū, tanq; proportio quadrati suæ diametri ad quadratū diametri alterius.



CAMPANVS. Sint duo circuli a b & c d, quorum diametri quoq; dicātur a b & c d. Dico itaq; q̄ porportio circuli a b ad circulum c d, est sicut quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d. Manifestū enim est ex hac cōmuni sciētia, scilicet, quanta est quælibet magnitudo ad aliquā secundā, tantam necesse est esse quālibet tetriam ad aliquā quartā, q̄ proportio quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, est sicut circuli a b ad superficiē aliquā quæ sit e, cuiuscūq; figuræ aut formæ ponatur. Hanc autē impossibile est maiorem esse aut minorem circulo c d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo c d, sit itaq; minor in superficie f. Itaq; circulus c d, sit æqualis duabus supficiebus e & f pariter acceptis. Constat igitur ex 1 decimi, q̄ toties possit ex circulo c d, suisq; residuis subtrahi maius dimidio, quousq; reliquatur quātitas aliqua minor f. Inscribatur ergo sibi ut docet 6 quarti, quadratū c d g h, de quo constat q̄ ipsum sit maius medietate circuli: quadratū enim quod est duplum ad ipsum, est circulum circūscribens, ut patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati pariter acceptæ, fuerint minus superficie f, sufficit. Sin autē quatuor arcus existētes super dicta latera per æqualia diuidantur, & puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatib. laterū continuētur per lineas rectas. Verbi gratia, arcus c g diuidatur per æqualia in puncto k, & protrahātur lineæ k c, k g, sicq; de cæteris. Eritq; quilibet triangulorū descriptorū super latera quadrati, maior medietate portionis in qua existit, eo q̄ omnis triangulus isosceles est medietas parallelogrāmi suæ basis per 41 primi, quod quidem parallelogrammū maius erit superficie ipso arcu chordaq; contenta. Sint itaq; portiones existentes super latera octogonij inscripti pariter acceptæ, minus superficie f. Si enim nondū hoc esset, nō cessarem diuidere arcus (quorū latera ultimæ descriptæ figuræ sunt chordæ) per æqualia, & inscribere figurā æquilaterā duplo plurium laterū primæ, semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus, maius dimidio, quousq; per 1 decimi, portiones super latera alicuius talis figuræ circulo inscriptæ existentes pariter acceptæ, erunt minus superficie f. Sint ergo nunc quæ dictæ sunt, eritq; ex cōceptione octogonū c d, maius supficie e. In circulo igitur a b, eadē uia inscribatur simile octogonū quod dicatur a b, eritq; ex præmissa porportio octogoni a b ad octogonū c d, sicut quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, ideoq; per 11 quinti sicut proportio circuli a b ad superficiem e, itaq; pmutatim polygonij a b ad circulū a b, sicut polygonij c d ad superficiē e. Cumq; sit polygoniū c d maius supficie e, erit polygoniū a b maius circulo a b, hoc autem impossibile. Non est ergo superficies e, minor circulo c d. Sed nec maior. Esto enim si possibile sit. Cum igitur sit proportio quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, sicut circuli a b ad superficiē e, erit ecōnuerso quadrati diametri c d ad quadratū diametri a b, sicut superficiei e ad circulū a b. Et cōstat ex cōmuni sciētia in principio huius demōstrationis posita, q̄ eadem est circuli c d ad aliquā superficiē quæ sit f, eritq; ex 14 quinti superficies f, minor circulo a b. Itaq; proportio quadrati diametri c d ad qua-

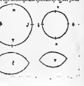
dratū diametri a b, erit ſicut circuli c d ad ſuperficiē f minorē circulo a b. Sed ex hoc demonſtrauimus pauloante ſequi impoſſibile, uidelicet, polygonū inſcriptū circulo maius eſſe circulo. Sicut ergo ſuperficies e non poteſt eſſe minor circulo c d, ita nec maior, erit ergo neceſſario æqualis. Quare per ſecūdam partem 7 quinti, liquet quod propoſitum eſt.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

Circuli ſeſe adinuicem habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata.



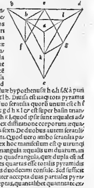
THEON ex Zamb. Sint circuli α β γ δ, ε ζ η θ, dimetientes autem eorum ſint δ β, ζ θ. Dico quod eſt ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratum, ſic eſt α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulū. Si enim nō eſt ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulū, erit ſicut quod ex β δ ad id quod ex ζ θ, ſic α β γ δ circulus uel ad minorem ipſo ε ζ η θ circulo aream, uel ad maiorē. Sit prius ad minorē σ. Deſcribaturq; (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratū ε ζ η θ. Iam deſcriptū quadratū, maius eſt quàm dimidium ipſius ε ζ η θ circuli, quoniam ſi per ſigna ε, ζ, η, θ, tangentes circulum rectas lineas ducamus, circū circulum deſcripti quadrati dimidium eſt ε ζ η θ quadratum, ipſo autem circūſcripto quadrato minor eſt circulus, quare ε ζ η θ inſcriptū quadratū, maius eſt quàm dimidiū ipſius ε ζ η θ circuli. Secentur bifariam ipſæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circūferentiæ in ſignis κ λ, μ, ν, cōnectanturq; ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε. Et unumquodq; igitur ipſorū ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorū, maius eſt quam dimidiū eius quod circum ipſum eſt circuli ſegmenti: quoniam ſi per κ, λ, μ, ν, ſigna circulum tangentes ducamus, & cōpleamus quæ in ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, rectis lineis parallelogrāma, unumquodq; ipſorū ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorū, dimidium eſt eius quod circum ipſum parallelogrāmi, ſed circum ipſum ſegmentum, minus eſt parallelogrāmo, quare unumquodq; ipſorum ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorū, maius eſt dimidio eius quòd circum ſe ipſum ſegmēti circuli. Diſpeſcentes iam (per 30 tertij) reliquas circūferentias bifariam, cōnectentesq; rectas lineas, & hoc ſemper efficientes (per 1 decimi) relinquemus quædam circuli ſegmenta quæ minora erunt exceſſu quo excedit circulus ε ζ η θ, aream σ. Oſtenſum etenim eſt in primo decimi uoluminis theoremate, quod binis magnitudinibus inæqualibus expoſitis, ſi à maiori auferatur maius q̃ dimidium, & reliquæ maius q̃ dimidium, hocq; ſemper fiat, quædam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine expoſita, minor erit. Relinquantur igitur, ſintq; quæ in ipſis ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε, ſegmenta ipſius ε ζ η θ circuli, minora exceſſu quo excedit circulus ε ζ η θ ipſam σ aream. Reliquū igitur ε κ ζ λ η μ θ ν multangulū, maius eſt ipſa area σ. Inſcribatur in circulum α β γ δ, ipſi ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo ſimile multangulū α ξ β ο γ π δ ρ. Eſt igitur (per præcedentem) ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic eſt multangulū α ξ β ο γ π δ ρ ad ε κ ζ λ η μ θ ν multangulū. Sed ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic circulus α β γ δ ad aream σ: & ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ circulus ad σ aream, ſic multangulum α ξ β ο γ π δ ρ ad ipſum ε κ ζ λ η μ θ ν multangulū. Viciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut circulus α β γ δ ad id quod in ipſo multangulū, ſic σ area ad multangulū ε κ ζ λ η μ θ ν. Maior autem eſt α β γ δ circulus, eo quod in ſe eſt multangulo maior igitur eſt & area σ, ipſo ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo, ſed & minor, quod eſt impoſsibile. Non eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic circulus α β γ δ ad aliquā aream ipſo ε ζ η θ circulo minorem. Similiter iam demonſtrabimus, quod neq; ſicut quod ex ζ θ ad id quod ex β δ, ſic circulus ε ζ η θ ad aliquā aream minorem ipſo α β γ δ circulo. Dico nempe quod neq; ſicut quod ex β δ ad id quod ex ζ θ, ſic circulus α β γ δ ad aliquam aream maiorem ipſo ε ζ η θ circulo. Si enim poßibile, ſit ad maiorem σ. Conuerſim igitur eſt ſicut quod ex ζ θ quadratū ad id quod ex β δ ſic eſt σ area ad α β γ δ circulum. Sed ſicut σ area ad α β γ δ circulū, ſic eſt circulus ε ζ η θ ad aliquam aream minorem ipſo α β γ δ circulo, & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ζ θ ad id quod ex β δ, ſic ε ζ η θ circulus ad aliquā aream minorem ipſo α β γ δ circulo, quod impoßibile eſſe demonſtratū eſt. Non eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ, ſic circulus α β γ δ ad maiorem aliquam aream ipſo ε ζ η θ circulo. Oſtenſum autem eſt, quod neq; ad minorem. Eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic circulus α β γ δ ad circulū ε ζ η θ. Circuli ergo adinuicem ſeſe habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat oſtendendum. Dico iam quod σ area maiore ſubſiſtente ipſo ε ζ η θ circulo, eſt ſicut area σ ad α β γ δ circulū, ſic ε ζ η θ circulus ad aliquam aream minorē ipſo α β γ δ circulo. Fiat enim ſicut σ area ad α β γ δ circulū, ſic ε ζ η θ circulus ad aream τ. Dico quod area τ, minor eſt ipſo α β γ δ circulo. Quoniam enim eſt ſicut σ area ad α β γ δ circulū, ſic eſt ε ζ η θ circulus ad aream τ, uiciſsim (per 16 quinti) ... eſt ſicut



est sicut ο area ad ι ξ η θ circulum, sic est α β γ δ circulus ad τ aream. Maior autem est ο area ipso ι ξ η θ circulo, maior igitur est & α β γ δ circulus, ipsa area τ, quare est sicut ο area ad α β γ δ circulum, sic est ι ξ η θ circulus ad minorem aliquam aream ipso α β γ δ circulo, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

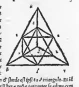
3 Omnis pyramis cuius basis triangula, scindi potest in duas æquas pyramides sibi inuicem totiq́ pyramidi similes, unaq́ in duo seratilia quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis necesse est esse maiora.



CAMPANVS. Sit pyramis a b c d super basin triangulam b c d, eiusq́ uertex solidus angulus a, à quo demittātur tres hypothenusæ a b, a c, a d, ad tres angulos basis, & diuidātur omnia latera basis per æqualia in tribus punctis e, f, g, tres quoq́ hypothenusæ per æqualia in tribus punctis h, k, l, & protrahātur in basi duæ lineæ e f & e g. Eritq́ basis eius diuisa in tres superficies, quarum duæ sunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex secunda parte 2 sexti, & diffinitiōe similium superficierū constat esse similes sibi inuicem & toti basi, & æquales adinuicē ex 8 primi, tertia est tetragona parallelogramma & ipsa est e f g c, quam constat esse duplam ad triāgulum e g d ex 40 & 41 primi. Demittātur ergo rursus a puncto h duæ hypothenusæ h e, h f, & à puncto k l hypothenusa k g, & protrahātur lineæ h k, k l & l b. Diuisa est itaq́ tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ sint h b e f & a h k l, & duo seratilia quorū unum est e h f g k c & est super basin quadrangulā c f g e. & aliud est e g d h k l & est super basin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, quod ipsæ sunt æquales adinuicem, sibiq́ & toti pyramidi a b c d similes, constat ex diffinitione corporum æqualium & similium & ex 10 undecimi & ex secunda parte 2 sexti. De duobus autem seratilibus quod ipsa sint æqualia, constat ex ultima undecimi. Quod uero ambo seratilia pariter accepta sint maius medietate totius pyramidis, ex hoc manifestum est q̀ utrunq́ illorū diuisibile est in duas pyramides quarū altera triangula æqualis uni duarum, in quas & seratilia totalis pyramis diuiditur: altera uero quadrangula, quæ dupla est ad reliquā, quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis pyramidis diuisæ. Ac proportionē si scire desideras, sextam huius duodecimi consule. Sed sufficit tibi scire (quantū ad propositū) illa duo seratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & seratilia totalis diuiditur pariter acceptas, quantalibet quantitate excedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Omnis pyramis triangularē basin habēs, diuiditur in binas pyramides æquas & similes inuicem, triāgulares bases habētes, & similes toti, & in bina prismata æqualia, & ipsa bina prismata maiora sunt quàm dimidium totius pyramidis.



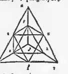
THEON ex Zamb. *Sit pyramis cuius basis quidem sit triangulū α β γ, fastigium uero sit signum δ. Dico quod pyramis α β γ δ diuiditur in pyramides binas æquas adinuicem triangulares bases habētes & toti similes, & in bina prismata æqualia, & bina prismata maiora sunt quàm totius pyramidis dimidiū. Secentur (per 10 primi) α β, β γ, γ α, α δ, δ β, δ γ, bifariam in signis ε, ζ, η, θ, κ, λ, cōnectanturq́ ε θ, ε η, κ θ, θ η, η κ, λ, λ θ, ε κ, κ ζ, ζ η. Et quoniā α ε est æqualis ipsi ε β, & α θ ipsi θ δ, parallelus igitur est ε θ ipsi δ β. Idq́ propterea etiam θ κ, ipsi α β parallelus est: parallelogrammū igitur est θ ε κ β, æqualis igitur est ipsa θ κ ipsi ε β. Sed ε β ipsi α ε est æqualis, & α ε igitur ipsi θ κ est æqualis. Est autē & α θ ipsi θ δ æqualis. Duæ iam α ε, α θ, duabus κ θ, θ δ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub ε α θ (per 28 primi) ei qui sub κ θ δ, est æqualis. basis igitur ε θ (per 4 primi) basi κ δ est æqualis. igitur triangulū α ε θ, æquum & simile est ipsi θ κ δ triangulo. Et id propterea etiam triangulū α θ η, ipsi θ λ δ triangulo æquū & simile est. Et quoniā binæ rectæ tangentes se adinuicem ε θ, θ η, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes κ δ, δ λ, sunt, non tamen in eodem plano existentes, æquos angulos cōprehendunt. æqualis igitur est (per 10 undecimi) angulus qui sub ε θ η, ei qui sub κ δ λ, angulo. Et quoniā binæ paralelli*

rectæ

rectæ lineæ ι θ, θ κ, duabus κ δ, δ λ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub ι θ κ (per 10 undecimi) angulo qui sub κ δ λ, est æqualis, basis igitur ι κ (per 4 primi) basi κ λ est æqualis. Triangulũ igitur ι θ κ, æquum est ei triangulo quod sub κ δ λ & simile, & id propterea triangulũ α ι κ, ipsi θ κ λ triangulo æquum & simile est. Pyramis igitur cuius basis α ι κ triangulũ, fastigium autem θ signum, æqualis & similis est pyramidi cuius basis quidem est θ κ λ triangulũ & uertex δ signum. Et quoniam tr ãguli α δ β (per 2 sexti) *ad unum latus α β, excitata est θ ι, æquiangulũ est α δ β

ταυτὸ, id est quadrifariter

triangulũ ipsi δ ι θ triangulo, & latera habent proportionalia, igitur triangulũ α δ β, simile est ipsi triangulo δ θ ι. Idq; propterea & triangulũ quidẽ δ β γ simile est ipsi trĩagulo δ κ λ. α & δ γ triangulũ ipsi δ θ λ triangulo. Et quoniã (per 10 undecimi) binæ rectæ lineæ sese mutuõ tangẽtes α, κ γ. *ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes κ θ, θ λ, sunt, non tamen in eodem plano, æquos cõprehendunt angulos. Angulus igitur qui sub β α γ, æquus est ipsi angulo qui sub κ θ λ. Estq; sicut ϛ α ad α γ, sic κ θ ad θ λ. Triangulũ igitur α ϛ γ, ipsi β κ λ trĩagulo simile est. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ α β γ, uertex autem δ signũ, similis est pyramidi cuius basis quidem est θ κ λ triangulũ, uertex autẽ δ signũ. Sed pyramis cuius basis est triangulũ θ κ λ, uertex autem δ signum, ostensa est similis pyramidi cuius basis quidem est α ι κ triangulum uertex uero θ signum.



ἀντὶ δὲ κ

Quare & pyramis cuius quidem basis est triangulũ α ϛ γ, uertex uero δ signum, similis est pyramidi cuius basis quidem est α ι κ triangulũ, & uertex θ signum: utraq; igitur ipsarũ α ι κ θ, θ κ λ δ, pyramidũ, similis est toti α β γ δ pyramidi. Et quoniam β ζ æqualis est ipsi ζ γ, parallelogrammũ ι ϛ ζ ε, ipsius ι ζ γ trianguli duplum est (per 41 primi.) Et quoniam si fuerint bina prismata æque alta, & alterũ quidem habuerit basin parallelogrammũ, alterũ autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipsius trianguli, ipsa prismata sunt æqualia (per 40 undecimi) prisma igitur comprehensum sub binis triangulis β κ ζ, λ θ ι, tribusq; parallelogrãmis ι β ζ κ, ϛ κ θ, κ θ ζ κ, prismati comprehenso sub binis triangulis κ ζ γ, θ κ λ, tribusq; parallelogrãmis κ ζ γ λ, λ γ κ θ, θ κ ζ κ, est æquale. Manifestum autẽ quod utrumq; ipsorũ prismatũ cuius basis ι ϛ ζ κ parallelogrammũ, ex opposito autem θ κ recta linea, & cuius basis κ ζ γ triangulũ, ex opposito autem κ λ θ triangulũ, maius est utraq; ipsarũ pyramidum quarũ bases quidem sunt triangula α ι κ & θ κ λ, uertices autem θ, δ, signa. Quoniam si cõnectamus ι ζ, ι κ, rectas lineas, prisma cuius basis ι ϛ ζ κ parallelogrammũ, ex opposito autem κ θ recta linea, maius est pyramide cuius basis ι β ζ triangulũ, & uertex κ signũ. Sed pyramis cuius basis ι ϛ ζ triangulũ, uertex autem est κ signũ, æqua est pyramidi cuius basis est α ι κ triangulũ, & uertex est θ signũ. sub æquis enim & similibus planis cõprehenduntur. Quare & prisma cuius basis quidem ι ϛ ζ κ parallelogrammũ, ex opposito autem θ κ recta linea, maius est pyramide cuius basis α ι κ triangulũ, uertex autem θ signum. Prisma uero cuius basis ι ϛ ζ κ parallelogrammũ, ex opposito autem θ κ recta linea, æquũ est prismati cuius basis κ ζ γ triangulũ, ex opposito autem triangulũ θ κ λ. Pyramis autẽ cuius basis quidem α ι κ triangulũ, uertex autem signũ θ, æqua est pyramidi cuius basis θ κ λ triangulũ, uertex autem est δ signũ. Prædicta igitur bina prismata, maiora sunt prædictis duabus pyramidibus quarũ bases sunt ipsa α ι κ, θ κ λ, triangula, uertices autem sunt θ, δ, signa. Tota igitur pyramis cuius basis est triangulũ α ϛ γ, uertex autẽ signũ δ, diuiditur in binas pyramides sibi inuicẽ æquas & similes toti, & in bina prismata æqualia, & bina prismata maiora sunt quàm totius pyramidis dimidium. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 Si duæ pyramides æque altæ quarum bases triangulæ singulæ in binas pyramides æquales sibi inuicem ac toti similes, binaq; seratilia æqualia diuidantur, erit proportio basis unius ad basin alterius tanq; proportio duorũ seratiliũ suorũ ad duo seratilia alterius. Eritq; palàm, omnia seratilia quæ fuerint in utralibet illarum pyramidum pariter accepta ad cuncta seratilia quæ in altera pyramide fuerint, eandem habere proportionẽ quam basis eius pyramidis ad basin alterius pyramidis.

CAMPANVS. Sint duæ pyramides quarũ bases triangulæ, æque altæ: hæc quidẽ a b c d, cuius conus punctus a, basis trĩagulus b c d, hypothenusæ a b, a c, a d, illa uero e f g h, cuius conus punctus e, basis trĩagulus f g h, hypothenusæ e f, e g, e h: hæ autẽ duæ pyramides diuidantur, sicut in præmissa. Sintq; bases earũ diuisæ. Hæc quidẽ, protractis lineis latera basis ipsius per æqualia diuidentibus, quæ sint k l & k m, illa uero protractis lineis quæ sint n p, n q. Dico ergo q; proportio basis b c d ad basin f g h, est sicut duorũ seratiliũ pyramidis a pariter acceptorũ ad duo seratilia pyramidis e pariter accepta. Manifestũ est autẽ ex 11 sexti parte secũda, q; pro



portio

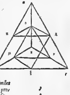
portio trianguli b c d ad triangulũ k m d, est sicut lineæ b d ad lineam k d duplicata, per eandem quoq; est proportio trianguli f g h ad triangulũ n q h, sicut lineæ f h ad lineam n h duplicata. Cumq; sit linea b d ad lineam k d, sicut linea f h ad lineam n h (utrobiq; enim est dupla proportio) erit triangulus b c d ad triangulũ k m d, sicut triãgulus f g h ad triangulũ n q h, & permutatim triangulus b c d ad triangulũ f g h, sicut triangulus k m d ad triangulum n q h. Triangulus autem k m d ad triangulum n q h, est sicut seratile existens super ipsum ad seratile existens super illum per 32 undecimi. Huius quoq; seratilis ad illud, est sicut amborũ seratiliũ pyramidis a pariter acceptorũ ad ambo seratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti: necesse est enim ut sit duplum ad duplum, quemadmodũ simplum ad simplum. Itaq; conclude ex 11 quinti, quod propositũ est. Dormitas autẽ si dubitas seratilia unius harum pyramidũ, æque alta esse seratilibus pyramidis alterius. Cũ enim sint pyramides æque altæ, sit quoq; utraq; earũ diuisa in duas pyramides æquales sibi totiq; similes & in duo seratilia æqualia, & sint duæ partiales pyramides æque altæ, eo q̃ similes & æquales (q̃d facile patebit demissis à uerticibus partialiũ pyramidũ perpẽdicularibus ad bases ipsarũ, de quibus perpẽdicularibus ex 37 undecimi constat esse æquales) cumq; altitudines harũ partialiũ pyramidũ pariter acceptæ cõponunt altitudinẽ totalis pyramidis diuisæ, sintq; ambo seratilia æque alta uni partialiũ pyramidũ ei, uidelicet, quæ super partialẽ triangulũ basis totalis pyramidis cõponitur, non est fas ambigere seratilia unius earũ pyramidũ esse æque alta seratilibus alterius earũ. Correlariũ uero ex eo manifestũ est, q̃ similiter bases partialiũ pyramidũ sic se habeant adinuicẽ, sicut bina seratilia unius ad bina seratilia alterius. Et quia bases partialiũ sic se habent adinuicẽ, sicut bases totaliũ ex secũda parte 15 sexti, & permutata proportione, constat ex 11 quinti uerum esse quod correlariũ proponit.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propositio 4.*

4 Si fuerint binæ pyramides sub eadem altitudine, triangulares bases habentes, diuisa uero fuerit utraq; ipsarũ in binas pyramides adinuicẽ æquales & similes toti & in bina prismata æqualia, & in utraq; factarum pyramidum is modus semper seruetur, erit sicut unius pyramidis basis ad alterius pyramidis basin, sic quæ in una pyramide prismata omnia ad ea quæ in altera pyramide prismata * æque multiplicia.

** ἰσοπλασίων, id est pari multitudine sumpta*



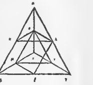


Sint binæ pyramides sub eadem altitudine, triãgulares bases habentes, hoc est α β γ, δ ε ζ. & fastigia κ, θ, signa. Diuidaturq; ipsarũ utraq; in binas pyramides inuicẽ æquas & toti similes, & in bina prismata æqualia. Ipsarumq; factarum pyramidum utraq; itidem intelligatur diuisa, & hoc semper fiat. Dico quod est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic sunt omnia prismata quæ in ipsa α β γ κ pyramide, ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide prismata æque multiplicia. Quoniam enim β ξ ipsi ξ γ, & α λ ipsi λ γ est æqualis, parallelus igitur est ξ λ ipsi α β, & α β γ triangulum ipsi λ ξ γ triangulo simile est, & id propterea iam triãgulum δ ε ζ, simile est ipsi ρ φ ζ triangulo. Et quoniam β γ ipsius γ ξ dupla est, & ε ζ ipsius ζ φ, est igitur sicut β γ ad γ ξ, sic est ε ζ ad ζ φ. Descriptæq; sunt ab ipsis quidem β γ, γ ξ, similes similiterq; positæ rectilineæ figuræ α β γ, λ ξ γ, ab ipsis autem ε ζ, ζ φ, similes similiterq; positæ rectilineæ figuræ δ ε ζ, ρ φ ζ. Si autem quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipsis rectilineæ figuræ similes similiterq; positæ, proportionales erunt. Est igitur sicut α β γ triangulũ ad λ ξ γ triangulũ, sic est δ ε ζ triangulum ad ρ φ ζ triangulũ, uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut α β γ triangulum ad δ ε ζ triangulum, sic est λ ξ γ triangulum ad ρ φ ζ triangulum. Sed sicut λ ξ γ triangulum ad ρ φ ζ triangulum, sic prisma cuius basis quidem est λ ξ γ triangulũ, ex opposito autem ο μ ν, ad prisma cuius basis est quidem ρ φ ζ triangulum, ex opposito autem ξ τ υ, & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ triangulum ad δ ε ζ triangulũ, sic est prisma cuius basis quidem est λ ξ γ triangulũ, ex opposito uero ο μ ν, ad prisma cuius basis est ρ φ ζ triangulum, ex opposito autem σ τ υ. Et quoniam bina

prismata

prismata existentia in ipsa α β γ ε pyramide inuicem sunt æqualia, & quia bina prismata existentia in ipsa δ ε ζ θ pyramide inuicem sunt æqualia, est igitur sicut prisma cuius basis est β κ λ ξ parallelogrammũ, ex opposito uero μ ο τ ea linea, ad prisma cuius basis est λ ξ γ triangulum ex opposito autem ο μ ν, sic prisma cuius basis π ι ρ φ, ex opposito uero σ τ, ad prisma cuius basis ρ φ ζ, ex opposito autem σ τ υ. Componendo igitur (per 18 quinti) est sicut κ β ξ λ μ ο, λ ξ γ μ ν ο prismata, ad λ ξ γ μ ν ο prisma, sic π ι φ ρ σ τ, ρ φ ζ σ τ υ, prismata ad ρ φ ζ σ τ υ prisma: uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut κ β ξ λ ο μ, λ ξ γ ο μ ν, ad ipsa π ι φ ρ σ τ, ρ φ ζ σ τ υ prismata, sic prisma λ ξ γ μ ν ο ad ρ φ ζ σ τ υ prisma. Sicut autẽ λ ξ γ μ ν ο prisma ad ρ φ ζ σ τ υ prisma, sic ostensum est esse basin λ ξ γ ad ipsam ρ φ ζ, & basin α β γ ad basin δ ε ζ, & sicut igitur (per 11 quinti) triangulũ α β γ ad triangulũ δ ε ζ, sic bina prismata quæ sunt in α β γ ε pyramide ad ea bina prismata quæ sunt in δ ε ζ θ pyramide. Similiter uero si & reliquas pyramides eodem modo * trahemus, uidelicet ο μ ν κ, σ τ υ θ, erit sicut basis ο μ ν ad σ τ υ basin, sic bina prismata existentia in ipsa ο μ ν κ pyramide ad bina prismata existentia in σ τ υ θ pyramide. Sed sicut ο μ ν basis ad σ τ υ basin, sic α β γ basis ad δ ε ζ basin, & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic & bina prismata existentia in ipsa α β γ κ pyramide ad bina prismata existẽtia in δ ε ζ θ pyramide, & bina prismata existẽtia in ο μ ν κ pyramide ad bina prismata existentia in ipsa σ τ υ θ pyramide, & quatuor ad quatuor. Et eadem quoq; ostendentur in prismatibus factis ex ipsarũ α κ λ ο & δ π ρ σ pyramidum diuisione, & omnium simpliciter æque multiplicium. Quod autem sit sicut λ ξ γ triangulum ad ρ φ ζ triangulum, sic prisma cuius basis λ ξ γ triangulum, ex opposito autem ο μ ν, ad prisma cuius basis quidem est ρ φ ζ triangulum, ex opposito σ τ υ, sic ostendendum est. in eadem enim descriptione intelligantur ab ipsis κ, θ, perpendiculares in ipsa α β γ, δ ε ζ, triangula plana, æquales autem ipsæ erunt, quoniam æque sublimes ipsæ supponuntur pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ κ γ & quæ ex κ perpendicularis, à parallelis planis, hoc est α β γ, ο μ ν, secantur in eisdem rationibus secabuntur (per 17 undecimi) & κ γ bifariam secatur à plano ο μ ν, in signo ν, & perpendicularis igitur quæ ex κ, in triangulum α β γ planum bifariam secatur à plano ο μ ν, & id propterea & perpendicularis quæ ex θ in δ ε ζ planum, bifariam secabitur ab ipso σ τ υ plano. Et ipsæ quæ ex κ, θ, perpendiculares in ipsa α β γ, δ ε ζ, plana, sunt æquales. Igitur & quæ ex ο μ ν, σ τ υ, triangulis in ipsa α β γ, δ ε ζ, plana perpendiculares, sunt æquales. Prismata igitur quorum bases sunt λ ξ γ & ρ φ ζ triangula, ex opposito autem ο μ ν, σ τ υ, æque sunt alta. Quare & solida parallelepipeda quæ à prædictis prismatibus describuntur æque alta, adinuicem sunt sicut bases, & dimidia igitur erunt sicut λ ξ γ basis ad ρ φ ζ basin, sic prædicta prismata adinuicem. Si binæ igitur pyramides sub eadem fuerint altitudine, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Marginal note, left, beside "trahemus" (partly cut off): διαιρῶμεν, diuiserimus

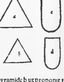




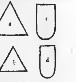
Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 **OMnes duæ pyramides æque altæ quarũ bases triangulæ, suis basibus sunt proportionales.**

CAMPANVS. Quod 33 undecimi proposuit de solidis parallelogrãmis & in fine 36 undecimi uerum esse demõstrauimus de seratilibus, hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulis. Intelligantur enim duæ pyramides æque altæ, quarũ bases sunt duo trigoni a & b, dico quod proportio pyramidis a ad pyramidem b, est sicut basis a ad basin b, quod eodem demonstrationis uel argumẽtationis genere demõstrandum est, quo secundam huius demõstrauimus. Sit enim ut basis a ad basin b, ita pyramis a ad corpus c, de quo dico, quod ipsum nõ erit minus neq; maius pyramide b. Nam si possibile est ut sit minus, esto minus in solido d, ut pyramis b sit æqualis duobus corporibus c & d pariter acceptis. Diuisa itaq; pyramide b ut proponit 3 huius, detrabantur ab ea duo seratilia quæ ex præmissa sunt maius medietate pyramidis ipsius, itemq; ex utraq; duarũ partialium residuarũ pyramidum, duo earum prædicto modo diuisarũ seratilia demantur, & fiat hoc toties, quousq; ex pyramide b cogatur aduersarius per decimi confiteri relinqui minus solido d, eruntq; ex cõmuni scientia, seratilia detracta, maius c. Fiat igitur à pyramide a, similis seratilium detractio, & intelligamus

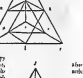


telligamus tot seratilia detracta esse ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b, eritq́ ex correlario præmissæ sicut basis a ad basin b, ita seratilia detracta a pyramide a ad seratilia detracta a pyramide b, sed sic erat pyramis a ad corpus c, itaq́ seratilia pyramidis a ad seratilia pyramidis b, sicut pyramis a ad corpus c, & permutatim seratilia pyramidis a ad pyramidẽ a, sicut seratilia pyramidis b ad corpus c. Cumq́ sint seratilia pyramidis b, maius corpore c, erũt seratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc est impossibile, non erit corpus c, minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enim posito, cum sit proportio basis a ad basin b, sicut pyramidis a ad corpus c, erit econuerso basis b ad basin a, sicut corporis c ad pyramidẽ a, eritq́ eadem ex cõmuni scientia, pyramidis b ad aliq̃d corpus quod sit d, sequeturq́ ex 14 quinti, quod corpus d sit minus pyramide a, eo q̃d pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur basis b ad basin a, sicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile, uidelicet seratilia detracta ab aliqua pyramide, maius esse ea pyramide a qua detrahuntur. Ideoq́ relinquitur corpus c esse æquale pyramidi b, cum nec minus ea possit esse nec maius, & proportionem pyramidis a ad pyramidem b esse sicut basis a ad basin b. Hoc autem erat demonstrandum.

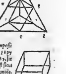


Eucli. ex Zamb. *Theorema 5* *Propositio 5*

5 Sub eodem fastigio pyramides sub sistentes, triãgularesq́ bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases.



THEON *ex Zamb. Sint sub eadem altitudine pyramides, quarũ bases quidem sint αβγ, δεζ, triãgula, fastigia uero η, θ, signa. Dico quod est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic est αβγη pyramis ad δεζθ pyramida. Si autem non est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγη pyramis ad δεζθ pyramida, erit sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγη pyramis uel ad solidum aliquod minus ipsa δεζθ pyramide, uel ad maius. Sitq́ prius ad minus aliquod, sitq́ χ. Diuidaturq́ (per 3 duodecimi) ipsa δεζθ pyramis, in binas pyramides æquas & toti similes, & in bina prismata æqualia: iam bina prismata, maiora sunt quàm totius pyramidis dimidium, & rursus (per eandem) quæ fiunt ex diuisione pyramides, similiter diuidantur, & hoc semper fiat, quo ad amplius non supersint aliquæ pyramides ex ipsa δεζθ pyramide, quin sint minores excessu quo excedit δεζθ pyramis ipsum χ solidum. Accipiantur, sintq́* rationis causa, ipsæ δπξσ & στυθ, reliqua igitur prismata existentia in ipsa δεζθ pyramide, maiora sunt ipso χ solido. Diuidaturq́ (per præcedentem) ipsa αβγη pyramis, similiter & æque multipliciter ipsi δεζθ pyramidi. Est igitur sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic (per præcedentẽ) quæ in αβγη pyramide prismata ad ea quæ in δεζθ pyramide prismata. Sed & sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγη pyramis ad χ solidũ. Et sicut igitur (per 11 quinti) αβγη pyramis ad χ solidum, sic prismata quæ in αβγη pyramide ad ea prismata quæ in δεζθ pyramide: uicissim igitur (per 16 quinti) sicut αβγη pyramis ad ea quæ in ipsa prismata, sic est χ solidum ad ea quæ in δεζθ pyramide prismata. Maior autem est pyramis αβγη, eis quæ in seipsa prismatibus. Igitur & solidũ χ, maius est eis quæ in pyramide δεζθ sunt prismatibus, sed & minus. Quod est impossibile. Igitur non est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγη pyramis ad aliquod ipsa δεζθ pyramide solidum minus. Similiter iam ostendetur, quod neq́ sicut basis δεζ ad basin αβγ, sic δεζθ pyramis ad minus aliquod solidũ ipsa αβγη pyramide. Dico iam, quod neq́ est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγη pyramis ad maius aliquod solidum ipsa δεζθ pyramide. Si enim possibile, esto ad maius χ solidum. Conuersim igitur est sicut δεζ basis ad αβγ basin, sic χ solidum ad αβγη pyramidẽ. Sed sicut χ solidũ ad αβγη pyramidem, sic δεζθ pyramis ad minus aliquod ipsa αβγη pyramide, sicut ante ostensum est. Et sicut igitur (per 11 quinti) basis δεζ ad basin αβγ, sic δεζθ pyramis ad minus aliquod ipsa αβγη pyramide, quod absurdum esse patuit. Non est igitur sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγη pyramis ad maius aliquod solidum ipsa pyramide δεζθ. Patuit autem quod neq́ ad minus. Est igitur sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγη pyramis ad δεζθ pyramidẽ. Sub eodem igitur fastigio, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.*

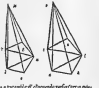


** Abyo ζ'ηνα uerbi causa*



Eucli. ex

6 **Sub eadem altitudine pyramides existentes, multangulasq; bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases.**



THEON ex Zamb. Sint sub eadem altitudine pyramides, multangulas bases habentes, hoc est α β γ δ ι, ζ η θ κ λ, fastigia uero μ, ν, signa. Dico quod est sicut α β γ δ ι basis ad ζ η θ κ λ basin, sic est α β γ δ ι μ, pyramis ad ζ η θ κ ν pyramida. Diuidatur enim ipsa α β γ δ ι basis in triangula α β γ, α γ δ, α δ ι, & ζ η θ κ λ in ζ η θ, ζ θ κ, ζ κ λ triangula. intelligantur q; ab unoquoq; triangulo, pyramides æque altæ eis quæ in principio pyramidibus. Et quoniã est sicut α β γ triangulum ad α γ δ triangulũ, sic est α β γ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida, & componendo (per 18 quinti) sicut α β γ δ trapezium ad α γ δ triangulum, sic α β γ δ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida, sed & sicut α γ δ triangulum ad α δ ι triangulum sic α γ δ μ pyramis ad α δ ι μ pyramida, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α β γ δ basis ad α δ ι basin, sic α β γ δ μ pyramis ad ipsam α δ ι μ pyramida: & cõponendo rursus (per 18 quinti) sicut α β γ δ ι basis ad ipsam α δ ι, sic α β γ ι μ pyramis ad α δ ι μ pyramida. Idq; propterea etiam sicut ζ η θ κ λ basis ad ζ κ λ basin, sic & ζ η θ κ λ ν pyramis ad ζ κ λ ν pyramida. Et quoniã binæ pyramides sunt α δ ι μ, ζ κ λ ν, triangulas habẽtes bases ac sub eadem altitudine, est igitur (per 5 duodecimi) sicut α δ ι basis ad ζ κ λ basin, sic α δ ι μ pyramis ad ipsam ζ κ λ ν pyramida. Quoniam igitur sicut α β γ δ ι basis ad α δ ι basin, sic α β γ δ ι μ pyramis ad α δ ι μ pyramida, sicut autẽ α δ ι basis ad ζ κ λ basin, sic α δ ι μ pyramis ad ζ κ λ ν pyramida, ex æquali igitur (per 22 quinti) & sicut α β γ δ ι basis ad ζ κ λ basin, sic α β γ δ ι μ pyramis ad ζ κ λ ν pyramida. Sed & sicut ζ κ λ basis ad ζ η θ κ λ basin, sic erat & ζ κ λ ν pyramis ad ζ η θ κ λ ν pyramida: & ex æquali rursus (per 22 quinti) est sicut α β γ δ ι basis ad ζ η θ κ λ basin, sic α β γ δ ι μ pyramis ad ζ η θ κ λ pyramida. Sub eadem altitudine igitur, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

6 **Omne corpus seratile, in tres pyramides æquales basesq; triangulas habentes est diuisibile.**



CAMPANVS. Sit seratile a b c d e f, ipsum dico esse diuisibile in tres pyramides triangulas æquales, protrahatur enim in unaquaq; suarũ trium superficierũ parallelogrammarũ linea diagonalis, ita quod una earum diagonalium sit cõterminalis reliquis duabus. Vt si protrahas lineas b d, b f, & f a, quas propter confusionem protrahere contempsi, eritq; totum seratile in tres triangulas pyramides diuisum, quas ex præmissa bis assumpta facile constat esse æquales.

CAMPANI additiones. Quoniam autem Euclides nihil demonstrandum proponit de pyramidibus lateratis, exceptis solis quarũ sunt bases triangulæ, ut omnium cognitionem ex elementis quæ ponit sufficienter elicere possimus, quædam arbitramur non inutile demonstrationibus hic positis adiungere. Solis enim elementis contentus Euclides, multa prætermisit, quæ quamuis ex eis consequantur, non tamen sine difficultate patent studentibus. Horum primum est hoc.

1 *Si duo solida (quorum alterum seratile, alterũ uero pyramis cuius basis triãgula) super eandem basin aut super æquales trigonas, aut seratile super quadrangulam, pyramis uero super trigonam quæ quadrangulæ basis seratilis sit dimidium, constituta fuerint æque alta, seratile pyramidi triplum esse conueniet.*

Si seratile propositũ fuerit super basin trigonam, tunc ex pyramide proposita super propriã basin perficiatur seratile pyramidi propositæ æque altum. Si uero seratile fuerit super basin quadrangulã, tunc basi pyramidis adijciatur triangulus, ex quo & basi pyramidis perficiatur superficies æquidistantiũ laterum, super quam ex ipsa pyramide cõpleatur seratile pyramidi æque altum. Quia igitur istud seratile seratili priori est æque altum, & utrorumq; bases sunt æquales ex hypothesi, sequitur ipsa esse æqualia, hoc enim demonstratum est in 36 undecimi. At quoniam ex 6 huius seratile secundum triplum

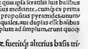
triplum est ad pyramidem propositã, nam ipsa est una ex tribus pyramidibus in quas ipsum seratile diuiditur, erit quoq; per communem scientiam propositum seratile triplum ad propositam pyramidem.

Si quotlibet pyramides quarũ bases triangulæ, super unam eandemq; basin siue super æquales constitutæ fuerint æque altæ, eas esse adinuicem æquales necesse est.

Fabricato enim uero seratili, æque alto pyramidibus propositis, super basin triangulam æqualem basibus propositarum pyramidum, aut super basin quadrangulam duplam basibus earũdem, erit ipsum seratile triplum ad pyramides singulas: hoc enim constat ex præmissa addita siue interposita. Igitur ex communi scientia cunctæ propositæ pyramides, sunt, ut diximus, adinuicem æquales.

3 **Omnes pyramides quarũ bases triangulæ, æque altæ, suis basibus sunt proportionales.** Fiant super bases propositarum pyramidum, aut super alias trigonas æquales, aut super parallelogrammas duplas, seratilia ipsis pyramidibus æque alta, erunt ob hoc seratilia sibi adinuicem æque alta. Et quia ipsa seratilia suis basibus sunt proportionalia ut probatũ est in 36 undecimi 33 ipsius mediante, cumq; ex prima harum additarũ manifestũ sit hæc seratilia tripla esse ad propositas pyramides, unumquodq; uidelicet, ad suam relatiuam, basesq; ipsorum æquales, aut duplas esse basibus ipsarũ, sicut autẽ ex 15 quinti, triplum ad triplum ita simplum ad simplum, erunt quoq; propositæ pyramides suis basibus proportionales.

4 **Si fuerint duæ qualibet pyramides æque altæ, fueritq; alterius basis trigona, reliquæ autem tetragona aut plurilatera, pyramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.**

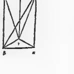


Exempli gratia. Intelligantur duæ pyramides æque altæ, super duas bases a & b, sitq; basis a triãgula, b uero pentagona. Et dicantur hæ pyramides, a & b. Itaq; dico proportionẽ pyramidum a & b, esse sicut basium a & b. Distinguatur quidem pentagonus b, in tres triangulos c, d, e, eritq; tota pyramis b, distincta in tres pyramides æque altas, quarum bases sunt trianguli c, d, e, quæ etiam dicantur nominibus suarum basium. Quia igitur ex præmissa interposita, proportio pyramidis c ad pyramidem a, est sicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidem a, sicut trigoni d ad trigonum a, itemq; pyramis e ad pyramidem a, sicut trigoni e ad trigonum a. ex 24 quinti bis assumpta, sequitur quod sit proportio aggregati ex omnibus pyramidibus c, d, e, (& ipsum est pyramis b) ad pyramidem a, sicut aggregati ex omnibus trigonis c, d, e, (& ipsum est pentagonns b) ad trigonum a. Constat igitur quod uolumus.

5 **Omnes lateratæ pyramides æque altæ, suis basibus proportionales esse probantur.** Si altera earum fuerit super basin trigonam, ex præmissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis utriusque fuerit polygonia, utralibet ipsarum basium resoluta in triangulos, & ipsa pyramide in pyramides triãgulas, erit ex præmissa interposita proportio uniuscuiusq; harum triangularũ pyramidũ, in quas altera propositarũ diuiditur, ad reliquã, sicut suæ basis ad basin alterius. Itaq; per 24 quinti quotiens oportet assumptam, constat uerum esse quod diximus.

Zamb. 6

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7



7 **Omne prisma triangulatẽ basin habens, diuiditur in tres pyramides sibijnuicem æquas, triãgulares bases habentes.**

THEON ex Zamb. *Sit prisma α β γ δ ε ζ, cuius quidem basis sit α β γ triangulum, ex opposito autem δ ε ζ. Dico quod ipsum α β γ δ ε ζ prisma, diuiditur in tres pyramides sibi inuicem æquas, triãgulares bases habentes.* Connectantur enim β δ, ε γ, γ δ. *Et quoniam α β ε δ parallelogrammũ est, eius autem dimetiens est β δ, triangulũ igitur α β δ ipsi ε δ β triangulo æquũ est, & pyramis igitur cuius basis quidem est α β δ triangulũ, fastigium autem γ signũ, æqualis est pyramidi cuius basis est triangulũ ε δ β, & uertex est signũ γ. Sed pyramis cuius basis quidem est ε δ β triangulũ, uertex autem γ signum, eadem est ipsi pyramidi cuius basis*

L quidem

quidem est triangulū ε β γ, & uertex δ signum, ab eisdem enim planis cōprehenduntur. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulū α β δ, fastigiū autem signum γ, æqualis est ipsi pyramidi cuius basis quidem est α β γ triangulū, fastigium autem δ signū. Rursus quoniam ζ γ β ε parallelogrammū est, dimetiens uero ipsius est ε γ, triangulū ε γ ζ æquum est ipsi γ β ε triangulo, & pyramis igitur cuius basis quidem est triangulū β ε γ, fastigium autem δ signum, est æqualis pyramidi cuius basis quidem est triangulū ε γ ζ, uertex uero δ signum. Pyramis autē cuius basis quidem est β ε γ triangulū, uertex autem δ signum, ostensa est æqualis pyramidi cuius basis quidem est α β δ triangulū, uertex autem signum γ, & pyramis igitur cuius quidem basis est γ ε ζ triangulū, uertex autē δ signū æqua est pyramidi cuius basis quidem est α β δ triangulū, uertex autem γ signum. Igitur α β γ δ ε ζ prisma, in tres pyramides æquas sibi inuicem diuisum est, triāgulares bases habentes. Et quoniā pyramis cuius basis quidem est triangulū α β δ, fastigium autē γ signū, eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulū γ α β, uertex autē signum δ (sub eisdem nanque planis cōprehenduntur) pyramis autem cuius basis est triangulū α β δ, uertex autē signum γ, tertiā esse prismatis ostensum est cuius basis est triangulū α β γ, ex opposito autē δ ε ζ. & pyramis igitur cuius basis est α β γ triangulū, uertex autē δ signū, tertium est prismatis cuius basis est triangulū α β γ, ex opposito autē δ ε ζ. Omne igitur prisma, & quæ sequūtur reliqua. Quod oportebat demōstrare.

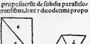


CORRELARIVM. Ex hoc iam est manifestū, quod omnis pyramis, tertia pars est prismatis eandem eis dem basin habentis & altitudinem æquam. Quoniam & si aliam quampiam figuram rectilineam habuerit basis prismatis & eandem ex opposito diuiditur in prismata triangulares bases habentia, & ea quæ ex opposito.

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 Si duæ pyramides triangularū basium fuerint æquales, earū bases earundē altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases & altitudines fuerint mutuæ, easdem pyramides sibi inuicem esse æquales necesse est.

CAMPANVS. Quod 34 & 35 undecimi proposuerūt de solidis parallelogrammis, & nos in 36 eiusdem demonstrauimus de seratilibus, hæc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habentibus bases triangulas. Intelligantur enim duæ pyramides æquales super duos trigonos uel triangulos a & b, quæ dicantur a & b. Dico itaque quod proportio basis a ad basin b, est sicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinē pyramidis a. Et si hoc fuerit, dico pyramides a & b esse æquales. Adhibeantur quidem duobus trigonis a & b, duo alij qui sunt c & d ut fiant ambæ superficies a c & b d æquidistantiū laterū, & ex ipsis pyramidibus super bases a c & b d, cōpleantur solida parallelogrāma pyramidibus propositis æque alta quæ similiter dicātur a c & b d. Manifestū igitur est ex sexta huius 11, quod pyramis a est sexta pars solidi a c, & pyramis b sexta solidi b d. Itaque ex 35 undecimi argue propositū, primam quidem partem ex prima, secūdam autem ex secunda.



CAMPANI additio.

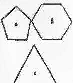
Quod si duæ qualibet pyramides lateratæ fuerint æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases earum altitudinibus ipsarum mutuæ fuerint, eadem pyramides æquales esse oportet.

Si bases utrarūque fuerint triāgulæ, demostratū est uerum esse quod diximus. Si altera tantum, sit igitur a, basisque alterius pyramidis sit b, & sumatur trigonus c æqualis polygonio b, fiatque super c, pyramis æque alta pyramidi quæ est super b, & sint a, b, c, æquiuoca nomina pyramidum & basium. Quia igitur ex hypothesi duæ pyramides a & b sunt æquales, & ex ultima interpositarū ad sextam huius duæ pyramides b & c sunt æquales, ideoque ex cōmuni scientia duæ pyramides a & c æquales, igitur bases earū sunt mutuæ ad altitudines earum ex prima parte 7 huius. Cumque bases b & c sint æquales, altitudines quoque pyramidum b & c æquales erunt, ex prima parte & secunda 7 quinti, bases a & b mutuæ altitudinibus pyramidum a & b.



Secunda pars conuerso modo probatur. Nam si fuerit basis a ad basin b, ut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a, erit ex secunda parte & prima 7 quinti, basis a ad basin

ad basin c, sicut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a, itaq; ex secunda parte huius 7 duæ pyramides a & c, sunt æquales, quare per cōmunem scientiam duæ quoq; pyramides a & b, sunt æquales.



Si uero neutra propositarū pyramidum fuerit trigona, sed utraq; polygonia (uerbi gratia altera pentagona, altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b, sumatur similiter triāgulus c æqualis hexagono b, super quē fiat pyramis æque alta pyramidi b, eruntq; duæ pyramides b & c æquales, ideoq; duæ quæ sunt a & c etiā per conceptionē æquales, quare basis a ad basin c, sicut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, hoc enī nuper demonstratū est. Est ergo ex 7 quinti basis a ad basin b, sicut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a. Conuersa conuerso modo patet. Si enim basis a ad basin b fuerit, ut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a, erit quoq; ex 7 quinti basis a ad basin c, ut altitudo pyramidis c ad altitudinē pyramidis a, ideoq; (ut patet ex prioribus) erunt duæ pyramides a & c æquales, quare ex communi scientia & duæ quæ sunt a & b, erunt etiam æquales. Et hoc est propositū.

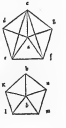
Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 **O**Mnium duarum pyramidum similium quarum bases triangulæ, est proportio alterius ad alteram, tanquā lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

CAMPANVS. Propositis duabus pyramidibus similibus bases triangulas habentibus, ex ipsis perfice duo solida parallelogrāma, quemadmodū dictum est in demōstratione præmissæ, eruntq; hæc duo solida parallelogramma similia, eo q pyramides ponuntur similes adinuicē, nam duo solidi anguli qui sunt cōmunes pyramidibus & solidis parallelogrāmis, superficialibus angulis numero & quantitate æqualibus cōtinentur, & latera quoq; illos angulos superficiales continētia, sunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres superficies solidorū parallelogrāmorū cōmunes angulos solidos constituētes, sunt æquiangulæ & laterū proportionaliū, ideoq; similes ex diffinitione similium superficierū: quare ex 24 & 11 quinti cunctæ sex superficies horum duorū solidorū parallelogrāmorū, sunt similes adinuicē. Igitur à diffinitione corporū similium, erunt ipsa solida similia. Quare cū proportio solidorū & pyramidū sit una ex 15 quinti (nam solida sunt sexcupla pyramidibus ex 6 huius) cumq; sit proportio solidorū una sicut suorū relatiuorū laterum triplicata ex 36 undecimi libri, sunt autem latera solidorū eadem lateribus pyramidum, erit quoq; ex 11 quinti proportio propositarū pyramidū sicut suorum relatiuorū laterum proportio triplicata, quod est propositum.

CAMPANI additiones.

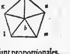
Quod si fuerint duæ quælibet pyramides lateratæ similes, erit proportio alterius ad alterā sicut sui lateris ad sibi relatiuū latus alterius proportio triplicata.



Sint duæ lateratæ pyramides, quarum coni a & b, similes, sintq; super bases pentagonas quæ sunt c d e f g, h k l m n. Dico quod proportio earum, est sicut suorū relatiuorū laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similium superficierū & corporū, quod pentagoni qui sunt bases propositarū pyramidum, sibi adinuicē, cunctiq; relatiui trianguli ipsas ambientes sibi inuicē, sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarū in triāgulos similes & numero æquales prout 18 sexti proponit esse possibile, protractis in hac quidem lineis c e & c f, in illa uero h l & h m. Dico igitur istas pyramides esse diuisas in pyramides triāgulas similes & numero æquales. Conferātur enim adinuicē duæ pyramides a c d e, b h k l, quarū coni sunt a & b. Constat autem ex hypothesi triangulū c a d esse similem trian

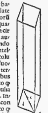
gulo b h k, & triangulũ d a e triãgulo k b l. Et quia etiam ex hypothesi angulus d est æqualis angulo k, & latera c d & d e continẽtia angulũ d sunt proportionalia lateribus h k & k l continentibus angulum k, erunt ex 6 sexti duo triãguli c d e & h k l æquianguli, ideoq; per 4 sexti erit proportio c d ad h k, sicut c e ad k l. Cumq; ex hypothesi sit proportio c a ad h b, & etiam a e ad b l, sicut c d ad h k, erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, sicut c e ad h l. Igitur ex 5 sexti & diffinitione similium superficierũ, triangulus c a e erit similis triangulo h b l. Manifestũ est itaq; ex diffinitione similium corporũ, q pyramis a c d e est similis pyramidi b h k l, similiter quoq; constat pyramidẽ a c e f esse similem pyramidi b h l m, & pyramidẽ a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 5 proportio pyramidis a c d e ad pyramidẽ b h k l est sicut lateris c d ad latus h k triplicata, etiam pyramidis a c e f ad ad pyramidẽ b h l m, sicut e f ad l m triplicata ac etiam pyramidis a c f g ad pyramidẽ b h m n, sicut c g ad h n triplicata, cũ sit ex hypothesi proportio e f ad l m, & c g ad h n, sicut c d ad b k, sequitur ex 11 quinti ut proportio totaliũ pyramidum a & b sit sicut unius harum partialiũ ad aliam unam. Igitur ex hac 5 & 11 quinti constat uerum esse quod diximus.

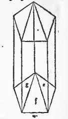




Omnes columnæ lateratæ æque altæ, suis basibus sunt proportionales.

Verum est quod dicitur, super qualescũq; bases polygonias sint colũnæ. Columnas autẽ lateratas, uocamus solida corpora laterata quorũ bases & supficies supremæ sunt similes & æquales, cunctæ uero reliquæ supficies ipsa solida circunstãtes sunt æquidistantiũ laterũ. Talium autem solidorũ prima species est seratile, quando super unam suarũ trilaterarũ superficierũ intelligitur esse statutũ, secunda uero species est columna, cuius basis sit quadrilatera quam ex duobus seratilibus necesse est esse compositã, & tertia est cuius basis est pentagona, & ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autem dico q omnis laterata columna in tot corpora seratilia potest distingui, in quot triãgulos sua basis. Intelligantur itaq; duæ colũnæ lateratæ a & b, constitutæ super duas bases a & b, æque altæ, dico q proportio columnarũ a & b, est sicut basium a & b.





Distinguãtur nanq; hæ bases in triãgulos, & hæ colũnæ in seratilia, basis quidem a quæ ponatur esse quadrãgula, in duos trigonos scilicet c & d, & columna a, in duo seratilia c & d, basis uero quæ sit pentagona, distinguatur in tres trigonos e, f, g, & colũna b in tria seratilia quæ similiter uocentur e, f, g. Manifestũ est igitur ex ijs quæ in 16 undecimi dicta sunt, q proportio seratilis c ad seratile e, est sicut basis c ad basin e, & iterũ seratilis d ad seratile e, sicut basis d ad basin e, quare per 24 quinti erit colũnæ a ad seratile e, sicut basis a ad basin e. Eadem ratione erit columna a ad seratile f, sicut basis a ad basin f. At rursus columnæ a ad seratile g, sicut basis a ad basin g. Igitur ex 24 quinti, quoties necesse fuerit assumpta facile cõcludes propositũ. Constat itaq; ex hoc, q omnes colũnæ lateratæ super eandem basin uel super æquales constitutæ si fuerint æque altæ, erunt æquales. Cum enim (ut proximo probatũ est) æque altæ columnæ lateratæ sint suis basibus proportionales, ponantur autem bases esse aut eædem aut æquales, necesse est ex 24 quinti ut etiam columnæ sint æquales. Constat quoq; quod si fuerint quælibet solida parallelogrãma seratilia & lateratæ columnæ æque alta, ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessario cõprobantur. Omnia enim hæc, species sunt lateratarũ columnarum, de quibus paulo ante uniuersaliter probatum est uerum esse quod dicitur.

Omnis laterata columna, tripla est ad suam pyramidem.

Distinguatur basis columnæ in triangulos, & secundum numerũ triangulorũ illorũ distinguatur columna in seratilia, & pyramis colũnæ in pyramides habẽtes bases triangulas

gulas quæ, uidelicet, sunt bases seratiliũ. Constat itaq; unũquodq; seratile ad eam pyramidẽ quæ super eandem basin cum ipso seratili consistit, triplum esse: hoc enim demonstratũ est in 6 huius duodecimi libri. Igitur ex 13 quinti omnia seratilia pariter accepta, ad omnes pyramides pariter acceptas necesse est esse triplum. Cumq; ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna, & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ perficiantur, constat ueram esse hanc nostram propositionem.

Si fuerint duæ qualibet columnæ lateratæ æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases earũ & altitudines mutuæ fuerint, easdem columnas æquales esse necesse est.

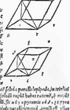
Si enim columnæ sint æquales, earũ pyramides erunt æquales, eo q; omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidẽ. Si autem pyramides fuerint æquales, suæ bases suis altitudinibus mutuæ erũt, quemadmodũ demonstratũ est in 7 huius. Quia igitur columnarũ suarumq; pyramidũ eædem sunt bases, & altitudines sunt eædem, constat prima pars propositi. Sint igitur & altitudines propositarũ columnarũ lateratarũ mutuæ. Dico q; colũnæ erunt æquales. Cum enim eædẽ sint bases eædemq; altitudines columnarũ suarũ pyramidũ, erunt bases & altitudines pyramidũ propositarũ columnarũ mutuæ. Si hoc ut positum est, uerum fuerit de columnis, erunt quoq; pyramides æquales, prout in 7 huius demonstratũ est, igitur & columnæ æquales cum ipsæ triplæ sint ad suas pyramides. Quare patet secunda pars eius quod propositum est.

Omnium duarũ columnarũ lateratarũ similium est proportio alterius ad alteram, tanq; lateris ad suum relatiuũ latus proportio triplicata.

Si columnæ fuerint similes, erunt ex diffinitione similium corporũ, bases earũ cæteræq; superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq; bases earũ in triãgulos similes & numero æquales, quemadmodũ 18 sexti proponit esse possibile, & ipsæ colũnæ diuidantur in seratilia super hos triãgulos existentia. Stude igitur probare seratilia unius, suis relatiuis seratilibus alterius esse similia, quod facile probabis ex hypothesi & 6 & 4 & 5 sexti, & ex diffinitione similium superficierũ & diffinitione similium corporũ. Hoc autem probato, erit ex 36 undecimi proportio uniuscuiusq; seratilis unius ad suum relatiuũ seratile alterius, sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omniũ laterũ est proportio una, cum cuncta seratilia unius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius, sequitur ex 11 quinti ut cunctorũ seratiliũ unius ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio una. Quare per 13 quinti quæ est proportio unius seratilis ad suũ seratile relatiuũ alterius, eadẽ est omniũ pariter acceptorũ ad omnia pariter accepta. Et quia utrobiq; omnia seratilia pariter accepta cõponunt columnas, & relatiua latera seratilium sunt relatiua latera columnarũ, necesse est ex 11 quinti ut proportio columnarũ sit sicut suorũ relatiuorũ laterum proportio triplicata. Quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8 Camp. 8

8 Similes pyramides, triãgulares bases habentes, in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterum.



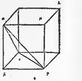
THEON ex Zamb. Sint similes & similiter positæ pyramides, quarũ bases quidẽ sunt α β γ, δ ε ζ, triãgula, fastigia uero ipsarũ sint η θ signa. Dico quod α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramidẽ, triplam habet rationẽ, q̃ β γ ad ε ζ. Cõpleantur enim β η μ λ, ε θ π ρ, solida parallelepipeda. Et quoniã pyramis α β γ η similis est ipsi δ ε ζ θ pyramidi, æqualis igitur est angulus qui sub α β γ ei qui sub δ ε ζ angulo, & qui sub η β γ ei qui sub θ ε ζ, & qui sub α β η ei qui sub δ ε θ, estq; sicut α β ad δ ε, sic est β γ ad ε ζ, & β η ad ε θ. Et quoniã est sicut α β ad δ ε, sic β γ ad ε ζ, & circũ æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur β μ parallelogrammũ ipsi ε π, simile est parallelo grãmo & id propterea & β ν ipsi ε ρ simile est, & β κ ipsi ε ξ. Tria igitur β μ, η β, β ν, tribus ε π, ε ξ, ε ρ, sunt similia. Sed tria quidẽ μ β, β η, β ν, tribus quæ ex opposito æqualia sunt similia & tria ε π, ε ξ, ε ρ, æqua & similia sunt tribus quæ ex opposito. ipsa igitur β η μ λ, ε θ π ρ, solida parallelepipeda, sub similibus planis æque multiplicibus cõprehendũtur. igitur β η μ λ, ipsi ε θ π ρ solido simile est. Similia autẽ solida parallelepipeda, in triplici sunt ratione eiusdẽ rationis laterũ (per 33 undecimi). Igitur β η μ λ solidũ ad ε θ π ρ solidũ triplã habet rationẽ, q̃ eiusdẽ rationis latus β γ ad eiusdẽ rationis latus ε ζ. Sicut autẽ β η μ λ solidũ ad ε θ π ρ solidũ, sic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, quoniã pyramis sexta pars est solidi, eo quod & prisma dimidiũ existens solidi parallelepipedi, triplũ est ipsius pyramidis, & α β γ η igitur pyramis ad δ ε ζ θ pyramida triplam rationẽ habet, q̃ β γ ad ε ζ. Quod demõstrasse oportuit.

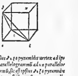
CORRELARIVM. Ex hoc nempe est manifestũ, quod & multangulas bases habẽtes similes pyramides, adinuicẽ in triplici sunt ratione eiusdẽ rationis laterũ. Diuisis enim ipsis in ipsas pyramides, triãgulares bases habentes (quia similia polygona basium in similia triangula diuiduntur, & in æque multiplicia, & eiusdem rationis totis) erit sicut in altera una pyramis triangularẽ habens basin ad unam basin triangularẽ habentem in altera pyramide, sic & omnes pyramides in altera pyramide triãgulares bases habẽtes, ad pyramides existentes in altera pyramide, & habentes triãgulares bases. Hoc est, Pyramis ipsa polygonã basim habens ad pyramida basin polygonã habentẽ. Pyramis autẽ triangularẽ basin habens ad pyramida triangularẽ basin habentẽ, in triplici est ratione eiusdẽ rationis laterũ. Et polygonã igitur basin habens, ad similem basin habentẽ, triplam habet rationẽ quàm latus ad latus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

9 Aequalium pyramidum & triangulares bases habentiũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et pyramides triangulares bases habentes, quarũ reciprocæ sunt bases uerticibus, sunt æquales.

Camp. 7





THEON ex Zamb. Sint enim æque pyramides αβγη, δεζθ, triãgulares bases habẽtes αβγ, δεζ, fastigia uero η, θ, signa. Dico quod ipsarũ αβγη, δεζθ, pyramidũ reciprocæ sunt bases altitudinibus, & est sicut basis αβγ ad basin δεζ, sic est ipsius δεζθ pyramidis altitudo ad ipsius αβγη pyramis altitudinẽ. Cõpleantur enim ipsa βημλ, εθπο, solida parallelepipeda. Et quoniã pyramis αβγη æqualis est ipsi δεζθ pyramidi, estq; ipsius quidẽ αβγη pyramidis sexcuplũ ipsum βημλ solidũ, ipsius autẽ δεζθ solidũ εθπο sexcuplũ est, igitur solidum βημλ, ipsi εθπο sol do æquũ est. Aequaliũ autem solidorũ parallelepipedorũ reciprocæ sunt bases altitudinibus (per 34 undecimi.) Est igitur sicut βμ basis ad επ basin, sic est ipsius εθπο solidi fastigium ad ipsius βημλ solidi fastigium. Sed sicut quidẽ βμ basis ad επ basin, sic αβγ triangulũ ad δεζ triangulum. Et sicut igitur (per 11 quinti) triangulũ αβ ad triangulũ δεζ, sic ipsius εθπο solidi altitudo, ad ipsius βημλ solidi altitudinem. Sed ipsius εθπο solidi altitudo, eadem est ipsi ipsius δεζθ pyramidis altitudini, & ipsius βημλ solidi altitudo, eadem est ipsius αβγη pyramidis altitudini. Est igitur sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic ipsius δεζθ pyramidis altitudo ad ipsius αβγη pyramidis altitudinẽ. Ipsarũ igitur αβγη, δεζθ, pyramidũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus.

Sed iam ipsarũ αβγη, δεζθ, pyramidum reciprocæ sint bases altitudinibus, estoq; sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic ipsius δεζθ pyramidis fastigiũ ad ipsius αβγη pyramidis fastigiũ. Dico quod pyramis αβγη, æqualis est ipsi δεζθ pyramidi. Eisdem namq; dispositis, quoniã est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic est ipsius δεζθ pyramidis uertex ad ipsius αβγη pyramidis uerticem, sed sicut αβγ basis ad ipsam δεζ basin, sic βμ parallelogrammũ ad επ parallelogrammũ. & sicut igitur (per 11 quinti) βμ parallelogrammũ ad επ parallelogrammũ, sic est ipsius δεζθ pyramidis fastigiũ ad ipsius αβγη pyramidis fastigiũ. Sed ipsius quidẽ δεζθ pyramidis uertex, est idem ipsius εθπο parallelepipedi uertici, & fastigiũ ipsius αβγη pyramidis, idem est ipsius βημλ parallelepipedi altitudini: est igitur sicut βμ basis ad επ basin, sic ipsius εθπο parallelepipedi altitudo ad ipsius βημλ parallelepipedi altitudinẽ. Solida uero parallelepipeda quorũ reciprocæ sunt bases altitudinibus, sunt æqualia (per 34 undecimi.) Igitur solidum parallelepipedũ βημλ, ipsi εθπο solido parallelepipedo est æquale. Estq; ipsius quidẽ βημλ parallelepipedi, pyramis αβγη sexta pars, ipsius autẽ εθπο parallelepipedi, sexta pars est pyramis δεζθ. Igitur pyramis αβγη ipsi δεζθ pyramidi est æqualis. Aequalium igitur pyramidũ & triangulares bases habentiũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et pyramides triangulares bases habentes quarũ bases uerticibus sunt reciprocæ, sunt æquales. Quod ostendendum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 Omnis columna rotunda, pyramidi suæ tripla esse cõprobatur.

CAMPANVS. Supra circulum a, intelligantur una columna & una pyramis, secũdum eandem suam altitudinẽ erectæ, dicanturq; æquiuoce ipsa pyramis & columna & circulus, nomine uno scilicet a. Dico itaq; quod columna a. est tripla ad pyramidẽ a. Cuius probatio est. Quia neq; maior neq; minor potest esse, q̃ tripla. Sit enim primũ (si possibile est) maior q̃ tripla, quantitate corporis b, ita q; si b corpus dematur de columna a. erit residuũ eius triplum ad pyramidem a. Inscribatur ergo quadratũ circulo a, super quod erigantur duo seratilia æque alta columnæ a, de quibus duobus seratilibus pariter accepus constat, quod ipsa sunt plus medietate columnæ a, quemadmodũ ipsum quadratũ cõstat esse plus medietate circuli a, si enim ex ipsis seratilibus perficiantur solida parallelogrãma, quorũ ipsa sunt medietates. erit ipsa columna pars ipsorũ duorum solidorũ pariter acceptorũ. Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor triangulos duum æqualium laterũ in portionibus

tionibus circuli, quarũ portionũ latera quadrati sunt chordæ, diuisis arcubus illarum portionũ per æqualia, & sint illi trianguli c,d,e,f, super quos etiam erige seratilia ad altitudinẽ columnæ a. Et manifestũ est quod hæc seratilia sunt maius medietate portionũ columnæ super portiones circuli consistentiũ, quemadmodũ & ipsi trianguli sunt maius medietate portionũ circuli. Fiat autem hoc toties, quousq; per primam 10 cogatur aduersarius confiteri portiones columnæ pariter acceptas esse minus corpore b. Erit igitur columna laterata octogona quam cõponunt omnia seratilia pariter accepta, quorũ bases sunt trianguli diuidentes polygonium inscriptum circulo a, maius triplo pyramidis rotũdæ a. Et quia ipsa laterata columna est tripla ad suam pyramidem, sicut demõstratum est in eis quæ præmissa sunt, sequitur ex secunda parte 10 quinti libri, ut rotunda pyramis a sit minor laterata pyramide lateratæ columnæ cuius basis est inscriptũ polygoniũ basi rotundæ pyramidis a, quod est impossibile: est enĩ pyramis laterata, pars ipsius pyramidis rotundæ. Non est igitur pyramis a, minus tertia parte suæ columnæ. Sed nec plus tertia. Si enim possibile est, sit pyramis a, plus tertia parte columnæ a, quantitate corporis b, ita q; detracto corpore b de



pyramide a, fit residuũ ipsius pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quemadmodũ prius ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata sibi æque alta cuius basis sit quadratũ circulo a inscriptum, quam lateratam pyramidem constat esse plus dimidio pyramidis rotundæ. Item de residuo pyramidis a, rursus intelligãtur detrahi pyramides æque altæ, statutæ super triangulos c,d,e,f, qui sunt in portionibus basis, & hoc toties fiat, ut ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inscripto polygonio superstans, quam componunt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractæ, maius tertia parte rotundæ columnæ a. Et quia ut probatum est in præcedentibus, hæc pyramis laterata est tertia pars suæ columnæ lateratæ a, sequitur denuo ex secũda parte 10 quinti columnã rotundam a esse minorem columna laterata eiusdem altitudinis, cuius basis est polygonium basi rotundæ pyramidis inscriptũ. Hoc autem impossibile, nam hæc columna laterata, pars est columnæ rotundæ. Cum igitur columna rotunda non possit esse minus triplo suæ pyramidis, neq; maius, erit necessario tripla ad eam. Quod demonstrare uolumus.

Eucli ex Zamb. *Theorema 10* *Propositio 10*

10 **Omnis conus, cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium.**



THEON ex Zamb. *Habeat enim conus, cylindro basin eandẽ, hoc est circulũ α β γ δ, & æquale fastigium. Dico q̃d conus, cylindri tertia pars est, hoc est quod cylindrus, coni triplus est. Si autẽ cylindrus, coni non est triplus, erit cylindrus, cono aut maior q̃ triplus, aut minor. Sit prius maior q̃ triplus. Et describatur (per 6 quarti) in circulo α β γ δ, quadratũ α β γ δ. Iam quadratũ α β γ δ, maius est q̃ dimidiũ ipsius circuli α β γ δ. Constituatur ab ipso α β γ δ quadrato, prisma æque altũ ipsi cylindro. Iam constitutũ prisma, maius est q̃ ipsius cylindri dimidiũ, quoniam & si ipsi circulo α β γ δ, quadratũ circũscribamus, quadratũ in ipso orbe α β γ δ descriptũ, circũscripti dimidiũ est, & ab ipsis constituta sunt, æque alta solida parallelepipeda prismata: prismata igitur ipsa, adinuicẽ sunt sicut bases. Et prisma igitur stans in ipso α β γ δ quadrato, dimidium est eius prismatis quod cõstituitur à quadrato ipsi circulo α β γ δ circũscripto. Et cylindrus ipso prismate quod fit à quadrato circũscripto ipsi circulo α β γ δ, minor est. Igitur prisma à quadrato α β γ δ constitutũ, ipsi cylindro æque altũ, maius est dimidio ipsius cylindri. Secentur (per 30 tertij) ipsæ α β, β γ, γ δ, δ α, circũferentiæ bifariã in ε, ζ, η, θ, signis, & cõnectantur ipsæ α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α, & unũquodq; igitur ipsorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triangulorũ, maius est q̃ dimidiũ eius quod circũ se ipsum ipsius α β γ δ circuli segmenti, sicut ante ostendimus. Constituantur ab unoquoq; ipsorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triangulorũ, prismata æque alta ipsi cylindro, & unũquodq; igitur ipsorũ constitutorũ prismatũ, maius est q̃ dimidia pars circũ sese ipsius segmenti circuli, quoniã si per ε, ζ, η, θ, signa parallelos ipsis α β, β γ, γ δ, δ α, ducamus, cõpleamusq; quæ in ipsis α β, β γ, γ δ, δ α, parallelogrãma, & ab ipsis cõstituamus solida parallelepipeda ipsi cylindro æque alta, uniuscuiusq; constitutorũ dimidia sunt prismata quæ in α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triãgulis & sunt ipsius cylindri segmẽta, minores ipsis solidis parallelepipedis constitutis. Itaq; etiã quæ in α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triãgulis prismata, maiora sunt q̃ dimidiũ circũ sese cylindri segmentorũ. Dispescẽtes iam (per 30*

tertij)



tertij)reliftas circũferentias diuidue,& cõnectentes rectas lineas,excitãtesq́; ab unoquoq; ipforũ triangulorũ prifmata æqualis faftigij ipfi cylindro,& hoc femper efficiẽtes,relinquemus quafdã fegmẽta ipfius cylindri quæ erunt minores exceffu quo excedit cylindrus triplũ coni. Relinquãtur,fintq́; α ε,ε ϛ,ϛ ζ,ζ γ,γ η,η δ,δ θ,θ α. Reliquũ igitur prifma cuius bafis quidẽ eft α ε ϛ ζ γ η δ θ multãgulũ, faftigiũ aũt idẽ cũ cylindro,maius eft q̃ triplũ coni. Sed prifma cuius bafis quidẽ eft α ε ϛ ζ γ η δ θ multangulũ,faftigiũ autẽ idem cum cylindro,pyramidis triplũ eft cuius bafis quidẽ eft α ε β ζ γ η δ θ multãgulũ,faftigiũ uero idẽ quod & cono: & pyramis igitur cuius bafis quidẽ eft α ε ϛ ζ γ η δ θ multangulũ, uertex aũt idẽ q̃ cono,maior eft cono habẽte bafin circulũ α ϛ γ δ. Sed & minor,cõprehẽditur etenim ab ipfo. Quod eft ĩpoßibile. Nõ eft igitur cylindrus,cono maior q̃ triplus.

Dico infuper quod neq; minor q̃ triplus eft cylindrus cono. Si enim poßibile,fit minor q̃ triplus, cylindrus cono. Cõuerfim igitur conus cylindri maior eft q̃ tertia pars. Defcribatur iam(per 6 quarti)in circulo α ϛ γ δ,quadratũ α β γ δ. Igitur quadratũ α β γ δ,maius eft q̃ dimidiũ ipfius α β γ δ circuli. Cõftituatur ab ipfo α β γ δ quadrato pyramis, idem ipfi cono habens faftigiũ. Igitur pyramis conftituta,maior eft q̃ dimidiũ coni, quoniã (ficut ante oftendimus) quãdo ipfi circulo quadratũ circũfcribimus,quadratũ α β γ δ,circũfcripti dimidiũ eft, & fi à quadratis folida parallelepipeda cõftituamus æque alta ipfi cono,quæ & prifmata appellantur,erit conftitutũ ab ipfo α β γ δ quadrato,dimidiũ eius quod cõftituitur à circũfcripto quadrato. adinuicẽ enim funt ut bafes. Quare & tertiæ partes. Et pyramis igitur,cuius bafis α β γ δ quadratũ,dimidiũ eft pyramidis conftitutæ ad quadratũ ipfi orbi circũfcriptũ, & pyramis cõftituta à circa circulũ quadrato, cono quem cõprehendit maior eft. Pyramis igitur cuius bafis α ϛ γ δ quadratũ,faftigiũ autẽ idem quod & cono, maior eft q̃ coni dimidiũ. Secentur(per 30 tertij)α ϛ,ϛ γ,γ δ,δ α,circũferentiæ bifariam in ε,ζ,η,θ,fignis, & cõnectantur α ε,ε ϛ,β ζ,ζ γ,γ η,η δ,δ θ,θ α. Vnumquodq; igitur ipforũ α ε β,β ζ γ,γ η δ,δ θ α,triangulorũ, maius eft q̃ pars dimidia circũ fefe fegmẽti circuli α β γ δ Conftituãtur nempe ab unoquoq; ipforũ α ε ϛ,ϛ ζ γ,γ η δ,δ θ α,triangulorũ,pyramides idem ipfi cono habẽtes faftigiũ. & unaquæq; igitur conftitutarũ pyramidũ eodem modo, maior eft q̃ dimidia pars circũ fefe fegmenti ipfius coni. Secantes iam(per 30 tertij)reliftas circũferentias diuidue,& cõnectentes rectas lineas,& excitantes ab unoquoq; triangulorũ pyramida idem ipfi cono faftigiũ habentẽ & hoc femper efficiẽtes,relinquemus quædã coni fegmenta quæ erunt minora exceffu quo excedit conus tertiã partem cylindri. Relinquãtur & fint α ε,ε ϛ,β ζ,ζ γ,γ η,η δ,δ θ,θ α. Reliqua igitur pyramis cuius quidẽ bafis eft α ε ϛ ζ γ η δ θ multangulũ,uertex autẽ idem qui cono,maior eft q̃ tertia pars cylindri. Sed pyramis cuius bafis quidem eft α ε ϛ ζ γ η δ θ multangulũ,uertex autẽ idem qui cono,tertia eft pars prifmatis cuius bafis quidẽ eft α ε ϛ ζ γ η δ θ multangulũ,faftigiũ autẽ idem quod & cylindro. Igitur prifma cuius bafis quidẽ eft α ε ϛ ζ γ η δ θ multangulũ,faftigiũ autẽ idem ipfi cylindro,maius eft cylindro cuius quidẽ bafis eft α ϛ γ δ. Sed & minus,cõprehẽditur nanq; ab eo,quod eft impoßibile. Cylindrus igitur cono minor nõ eft q̃ triplus. Patuit autẽ quod neq; maior q̃ triplus:triplus igitur eft cylindrus coni. Quare conus cylindri tertia pars eft. Omnis igitur conus cylindri tertia pars eft eandẽ eidem bafin habentis & æquale faftigiũ. Quod fuerat oftendendum.

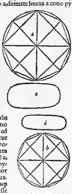


Eucli. ex Camp. Propofitio 10

10 OMnium duarũ rotundarũ pyramidũ fimilium, columnarumúe rotundarũ fimiliũ eft proportio alterius ad alterã, tanq̃ diametri fuæ bafis diametrũ bafis alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo circuli a & b,fuper quos conftituantur duæ rotundæ pyramides fimiles, duæq́; columnæ rotundæ fimiles, & dicantur circuli & pyramides & columnæ & diametri circulorũ, his nominibus a & b æquiuoce. Dico itaq; q̃ proportio duarũ pyramidũ a & b, duarumq́; columnarũ a & b, eft ficut duarũ diametrorũ a & b proportio triplicata. Hoc autẽ fi de pyramidibus conftiterit, de columnis quoq; conftabit ex 15 quinti,cum omnis columna rotũda fit ex præmiffa, tripla ad fuam pyramidem. De pyramidibus autem conftabit hac demõftratione ducente ad impoffibile. Eft enim per cõmunem fcientiã pofitam in principio fecundæ demonftrationis huius 12 libri, quæ proportio diametri a ad diametrũ b triplicata, eadẽ pyramidis a ad aliquod corpus. Illud igitur corpus fit c,de quo dico q̃ ipfum nõ poteft effe minus neq; maius pyramide b. Sit primo minus(fi fuerit poffibile) quantitate corporis d, ita q̃ duo corpora c & d pariter accepta fint quantũ pyramis b. Itaq; quemadmodũ in fecũda parte præmiffæ,ex pyramide b detrahatur laterata pyramis fibi æque alta,cuius bafis fit quadratũ infcriptũ circulo b, & ex refiduo eius detrahãtur pyramides eiufdem altitudinis confiftentes fuper trigonos portionũ circuli b,fiat itaq; hoc toties quoufq; cogẽte prima 10,

ma 10, sit residuũ pyramidis b minus corpore d, eritq; ex cõmuni scientia, laterata pyramis detracta, quã componũt partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Inscribatur itaq; circulo a, polygoniũ simile illi, q̃d est basis lateratæ pyramidis detractæ a pyramide b, & ad angulos huius polygonij inscripti circulo a, demitte lineas a cono pyramidis a, perficiens super illud polygoniũ, lateratã pyramidẽ æque altam rotundæ pyramidi a. Hanc igitur studeas demõstrare esse similem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. In utraq; pyramide eriges axem ipsius qui erit ex diffinitione linea cõtinuans uerticem pyramidis cum centro basis, & erit perpendicularis ad basin, de hinc à centris basium, protrahas in utroq; circulo semidiametros, ad omnes angulos uteriusq; polygonij inscripti. Cumq; ex diffinitione similiũ pyramidũ rotundarũ sit proportio axis unius ad axem alterius, sicut diametri basis unius ad diametrũ basis alterius, ideo etiã ex 15 quinti & æqua proportionalitate, sicut semidiametri ad semidiametrũ, sint aũt utrobiq; omnes anguli quos axes cum semidiametris continẽt recti, necesse est ex 6 propositione sexti libri & 4 eiusdem & diffinitione similium superficierũ & similium corporũ diffinitiõe, ut laterata pyramis a sit similis lateratæ pyramidi b, quare per additã ad 8 huius, proportio lateratæ pyramidis a ad lateratã b, est sicut lateris unius ad suũ relatiuũ latus alterius proportio triplicata, ideoq; & sicut diametri a, ad diametrũ b triplicata: igitur quoq; sicut rotundæ pyramidis a, ad corpus c ex 11 quinti, quare permutatim proportio lateratæ pyramidis a ad rotũdam pyramidẽ a, sicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata pyramis b, maior est corpore c, erit laterata pyramis a, maior rotũda pyramide a. Quod est impossibile, cum sit pars eius. Nõ est ergo corpus c, minus rotũda pyramide b. Restat itaq; probandũ, q nec maius. Si enĩ aduersarius dicat ipsum esse

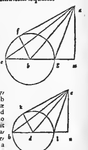


maius, tunc arguatur ex conuersa proportionalitate proportionẽ diametri b ad diametrũ a triplicatã esse, sicut corporis c ad rotundã pyramidẽ a. Sed ex conceptione, eadem est rotũdæ pyramidis b, ad aliquod corpus aliud quod sit d. Et quia ex hypothesi corpus c maius est rotunda pyramide b, sequitur ex 14 quinti, q rotunda pyramis a sit maior corpore d. Itaq; proportio rotundæ pyramidis b ad corpus quod est minus rotunda pyramide a, uidelicet, ad d, est sicut suæ diametri b ad diametrũ alterius proportio triplicata. Hoc autẽ est impossibile. Nam ex hoc demonstrauimus sequi, quod pars sit maior suo toto. Cũ ergo corpus c non possit minus esse neq; maius rotũda pyramide b, erit necessario sibi æquale, ideoq; ex secunda parte 7 quinti constat propositũ.

CAMPANI annotatio. Non lateat autem nos, huius demonstrationis processum ad eas duntaxat columnas & pyramides rotundas coartari, quarũ axes suis basibus perpẽdiculariter insistunt, tales enim diffinitæ fuerunt in principio undecimi. Cum tamen passio hic demonstrata, cõmuniter conueniat omnibus columnis rotundis similibus pyramidibusq; rotundis similibus siue earũ axes super bases suas fuerint orthogonaliter erectæ, siue super eas fuerint inclinatæ (& appellentur differẽtiæ causa hæ rotundæ columnæ & pyramides, quarũ basibus axes orthogonaliter superstant erectæ, reliquæ uero dicãtur inclinatæ) & quia in principio 11 non sunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotundæ nisi illæ tantũ quas erectas uocamus, hæ quidem per motum parallelogrãmi rectanguli, illæ uero per motum trigoni rectanguli, ideo cõueniens arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus cõmuniter & uniuoce cõuenientibus erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotũdis. Cum igitur extra superficiẽ alicuius circuli descripti, signatur pũctus qui cum circũferentia ipsius circuli per lineam rectam cõtinuatur, si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quo usque ad locum unde moueri inceperit circũducatur corpus, quod a curua superficie quam motu suo describit hæc linea, & ab ipso circulo cui circũducitur cõtinetur uoco pyramidẽ rotundam. Et circulũ cui linea hæc circũducitur, uoco basin ipsius pyramidis. Fixum autẽ punctũ extra circuli superficiẽ signatũ, uoco conum pyramidis

ramidis. Lineamq́; rectã continuantẽ centrũ basis cum cono pyramidis, appello axem seu sagittã pyramidis. Cumq́; hæc sagitta fuerit perpendicularis ad basin, dico pyramidem esse rectam. Cum uero inclinata, dico esse pyramidẽ inclinatã. Cum autem fuerint duo circuli æquales descripti in superficiebus æquidistantibus, quos una plana superficies per eorũ centra transiens secuerit, fuerintq́; cõtinuatæ per lineã rectam duæ relatiuæ sectiones duarũ circũferentiarũ ipsorũ circulorũ, si linea hæc in circũferentijs ipsorũ circulorũ æquidistanter situi à quo moueri inceperit quousq́; ad locum suum redeat circũducatur, corpus quod à curua superficie quam motu suo describit hæc linea & à duobus propositis circulis cõtinetur, uoco columnã rotundam. Cum axis siue sagitta, est linea recta, centra duorũ circulorũ continuans. Et cum hæc sagitta fuerit perpendicularis ad superficiẽ utriusq́; duorũ circulorũ, dico columnã esse erectã. Cum uero fuerit super basin inclinatæ, dico columnã esse inclinatã. Cumq́; fuerint duæ rotũdæ pyramides aut columnæ (à quarũ axibus egrediãtur duæ superficies super bases earũ orthogonaliter erectæ) fuerintq́; anguli (quos axes & cõmunes sectiones barũ superficierũ & basium continẽt) adinuicẽ æquales, & fuerit proportio axis unius ad axem alterius sicut semidiametri basis unius ad semidiametrũ basis alterius, tunc illas duas pyramides adinuicẽ, aut illas duas columnas adinuicẽ, dico similes esse. His diffinitiõibus positis, demonstrandũ est, q́ omnium duarũ rotundarũ pyramidũ similium, columnarumúe rotundarũ similiũ, siue erectæ siue inclinatæ fuerint, est proportio unius ad alteram sicut diametri basis unius ad diametrũ basis alterius proportio triplicata. Quod de solis erectis demonstratũ est. Ad hoc autẽ præmittimus antecedens necessariũ.

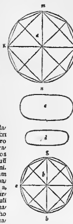
Si fuerint duæ rotundæ pyramides adinuicem similes quarum utranq́; duæ planæ superficies super axem secent, fuerintq́; harum duarum superficierum altera in utraq́; pyramide super basin eius orthogonaliter erecta, & arcus basium inter illas duas superficies contenti, similes, erũt anguli quos axes & cõmunes sectiones basium & earũ superficierũ quæ super bases nõ ponuntur orthogonaliter erectæ continent, adinuicem æquales.



Sint duæ rotundæ pyramides a b & c d, quarũ bases sunt circuli e f g & h k l, & axes duæ lineæ a b & c d, & diametri basium e g & h l, centra basium sunt duo puncta b & d, coni pyramidũ a & c, similes adinuicẽ, & ab earum conis ad superficiẽ basium protrahãtur ut docet 11 undecimi libri, duæ perpendiculares quæ sunt a m & c n, & continuẽtur puncta m & n cum centris basium, protractis lineis b m & d n, eritq́; ex 18 undecimi superficies a b m quæ egreditur ab axe a b, erecta super basin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo supficies c d n, quæ egreditur ab axe c d, erit erecta super basin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq́; duo arcus f g & k l, similes, & intelligantur duæ superficies a b f, c d k, egredi ab axibus, & secare pyramides a b & c d similes. Dico igitur duos angulos a b f, c d k, esse adinuicem æquales. Protrahãtur enim duæ lineæ f m & k n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d sunt similes, & duæ superficies a b m, c d n, stantes orthogonaliter super bases, egrediũtur ab earum axibus, erit ex diffinitiõe similium pyramidũ, angulus a b m æqualis angulo c d n. Et q̃a ex diffinitione lineæ supra superficiẽ perpẽdiculariter erectæ, uterq́; duorũ angulorũ a m b, c n d, est rectus, erũt ex 32 primi & 4 sexti, duo primi trianguli a b m & c d n, alterũ proportionalium. Vt proportio lineæ a b ad lineam c d, sicut b m ad d n, & sicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione similium pyramidũ, proportio axis a b ad axem c d est sicut semidiametri b f ad semidiametrũ d k, erit ex 11 quinti, proportio b f ad d k sicut b m ad d n. Cumq́; sint duo anguli f b m & k d n æquales, eo q́ duo arcus f g & k l sunt similes ex hypothesi, erit ex 6 & 4 sexti,

4 sexti, proportio f m ad k n, sicut b m ad d n, ideoq́ sicut a m ad c n. Et quia iterũ ex diffinitione lineæ super superficiẽ perpendiculariter erectæ uterq; duorũ angulorũ a m f, c n k, est rectus, erit ex 6 & 4 sexti, proportio a f ad c k, sicut a m ad c n, ideo per 11 quinti, sicut a b ad c d, & sicut b f ad d k. Igitur ex 5 sexti, duo anguli a b f & c d k, sunt adinuicẽ æquales. Quod est propositũ. Idem probabis leuiter de rotundis colũnis similibus.

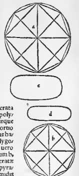
Hoc itaq; demonstrato, dico quod omnium duarũ rotundarũ pyramidũ similiũ quæcunq; fuerint siue erectæ siue inclinatæ est proportio unius earum ad alterã, sicut diametri suæ basis ad diametrũ alterius basis proportio triplicata. Sint enim ut prius duæ rotundæ pyramides a & b, quarũ bases sunt circuli a & b, & horum circulorũ diametri sint etiam a & b, sitq; proportio pyramidis a ad corpus c, sicut diametri a ad diametrũ b proportio triplicata. Nõ erit igitur corpus c, minus neq; maius rotũda pyramide b. Sit enim primo (si possibile est) minus, quantitate corporis d, ita q; duo corpora c & d pariter accepta sint quantũ rotũda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat superficies quæ sit orthogonaliter erecta super circulum b, sitq; cõmunis sectio huius supficiei & circuli b, linea e f transiens per centrum b, quæ erit diameter circuli b, & protrahatur in circulo b, alia diameter secans hanc orthogonaliter, quæ sit g h, sicq; inscribatur circulo b, quadratũ e g f h, & a rotunda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis, cuius basis est quadratũ circulo b inscriptum, quæ (ut probatũ est supra) maius erit dimidio rotundæ pyramidis, & ex residuo eius detrahantur pyramides eiusdem altitudinis, consistentes super trigonos portionũ circuli b, fiatq; hoc totiens, quousq; residuũ rotundæ pyramidis b sit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq; ex conceptione laterata pyramis detracta quam cõponunt lateratæ partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, superficies alia quæ sit orthogonaliter erecta super circulum a, & sit cõmunis sectio huius superficiei & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a, protrahatur autem in circulo a, alia diameter secans hanc orthogonaliter, quæ sit m n, sicq; inscribatur in circulo a, quadratũ k m l n, & diuidẽdo arcus portionũ circuli a per æqualia, perficiatur in circulo a, polygoniũ simile illi quod est inscriptũ circulo b, & ad singulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas a cono pyramidis a, perficiens super illud polygoniũ lateratã pyramidẽ æque altam pyramidi a. Hanc autem lateratã pyramidẽ, probabis esse similem lateratæ pyramidi detractæ a rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. Duces axes cogitatiõe uel actu utriusq; in utrisq; pyramidibus a & b, & à centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorũ polygoniorũ. Eruntq; ex præmisso antecedẽte omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum singulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij sibi inscripti, æquales suis relatiuis angulis quos continet axis pyramidis b, cum singulis lineis ductis a centro circuli b, ad angulos polygonij sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarũ pyramidũ similium, proportio axis pyramidis a ad axem pyramidis b, est sicut semidiametri circuli a ad semidiametrũ circuli b, sequitur ex 6 & 4 sexti & diffinitionibus similium superficierũ & similium corporũ q; duæ lateratæ pyramides a & b sint similes. Cætera argue sicut prius in decima. Constat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus similibus, q; proportio earũ sit sicut diametrorũ suarum basium triplicata. Et quia omnis columna rotunda est tripla ad suam pyramidem (hoc enim sufficienter est demonstratũ siue columnæ & suæ pyramides fuerint erectæ siue inclinatæ) sequitur ex 15 quinti ut etiam quarũlibet columnarũ rotundarũ similium sit proportio sicut suarum diametrorũ triplicata.



Eucli. ex

11 **OMnes duas rotundas pyramides siue columnas, æque altas, suis basibus proportionales esse necesse est.**

CAMPANVS. Supra duos circulos a & b, statuantur ut prius duæ rotundæ pyramides æquæ altæ quæ dicantur similiter a & b, & duæ rotundæ columnæ æque altæ eisdem literis ascriptæ a & b. Dico itaq; quod proportio duarũ pyramidum a & b, duarumq; columnarum a & b, est sicut duorum circulorum a & b. Quod de columnis manifestum erit, si hoc prius de pyramidibus demõstrabitur: omnis enim rotunda columna, tripla est ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex cõmuni scientia, proportio rotundæ pyramidis a ad aliquod corpus, sicut circuli a ad circulum b, illud corpus sit c. Dico itaq; ꝙ corpus c, nõ potest esse maius neq; minus rotunda pyramide b. Sit enim primo minus, quantitate corporis d. Igitur circulo b inscribatur quadratũ, & detrahatur a rotũda pyramide b, pyramis laterata, cuius sit basis quadratũ circulo b inscriptũ, & ex portionibus pyramidalibus detrahantur pyramides super trigonos portionũ circuli consistentes, fiatq; hoc totiens, quousq; sit ex pyramide b, residuũ minus corpore d, eritq; laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractæ, maior corpore c. Inscribatur ergo circulo a, polygoniũ simile illi polygonio quod est basis lateratæ pyramidis b, & perficiatur super ipsum pyramis laterata ductis lineis à uertice pyramidis lateratæ a, ad ãgulos polygonij inscripti. Eruntq; duæ lateratæ pyramides a & b, æque altæ. Hoc enim est propositũ de rotundis. Quare proportio lateratæ pyramidis a ad lateratã pyramidem b, est sicut basis eius ad basin illius, uidelicet, sicut polygonij a ad polygonium b. Hoc enim demõstratum est in sexta huius. At uero polygonij a ad polygoniũ b, est sicut circuli a ad circulum b, quod manifestũ est ex prima & secunda huius. Itaq; lateratæ pyramidis a ad lateratã pyramidem b, sicut rotundæ pyramidis a ad corpus c. quare permutatim lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a, sicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cumq; sit laterata pyramis b maior corpore c, sequitur lateratã pyramidem a esse maiorẽ rotunda pyramide a. Hoc autem impossibile, est enim pars eius. Non erit ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Si uero ponat aduersarius quod sit maius, demõstrabimus rursum idem impossibile consequi. Erit enim per conuersam proportionalitatẽ proportio corporis c ad rotundam pyramidem a, sicut circuli b ad circulum a. Sit quoq; eadem rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus quod sit d. Cum igitur corpus c sit maius rotunda pyramide b per hypothesin, erit ex 14 quinti rotũda pyramis a maior corpore d. Itaq; proportio circuli ad circulum a, erit sicut rotundæ pyramidis b ad quoddam corpus minus rotunda pyramide a. Sed hoc demonstratũ est prius, esse impossibile, sic enim sequitur quod pars sit maior suo toto. Nõ est igitur corpus c, neq; minus neq; maius rotunda pyramide b, sed tantum æquale. Itaq; ex secunda parte 7 quinti conclude propositũ. Vt autem facilius inconcussiusq; demonstraretur quod sequitur, ad ipsam est antecedens utile præmittendum, quod est,



Zamb. 13 **Si superficies quædam rotundam columnam æquidistanter basi eius secuerit, erunt duo partialia corpora quæ ad illam secantem superficiem terminantur, portionibus axis columnæ proportionalia.**

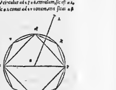
Simile est hoc, ei quod proposuit 25 undecimi libri de solidis parallelogrammis. Nec solum uerũ est hoc de columnis rotundis, immo simpliciter de omnibus columnis siue lateratæ fuerint siue rotundæ. Quod qui argumentationẽ primæ sexti uel 25 undecimi firmiter tenuerit, facile demonstrare poterit: hic enim non aliter quàm ibi ex diffinitione

tione incontinuæ proportionalitatis quæ posita est in proœmio quinti libri arguēdū est propositum. Attendere aūt colūnā oportet, quod quæcūqꝫ superficies secat æquidistanter basi ipsius, secat etiam eam æquidistāter superficiei basis eius oppositæ, nā quæcunque superficies uni superficiei sunt æquidistantes, ipsæ quoqꝫ sunt æquidistātes adinuicē, ut ex ijs quæ dicta sunt ex 17 undecimi didicisti. Quare manifestū est, quod omnes rotundæ colūnæ quarum sunt bases æquales, altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoque de lateratis. Idem quoque de pyramidibus rotūdis & etiā de lateratis, quod de pyramidibus constabit, si prius de colūnis probetur. Est enim omnis columna tripla ad suam pyramidē, rotunda quidem, ex nona huius, laterata uero ex ijs quæ supra in octaua demonstrata sunt.

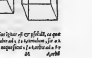
Euclid. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 11

11 Sub eodem fastigio existentes coni & cylindri, adinuicem sese habent sicut bases.

THEON ex Zāb. Sint sub eadē altitudine coni & cylindri, quorū bases quidē sunt α β γ δ, ε ζ η θ, circuli, axes autem sunt κ λ, μ ν, dimetientes uero basiom sint α γ, ε η. Dico quod est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulum, sic est α λ conus ad conum ε ν. Si autē non est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulum, sic α λ conus ad ε ν conum, erit sicut α β γ δ, circulus ad ε ζ η θ, circulum, sic α λ conus ad aliquod solidū minus ipso ε ν, cono, uel ad maius. Sit prius ad minus, hoc est ad ξ. Et quo minus est ξ solidū ipso ε ν cono, ei æquū esto ψ solidū, igitur conus ε ν, æqualis est ipsis ξ, ψ, solidis. Describatur (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratum ε ζ η θ, quadratum igitur maius est quàm dimidium circuli. Excitetur ab ipso ε ζ η θ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono. Igitur ipsa pyramis excitata, maior est quàm dimidium ipsius coni, quoniā si circunscribamus ipsi orbi quadratū, & ab ipso excitemus pyramida cono æque altam, inscripta pyramis dimidium est circonscriptæ, adinuicem enim sunt sicut bases. Conus autē minor est pyramide circunscripta. Pyramis igitur cuius basis est ε ζ η θ quadratum, uertex autem idem ipsi cono, maior quàm dimidiū coni. Secentur (per 30 tertij) ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circūferentiæ diuiduæ in signis ο, π, ρ, σ, connectanturqꝫ ipsæ θ ο, ο ε, ε π, π ζ, ζ ρ, ρ η, η σ, σ θ. Vnumquodqꝫ igitur ipsorū θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorum, maius est quàm dimidium apud sese segmenti ipsius circuli. Excitetur ab unoquoqꝫ ipsorum θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorū, pyramis æque alta ipsi cono. Vnaquæqꝫ igitur excitatarū pyramidū, maior est quàm dimidia pars apud sese segmenti coni. Secātes igitur (per 30 tertij) reliquas circunferentias diuiduę, cōnectentesqꝫ rectas lineas, & excitantes ab unoquoqꝫ triāgulorū pyramides ipsi æque altas cono. & hoc semper facientes relinquemus quædam coni segmenta quæ erunt minora ipso ψ solido. Relinquantur, sintqꝫ quæ in θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ. Reliqua igitur pyramis cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, fastigium idem quod cono, maior est ipso ξ solido. Inscribatur & in circulo α β γ δ, ipsi θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulo simile & similiter positum multangulum δ τ α υ β φ γ χ, exciteturque ab ipso pyramis æque alta ipsi α λ cono. Quoniā igitur est sicut quod ex α γ ad id quod ex ε η sic δ τ α υ β φ γ χ multangulum ad ipsum θ ο ε π ζ ρ η σ multāgulū, sicut aūt quod ex α γ ad id quod ex ε η, sic α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbē, & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ, orbis ad ε ζ η θ, orbē sic δ τ α υ β φ γ χ, multāgulū θ ο ε π ζ ρ η σ, multāgulū. Sicut aūt orbis ad ε ζ η θ, orbē, sic α λ conus ad ξ solidū. Sicut autē δ τ α υ β φ γ χ, multangulū ad θ ο ε π ζ ρ η σ, multāgulū, sic pyramis cuius basis est δ τ α υ β φ γ χ, multangulū, uertex autē λ signū, ad pyramida cuius basis quidē est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, fastigium autē ν signum. Et sicut igitur (per 11 quinti) α λ conus ad ξ solidū, sic pyramis cuius basis quidē δ τ α υ β φ γ χ multangulum, uertex autē λ signū, ad pyramida cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulū, uertex autē ν signū. Vicissim igitur (per 16 quinti) est sicut α λ conus ad eam quæ in se ipso pyramida, sic ξ solidum ad eā quæ in ε ν cono pyramida. Maior autē est α λ conus, ea quæ in se ipso pyramide, maius igitur est & ξ solidū, ea quæ in ε ν, cono pyramide, sed & minus, quod absurdū est. Nō igitur est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ, circulum, sic α λ conus ad aliquod solidum minus ipso ε ν cono. Similiter iam demonstrabimus, quod neque sicut ε ζ η θ, orbis ad α β γ δ, orbis







δ orbẽ, sic ι ν conũ ad solidum aliquod maius ipso α λ cono. Dico iam quod neque est sicut α ϐ γ δ orbis ad ε ζ η θ orbẽ, sic conus α λ ad aliquod solidũ maius ipso ι ν cono. Si enim possibile, esto ad maius ξ. Conuersim igitur est sicut ε ζ η θ, orbis ad α ϐ γ δ orbẽ, sic est ξ solidum ad α λ conũ. Sed sicut ξ solidũ ad α λ conũ sic est ι ν conus ad aliquod solidum minus ipso α λ cono. Et sicut igitur (per 11 quinti) ε ζ η θ circulus ad α ϐ γ δ circulum, sic conus ι ν ad aliquod solidum minus ipso α λ cono, quod absurdum esse patuit. Non est igitur α ϐ γ δ orbis ad ε ζ η θ orbem, sic α λ conus ad solidum aliquod maius ipso ι ν conu. Patuit autem quod neque ad minus. Est igitur sicut α ϐ γ δ orbis ad ε ζ η θ orbẽ, sic α λ conus ad ι ν conum. Sed sicut conus ad conum, sic cylindrus ad cylindrum, triplus enim est alter alterius. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ orbis ad ε ζ η θ, orbem, sic qui in ipsis cylindri æque alti ad conos. Sub eodẽ igitur fastigio subsistentes coni & cylindri, se adinuicem habent sicut bases. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

12

Similes coni & cylindri, ad se inuicem in tripla sunt ratione dimetiẽtium quæ in basibus.



THEON ex Zãb. Sint similes coni & cylindri, quorum bases quidem α ϐ γ δ, ε ζ η θ, orbes dimetiẽtes uero basiũ sint ϐ δ ζ θ, & axes conorũ siue cylindrorũ sint κ λ, μ ν. Dico quod conus cuius basis quidẽ est α ϐ γ δ, circulus, fastigium autẽ λ signũ, ad conũ cuius quidẽ basis est ε ζ η θ, uertex autẽ ν signũ, triplã habet rõnẽ quàm ϐ δ ad ζ θ. Si autẽ α β γ δ λ conus ad ε ζ η θ ν, conum triplã rõnẽ non habet quàm β δ ad ζ θ, habebit conus α ϐ γ δ λ, uel ad solidũ aliquod minus ipso ε ζ η θ ν, cono triplã rõnẽ, uel ad maius. Habeat prius ad minus ξ. Describaturque (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratũ ε ζ η θ. Igitur ε ζ η θ quadratũ, maius est quàm dimidiũ circuli ε ζ η θ. Excitetur ab ipso ε ζ η θ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono igitur pyramis excitata, maior est quàm dimidia pars coni. Secentur iam (per 30 tertij) ipsæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circũferẽtiæ dimidiæ, in ο, π, ρ, σ, signis, cõnectãturque ε ο, ο ζ, ζ π, π η, η ρ, ρ θ, θ σ, σ ε. Vnũquodque igitur ipsorũ ε ο ζ, ζ π η, η ρ θ, θ σ ε, triangulorũ, maius est quàm dimidia pars, quæ apud sese segmenti circuli ε ζ η θ. Constituatur ab unoquoque ipsorum ε ο ζ, ζ π η, η ρ θ, θ σ ε, triangulorum, pyramis idẽ habens fastigiũ ipsi cono, unaquæque igitur ipsarum excitatarum pyramidũ, maior est quàm dimidium eius quod apud sese segmenti circuli. Secantes igitur (per 30 tertij) relictas circũferentias diuidae, & connectentes rectas lineas, excitantesque in unoquoque triangulorum pyramides fastigium ipsi cono habentes, idem, & hoc semper efficientes, relinquemus quædam coni segmenta quæ erunt minores excessu quo excedit ε ζ η θ ν, conus ipsum ξ solidũ, relinquãtur, & sint in ε ο, ο ζ, ζ π, π η, η ρ, ρ θ, θ σ, σ ε, reliqua igitur pyramis cuius basis quidẽ est ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulum, uertex autẽ ν signũ, maior est ipso ξ solido. Describatur in in circulo α ϐ γ δ, ipsi ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulo simile similiterque positum multangulum α τ β υ γ φ δ χ, & excitetur ab ipso pyramis, idẽ habẽs ipsi cono fastigiũ. Et cõprehendẽtiũ ipsam pyramida cuius basis quidẽ est α τ ϐ υ γ φ δ χ, multangulũ, uertex autẽ λ signum, unum triãgulum esto λ ϐ τ, cõprehendentiũ autem pyramida cuius basis quidẽ ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulũ, fastigiũ autem ν signũ unũ triangulum esto ν ζ ο, & connectatur κ τ, μ ο. Et quoniã α β γ δ λ conus similis est ipsi ε ζ η θ ν cono, est igitur (per 20 undecimi diffinitionẽ) sicut β δ ad ζ θ, sic κ λ axis ad μ ν axẽ. Sicut autẽ ϐ δ ad ζ θ, sic (per 15 quinti) ϐ κ ad ζ μ. Et sicut igitur (per 11 quinti) ϐ κ ad ζ μ, sic κ λ ad μ ν, & uicissim (per 16 quinti) sicut ϐ κ ad κ λ, sic ζ μ, ad μ ν. Et circum æquos angulos ϐ κ λ, ζ μ ν, latera sunt proportionalia. Igitur (per 1 sexti diffinitionẽ) triangulum ϐ κ λ, simile est ipsi ζ μ ν triãgulo. Rursus quoniã est sicut ϐ κ, κ τ sic ζ μ, ad μ ο, & circũ æquos angulos ϐ κ τ, ζ μ ο, quoniam qualis pars est angulus ϐ κ τ eorum qui ad κ centrum quatuor rectorum, talis pars est & angulus ζ μ ο, eorum qui ad μ centrum quatuor rectorũ, quoniã igitur circum æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur triangulum β κ τ simile est ipsi ζ μ ο triangulo. Rursus quoniã patuit sicut β κ ad κ λ sic ζ μ ad ν μ, æqualis autem est β κ ipsi κ τ, & ζ μ ipsi μ ο, est igitur sicut τ κ ad κ λ, sic ο μ ad μ ν. Et circũ æquos angulos τ κ λ, ο μ ν, recta latera (recti enim) sũt proportionalia. Igitur λ κ τ, triangulũ, ipsi μ ν ο, triangulo simile est. Et quoniam (per 6 sexti) propter similitudinem ipsorũ λ κ ϐ, ν μ ζ, triangulorum est sicut λ β, ad ϐ κ, sic ν ζ ad ζ μ, & propter similitudinem ipsorum β κ τ, ζ μ ο, triangulorum est sicut



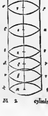


Kk iiii

est sicut κ β ad β τ sic μ ξ ad ξ ο, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut λ ϲ ad ϲ τ, sic ν ξ ad ξ ο. Rursus quoniã ob simili tudinẽ ipsorum λ τ κ, ν ο μ, triangulorũ est (per 6 sexti) sicut λ τ ad τ κ, sic ν ο, ad ο μ, propter autẽ similitudinẽ ipsorum τ κ β, ο μ ξ, triangulorũ est sicut κ τ ad τ ϲ, sic μ ο, ad ο ξ, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut λ τ, ad τ β, sic ν ο ad ο ξ. Patuit autẽ & sicut τ ϲ ad ϲ λ, sic ο ξ ad ξ ν, ex æquali ergo (per 22 quinti) sicut τ λ ad λ ϲ, sic ο ν ad ν ξ. Igitur ipsorum λ τ ϲ, ν ο ξ, triãgulorũ, proportionalia sunt latera. ipsa igitur λ τ ϲ, ν ο ξ, triãgula, æquiangula sunt, quare & similia (per 5 sexti.) Et pyramis igitur cuius basis quidem est ϲ κ τ triangulũ, uertex autẽ λ signũ, similis est pyramidi cuius basis quidẽ est ξ μ ο triangulum, uertex autem ν signũ, sub similibus enim planis æque multiplicibus comprehendun tur. Similes autem pyramides, triãgulares bases habentes, in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterũ (per 8 duo decimi,) pyramis igitur β κ τ λ, ad ξ μ ο ν pyramida, triplam rationem habet, quàm ϲ κ ad ξ μ. Similiter iam connectẽ tes ab ipsis α, χ, δ, φ, γ, υ, in λ rectas lineas, & ab ipsis ε, σ, θ, ρ, η, π, in ν, excitãtesq́ in triangulis pyramides eadem ha bentes fastigia ipsis conis, ostendemus quod & unaquæq́ ipsarum eiusdem ordinis pyramidum ad unãquanq́ eius dem ordinis pyramida, triplã habet rationẽ quàm ϲ κ eiusdẽ rationis latus ad ξ μ eiusdẽ rationis latus, hoc est quàm ϲ δ ad ξ θ. Sed sicut unum antecedentium ad unum sequentium, sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igi tur & sicut β κ τ λ pyramis ad ξ μ ο ν, pyramida, sic est tota pyramis cuius basis α τ β υ γ φ δ χ multangulum, uertex autem λ signum, ad totam pyramidem cuius quidem basis est ε ο ξ π η ρ θ σ, multãgulũ, uertex uero ν signũ. Quare & pyramis cuius basis quidem est α τ β υ γ φ δ χ, multangulũ, fastigium autem λ signum, ad pyramida cuius quidem ba sis ε ο ξ π η ρ θ σ, multangulum, fastigium autẽ ν signum, triplam habet rationẽ quàm β δ ad ξ θ. Supponitur autem & conus cuius basis quidem α β γ δ orbis, fastigium autem λ signum, ad ς solidum, triplam rationem habens quàm ϲ δ, ad ξ θ, est igitur sicut conus cuius basis quidẽ α β γ δ circulus, uertex autem λ signum ad ς solidum, sic pyramis cuius quidem basis est α τ β υ γ φ δ χ multangulum, uertex autem λ ad pyramida cuius basis quidem est ε ο ξ π η ρ θ σ, mul tangulum, uertex autem ν signum. Vicißim igitur (per 16 quinti) sicut conus cuius basis quidẽ est α β γ δ orbis, uer tex autem λ signũ ad eã quæ in se pyramida cuius basis est α τ ϲ υ γ φ δ χ multangulũ, uertex autem λ signũ, sic solidũ ς ad pyramida cuius basis quidem est ε ο ξ π η ρ θ σ, multãgulũ, uertex autem ν signum. Maior autẽ est prædictus conus ea quæ in se ipso pyramide, ipsam enim continet. Igitur ς solidũ, maius est ipsa pyramide cuius basis quidem est ε ο ξ π η ρ θ σ multangulum, uertex autem ν signum. Supponebatur autẽ quod & minus, quod est absurdũ. Nõ igitur conus α ϲ γ δ λ, ad aliquod corpus minus ipso ε ξ η θ ν, cono triplã rationẽ habebit, quàm ϲ δ ad ξ η. Similiter iam demõstra bimus, quod neq́ ε ξ η θ ν conus ad solidũ aliquod minus ipso α ϲ γ δ λ cono, triplã rationẽ habet, quàm ξ θ ad ϲ δ. Di co iam quod neque α β γ δ λ conus, ad aliquod solidum maius ipso ε ξ η θ ν cono, triplam habet rationẽ, quàm β δ ad ξ θ. Si enim possibile, habeat ad maius ς. Conuersim igitur ς solidũ, ad α ϲ γ δ λ conũ, triplã habet rationẽ, quàm ξ θ ad ϲ δ. Sicut autẽ ς solidum ad α ϲ γ δ λ conũ, sic ε ξ η θ ν conus ad aliquod solidũ minus ipso α ϲ γ δ λ cono, & ε ξ η θ ν igitur conus, ad solidũ aliquod minus ipso α ϲ γ δ λ, cono, triplã rõnẽ habet, quã ξ θ ad ϲ δ, quod impossibile esse pa tuit. Igitur α β γ δ λ conus, ad solidum aliquod maius ipso ε ξ η θ ν cono, triplam rõnẽ non habet, quàm δ ad ξ θ, pa tuit autẽ q́ neq́ ad minus. Conus igitur α β γ δ λ, ad conum ε ξ η θ ν, triplã rationẽ habet, q̃ ϲ δ ad ξ θ, (per 15 quinti,) si cut autẽ conus ad conũ, sic cylindrus ad cylindrum, triplus enim est cylindrus, ipsius coni qui in eadẽ est basi & sub æquali fastigio ipsi cono. Ostensum est autẽ, (in 10 duodecimi,) quod omnis conus, cylindri tertia pars est eandem ei dem basim habentis (per 10 duodecimi) & æquale fastigium. Et cylindrus igitur, ad cylindrũ triplã habet rationem quàm ϲ δ ad ξ θ. Similes igitur coni & cylindri, adinuicẽ in triplici sunt ratione dimetientiũ quæ in basibus. Quod ostendere oportuit.

Eucli ex Zamb. Theorema 13 Propositio 13

13 Si cylindrus plano secetur, parallelo existenti eis quæ ex opposito planis, erit sicut cylindrus ad cylindrum sic axis ad axem.



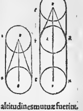
THEON ex Zamb. Cylindrus enim α δ, plano ν θ secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, hoc est ipsis α ϲ γ δ. Dico quod est sicut ϲ η cylindrus ad η δ cy lindrum, sic est ε κ axis ad κ ξ axem. Extẽdatur axis ε ξ ex utraque parte, in λ μ, signa, exponanturq́ ipsi ε κ axi æquales quilibet utcũq́ ε ν, ν λ, ipsi autẽ ξ κ, quilibet utcũq́ ξ ς, ς μ, & extẽdantur per λ, ν, ς, μ signa: plana parallela α ϲ, γ δ, & intelligãtur in ipsis per λ, ν, ς, μ, planis circũ centra λ, ν, ς, μ, circuli π, ρ σ, τ υ, φ ψ, æquales ipsis α β, γ δ, & intelligantur cylindri, π ρ, ρ ϲ, δ τ, τ χ. Et quoniã ipsi λ ν, ν ε, ε κ, axes adinuicem sunt æ quales, ipsi igitur π ρ, ρ ϲ, β η, cylindri adinuicem sunt sicut bases (per 11 duodecimi.) Ba ses autẽ sunt æquales. Igitur & ipsi π ρ, ρ ϲ, ϲ η, cylindri, sunt æquales. Quoniam igitur ipsi λ ν, ν ε, ε κ, axes adinuicem sunt æquales, sunt autem & ipsi π ρ, ρ β, ϲ η, cylindri adinuicem æquales, & multitudo ipsorum λ ν, ν ε, ε κ, æqualis est multitudini ipsorum π ρ, ρ ϲ, ϲ η, quotuplex igitur est κ λ axis ipsius ε κ axis, totuplex erit & π η cylindrus i psius β η cylindri. Etiam id propterea quotuplex est μ κ axis ipsius κ ξ axis, totuplex est & cylindrus χ η ipsius η δ cylindri. Et si κ λ axis æqualis est ipsi κ μ axi, æquus est & cylindrus π η ipsi η χ cylindro. Si autẽ axis κ λ maior est ipso κ μ axe, maior erit & π η

cylindrus ipso ν χ cylindro. Et si minor, minor (per 1 quinti, Quatuor iā existētibus magnitudinibus, axibus quidē, ι κ ζ, cylindris aūt ϛ κ ν ϑ accepta (per diffinitionē 6 quinti) sunt æque multiplicia ipsius qdē ι κ axis & ϛ ν cylindri, ipse axis κ λ, & ξ ν cylindrus. ipsius autē κ ζ axis, & ν ϑ cylindri, κ μ axis & ν χ cylindrus. Et patuit quod si κ λ, axis excedit κ μ axē, & ξ ν cylindrus ipsum excedit ν χ cylindrū, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Est igitur (per 6 diffinitionē quinti) sicut ι κ axis ad κ ζ axē, sic β ν cylindrus ad ν ϑ cylindrū. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 14

14 In æqualibus basibus existentes coni & cylindri, adinuicem sese habent sicut fastigia.

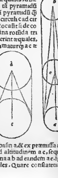
THEON ex Zamb. Sint enim in æqualibus basibus α ϛ, γ ϑ, cylindri ζ ϑ, ι ϛ. Dico q' est sicut cylindrus ι ϛ ad cylindrū ζ ϑ, sic est κ θ axis ad κ λ axē, extēdatur enim κ λ axis in ν signū, ponaturq; ipsi κ θ axi æqualis λ ν, & circa axem λ ν, intelligatur cylindrus γ μ. Quoniā igitur ι ϛ, γ μ cylindri sub eodē sunt fastigio, adinuicē sūt sicut bases (per 11 duodecimi) Bases autem inuicē sunt æquales, igitur & cylindri ι β, γ μ, sunt æquales. Et quoniā cylindrus ζ μ, plano quodam secatur γ ϑ, parallelo existēte eis quæ ex opposito planis, est igitur (per 13 duodecimi) sicut γ μ cylindrus ad ζ ϑ cylindrum, sic est λ ν axis ad κ λ axē, æqualis autē est γ μ cylindrus ipsi ι β cylindro, & λ ν axis ipsi κ θ axi. Est igitur sicut ι ϛ cylindrus ad ζ ϑ cylindrum, sic est κ θ axis ad κ λ axē. Sicut autem ι β cylindrus ad ζ ϑ cylindrum, sic α ι β conus ad γ ϑ κ conū, tripli enim sunt cylindri ipsorū conorum (per 10 duodecimi,) & sicut igitur (per 11 quinti) κ θ axis ad κ λ axem, sic α ϛ κ, conus ad γ ϑ κ, conū, & ι β cylindrus ad ζ ϑ cylindrū Quod erat ostēdendū.



Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 Si duæ pyramides rotūdæ siue colūnæ fuerint æquales, suæ bases & altitudines e runt mutuæ. Si uero suæ bases & altitudines mutuæ fuerint, ipsas pyramides siue columnas æquales esse necesse est.

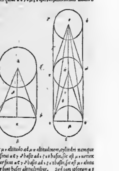
CAMPANVS. Altitudinē pyramidū, determinant lineæ a conis ad bases perpēdiculariter descendētes, columnarum autē, a supremis earū superficiebus ad basēs. Sint itaq; duæ rotūdæ pyramides a b & c d æquales, duæque rotūdæ colūnæ a b & c d æquales, sintq; cōmunes bases tā pyramidū quàm colūnarū duo circuli a & c, cōes quoq; altitudines tā pyramidū q̃ colūnarū determinatæ per lineas a b & c d. Dico q̃ ꝓportio circuli c ad circulū a, est sicut altitudinis a b ad altitudinē c d, & ecōuerso. Hoc aūt si de colūnis, ꝓbatū fuerit, de pyramidib9 certū erit, quoniā oīs colūna rotūda tripla est ad suā pyramidē Si itaq; duæ altitudines a b & c d, fuerint æquales, ex præmissa cōstat ꝓpositū Si aūt inæquales, sit a b maior, sumaturq; a e æqualis a d, & secetur colūna a b, à superficie e æquidistāter basi eius a, eritq; ex præmisso antecedēte, colūna a b ad colūnā a e, sicut altitudo a b ad altitudinē a e, uideoq; ex pria ꝑte 7 qnti colūnā c d ad colūnā a e sicut altitudo a b ad altitudinē a e, quare per secūdā partē 7 qnti, sicut altitudo a b ad altitudinē c d, ex præmissa autē est colūna c d ad colūnā a e, sicut circulus c ad circulū a, itaq; per 11 quinti est altitudo a b ad altitudinē c d, sicut basis c ad basin a. Cōstat igitur prima pars. Secunda conuerso modo cōstabit, eadē dispositione manente. Sit enim ut basis c ad basin a, sic altitudo a b ad altitudinē c d. Dico quod duæ columnæ a b & c d sūt æquales: erit enim ex scd'a parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e, sicut basis c ad basin a. Et quia ex præmissa, columna c d ad colūnam a e est sicut basis c ad basin a, & ex præmissa antecedēte columna a b ad columnam a e, sicut altitudo a b ad altitudinem a e, sequitur ex 11 quinti ut columna c d ad columnam a e sit sicut columna a b ad eandem a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d, sunt æquales. Quare constat etiam secunda pars.



Eucl. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 Aequalium conorum & cylindrorum, reciprocæ sunt bases uerticibus. Et coni & cylindri quorum reciprocæ sunt bases uerticibus, sunt æquales.

THEON ex Zamb. Sint æquales coni & cylindri, quorũ bases quidẽ α ϐ γ δ, ε ζ η θ, orbes, dimetientes autem ipsorum α γ, ε η, axes autem κ λ, μ ν, qui & altitudines sunt conorum & cylindrorum. Et compleantur ipsi α ξ, ε ο, cylindri. Dico quod ipsorũ α ξ, ε ο, cylindrorũ, reciprocæ sunt bases uerticibus, hoc est quod est sicut α ϐ γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν uertex ad κ λ uerticẽ. Fastigiũ enim κ λ, ipsi μ ν, fastigio aut est æquale, aut nõ. Sit prius æquale. Est autẽ & α ξ cylindrus, ipsi ε ο cylindro æqualis, sub eodẽ autẽ fastigio existẽtes coni & cylindri, adinuicẽ sunt sicut bases (per 11 duodecimi.) Aequalis est igitur α ϐ γ δ basis, ipsi ε ζ η θ basi. Quare & reciprocæ sunt, sicut α ϐ γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν fastigiũ ad κ λ fastigiũ. Sed iam non sit uertex λ κ ipsi μ ν æqualis, sed esto maior μ ν, & auferatur (per 3 primi) ab ipsa μ ν altitudine, ipsi κ λ æqualis π μ, ponaturq́ (per 2 primi) ipsi λ κ uertici æqualis π μ, & per π signum secetur (per 13 duodecimi) cylindrus ε ο, plano τ υ σ parallelo existẽte eis quæ ex opposito planis, hoc est ε ζ η θ, ρ ο, circulorũ. Et à basi quidẽ ipsius ε ζ η θ circuli, fastigio uero μ π, cylindrus intelligatur ε σ. Et quoniam α ξ cylindrus æquus est ipsi ε ο cylindro, alius autẽ ε σ cylindrus, est igitur (per 7 quinti) sicut α ξ, cylindrus ad ε ξ cylindrum, sic est ε ο cylindrus ad ε σ cylindrum. Sed sicut quidẽ α ξ cylindrus ad ε σ cylindrum, sic est α ϐ γ δ basis ad ε ζ η θ basin. Sub eadem enim sunt altitudine ipsi α ξ, ε ξ, cylindri. Sicut autem cylindrus ε ο ad cylindrum ε σ, sic μ ν altitudo ad μ π altitudinem, cylindri namque in æqualibus basibus existentes, sic habent sicut fastigia. Est igitur sicut α ϐ γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν uertex ad μ π uerticem. Aequalis aũt est π μ uertex, ipsi κ λ uertici. Est igitur sicut α ϐ γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν altitudo ad κ λ altitudinem. Aequaliũ igitur α ξ, ε ο, cylindrorũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Sed iam ipsorum α ξ ε ο, cylindrorum reciprocæ sint bases altitudinibus, estoq́ sicut α ϐ γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic uertex μ ν ad uerticem κ λ. Dico quod α ξ cylindrus, æqualis est ipsi ε ο cylindro. Eisdem namque dispositis, quoniam est sicut α ϐ γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν fastigium, ad κ λ fastigium, æqualis autem est κ λ uertex ipsi π μ uertici, est igitur sicut α ϐ γ δ, basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν uertex ad π μ uerticem. Sed sicut quidem α ϐ γ δ, basis ad ε ζ η θ, basin, sic cylindrus α ξ ad ε σ cylindrum, sub eodem namque est fastigio. Sicut autem μ ν (per 14 duodecimi) uertex ad π μ uerticem, sic ε ο cylindrus ad ε σ cylindrũ. Est igitur sicut α ξ cylindrus ad ε σ cylindrum, sic est ε ο cylindrus ad ε σ, cylindrum. Aequalis igitur est α ξ cylindrus, ipsi ε ο cylindro. Sic etiã & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 CVm propositi fuerint duo circuli ab uno centro circunducti, superficiem multiangulam æqualiũ laterũ circulũ minorẽ minime tangentium, intra circulum maiorem describere.

CAMPANVS Sint duo circuli a b c d & e f, ab uno communi centro quod sit g, circũducti, dico quod intra maiorem qui sit a b c d, possibile est unum polygonium quod sit æquilaterũ, describi, minorẽ circulum qui est e f nullo suorum laterũ tãgens. Quadrentur enim, id est in quadrantes diuidantur hi duo circuli duabus diametris super centrum ipsorum orthogonaliter se inuicẽ secantibus, quæ sint a c & b d. sitq́ e f diameter minoris, pars diametri a c quæ est diameter maioris. Sicq́ igitur à puncto e. ducatur utrinque usque ad circunferentiam maioris lineæ orthogonaliter super diametrum e f, quæ occurrat circunferentiæ maioris, hinc quidẽ, in pũcto h inde uero, in puncto k, erit ex correlario 15 ter



tij. linea h e k, cōtingens circulũ minorem Postea uero quadrantē a b maioris circuli diuide per æqualia in pũcto l, secũdũ doctrinã 19 tertij, dehinc rursus arcũ a l, per æqualia ad punctũ m. Cũq; hoc pluries feceris, necessario tãdem deuenies ad arcũ qui minor erit arcu a h, sitq; hic a m. Hoc autē idcirco necessarium est, quia cum fuerint duæ quantitates inæquales, si a maiori earũ dematur eius dimidiũ, itẽq; a residuo dimidiũ, possibile est hoc totiēs fieri quousq; tandē minor minore earũ relinquetur, quemadmodũ in 1 decimi demonstratũ est. Cum igitur sic diuidēdo, ad arcũ quãtuluncunq; minorem a h, fuerit deuentum, cuiusmodi est hic arcus a m, sumatur arcus a n, æqualis arcui a m, ducãturq; duæ lineæ a m & n m. Quia igitur arcus a k est æqualis arcui a h, quod ex secunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifestum est. & quia arcus a n est æqualis arcui a m, erit ex cõi sciẽtia, arcus n k æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h, sũt æquidistãtes, ergo linea m n, nõ poterit tangere circulũ e f, quare multo fortius neque linea a m, potest ipsum tãgere Quoniã igitur cõstat circulũ a b c d diuisibilē esse per arcus æquales arcui a m, ideoq; per 28 tertij simul cõstat intra ipsum circulũ posse chordulas æquales chordulæ a m cõtinue coaptari circulũ ipsum polygoniæ chordãtes, manifestũ est intra circulũ maiorē posse unum polygonium æquilaterum cuius unum latus est linea a m inscribi. Et quia linea a m nõ cõtingit circulũ minorē, patet ex prima parte 15 tertij & diffinitiõe linearũ à cẽtro circuli æqualiter æquidistantiũ, quod inscriptũ polygoniũ nullo laterũ suorũ tangit circulũ minorē. Quod est propositũ. At quid dubitas, duas lineas m n & k h, esse æqdistãtes, cũ sint duo arcus n k & m h æquales? Hoc aũt incõcussam ueritatē sortium est, quod duæ lineæ circulũ unũ non autē se inuicē secantes, si ex circunferentia æquales arcus hincinde lineis ipsis intersint, erũt æquidistãtes. Duc quidē à cẽtro g, lineam g p perpẽdicularē ad lineã m n, quæ secet lineã h k in pũcto q, & protrahe lineas g m, g n, g k, g h, & duobus arcubus n k & m d, subtende duas chordas quæ etiã dicantur n k & m h, eruntq; ex 28 tertij hæ chordæ æquales n k & m h, eo quod arcus æquales, & per secũdã partē 3 eiusdē tertij erit linea n p, æqualis lineæ m p. Cũ igitur uterq; duorũ angulorũ qui sunt ad p, sit rectus ex diffinitione perpendicularis, erit ex 4 primi angulus n p g æqualis

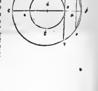


angulo p g m. At uero per 8 primi angulus k g n est æqualis angulo h g m. Itaque per cõmunem scientiã (quæ est, si æqualibus æqualia addas, tota erunt æqualia) erit angulus k g q æqualis angulo q g h, ideoq; per 4 primi linea k q, erit æqualis lineæ q h, quare per primã partē 3 tertij, linea g q erit perpendicularis ad lineã k h. Igitur ex prima parte 28 primi duæ lineæ n m & k h, sunt æquidistantes Et hoc est qđ dubitare conquestus es. Hoc enim idē aliter demonstrare est possibile. Ducatur enim linea n h, eritq; ex ultima sexti angulus h n m, æqualis angulo n h k, eo eo quod arcus h m est æqualis arcui n k, ideo ex 27 primi linea m n, æquidistans lineæ h k. Conuersam quoque si libuerit, conuerso modo probabis. Si enim linea m n est æquidistãs lineæ h k, erit arcus n k æqualis arcui m h Erunt enim ex prima parte 29 primi, duo anguli h n m & n h k æquales. Ideoq; ex ultima sexti duo arcus n k & m h erunt etiã æquales.

Eucl. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 16

16 Binis orbibus circum idem centrum existẽtibus, in maiori orbe multãgulũ æquilaterũ & parilaterũ inscribere, non tangens orbē minorē in superficie.

THEON ex Zamb. *Sint bini orbes α β γ δ, ε ζ η θ, circũ idem cẽtrum κ. Oportet in maiori circulo α β γ δ, multãgulũ æquilaterũ & parilaterũ inscribere, nõ tangens ipsum ε ζ η θ, circulũ. Excitetur per κ centrũ, recta linea β δ, & à signo η ipsi δ β rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) α η, & extendatur in γ. Igitur α γ tangit ipsum ε ζ η θ orbem. Secantes iam (per 30 tertij) ipsam β α δ circunferentiam diuidue, & ipsius dimidium bifariã, & hoc semper efficientes (per 1 decimi) relinquemus quandam circunferentiã minorē ipsa α δ, relinquatur, & esto λ δ, & ab ipso λ in β δ, perpendicularis excitetur (per 12 primi) λ μ, extendaturq; in ν, & connectantur ipsæ λ δ, δ ν, λ ν. Igitur λ δ, ipsi δ ν, est æqualis. Et quoniã parallelus est α γ ipsi λ ν, sed α γ tangit ipsum ε ζ η θ, orbem: igitur λ μ non tangit ipsum orbem ε ζ η θ, multo*

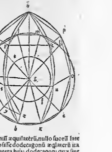


e θ. multo minus igitur ipsæ λ δ, δ ν, tāgunt ipsum ε ζ η θ, orbē. Si igitur ipsi λ δ, rectæ lineæ æquales in cōtinuū aptabimus in orbe α β γ δ, describetur in orbe α β γ δ, multangulū æquilaterum & parilaterum nō tangens ipsum orbē ε ζ η θ, minorem. Quod facere oportuit.

CORRELARIVM. Et inde est manifestum, quod perpendicularis quæ ex λ in β δ, ætum circulum non tangit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 DVabus sphæris unū centrū habētibus propositis, intra maiorē earū solidū multarū basiū superficiē minoris sphæræ minime tāgētiū figuraliter cōstituere. Quo cōstituto si in miori sphæra siue in qualibet alia sphæra simile corp⁹ intelligibiliter cōstituatur. erit proportio corpis multarū basiū intra maiorē sphærā cōstituti ad corp⁹ multarū basiū intra minorē sphærā uel aliā cōstitutū, sicut diametri maioris sphæræ ad diametrū minoris uel alteri⁹ ꝓportio triplicata.



CAMP. Sint ꝓpositæ duæ sphæræ, a b c d & e f, unū atque idē centrū quod sit g, habentes. & sit maior earū sphæra a b c d, minor uero sphæra e f, uolumus autē intra maiorem earū unū corpus multarū basiū constituere, de quibus nō intēdimus quod ipsæ bases sint æquales aut similes, sed quod nulla earum non tangat superficiē minoris sphæræ. Cū igitur hoc uoluerimus facere, secabimus simul utrāꝗ ꝓpositarū sphærarū una plana superficie per cōe cētrū earū trāseūte, eruntꝗ ex diffinitione sphæræ & diffinitiōe circuli, cōmunes sectiones huius secantis superficiei & superficierū sphærarū propositarū, lineæ cōtinentes circulos. Sint itaꝗ duo circuli a b c d & e f, quorū centrū est centrū sphæræ de quo ꝓpositū est quod ipsum sit g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris se supra cōe centrū eorū orthogonaliter secātibus, quæ sint a c & d b, postea maiori circulo secundū præcepta præmissæ inscribemus unū polygoniū æquilaterū, nullo suorū laterū tāgēs minorē circulū. Et sufficiat exēpli causa inscripsisse dodecagonū æqlaterū ita ꝙ in quadrāte ipsius maioris circuli q est c d, sint tria latera hui⁹ dodecagoni quæ sint chordæ d h, b k, & k c, quæ cū sint æquales, erūt quoꝗ ex prima pte 17 tertij arcus earū æquales. Dehinc a duobus pūctis b & k quæ sunt extremitates mediæ chordæ, producemus duas diametros quæ sunt h m & k l, & super cētrū g erigemus lineā g n perpēdicularē ad superficiē circuli a b c d, quā ꝓducemus quousꝗ obuiet supficiei sphæræ maioris super pūctū n Deinde intelligā quatuor superficies secātes sphæras propositas, quarū unaquæꝗ secet eas super lineā g n, scilicet pria earū, supra lineā g n & diametrū d b, secūda, super lineā g n & diametrū h m, tertia uero super lineā g n & diametrū k l, quarta aūt, super lineā g n & diametrū c a, eruntꝗ ex diffinitiōib⁹ sphæræ & circuli, cōmunes sectiōes harū superficierū & superficiei sphæræ maioris, lineæ cōtinētes circulos, & erūt portiōes inscriptæ ut inter punctū n & quatuor pūcta quæ sunt d, h, k, c, quadrantes horū circulorū, qui quadrātes sunt d n, h n, k n, & c n. Hoc autē ideo euenit, qđ oēs anguli quos cōtinet linea g n cū unaquaꝗ diametrorū protractarū in superficie circuli a b c d, sunt recti ex diffinitione lineæ perpēdicularis ad superficiē, recti uero anguli in centro, quartæ circunferētiæ subtendātur, quod ex ultima sexti euidenter apparet. Ex diffinitiōe aūt circulorū æqualiū manifestū est, ꝙ unusqꝗ horū quatuor circulorū est æqualis circulo a b c d nā diameter omniū ipsorū, est diameter sphæræ maioris Igitur per 28 quinti quadrātes eorū, sunt æquales. Quare qnꝗ arcus qui sūt d n, b n, k n, c n, & d c, sūt æquales In unoquoꝗ ergo quatuor quadrātiū circulorū erectorū cōaptētur hypothenusales chordæ quarū quælibet sit æqualis chordæ circuli ꝓstrati, quæ sūt latera polygonij sibi inscripti & est una earū chorda d h, sintꝗ ī prio qdē, d q, q r, & r n,

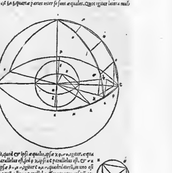
in secundo uero, h s, s t, & t n, in tertio autem, k u, u x, & x n, & in quarto, sint c o, o p, & p n. Et protrahantur corausti coniũgentes capita hypothenusalium chordarũ quæ sint q s, s u, u o, & r t, t x, x p. Vides igitur quartæ parti supioris hemisphærij maioris sphæræ quæ quidẽ quarta pars est d n c inscriptum esse corpus 9 basiũ, quarũ tres quæ coeũt in puncto n, sunt triangulæ, cæteræ autem sunt quadrangulæ, suntq; harũ quadrãgularum superficierum hypothenusalia latera æqualia, sed non æquidistantia. Corausti autẽ inter quosq; duos circulos intercepti, sunt æquidistantes adinuicem & chordæ circuli prostrati, sed non sunt adinuicem æquales. Hoc autẽ scies, si perpẽdiculares a corausṭorum extremitatibus ad superficiẽ circuli iacẽtis dimiseris, de quibus cõstat quod ipsæ cadent super diametros circulorũ quos corausti cõtinuant, quod ex demõstratis in 35 undecimi facile deprehendes. Verbi gratia Sint a duobus terminis corausti q s, demissæ duæ perpendiculares q y & s z, cadentes in diametris d b & h m, & protrahantur lineæ q g & y z, eruntq; ex quarta sexti duo trianguli q y d & s z h similes: quãre proportio duarum perpendicularium q y & s z, erit sicut duarum chordarum q d & s h. Cumq; sint chordæ æquales, erunt etiã & perpendiculares æquales. At ipsæ sunt æquidistãtes ex 6 undecimi, ergo ex 33 primi coraustus q s, est æqualis & æquidistans lineæ y z. Et quia ex secunda parte secundæ sexti linea y z est æquidistãs chordæ d h, & ideo minor ea, sequitur ex 9 undecimi ut coraustus q s, sit etiam æquidistans chordæ d h, & minor ea ex conceptione. Cum itaque chordæ quæ sunt latera polygonij inscripti in circulo iacenti (& ipsæ sunt omnes æquales chordæ d h) non tangant sphærã minorem, necesse est ut nullum latus harum basium corporis inscripti siue quadrãgulæ sint siu trigonæ, tangat eandem minorem sphæram, cũ omnia hæc latera sint ipsis chordis æqualia aut minora. Simpliciter autem dico quod nulla etiam harũ basium de quibus omnibus manifestũ est ex secunda parte 1 undecimi quod ipsæ sunt totæ in superficie una, potest aliquo sui puncto contingere minorem sphærã, eo quod omnis linea recta ducta super quẽlibet punctũ cuiusq; earũ æquidistãter corausto, minor est necessario chorda prostrati circuli. Si igitur conuexitates aliarũ quartarũ maioris sphæræ tam superioris hemisphærij quam inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisque superficiebus subtexãtur, erit maiori sphæræ corpus 72 basium superficiem minoris sphæræ minime tangentium quemadmodum propositum fuerat inscriptũ. Dico insuper quod si in alia qualibet sphæra simile corpus statuatur, erit proportio unius ad alterũ sicut diametri unius sphæræ ad diametrũ alterius triplicata. Erunt enim ex 72 bases utriusque corporis, bases totidem lateratarum pyramidum, quarum omniũ uertices erunt in centris ipsarũ sphærarũ. Has autem pyramides perficies, si a singulis angulis inscriptorum corporum quæ sunt extremitates chordarum & coraustorum lineas ad centra sphærarum produxeris. Stude itaque ex diffinitione similium corporum probare cũctas pyramides unius esse similes suis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex 8 huius proportio uniuscuiusque earum unius ad suam relatiuã alterius, sicut proportio semidiametrorum sphærarum ipsarum triplicata, sunt enim semidiametri sphærarum, latera cunctarum pyramidum. At quia semidiametrorũ est ex 15 quinti una proportio, ex 13 eiusdem facile concludes propositum.

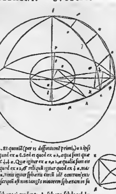
Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 17

17 Binis sphæris circum idem centrum existentibus, in maiori sphæra solidum polyhedrum inscribere non tangens sphæram minorem in supficie.

THEON ex Zamb. *Intelligantur binæ sphæræ circum idem centrum α. Oportet iam in maiori sphæra solidum polyhedrum inscribere, non tangens sphæram minorem in superficie. Seceturq; sphæræ plano aliquo per centrum, erunt igitur sectiones circuli: quoniã (per 14 diffinitionem undecimi) manente diametro & circunducto semicirculo facta est sphæra. Quare in qualicunque positione intelligamus hemicyclum, quod per ipsum eductum planum, efficiet in superficie sphæræ circulum, & manifestum quod & maximum, quoniã sphæræ diameter quæ etiam est hemicycli diameter, & perinde circuli, maior est (per 15 tertij) omnibus in circulo uel sphæra ductis rectis lineis. Esto igitur in maiori quidem sphæra circulus β γ δ ε, in minori autẽ circulus ζ η θ, excitenturq; ipsorũ diametri ad angulos rectos sibi inuicem β δ, γ ε, & binis orbibus circa idem centrum existentibus hoc est β γ δ ε, ζ η θ in maiori circulo β γ δ ε, multiangulum æquilaterum & parilaterum describatur (per præcedentem) nõ tangens sphæram minorẽ ζ η θ, cuius latera sint in ε β quadrante β κ, κ λ, λ μ, μ ε, & connexa κ α recta linea, extendatur in ν, & excitetur (per 12 undecimi) ab ipso α signo ipsi plano β γ δ ε circuli plano ad angulos rectos α ξ, & incidat ipsi superficiei sphæræ in ξ, & per α ξ, & per utranque ipsarum β δ, κ ν, plana producantur. Facient iam per prædicta in ipsius sphæræ superficie*

superficie maximos orbes, efficiãt, quorũ hemicyclia sunt in ϛ δ, κ μ, diametris, ipsa ϛ ξ δ, κ ξ ν, Et quoniã ξ α recta est ad ipsius ϛ γ δ ε planũ. & omnia igitur quæ per ξ α, plana, recta sunt ad ipsius α ϛ γ δ ε circuli planũ, quare & ϛ ξ δ, κ ξ ν, hemicyclia, recta sunt ad ipsius β γ δ ι circuli planum, Et quoniam hemicyclia, ϛ ε δ, ϛ ξ δ, κ ξ ν, sunt æqualia, in æqualibus namque sunt diametris ϛ δ, κ ν, & ϛ ι, ϛ ξ, κ ξ, quartæ partes inter se sunt æquales. Quot igitur latera multiãguli sunt in β ι quarta parte, tot quoque sunt in ipsis β ξ, κ ξ, quartis partibus ipsis α ϛ, κ λ, λ μ, μ ι, rectis lineis æquales, Describãtur, & sint ϛ ε, ο π, π ρ, ρ ξ, κ σ, σ τ, τ υ, υ ξ. & cõnectantur ipsæ σ ε, τ π, υ ρ. Et ab ipsis ε, σ, in ipsius ϛ γ δ ι circuli planũ perpẽdiculares excitentur, Cadũt, in quã, in cões sectiones planorũ ϛ δ, κ ν, quoniã & ipsorũ ϛ ξ δ, κ ξ ν, plana recta sunt ad ipsius ϛ γ δ ι circuli planũ, cadãt, & sint ο φ, σ χ, & cõnectãtur φ χ. Et quoniã in æqualibus hemicyclijs ϛ ξ δ, κ ξ ν, æquales rectæ lineæ sunt ϛ ο, κ σ, & perpendiculares ductæ sunt ε φ, σ χ, æqualis igitur est ο φ ipsi σ χ, & β φ, ipsi κ χ, est autem & tota ϛ α, toti κ α æqualis, & reliqua igitur φ α, reliquæ χ α est æqualis. Est igitur sicut β φ ad φ α, sic est α χ ad χ α, parallelus igitur est φ χ, ipsi α ϛ, Et quoniã utraque ipsarum ο φ, σ χ recta est ad ipsius ϛ γ δ ε circuli planum, parallelus igitur est ο φ ipsi σ χ: patuit aũt, quod & ipsi æqualis, ipsæ χ φ, σ ο, igitur, æquales & paralleli sunt. Et quoniam χ φ, ipsi σ ε parallelus est, sed φ χ, ipsi κ ϛ parallelus est, & σ α igitur ipsi α β parallelus est, & ipsas cõnectũt, ipsæ β ι, κ σ, igitur ϛ ο, κ σ, quadrilaterũ, in uno est plano. Quoniã (per 7 undecimi) si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, & in utraque ipsarũ accipiantur contingentia signa, & ad ipsa signa annexa recta linea, in eodẽ est eũ ipsis parallelis plano. Idq́; propterea & unũquodq; ipsorũ σ ο π τ, τ π ρ υ, quadrilaterorũ, in uno est plano. Est autẽ triãgulũ υ ρ ξ, in uno plano. Si uero intelligamus ab ipsis ο, σ, π, τ, ρ, υ, signis in α connexas rectas lineas, cõstituetur quædã figura solida polyhedra inter β ξ, κ ξ, circũferẽtias, ex pyramidibus cõposita, quarũ bases quidẽ sunt κ β ο σ, σ ο π τ, τ π ρ υ, quadrilatera, & υ ρ ξ triãgulũ, uertex aũt α signũ. Si aũt & in unoquoq; ipsorũ κ λ, λ μ, μ ι, laterũ, sicut in ϛ κ eadẽ cõstruamus, & insuper in reliquis tribus quartis partibus, & in reliquo hemisphærio, cõstituetur figura solida polyhedra descripta in sphæra, contẽta ex pyramidibus quarũ bases sunt prædicta quadrilatera & triãgulũ υ ρ ξ, & quæ in eodẽ ordine eis, uertex aũt α signũ. Dico quod prædicta polyhedra nõ tãget minorẽ sphærã in superficie, in qua est circulus ζ η θ. Excitetur (per 11 undecimi) ab ipso α signo in ipsius κ ϛ ε σ quadrilateri planũ, perpẽdicularis α ψ, & incidat ipsi plano in ψ signo, & connectãtur β ψ, ψ κ. Et quoniã α ψ recta est ad ipsius ϛ κ ε σ planũ, & ad omnes igitur ipsam tangentes rectas lineas & existẽtes in ipsius quadrilateri plano recta est α ψ (per 2 diffinitionẽ undecimi.) igitur α ψ, recta est ad utrãq; ipsarũ β ψ, ψ κ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) α ϛ ipsi α κ est æqualis, æquũ est & quod ex α ϛ, ei quod ex α κ. Et ipsi quidẽ quod ex α β, æqualia sunt (per 47 primi) ea quæ ex α ψ, ψ β, rectus enim, qui ad ψ. Ipsi aũt quod ex α κ, æqualia sunt quæ ex α ψ, ψ κ Quæ igitur ex α ψ, ψ β, æqua sunt eis quæ ex α ψ, ψ κ Cõe auferatur quod ex α ψ, reliquũ igitur quod ex ϛ ψ, reliquo quod ex ψ κ est æquale, æqualis igitur est ϛ ψ, ipsi ψ κ. Similiter iã demõstrabimus quod & quæ ab ψ ad ε σ cõnexæ rectæ lineæ, æquales sũt utriq; ipsarũ β ψ, ψ κ. Cẽtro igitur ψ, & spacio altero ipsorũ ϛ ψ, ψ κ, circulus descriptus, ibit etiã per ε, σ, & quadrilaterũ κ ϛ ο σ, erit in circulo. Et quoniã κ β maior est ipsa χ φ, æqualis autẽ est χ φ ipsi σ ε, maior igitur est ϛ κ ipso σ ο. Aequalis aũt est κ ϛ, utriq; ipsarũ κ σ, ϛ ο, & utraq; igitur ipsarũ κ σ, ϛ ο, ipsa σ ε maior est. Et quoniã in circulo quadrilaterũ est κ ϛ ο σ, & β κ, ϛ ε, κ σ, æquales, & minor ο σ, & ex cẽtro circuli est β ψ, igitur quod ex κ ϛ, eo quod ex ϛ ψ maius est quàm duplũ. Excitetur (per 11 primi) ab ipso κ, in ϛ φ perpẽdicularis κ ω. Et quoniã β δ ipsa δ ω minor est quàm dupla, estq́; sicut ϛ δ ad δ ω sic quod ex δ β ϛ ω, ad id quod sub δ ω, ω ϛ, descripto aũt ab ipsa ϛ ω quadrato, cõpletoq; quod in parallelogrãmo, & quod sub δ β, β ω, igitur eo quod sub δ ω, ω β, minus est quàm duplum, & connexa κ β, quod sub δ ϛ, β ω, æquum est ei quod ex ϛ κ, quod uero sub δ ω, ω ϛ, æquũ est ei quod ex κ ω. Igitur quod ex κ β, eo quod ex κ ω minus quàm duplũ. Sed quod ex κ ϛ, eo quod ex ϛ ψ maius est quàm duplũ, maius igitur est quod ex κ ω, eo quod ex ϛ ψ. Et quoniã (per 15 diffinitionem primi) ϛ α, ipsi κ α est æqualis, æquũ est & quod ex ϛ α ei quod ex κ α. Et autem quod autẽ ex α ϛ, (per 47 primi) æqualia sunt quæ ex ϛ ψ, ψ α. Et aũt quod ex κ α, (per 47 primi) æqua sunt quæ ex κ ω, ω α. Quæ igitur ex β ψ, ψ α, æqualia sunt eis quæ ex κ ω, ω α. quorũ quod est κ ω maius est eo quod ex β ψ. Reliquũ igitur quod ex ω α, minus est eo quod ex ψ α. Maior igitur est α ψ, ipsa α ω, multo igitur maior est α ψ, ipsa α η, Estq́; ipsa





ſa α ζ in unã ipſius polyhedri baſim, & α ε in minoris ſphæræ ſuperficiem. Quare & polyhedrũ nõ tangit ſphærã in ſuperficie. Quod facere oportebat.

Oſtẽdẽdũ iã & aliter ac expeditius quod maior eſt α ζ, ipſa α ε. Excitetur (per 11 primi) ab ipſo ε ipſi α ε ad angulos rectos ε, & cõnectatur α λ. Secãtes iã (per 30 tertij) ipſam γ ϐ circũferẽtiam diuidue, & dimidiũ ipſius diuidue, & hoc ſemper facitẽs, relinquemus quãdam circunferentiã quæ eſt minor quã circunferẽtia ϐ γ δ circuli quæ ſubtenditur ab æquali ipſi ε λ, relinquatur, & eſto ε ϐ circũferẽtia. Minor igitur eſt & ε ϐ recta linea, ipſa ε λ. Et quoniã in circulo eſt ϐ ε σ ο quadrilaterum, & æquales ſunt ε β, ϐ ε, σ ζ, & minor eſt ο σ, angulus igitur qui ſub β ζ ε obtuſus eſt, maior igitur eſt ϐ ε, ipſa β ζ. Sed ipſa ε ϐ maior, eſt quàm ipſa ο λ, multo maior igitur eſt ο λ, ipſa ϐ ζ, maius igitur eſt & quod ex ο λ, eo quod ex β ζ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi,) α λ ipſi α β eſt æqualis, & quod ex α λ, igitur ei eſt æquũ quod ex α ϐ. Sed ei quod ex α λ, æqua ſunt quæ ex α ε, ε λ: ei uero quod ex α ϐ æqua ſunt quæ ex ϐ ζ, ζ α. Quæ igitur ex α ε, ε λ, æqualia ſunt eis quæ ex ϐ ζ, ζ α. Quorũ quod ex ϐ ζ, minus eſt eo quod ex ε λ, & reliquũ igitur quod ex ζ α, maius eſt eo quod ex α ε. Maior igitur eſt α ζ, ipſa ε α. Binis igitur ſphæris circũ idẽ centrum exiſtentibus, in maiori ſphæra ſolidũ polyhedrum deſcriptũ eſt non tangẽs minorem ſphæram in ſuperficie. Quod facere oportuit.



CORRELARIVM. Si uero & in altera ſphæra ei quod in ϐ γ δ ι, ſphæra, ſolido polyhedro, ſimile ſolidũ polyhedrũ inſcribatur, in ipſa ϐ γ δ ι ſphæra ſolidũ polyhedrũ ad id quod in altera ſphæra ſolidum polyhedrũ triplã habet rationẽ, quàm ipſius ϐ γ δ ι ſphæræ dimetiẽs ad ipſius alterius ſphæræ dimetientẽ. Diſtribuẽtis nãq; ſolidis in numero æquales & æqualis ordinis pyramidas, pyramides ſimiles erũt. Similes uero pyramides (per 8 duodecimi) adinuicẽ in tripla ſunt rõne euſdẽ rõnis laterũ. Pyramis igitur cuius baſis quidẽ eſt κ ϐ ο σ quadrilaterũ, uertex aũt α ſignũ, ad eã quæ in altera ſphæra ſimilis ordinis pyramida triplã habet rõnẽ, q̃ ſimilis rõnis latus ad ſimilis rõnis latus, hoc eſt quàm α β quæ ex cẽtro eius eſt ſphæræ quæ circũ α centrũ, ad eã quæ ex centro alterius ſphæræ. Similiter & unaquæq; pyramis quæ in ſphæra quæ circũ centrũ α, ad quãlibet pyramida euſdẽ ordinis in altera ſphæra triplã habebit rõnẽ quàm α ϐ ad eã quæ ex cẽtro alterius ſphæræ. Et ſicut unũ antecedentiũ ad unũ ſequentiũ, ſic oĩa antecedentia ad õnia ſequẽtia. Quare totũ ſolidũ polyhedrũ quod in ſphæra quæ circũ centrũ α, ad totũ ſolydum polyhedrum quod in altera ſphæra triplam rationem habebit quàm α ϐ ad eã quæ ex centro alterius ſphæræ, hoc eſt quàm ϐ δ diameter ad alterius ſphæræ diametrum. Quod oſtendere oportuit.

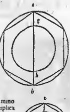
Euclid. ex Camp. Propoſitio 15

15 OMnium duarum ſphærarum eſt proportio alterius ad alteram, tanquam ſuæ diametri ad diametrũ alterius proportio triplicata.

CAMPANVS Sint duæ ſphæræ a b & c d, quarum diametri ſint a b & c d. Dico quod proportio earum, eſt ſicut ſuarũ diametrorum proportio triplicata. Cuius demõſtratio eſt. Quõniam neque ad minorem ſphæram quàm ſit ſphæra c d neque ad maiorẽ eſt, ꝓportio ſphæræ a b, ſicut diametri a b ad diametrum c d triplicata. Eſto quidem proportio ſphæræ a b ad ſphæram e f, ſicut diametri a b ſphæræ a b, ad diametrũ c d triplicata. Demonſtrabo itaque, quod ſphæra e f nõ poteſt eſſe minor neque maior quàm ſphæra c d. Si enim affirmet aduerſarius eã eſſe minorem, imaginabor eã includi a ſphæra c d, & circunduci ab eodem centro, & inſcribam ſphæræ c d iuxta præcepta præmiſſæ, unum corpus multarum baſium non tangentium ſuperficiem ſphæræ e f, minoris, dicaturque iſtud corpus nomine ſphæræ cui inſcribitur, c d. Poſtea ſimile corpus multarum baſium inſcribam ſphæræ a b, quod etiam nomine ſuæ ſphæræ dicatur a b: Conſtat itaq; ex ſecunda parte præmiſſæ & undecimi quinti, quod proportio ſphæræ a b ad ſphærã e f. eſt ſicut corporis multarum baſium quod eſt a b, ad

corpus

corpus multarum basium quod est c d, utraque enim, est sicut diameter a b ad diametrum c d triplicata. Hæc autem, ex hypothesi, illa uero, ex secunda parte præmissæ. Quare permutatim proportio sphæræ a b ad corpus multarū basiū a b, est sicut sphæra e f ad corpus multarum basium c d. Cum igitur sphæra a b sit maior corpore multarum basium a b, erit etiā sphæra e f maior corpore multarum basium c d. Hoc autē est impossibile, nā ipsa est pars eius. Non est ergo sphæra e f minor sphæra c d. Si autē dicat aduersarius eam esse maiorem, confutabimus ipsum hoc modo. Erit enim per conuersam proportionalitatem sphæra e f ad sphærā a b, sicut diameter c d ad diametrum a b triplicata. Sit itaque eadem sphæræ c d. ad sphæram g h. eritq; ex 14. quinti sphæra g h, minor sphæra a b. eo q᷑ sphæra c d posita est minor sphæra e f. Quare proportio sphæræ c d ad aliquam sphæram minorem sphæra a b. est sicut diametri c d ad diametrum a b triplicata. At hoc est impossibile, nā ex hoc sequitur, quod pars sit maior suo toto ut demonstratum est prius. Itaque sphæra e f, non est maior neq; minor quam sphæra c d. Igitur (ex 7 quinti) concludē ꝓpositā cōclusionē, quæ imponit finē libro duodecimo.



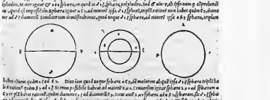


Eucl. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 18

18 Sphæræ adinuicem, in triplici sunt ratione propriorum dimetientium.



THEON ex Zāb. Intelligātur sphæræ α ϐ γ, δ ε ζ, diametri uero ipsarū sint ϐ γ, ε ζ. dico quod sphæra α ϐ γ ad sphæram δ ε ζ, triplā habet rationē quàm β γ ad ε ζ. Si aūt nō habebit igitur α β γ sphæra ad minorē aliquā ipsi δ ε ζ, sphæra, triplā rationē, uel ad maiorē, quàm β γ ad ε ζ. Habeat prius ad minorē η θ κ, & intelligatur δ ε ζ sphæra, ipsi η θ κ, circū idē centrū, describaturq; (per præcedentē) in sphæra maiori δ ε ζ, solidū polyhedrū non tangēs minorē sphærā η θ κ in superficie. Describatur autē (per eandē, & in α ϐ γ sphæra, et quod in δ ε ζ, solido polyhedro simile solidū polyhedrū. Igitur (per correlariū eiusdem) solidū polyhedrū quod in sphæra α ϐ γ, ad id solidū polyhedrū quod in δ ε ζ, triplā habet rōnē quā ϐ γ ad ε ζ. Habet autē & α ϐ γ sphæra, ad η θ κ sphæram triplā rationē quàm ϐ γ ad ε ζ, est igitur sicut sphæra α ϐ γ ad sphæram η θ κ, sic solidum polyhedrū quod in α ϐ γ sphæra, ad solidū polyhedrū quod in δ ε ζ, sphæra. Vicissim igitur (per 16 quinti,) sicut α β γ sphæra ad id quod in ipsa polyhedrū, sic η θ κ, sphæra ad id quod in δ ε ζ sphæra solidū polyhedrū. Maior autē est α ϐ γ sphæra, eo q; in se polyhedro. Maior igitur & η θ κ sphæra, eo quod in δ ε ζ, sphæra polyhedro. Sed & minor, ab ipso namq; cōprehenditur, quod est impossibile. Sphæra igitur α ϐ γ, ad minorē ipsa δ ε ζ spherā, triplā rationē non habet quàm ϐ γ, diameter ad δ ζ diametrū. Similiter iam demōstrabimus, quod neque δ ε ζ sphæra, ad minorē ipsa α β γ sphæra, triplam



habet rōnem quàm ε ζ ad ϐ γ. Dico iam quod neque sphæra α ϐ γ, ad maiorem aliquā ipsa δ ε ζ sphæra triplā habet rationē quàm β γ ad ε ζ. Si enim possibile habeat ad maiorē λ μ ν. Conuersim igitur sphæra λ μ ν ad sphæram α ϐ γ triplā habet rationē, quàm diameter ε ζ ad diametrū ϐ γ. Sicut autē λ μ ν sphæra ad α β γ, sphæram, sic δ ε ζ sphæra ad minorē aliquā ipsa α β γ sphæra, sicut antea patuit, quoniam maior est λ μ ν ipsa δ ε ζ. & sphæra δ ε ζ ad minorem ipsa α ϐ γ, sphæra triplam habet rationem quàm ε ζ ad ϐ γ, quod est impossibile. Igitur sphæra α ϐ γ, ad maiorem ipsa δ ε ζ sphæra, triplam rationē non habet quàm β γ ad ε ζ. Patuit autē quod neque ad minorem. Ipsa igitur α β γ sphæra, ad δ ε ζ sphæram, triplam habet rationem, quàm ϐ γ ad ε ζ. Quod ostendendum fuerat.

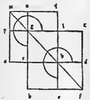
DVODECIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER TERTIVSDECIMVS.

Euclides ex Campano. Propositio 1

1 CVm diuisa fuerit linea secundum proportionem habeotem medium duo'que extrema, si maiori portiooi linea io longum addatur æqualis dimidio ipsius lineæ proportionaliter diuisæ, quadratum lineæ ex eis duabus compositæ quadrati medietatis eiusdem lineæ diuisæ quintuplum esse necesse est.

CAMPANVS Sit linea a b diuisa in puncto c, prout docet 29 sexti, & sit maior portio eius, linea b c, cui b c directe adiungatur linea b d, quæ sit æqualis medietati totius a b. Dico quod quadratum lineæ c d, erit quintuplũ ad quadratũ lineæ b d. Quadrabo enim lineam b d, & sit eius quadratum d e, & circũponam huic quadrato gnomonem secũdum quantitatem lineæ b c, protracta diametro f b g, sitq; circũpositus gnomo e g d, eritq; ex 4 sexti superficies inde composita, quæ sit h k, tanquã quadratum lineæ c d. Dico igitur quadratũ h k, quintuplum esse ad quadratũ d e. Sit igitur c l quadratum circumpositi gnomonis, sibiq; circũponatur alius gnomo ad quantitatem lineæ a c, protracta diametro f b usque ad m, sitq; hic gnomo c m l, & protrahantur lineæ c n & p l æquidistanter lateribus oppositis, secantes se super diametrũ f m in puncto g. Manifestũ est autem ex 4 sexti, quod cõpositũ ex hoc secũdo gnomone & quadrato c l (& ipsum quadratũ sit a q) est quadratũ lineæ a b, qđ ex quarta secũdi necesse est esse quadruplũ ad quadratũ d e, eo qđ linea b d est medietas lineæ a b. Cumque sit ex prima parte 16 sexti superficies a n, ideoque per 43 primi superficies m l, æqualis quadrato c l (prouenit enim a n, ideoq; & m l, ex b a in a c, & c l prouenit ex c b in se, & cum ex prima sexti sit a l dupla ad l d, ideoq; æqualis l d & c e pariter acceptis ex 43 primi, erit ex hac communi scientia (si æqualibus æqualia addas tota fient æqualia) quadratũ a q æquale gnomoni e g d. Hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum d e, quemadmodum erat quadratum a q. Itaq; totum quadratum b k, cum ipsum constet ex simplo & quadruplo, erit ex communi sciẽtia quintuplum ad idẽ. Quod est propositum.

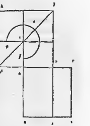


IDEM aliter. Ex quarta secundi constat, quod quadratum lineæ a b, est quadruplũ ad quadratum lineæ b d. At per secundam eiusdem quod fit ex a b in b c & in a c, est æquale quadrato a b, quod autem ex a b in b c, æquũ est ei quod ex b d bis in b c, quod ex prima secundi manifestum est, cũ a b sit dupla ad b d. At uero quod ex a b in a c est ex prima parte 16 sexti æquale quadrato b c. Itaque per communem scientiam quod fit ex b d, bis in b c, quod ex b c in se, est æquale quadrato a b, & ideo est quadruplum ad quadratom b d. Quare superaddito quadrato b d, erit totum aggregatum, quintuplum, uidelicet illud quod fit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta secundi hoc totũ est æquale quadrato c d, constat uerũ esse quod diximus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 SI recta linea extrema & media ratione secetur maius segmentum admittens totius dimidiam, quintuplum potest eius quod ex totius dimidia.

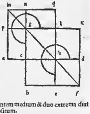
THEON ex Zab. Recta enim linea α β extrema & media ratione secetur in γ signo, & sit maius segmentum α γ, & extendatur in rectam lineam γ α, α δ: & ponatur ipsius α β, dimidia α δ. Dico quod ex γ δ, eius quod ex δ α, quincuplum potest. Describantur enim (per 46 primi) ab ipsis α β, δ γ, quadrata α ε, δ ζ, & in δ ζ describatur figura, extendaturque ζ γ in η. Et quoniam α β, extrema & media ratione diuisa est in γ, igitur quod sub α β, β γ, æquum est ei quod ex α γ. Est autem id quod sub α β, β γ, ipsum γ ε, quod autem ex α γ, ipsum ζ θ. Igitur γ ε, ipsi ζ θ est æquale. Et quoniam β α ipsius α δ dupla est, æqualis autem est β α ipsi κ α, & α δ ipsi α θ, igitur & κ α, ipsius α θ dupla est. Sicut autem κ α ad α θ, sic γ κ ad γ θ. Duplum igitur est γ κ, ipsius γ θ. Sunt autem & ipsa λ θ, θ γ, dupla ipsius γ θ, (supplementa namque admuicem sunt æqualia per 43 primi.) igitur γ κ, ipsis λ θ, θ γ, est æquale, demonstratum autem est, quod & γ ε, ipsi ζ θ est æquale, totum igitur α ε quadratum, æquum est ipsi μ ν ξ gnomoni. Et quoniam β α ipsius α δ dupla est, quadruplum est quod ex β α eius quod ex α δ, hoc est α ε ipsius δ θ. Est autem α ε, ipsi μ ν ξ gnomoni æquale. & μ ν ξ, igitur gnomon, quadruplus est ipsius δ θ. Totum igitur δ ζ, quincuplum est ipsius δ θ. Est que δ ζ, quod ex γ δ, & δ θ, quod ex δ α: quod ex γ δ igitur, quincuplum est eius quod ex δ α. Si recta igitur linea extrema & media ratione secetur, maius segmentum totius admittens dimidiam, quincuplum est sue potens eius quod ex dimidia quadrati. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 2

SI cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratum quadrati alterius suarum portionum sit quintuplum, in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex, eadem duplex linea secundum proportionem habentem medium duoque extrema diuisa erit, maiorque portio eius erit linea media.

CAMPANVS Hæc est conuersa præmissæ, duplici quoque modo sicut illa demonstrabitur uia retrograda, eadem prorsus manente dispositione. Verbi gratia, sit quadratum h k quintuplum ad quadratum d e, & linea a b dupla ad lineam b d. Dico quod linea a b diuisa est in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea media ut est c b. Constat autem ex 4 secundi, quod quadratum a q est quadruplum ad quadratum d e. Itaque gnomo d g e, æqualis est quadrato a q. Cumque duo supplementa l d & c e pariter accepta sint quantum gnomo c m l, atque eadem supplementa pariter accepta sint ex 1 sexti quantum a l, ideoque quantum c q, sequitur quod c q sit æqualis gnomoni c m l. Dempta igitur ab utroque, superficie l n, erit quadratum c l æquale superficiei a n. Cum igitur fiat superficies a n ex a b in a c, sit autem quadratum c l quadratum lineæ c b, erit ex secunda parte 16 sexti proportio a b ad b c, sicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ, positam in principio sexti libri conclude propositum.

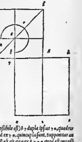


IDEM aliter. Cum quadratum c d sit ex hypothesi quintuplum ad quadratum b d quadratum uero a b sit ex quarta secundi quadruplum ad idem, at quadratum c d sit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d & ei quod fit ex b d bis in c b, sequitur ut illud quod fit ex b d bis in c b cum quadrato c b, sit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b, tantum est quantum quod ex a b in b c, eo quod a b dupla est ad b d. Ergo quod fit ex a b in b c cum quadrato b c, est æquale quadrato a b. Et quia ex secunda secundi quod fit ex a b in b c & a in a c est æquale quadrato a b, sequitur ex communi scientia

ut quadratum lineæ q c sit æquale ei quod fit ex a b in a c. Igitur ex secunda parte 16 sexti & diffinitione, constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

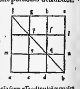
Si recta linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla prædicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentum reliqua est pars eius quæ in principio rectæ lineæ.



THEON ex Zāb. *Recta enim linea αβ, sui ipsius segmēto αγ quincuplum possit, ipsius autē αγ dupla sit γδ. Dico quod ipsa γδ extrema & media ratione diuisa, maius segmentū est γε. Describantur enim ex utraque ipsarū αε, γδ, quadrata αζ, γη, & describatur in ipso αζ, figura, & extēdatur βζ in ι. Et quoniā αζ ipsius αθ quincuplum est, quadruplus igitur est μνξ gnomon, ipsius αθ. Et quoniā δγ ipsius γα dupla est, quadruplum igitur est quod ex δγ eius quod ex γα hoc est γη ipsius αθ. Patet autē, quod μνξ gnomō ipsius αθ quadruplus est. Aequus igitur est μνξ gnomō ipsi γη. Et quoniā δγ ipsius γα dupla est, æqualis autē est δγ ipsi γη, & αγ ipsi γθ, dupla igitur est & αγ, ipsius γθ, duplū igitur est & αβ, ipsius εθ. Sunt autem & λθ, θε, dupla ipsius εθ. Igitur αε, ipsi λθ, θε, est æquale. Ostēsum autē est, quod & totus μνξ gnomon toti γη est æqualis, & reliquū igitur θζ, ipsi εη, est æquale. Estq; ipsum εη, id quod sub γδ, δε, æqualis enim est γδ ipsi δη, & θζ ipsum quod ex γε. Igitur quod sub γδ, δε, æquū est ei quod ex γε. Est igitur sicut δγ ad γε, sic γε ad εδ. Maior aūt est δγ, ipsa γε, maior igitur est & γε ipsa εδ. Igitur γδ recta linea extrema & media ratione diuisa maius segmentum est γε. Si recta igitur linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla dicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentū reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quod autem dupla ipsius αγ maior sit quàm ipsa εγ, sic ostendendum est. Si autem non, esto (si possibile est) βγ dupla ipsius γα, quadruplum igitur est quod ex εγ, eius quod ex γα, quæ igitur ex βγ, γα, eius quod ex γα, quincupla sunt. Supponitur autem & quod ex εα, quincuplum eius quod ex γα. Quod ex εα igitur, æquū est eis quæ ex β γ, γα quod est impossibile. Igitur βγ, ipsius αγ dupla non est. Similiter iam ostendemus, quod neque minor quàm ipsa εγ, est dupla ipsius αγ, multo enim absurdius. Ipsius igitur αγ, dupla, maior est ipsa εγ. Quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 **C**Vm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium & duo extrema, si minori portioni tāquā dimidium maioris directe iūgatur, erit ut quadratum lineæ inde compositæ quintuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.



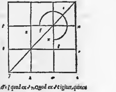
CAMPANVS Sit linea a b diuisa in puncto c, secundum proportionē habentem medium & duo extrema, sitque eius maior portio linea c b, quæ diuidatur per æqualia in d. Dico quod quadratum lineæ a d, est quintuplum ad quadratū lineæ c d. Describatur enim quadratum a b, quod sit a e, in quo protrahantur diameter b f & lineæ g c & d h, itēq; k l & m n, æquidistanter lateribus oppositis, secātes se inuicem super diametrū in duobus punctis p & q, & extra diametrū in duobus aliis locis r & s. Manifestū igitur est ex 24 sexti uel ex correlario 4 secūdi, quod oēs superficies existentes in quadrato a e, quas diameter diuidit per mediū sunt quadratæ. Quatuor aūt superficies quæ sunt a r, m p, p h, & s e, cōstāt ex 43 primi & pria sexti esse adinuicē æquales nā duæ postremæ p b & s e, sūt adinuicē æquales ex 1 sexti. Quoniā igitur ex præsenti hypothesi & diffinitiōe lineæ secūm qd proponitur diuisæ & prima parte 16 sexti quadratū c l est æquale supficiei a g ideo q; & gnomoni r f s propter id qd superficies a r est æqualis superficiei p b, & quoniā ex 4 secūdi quadratū c l est quadruplū ad quadratum r s quod est tāquā quadratū lineæ c d, sequitur ex cōmuni scientia quod quadratū m h

fit quintuplũ quadrati r ſ. Conſtat enim ex gnomone quadruplo,& r ſ ſimplo. Hoc autem eſt propoſitum. IDEM aliter. Cum ſit linea b c diuiſa per æqualia in puncto d. & addita eſt ei linea a c, erit ex 6 ſecundi quod fit ex a b in a c, cum quadrato c d interiacẽtis, æquale quadrato a d. At quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex prima parte 16 ſexti, hoc autẽ eſt quadruplũ ad quadratũ c d, manifeſte patet ueritas eius quod dicitur. Potes quoq; ſi libet, duplici modo ex conſequente huius ſuũ antecedens concludere proceſſu retrogrado. Sit enim (eadem diſpoſitione manente) quadratũ m h quintuplũ ad quadratum r ſ, eritq; gnomo r ſ l, æquale quadrato c l. Vtrũq; enim eſt quadruplũ ad quadratum r ſ. At quia ſuperficies a g eſt æqualis gnomoni prædicto, neceſſe eſt ut ſuperficies eadem ſit æqualis quadrato prædicto. Quare ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione linea a b eſt diuiſa in puncto c ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea c d.

IDEM aliter. Cum ſit ex hypotheſi quadratum lineæ a d quintuplum ad quadratũ lineæ c d, & ex 6 ſecundi idem ipſum quadratum ſit æquale ei quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, ſequitur ut id quod fit ex a b in a c cũ quadrato c d, ſit quintuplũ ad idẽ quadratum c d. Ideoq; eo dẽpto, erit reſiduum uidelicet quod fit ex a b in a c, quadruplum ad ipſum. Et quia etiam ex 4 ſecundi quadratum lineæ c b eſt quadruplum ad idem, neceſſe eſt ut quod fit ex a b in a c, ſit æquale quadrato c b. Quare iterũ ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione, linea a b eſt diuiſa ſecundum proportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema in puncto c, & maior portio eſt linea c b.

Eucl. ex Zamb. Theorema 3 Propoſitio 3

3 Si recta linea media & extrema ratione ſecetur, minus ſegmentum admittens dimidiam maioris ſegmenti, quincuplum poteſt eius quod à media maioris ſegmenti fit quadrati.

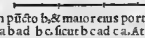


THEON ex Zamb. Recta enim quædã linea α β, media & extrema ratione ſecetur in γ ſigno, ſitq; maius ſegmentũ α γ, ſeceturq; (per 10 primi) α γ bifariã in δ. Dico quod ex β δ, quincuplum poteſt eius quod δ γ. Deſcribatur (per 46 primi) ex α β, quadratũ α ε, & deſcribatur figura. Et quoniã α γ, dupla eſt ipſius δ γ, quadruplum igitur eſt quod ex α γ eius quod ex δ γ, hoc eſt ρ σ ipſius ζ η. Et quoniã quod ſub α β, β γ, æquum eſt ei quod ex α γ, eſtq; quod ſub α β, β γ, ipſum γ ε, & quod ex α γ id quod ρ σ, igitur γ ε ipſi ρ σ, eſt æquale. Quadruplum autem eſt ρ σ, ipſius ζ η, quadruplũ igitur eſt & γ ε, ipſius ζ η. Rurſus quoniã æqualis eſt α δ ipſi δ γ, æqualis eſt & θ κ ipſi κ ζ, quare & ζ η quadratum, æquum eſt ipſi θ λ quadrato, æqualis igitur eſt η κ ipſi κ λ, hoc eſt μ ν ipſi ν ε, quare & μ ζ, ipſi ζ ε eſt æquale. Sed μ ζ, ipſi γ η eſt æquale, & γ η igitur, ipſi ζ ε eſt æquale. Commune apponatur γ ν, igitur ξ ο π gnomon, æqualis eſt ipſi γ ε. Sed γ ε, quadruplum oſtenſum eſt eſſe ipſius η ζ, & ξ ο π, igitur gnomon, ipſius η ζ, quadruplus eſt. Igitur quadratum δ ν, quincuplum eſt ipſius ζ η quadrati, eſtq; δ ν id quod ex δ β, & η ζ quod ex δ γ. Quod ex δ β igitur, quincuplum poteſt eius quod ex δ γ. Quod oſtendere oportuit.

Eucl. ex Camp. Propoſitio 4

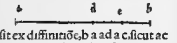
4 SI ſecundum proportionem habẽtem medium & duo extrema qualibet linea fuerit diuiſa, eiq; in longum directe tanquã maior ſectio adijciatur, erit totam lineam inde compoſitam ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſam eſſe, & erit eius maior portio linea prima.

CAMPANVS Sit linea a b diuiſa qua ſupponitur proportione in puncto c, & ſit eius maior portio c b totiq; a b adijciatur directe linea b d quæ ſit æqualis



c b. Dico quod tota a d eadem proportiõe diuiſa eſt in pũcto b, & maior eius portio eſt linea a b quæ eſt linea prima. Eſt enim ex diffinitione, a b ad b c, ſicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d, ſicut ad b c, igitur ex undecima eiuſdẽ a b ad b d, ſicut b c ad c a. quare per conuerſam proportionalitatem b d ad b a ſicut a c ad c b, & coniunctim d a

ad a b, sicut a b ad b c. Cumque sit ex 7 quinti a b ad b c, sicut ad b d, erit ex undecima eiusdē d a ad a b, sicut a b ad b d. Itaque ex diffinitione linea a d diuisa est in puncto b secūdum proportionem habentem mediū & duo extrema, & maior portio eius est linea a b. Quod est propositum. Eodem quoque modo si ex maiori portione cuiuslibet lineæ secūdū prædictā proportionē diuisæ tāquā minor portio detrahatur, erit maior ipsa portio secundum eandem proportionem diuisa, eritque maior portio eius linea detracta. Verbi gratia a b sicut proponitur in pūcto c diuisa, sitque maior portio a c, a qua detrahatur c d æqualis c b. Dico quod a c est diuisa secundū proportionē eandē in pūcto d, & quod maior portio eius est linea d c. Cū enim sit ex diffinitiōe, b a ad a c, sicut a c ad c b, at ex 7 quinti a c ad c b sicut ad c d, erit ex undecima eiusdē b a ad a c, sicut a c ad c d, ideoque per 19 quinti sicut c b residuū ad d a residuum. Sed ex septima eiusdē, c b ad d a, sicut c d ad a, itaque a c ad c d, sicut c d, ad d a. Ex diffinitione ergo cōstat quod diximus. Nec igitur ea quam auctor proponit additio, nec ea quam ex opposito proponimus detractio, quātuncunque utralibet in prolixum tendat, a proprietate diuisiōis lineæ primitiuæ discordat.



Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 SI secundum proportionem habentem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuisa, quod ex tota linea quodque ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta, triplū sunt eius quod ex maiore portiōe quadratū describitur. *Zāb. 4*

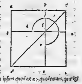
CAMPANVS. Sit linea a b, diuisa per sæpe dictam proportionē in puncto c, sitque maior portio eius linea c b. Dico quod quadrata duarū linearū a b & c a pariter accepta, triplum sunt ad quadratum lineæ c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta, sunt ex 7 secundi quātū quadratum c b, & duplū eius quod fit ex a b in a c. Itemque quia quod fit ex a b in a c est æquale quadrato c b ex diffinitiōe & prima parte 16 sexti manifestum est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si recta linea extrema mediaque rōne secetur, quod ex tota & quod ex minori segmēto utraque quadrata tripla sūt eius quod à maiori segmēto fit quadrato. *Camp. 5*

THEON ex Zamb. Sit recta linea α β, seceturque extrema & media ratione in γ, sitque maius segmentū α γ. Dico quod quæ ex α β, β γ, tripla sunt eius quod ex ipsa α γ. Describatur (per 46 primi) ab ipsa α β quadratū α δ ε β, & describatur figura. Quoniā igitur α β extrema & media rōne secta est in γ, & maius segmentū est α γ, quod igitur sub α β, β γ, æquū est ei quod ex α γ, estque id quod sub α β, β γ, id quod α κ quod autem ex α γ, id quod θ ε, æquum igitur est α κ ipsi θ ε. Sed α ζ ipsi ζ ε, æquū est, apponatur cōmune γ κ, totū igitur α κ, toti γ ε est æquale. Igitur γ ε, α κ, ipsius α κ dupla sunt. Sed α κ γ ε, sunt id quod λ μ ν gnomon, & γ κ quadratum. Igitur λ μ ν gnomon & γ κ quadratum, dupla sunt ipsius α κ. Sed quod α κ, ipsi θ ε sit æquale ostēsum est. Igitur λ μ ν gnomon & γ κ quadratum dupla sunt ipsius θ ε, quare λ μ ν gnomon & γ κ, θ ε, quadrata, tripla sunt ipsius θ ε, quadrati. Et λ μ ν gnomō & γ κ, θ ε, quadrata, sunt totū α ε, & γ κ, quæ sunt ex α β, β γ, quadrata & α ε ipsum quod ex α γ, quadratum, quæ igitur ex α β, β γ, quadrata, tripla sunt eius quod ex α γ quadrati. Quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Si recta linea extrema & media ratione secetur, apponatur quæ eidem æqualis maiori segmento, tota recta linea extrema & media ratiōe secatur, & maius segmētū est ea quæ in principio recta linea. *Camp. 4*

THEON ex Zāb. Recta enim quædā linea α β extrema & media ratiōe secetur in γ signo, & sit maius segmentū α γ, & ipsi α γ æqualis ponatur α δ. Dico quod δ β recta linea extrema & media rōne secatur in α, & maius segmentū est ipsa quæ in principio recta linea α β. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratū α ε, & describatur figura. Quoniā enim α β, extrema & media ratiōe secatur in γ, quod sub α β, β γ: æquū est ei quod ex α γ, estque



γ, estque quod sub αβ, βγ, id quod γι, & id quod ex αγ ipsum γθ, æquū igitur est γι, ipsi γθ, sed quidem γι, æquū est θι, ipsi autem γθ, æquum est δθ, & δβ, igitur ipsi θι est æquale. Commune adijciatur θδ, totū igitur δα, toti αι est æquale, estque δα id quod sub βδ, δα, æqualis enim est αδ, ipsi δλ, & αι, ei quod ex αβ: quod igitur sub βδ, δα æquum est ei quod ex αβ. Est igitur sicut δε ad εα, sic ε α ad αδ. Maior autem est δβ, ipsa βα, maior igitur & εα, ipsa αδ, ipsa igitur εδ, extrema & media ratione secatur in α, & maius segmētū est αβ. Quod erat ostendendum.

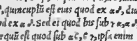
Quid sit resolutio.

RESOLVTIO, est assumptio quæsiti tanquam concessi per ea quæ sequuntur in uerum aliquod cōcessum.

Quid sit compositio.

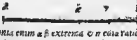
COMPOSITIO uero, est assumptio cōcessi per ea quæ sequūtur in quæsiti terminationē siue occupationem.

1 RESOLVTIO primi theorematis. Recta enim quædā linea αε extrema & media rōne secetur in γ, sitque maius segmētū αγ, & dimidiū ipsius αβ, æqualis apponatur αδ. Dico quod ex γδ, eius quod ex αδ quincuplū est. Quoniā enim quod ex γδ eius quod ex δα quincuplū est, at quod ex γδ est, ea quæ ex γα, αδ, una cū eo quod bis sub γα, αδ, quæ igitur ex γα, αδ, una cū eo quod bis sub γα, αδ, quincuplū est eius quod ex αδ, diuidēdo igitur quod ex γα una cū eo quod bis sub γα, αδ, quadruplū est eius quod ex αδ. Sed ei quod bis sub γα, αδ, æquū est id quod sub γα, αε, dupla enim est βα ipsius αδ. Ei autē quod ex αγ, æquū est quod sub αε, εγ, ipsa enim αε, extrema & media ratiōe secatur, quod igitur sub εα, αγ, una cū eo quod sub αε, εγ, quadruplū est eius quod fit ex αδ. Sed quod ex αε, quadruplū est eius quod fit ex αδ. sed quod sub εα, αγ, una cum eo quod sub αβ, βγ, est id quod ex αε. Quod igitur ex αε, eius quod ex αδ quadruplum est, est uero: dupla enim est αε ipsius αδ.



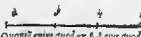
COMPOSITIO primi theorematis. Quoniā igitur quod ex βα, eius quod ex αδ quadruplū est, sed quod ex βα, est id quod sub εα, αγ, una cū eo quod sub αε, εγ, quod igitur sub εα, αγ, una cū eo quod sub αε, εγ, quadruplū est eius quod ex αδ. Sed quod sub εα, αγ, æquū est ei quod bis sub δα, αγ, quod autē sub αε, εγ, ei est æquū quod ex αγ, quod igitur ex αγ una cū eo quod bis sub δα, αγ, quadruplū est eius quod ex δα. Quare quod ex δα, αγ, una cū eo quod bis sub δα, αγ, quincuplum est eius quod ex δα. Quæ aūt ex δα, αγ, una cum eo quod bis sub δα, αγ, est id quod ex γδ, quod igitur ex γδ, quincuplū est eius quod ex δα. Quod ostendere oportuit.

2 RESOLVTIO secundi theorematis. Recta enim quædā linea γδ, sui ipsius segmēto δα, quincuplū possit, ipsius autē δα, dupla sit αβ. Dico quod αβ extrema & media rōne secatur in γ signo, & maius segmentū est αγ quæ est reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quonia enim αβ extrema & media ratiōe secatur in γ, & maius segmentū est αγ. quod igitur sub αβ, βγ, æquū est ei quod ex αγ. Est autē & quod sub βα, αγ, æquum est ei quod bis sub δα, αγ, dupla enim est βα, ipsius αδ. Quod igitur sub αβ, βγ, una cum eo quod sub βα, αγ, quod est id quod ex αβ, æquū est ei quod bis sub δα, αγ, una cū eo quod ex αγ. Quod autē ex αβ, eius quod ex δα quadruplū est: quadruplū igitur est & quod bis sub δα, αγ, una cū eo quod ex αγ, eius quod ex αδ. Quare quæ ex δα, αγ, una cū eo quod bis sub δα, αγ, quod est id quod ex γδ quincuplū sunt eius quod ex δα: sunt uero, propter hypothesin.



COMPOSITIO secūdi theorematis. Quoniā igitur quod ex γδ quincuplū est eius quod ex δα, quod autē ex γδ est id quod ex δα, αγ, una cū eo quod bis sub δα, αγ, quæ igitur ex δα, αγ, una cū eo quod bis sub δα, αγ quincupla sunt eius quod ex δα, diuidēdo igitur, quod bis sub δα, αγ, una cū eo quod ex γα, quadruplū est eius quod ex αδ, est uero & quod ex αβ quadruplum eius quod ex αδ, quod igitur bis sub δα, αγ, quod est id quod sub βα, αγ semel una cū eo quod ex αγ, æquam est ei quod ex αβ. Sed quod ex αβ, est id quod sub αβ, βγ, una cū eo quod sub βα, αγ, quod igitur sub βα, αγ, una cū eo quod sub αβ, βγ, æquū est ei quod sub βα, αγ, una cum eo quod ex αγ, & sublato cōmuni, eo quod sub βα, αγ, reliquū igitur quod sub αβ, βγ, æquū est ei quod ex αγ. Est igitur sicut βα, ad αγ sic αγ ad γβ. Maior autē est βα, ipsa αγ, maior igitur est & αγ, ipsa γβ. Igitur αβ, extrema & media ratione secatur in γ, & maius segmentum est αγ. Quod erat ostendendum.

3 RESOLVTIO tertij theorematis. Recta enim quædā linea αβ, extrema & media ratione secetur in γ signo, sitque maius segmentū αγ, & ipsius αγ, dimidia esto γδ. Dico quod ex βδ ipsius γδ quincuplum est. Quoniā enim quod ex βδ, eius quod ex γδ quincuplū est quod autem ex δβ, est id quod sub αβ, βγ, una cum eo quod ex δγ, quod igitur sub αβ, βγ, una cum eo quod ex δγ, quincuplum est eius quod ex δγ, diuidendo igitur quod sub αβ, βγ, quadruplū est eius quod ex δγ. Ei aūt quod sub αβ, βγ, æquū est id quod ex αγ, ipsa enim αβ, extrema & media ratione secatur in γ, quod igitur ex αγ, quadruplū est eius quod ex δγ, est uero, ipsa enim αγ est dupla ipsius δγ.



COMPOSITIO tertij theorematis. Quoniam igitur αγ ipsius δγ dupla est, quadruplū est quod ex αγ, eius quod ex δγ, Sed ei quod ex αγ, æquū est quod sub αβ, βγ, quod igitur sub αβ, βγ, eius quod ex δγ quadruplum est, Cōponendo igitur (per 18 quinti) quod sub αβ, βγ, una cū eo quod ex δγ, quod est id quod ex δβ, quincuplū est eius quod ex δγ, quod ostendere oportuit.

4 RESOLVTIO quarti theorematis. Recta enim linea αβ, extrema ac media ratione secetur in γ, & sit maius segmētū αγ. Dico quod quæ ex αβ, βγ, tripla sunt eius quod ex αγ. Quoniā enim quæ ex αβ, βγ, tripla sunt eius quod ex αγ, sed quæ ex αβ, βγ, sunt id quod bis sub αβ, βγ, una cū eo quod ex αγ, quod igitur bis



sub α β, β γ, una cum eo quod ex α γ, triplum est eius quod ex α γ, diuidendo igitur quod bis sub α β, β γ, eius quod ex α γ duplū est. Quare quod semel sub α β, β γ, æquū est ei quod ex α γ: est uero. ipsa enim α β, extrema & media ratione secta est in γ.

COMPOSITIO. Quoniā igitur α β, extrema & media rōne in γ, secatur maiusq; segmētū est α γ, q; igitur sub α β, β γ, ei est æquū quod ex α γ. q; bis igitur sub α β, β γ, duplū est eius q; ex α γ. Cōponēdo (per 18 quīti) q; igitur bis sub α β, β γ, una cū eo quod ex α γ, triplū est eius quod ex α γ. Sed quod bis sub α β, β γ, una cū eo quod ex α γ, est ea quæ ex α β, β γ, sunt quadrata. Quæ igitur ex α β, β γ, quadrata, tripla sunt eius quod ex α γ. Quod ostendere oportuit.

RESOLVTIO quinti theorematis. Recta enim quædā linea α β, extrema & media ratiōe secetur in γ sitq; maius segmentū α γ, & ipsi α γ æqualis ponatur α δ. Dico q; δ β, extrema & media rōne secatur in α, & maius segmētū est α β. Quoniā enim δ β extrema



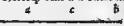
& media ratiōe secatur in α, & maius segmētū est α β, est igitur sicut δ β ad β α, sic β α ad α δ. Aequalis autē est α δ, ipsi α γ. Est igitur sicut δ β ad β α, sic est β α, ad α γ. Cōuertēdo igitur sicut β δ ad δ α, sic α β, ad β γ. diuidēdo igitur & sicut β α ad α δ, sic α γ ad γ β. Aequalis autem est α δ, ipsi α γ, est igitur sicut β α ad α γ. sic α γ ad γ β, est uero: ipsa enim α β, extrema & media ratione secta est in γ.

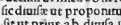
COMPOSITIO Quoniā α β, extrema & media ratione in γ secatur, est igitur sicut β α ad α γ, sic α γ, ad γ β. Aequalis autē est α γ, ipsi α δ, est igitur sicut β α ad α δ, sic α γ, ad γ β, cōponēdo (per 18 quinti) sicut β δ, ad δ α, sic α β ad β γ. Cōuertēdo, sicut δ β ad β α, sic β α ad α γ. Aequalis autē est α γ, ipsi α δ, est igitur sicut δ β ad β α, sic β α, ad α δ. Ipsa igitur δ β, extrema & media ratione secatur in α, & maius segmentum est α β. Quod ostendere oportuit.

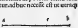
Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 **OMnis rationalis lineæ secundum proportionem habētem mediū & duo extrema diuisæ, utrāq; portionē residuum esse necesse est.**

CAMPANVS. Sit linea a b secundū solitā proportionē diuisa in pūcto c, rationalis, dico quod utraq; portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio a c, cui directe adiciatur a d æqualis dimidio totius a b, eritq; etiā d a rationalis ex 6 decimi libri & diffinitione. Cōstat autē ex prima huius, quod quadratū lineæ d c quintuplū est ad quadratū lineæ d a. Igitur linea d c est cōmunicās lineæ d a in potētia ex diffinitione, sed nō in lōgitudine ex ultima parte 7 decimi, quare per 68 decimi linea a c est residuū, cū duæ lineæ c d & d a sint ambæ rōnales potentialiter tantū cōicantes. Et quia iterū si ad lineā rationalē a b adiūgatur superficies æqualis quadrato lineæ a c quæ est residuū, erit latus eius secūdū linea c b ex prima parte 16 sexti, necesse est ex 92 decimi ut linea c b sit residuū primū, quare cōstat propositū. Amplius autē si lineæ sic diuisæ ut proponitur maior portio fuerit ratiōalis, erit minor residuū. Verbi gratia, sit ut prius, a b diuisa in c secūdū dictā proportionē, & maior eius portio quæ est a c, sit rationalis, quæ diuidatur per æqualia in d, eritq; ex tertia huius quadratum d b, quintuplū ad quadratū d c. At quia d c est ratiōalis cum ipsa sit dimidiū a c, sequitur ut duæ lineæ d b & d c sint ratiōales potētialiter tantū cōicātes. Quare ut prius, linea c b est residuū. At uero si linea rationalis in potētia tantū secūdū proportionē habentē mediū & duo extrema diuidatur, adhuc necesse est ut utraq; portio eius sit residuū. Sit enim a b rōnalis in potētia tantū diuisa sicut ꝓponitur in pūcto c, & sumatur aliqua rōnalis in lōgitudine quæ sit d e, quæ etiā diuidatur in f secundū prædictā proportionē, manifestū est igitur ex 2 quartidecimi quæ sine adminiculo alicuius eorū quæ sequūtur, incōcussa demonstratiōe roboratur q; proportio a b ad d e, est sicut a c ad d f, & sicut c b ad f e. Cū ergo a b communicet cū d e in potētia, sequitur ex prima parte 10 decimi q; a c cōicet cū d f, & c b cū f e, in potentia. Et quia utraq; portio lineæ d e est residuū, ut patet ex prædictis, sequitur ex 98 decimi ut utraq; portio lineæ a b sit etiam residuū, sed nō eiusdē speciei, ut ibidē demonstratum est. Quare cōstat, quod omnis lineæ rationalis in lōgitudine uel in potētia tantū, secundū proportionē habentē mediū & duo extrema diuisæ utraq; portio est residuū.







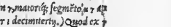
CAMPANI annotatio. Et nota, quod prima pars præsentis demōstrationis qua demonstratur quod maior portio lineæ diuisæ secūdū proportionē habentē medium & duo extrema sit residuū, si tota linea sit rationalis, procedit ex sufficientibus siue tota linea ponatur ratiōalis in lōgitudine, siue in potētia tātū. Secūda uero pars qua demonstratur hoc de minori portione quod ipsa quoq; sit residuum si tota est rationalis, nō procedit ex sufficiētibus, nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia autē pars qua probatur quod minor portio est residuū, sufficienter procedit, siue maior portio sit ratiōalis

in lon

in longitudine siue in potētia tantū. Ad concludēdū igitur de maiori portione lineæ prædicto modo diuisæ quod ipsa sit residuū, sufficit ponere totā lineā diuisam esse rationalem in potētia tantū, sed ad concludendū quoq; hoc de minori portione mediante maiore, sufficit ponere portionē maiorē similiter rationē in potētia tantū: ad cōcludendū autē hoc de minori portione mediāte tota, necesse est ponere totam lineā esse rationalē in longitudine, aut utendū est 14 quartidecimi quemadmodum dictum est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 **Si recta linea rationalis, extrema & media ratione secta fuerit, utrunque segmentorum irrationalis est ea quæ appellatur apotome.**

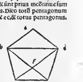


THEON ex Zãb. *Sit recta linea rationalis α β, seceturq; extrema & media ratiõe in γ, sitq; maius segmentū α γ. Dico q utraq; ipsarū α γ, γ β, irrõnalis est ea quæ appellatur apotome. Extēdatur enim α β, & ponatur ipsius β α, dimidia α δ. Quoniā igitur recta linea α ϐ, extrema & media rõne secatur in γ, maioriq; segmēto α γ apponitur α δ dimidia existēs ipsius α β, q igitur ex γ δ, eius quod ex δ α quincuplū est (per 1 decimitertij.) Quod ex γ δ igitur, ad id quod ex δ α, rationem habet quam numerus ad numerum. Quod igitur ex γ δ, et quod ex δ α, commēsurabile est. Quod aūt ex δ α, rõnale est, ipsa enim δ α, rõnalis est, dimidiū existēs ipsius α ϐ rationalis existentis. Rõnale igitur est & q, ex γ δ, rationalis igitur & γ δ. Et quoniā q, ad id quod ex δ α rõnē non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū, incōmēsurabilis igitur est γ δ ipsi δ α lõgitudine. Ipsæ igitur γ δ, δ α, rationales sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Igitur α γ, apotome est. Rursus quoniā α β extrema & media ratione secatur, & maius segmentū est α γ, igitur quod sub α ϐ, ϐ γ et quod ex α γ æquū est igitur ex α apotome ad α β rationalē cōparatū latitudinē primā efficit ϐ γ, quod ex apotome uero ad rationalē cōparatū latitudinē, primam efficit apotomen. Agitur γ ϐ, prima est apotome (per 97 decimi.) Ostensum autē est, quod & α γ apotome est. Si recta igitur linea, & quæ sequitur reliqua quod oportuit ostendere.*

Eucl. ex Camp. Propositio 7

7 **SI quis pentagonus tres æquos angulos habens, fuerit æquilaterus, æquiangulus quoque idem pentagonum esse probatur.**

CAMPA. Sit pētagonus a b c d e. æquilaterus, sintq; quilibet tres eius anguli, siue cõtinue siue incõtinue sumãtur, adinuicē æquales, & sint prius incõtinue sumpti, sintq; anguli a, c, d. illi tres qui ponūtur adinuicē æquales. Dico totū pentagonum esse æquiangulū. His angulis subtendantur choedæ b e b d, & e c, & totus pentagonus diuidatur in trigonū. & quadrilaterum cuiusduæ diagonales sint chordæ duorū proximorū æqualiū angulorum secantes se intra quadrilaterū ipsum in puncto f, eritq; per 4 primi basis b e æqualis basi b d, & angulus a e b æqualis angulo c d b Cūq; per 5 primi angulus b e d sit æqualis angulo b d e. eo quod duo latera b e & b d sunt æqualia, erit ex cõmuni scientia totalis angulus e æqualis totali angulo d. Similiter ꝓbabis, totalē angulū b esse æqualē angulo totali c, est enim p 4 primi basis b e æqualis basi c e, & angulus a b e æqualis angulo d c e, per quintā autē eiusdē scilicet primi est angulus e b c æqualis angulo e c b, igitur ex cõmuni scientia totalis angulus b. est æqualis totali angulo c. Sint itaq; tres anguli b, c, d. cõtinue sumpti, æquales: & sic quoq; erit pētagonus æquiangulus. Erit enim ex 4 primi basis b d æqualis basi c e, & angulus c b d angulo d e c. & angulus b d c angulo e c d, quare per 5 primi duæ lineæ c f & f d erūt æquales. cum duo anguli trianguli f c d qui sunt ad basin c d, sint æquales. igitur ex cõmuni sciētia erit linea f b, æqualis lineæ f e, erat enim tota b d. æqualis toti c e. ideoq; per 5 primi erit angulus f b e æqualis angulo f e b. Per eandē autē est angulus a b e, æqualis angulo a e b Itaq; per cõmunē scientiā angulus b totalis. est æqualis angulo e totali. tres enim partiales anguli cõponentes unū. sunt æquales tribus partialibus cõponentibus aliū, unusquisq; suo relatiuo. Manifestum est igitur, quod tres anguli e, b, c, non continue sumpti in proposito pentagono sunt æquales. Cū autem sic demonstratū est totū pētagonū esse æquiangulū, utrolibet ergo modo cõstat propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 **Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim, aut non ordinatim, æquales fuerint, æquiangulum erit ipsum quinquangulum.**

THEON ex Zamb. *Quinquāguli æquilateri α β γ δ ε, tres anguli prius ordinatim qui ad α, ϐ, γ, signa, inuicem sint æquales. Dico quod quinquangulū α ϐ γ δ, æquiāgulū est. Cõnectantur enim α γ, ϐ ε, & ζ δ Et quoniā binæ γ ϐ, ϐ α, duabus ϐ α, α ε, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub γ ϐ α et qui sub ϐ α γ est æqualis, basis igitur α γ. (per 4*

primi) basi β ε est æqualis, & triangulum α ζ γ, triangulo α β ε, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt sub quibus æqualia latera subtenduntur, qui sub ζ γ α ei qui sub β γ α, qui autem sub α ζ ε ei qui sub γ α ζ. Quare & latus α ζ, ipsi β ζ lateri est æquale, patuit autem quod & tota α γ, toti ζ ε est æqualis & reliqua igitur ζ γ, reliquæ ζ ε est æqualis Est autem & γ δ, ipsi δ ε æqualis. Binæ iam ζ γ, γ δ, duabus ζ ε, ε δ, sunt æquales, & communis ipsorum basis, est ζ δ; Angulus igitur qui sub ζ γ δ, angulo qui sub ζ ε δ est æqualis. Patuit autem quod & qui sub ζ γ α, ei qui sub α ε β, est æqualis, totus igitur qui sub β γ δ, toti qui sub α ε δ est æqualis. Sed qui sub β γ δ, æqualis supponitur eis qui ad α, ζ & qui sub α ε δ, igitur, eis qui ad α, ζ, angulis est æqualis. Similiter iam ostendemus, quod & qui sub γ δ ε angulus, eis est æquus qui ad α, ζ, angulis. Aequiangulum igitur est, α ζ γ δ ε quinquangulum. Sed iam non sint æquales ordinatim ipsi anguli, sed sint æquales qui ad α, γ δ, signa. Dico quod & sic quinquangulum α ζ γ δ ε æquiangulum est. Connectatur enim β, δ. Et quoniam binæ ζ α, α ε, duabus ζ γ, γ δ, sunt æquales, & æquos comprehendunt angulos, basis igitur β ε (per 4 primi) basi ζ δ, est æqualis, & triangulum α ζ ε, triangulo ζ δ γ, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus qui sub α ε β, ei qui sub γ δ β. Est autem & qui sub β ε δ angulus, ei qui sub β δ ε æqualis, quoniam & latus β ε lateri ζ δ est æquale. Totus igitur qui sub α ε δ angulus, toti qui sub γ δ ε est æqualis. Sed qui sub γ δ ε, eis qui ad α, γ, angulis supponitur æquus, & angulus igitur qui sub α ε δ, eis est æquus qui ad α γ. Iam id propterea & qui sub α ζ γ, æqualis eis qui ad α γ δ, angulis. Aequiangulum igitur est, & ipsum α β γ δ ε quinquangulum. Quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 **O**Mnis trianguli æquilateri quod à latere suu quadratum, describitur, triplum est quadrato dimidiæ diametri circuli à quu triãgulus ipse circumscribitur.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c æquilaterus, cui circũscribatur circulus a b c supra centrum d, quemadmodum docet 5 quarti, & protrahatur in eo diameter a d e Dico ergo quod quadratũ lineæ a b triplũ est ad quadratũ semidiametri a d. Ducantur enim duæ lineæ b d & d c, & arcui b e, subtẽdatur chorda b e, eritque ex 8 primi angulus b a d, æqualis angulo c a d, quare per ultimã sexti arcus b e, est æqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, sunt adinuicẽ æquales, eo quod eorũ chordæ, quæ sunt latera trigoni, sunt æquales ex hypothesi, erit arcus b e sexta pars circũferentiæ, ideoque chorda b e, erit latus hexagoni æquilateri ipsi circulo inscripti. quare per correlarium 15 quarti, linea b e, est æqualis semidiametro a d. Manifestum est autem ex prima parte 30 tertij, quod angulus a b e est rectus, ideoque quadratũ lineæ a e, est æquale quadratis duarũ linearũ a b & b e pariter acceptis. ex penultima primi. At uero quadratũ a e, quadruplũ est ad quadratum b e ex 4 secũdi, cũ linea a e sit dupla b e, relinquitur ergo, quadratũ a b triplũ esse ad quadratũ b c, & ideo ad quadratũ a d. Quod est propositũ. Non lateat autem nos, quod linea b c quæ est latus trigoni, diuidat semidiametrum d e, per æqualia Esto quidẽ punctus diuisionis, f. Constat igitur ex 4 primi, quod b f est æqualis f c, ideoque per primã partẽ 3 tertij, oẽs anguli qui sunt ad f, sunt recti. quare ex penultima primi quadratũ b d, est æquale quadratis duarũ linearũ quæ sunt b f & f e. Et quia b d est æqualis b e. erũt ex cõi scientia duo quadrata duarũ linearũ b f & f d pariter accepta æqualia duobus quadratis duarũ linearũ b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur utrinque quadrato b f, erit ex cõi sciẽtia quadratum f d residuum, æquale quadrato f e residuo, quare & linea f d, lineæ f e. ex hac cõmuni scientia. quarum quadratũ sunt æqualia eas lineas esse æquales. Ex hoc itaque manifestum est, quod perpendicularis ducta a cẽtro circuli ad latus trigoni æquilateri sibi inscripti, æqualis est dimidio lineæ ductæ à centro eiusdem circuli ad ipsius circumferentiam.



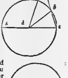
Eucli. ex Camp. Propositio 9

5 **S**I latus hexagoni æquilateri, latusque decagoni æquilateri, quos ambus unus idemque circulus circũscribit, sibi inuicẽ in longũ directũque

coniun

coniungantur, tota linea ex eis composita secundum proportionem habẽtem mediũ & duo extrema diuisa erit, maiorq́ꝫ eius portio latus hexagoni.

CAMP. Sit circulus a b c, cuius cẽtrum d, & diameter a d c, sitq́ꝫ arcus c b quinta pars arcus semicirculi a b c. cui subtendatur chorda c b. quam constat esse latus decagoni æquilateri ꝓposito circulo inscripti, adiungaturq́ꝫ lineæ c b in continuũ & directũ linea b e, quæ ponatur esse æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inscripti. Duco totam lineam c e, diuisam esse in puncto b secundum proportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema, & maiorẽ eius portionẽ dico esse lineã b e quæ est latus hexagoni. Ducantur enim in centrũ, duæ lineæ e d & b d, eritq́ꝫ angulus e æqualis angulo b d e ex 5 primi, propter hoc quod linea e b est æqualis lineæ b d ex correlario 15 quarti, angulus quoq́ꝫ d b c, est æqualis angulo c ex 5 primi, quare ex 32 primi angulus a d b, erit duplus ad angulũ d b c Et qa per eandẽ angulus d b c est duplus ad angulũ e, sequitur ut angulus a d b sit quadruplus ad angulũ e, est enim ex cõi sciẽtia quadruplum, quicqd fuerit duplũ dupli Cũq́ꝫ sit etiã idẽ angul9 a d b quadruplus ad angulũ b d c ex ultima sexti, eo quod arcus a b est quadruplus ad arcũ b c. necesse est ex cõi scientia ut angulus e sit æqualis angulo b d c. Si igitur intelligãtur duo trianguli, d e c totalis, & b d c partialis, cũ angulus e totalis triãguli sit æqualis angulo b d c partialis, & angulus c sit cõis utriusq́ꝫ necesse est ex 32 primi ut ipsi sint æquianguli, quare per 4 sexti proportio duorũ laterũ e c & c d cõtinẽtiũ angulũ c in totali triangulo, est sicut duorũ laterũ d c & c b cõtinentiũ eundẽ angulũ in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d est sicut ad e b ex secunda parte 7 quinti, & d c ad c b est sicut e b ad eandẽ ex prima parte eiusdẽ, sequitur ex 11 quinti ut sit proportio c e ad e b, sicut e b ad b c. Igitur à diffinitione cõclude propositum, lineã e c esse diuisam secũdum proportionem habentem medium & duo extrema, & maiorem portionem eius esse latus hexagoni. Quod oportuit nos demonstrare.



CAMPANVS Conuersa 11 quoq́ꝫ demõstrare cõuenit, quod facile fiet, uia retrogradа, eã enim assumit Ptolomæus capitulo 9 primæ dictiõis Almagesti, ad demõstrãdũ quãtitatẽ chordarũ arcuũ circuli. Dico itaq́ꝫ ꝙ si linea quælibet secũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuidatur, cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni, eiusdẽ minor erit latus decagoni, at uero cuius minor erit latus decagoni, eiusdẽ maior erit latus hexagoni. Sit enim (priori dispositiõe manẽte) linea e c diuisa in pũcto b scdm prædictã proportionẽ, & maior eius portio sit e b, dico ꝙ cuiuscũq́ꝫ circuli linea e b est latus hexagoni. eiusdẽ est linea b c latus decagoni, & cuiuscũq́ꝫ circuli linea b c est latus decagoni, eiusdẽ est linea e b latus hexagoni. Intelligo autẽ hoc de hexagonis & decagonis æqlateris. Si enim sit e b latus hexagoni circulo a b c inscripti, erit ꝑ correlariũ 15 quarti e b æqualis d e Et qa proportio c e ad e b est sicut e b ad b c ex hypothesi, erit ex 7 quinti c e ad d c, sicut d c ad c b. Igitur ex 6 sexti duo triãguli e d c & d c b, sunt æquiãguli: angulus ergo e, est æqualis angulo b d c, ipsos enim latera ꝓportionalia respiciũt. Cũq́ꝫ sit angulus a d b quadruplus ad angulũ e ex 32 primi bis assumpta & quinta eiusdem bis, sequitur ut etiã idẽ angulus a d b sit quadruplus ad angulũ b d c Ideoq́ꝫ ex ultima sexti, arcus a b. quadruplus est ad arcũ b c. Linea igitur b c, est latus decagoni circulo a b c inscripti. Qđ si linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c, erit e b latus hexagoni eiusdẽ. Sit enim e b latus hexagoni circuli f, eritq́ꝫ ex prædictis, b c, latus decagoni eiusdẽ. Intelligantur igitur inscripti esse decagoni æquilateri duobus circuli a b c & f, quorũ omnia latera erũt æqualia lineæ b c Et quia omnis figura æquilatera circulo inscripta est æquiãgula ut probatũ est in 15 quarti libri, seqtur utrosq́ꝫ decagonos esse æquiangulos. Cũq́ꝫ oẽs anguli unius pariter accepti sint æquales oĩbus angulis alterius pariter acceptis sicut euidẽter apparet ex demõstratis in 32 primi, necesse est ex hac cõi sciẽtia (quorũlibet æqualiũ decimas aut quotaslibet partes eiusdẽ denominatiõis, esse æquales) ut unius horũ decagonorũ sit æquiangulus alij, ideoq́ꝫ similis ex diffinitiõe similiũ superficierũ Et qa si duæ figuræ similes duob9 circulis inscribãtur, erit ꝓportio



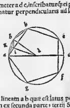
duo

duorum relatiuorum laterum illarum figurarum sicut duarum diametrorum illorũ circulorum, ut apparet ex correlario 18 sexti libri & 1 duodecimi, cum latera decagono rum similium inscriptorum duobus circulis a b c & f, sint æqualia, sequitur ut diame tri eorum sint æquales. ideoq́ & semidiametri etiam æquales. Sũt autem semidiametri & latus hexagoni, æqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus bexa goni circulo a b c inscripti sicut ipsa est latus bexagoni circuli f sibi æqualis Hoc autem est, quod demonstrare uolumus. Ex bac autem nona huius decimitertij noueris ex ortam esse 10 quarti libri, quæ duum æqualium laterum proponit trigonum describẽ dum, cuius uterque duorum angulorum quos basis obtinet, ad tertiũ duplus existat, talis enim est uterque triangulorum e d c & d c b, & simpliciter omnis, cuius duo latera sunt æqualia maiori portioni alicuius lineæ diuise sed'm proportionem babentem me dium duoq́ extrema & tertium quod est basis est æquale minori portioni lineæ eius dem, uel cuius duo latera sunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui in circulo in scripti, basis uero est æqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inscripti Quod est propositum.

Euclid. ex Camp. Propositio 10

10 Omne latus pentagoni æquilateri tanto potentius est latere hexagoni æquilateri quantum potest latus decagoni æquilateri, si sint in eodem circulo ambo inscripti.

CAMP. Sit circulus a b c, cuius centrũ d, & diameter a d c, inscribaturq́ ei pẽ tagonus æquilaterus, qui sit a b e f g, & à centro d protrahatur perpendicularis ad la tus a b, quæ producatur usquequo obuiet circunferen tiæ in puncto h. sitque d b, & protrabãtur duæ chordæ a b & h b, quæ erunt æquales adinuicem ex secũda par te 3 tertij & 4 primi, ideoq́ etiã duo arcus a h & h b, æqua les adinuicẽ ex 27 tertij. Est igitur utraque duarũ chor darũ a h & h b, latus decagoni æquilateri proposito cir culo inscripti. Dico itaq́ quod quadratũ lineæ a b quæ est latus pentagoni, est æquale duobus quadratis dua rum linearũ b d & a h pariter acceptis, quarũ prima est æqualis lateri bexagoni ex correlario 15 quarti, & secun da est latus decagoni, protrahatur enim a centro d, per pendicularis à linea a h quæ est latus decagoni. quæ



producatur usque ad circunferentiam, sitq́ d k quæ secet lineam a b quæ est latus pen tagoni in puncto l, & protrahatur linea h l. Constat autem ex secunda parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij, quod linea d k quæ est perpendicularis ad chordã a h, simul diuidit per æqualia cbordam & arcum, ideoq́ arcus a k est æqualis arcui k h quare ex ultima sexti angulus a d l, est æqualis angulo l d h, ideoq́ ex 4 primi basis a l, basi l h, igitur ex 5 primi angulus l a h, æqualis est angulo l h a. cũq́ etiã sit ex eadẽ angul. h a b æqualis an gulo b h a, sequitur ut angulus l b a sit æqualis angulo h b a ergo ex trigesimase cunda primi duo triãguli b a h & a h l, sunt æquiãguli, est enim angulus b, maioris, æqualis angulo h, minoris, & angulus a, communis est utriq́ Itaq́ p 4 sexti ꝑportio b a ad a h, est sicut a h ad l a: quare ex prima parte 16 sexti quod prouenit ex b a in a l, est æquale quadrato lineæ a h quæ est latus decagoni. Cũ sit autem semicirculus a e c æqualis semicirculo a f c, & arcus a e arcui a f erit arcus e c residuus æqualis arcui f c resi duo, quare arcus e c, est medietas arcus e f, ideoq́ æqualis arcui a b, & duplus ad arcũ h k. Et quia arcus e b est duplus ad arcũ b h, erit ex 11 quinti tot9 arcus c e b duplus ad torum arcum h b k ideoq́ ex ultima sexti angulus c d b, est duplus ad angulum b d l Cumq́ etiam angulus c d b duplus sit ad angulum b a d ex 32 & 5 primi, sunt enim duo latera d a & d b æqualia, erit angulus b d l æqualis angulo b a d. Itaq́ per 32 primi erit triangulus b d l, æquiangulus triangulo b a d, est enim angulus d, minoris, æqualis an gulo a, maioris, & angulus b est communis utriq́, ergo per 4 sexti proportio a b ad b d, est sicut b d ad l b, quare per primã partem 16 sexti quod prouenit ex a b in b l, est æ quale quadrato d b. At uero probatum est prius, quod illud quod prouenit ex a b in l a est æquale quadrato a h. Itaq́ quod prouenit ex a b in a l & in l b, est æquale duo bus quadratis duarũ linearũ a b & b d. Et quia ex secunda secundi quod prouenit ex

a b in

ab in la & in lb est æquale quadrato lineæ ab: est autem linea ab latus pentagoni æquilateri, ꝓposito circulo inscripti, linea uero ab est latus decagoni æquilateri, & linea b est ex correlario 15 quarti æqualis lateris hexagoni æquilateri proposito circulo inscriptorum, inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra circulum descripti, à terminis suorum laterum duæ rectæ lineæ subtēdātur, utraq; alterā secundum proportionem habentē mediū duoq; extrema secabit, maiorq; ipsius portio lateri ipsius pentagoni æqualis erit.

CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inscriptus circulo eisdē literis signato, & duobus eius propinquis angulis qui sunt a & b, subtēdatur duæ rectæ lineæ a c & c b e, secantes se inuicem in puncto f. Dico itaque utrāque barū esse diuisam in pūcto f, secundū proportionē habentē mediū duoq; extrema, & ꝙ maior portio utriusq; est æqualis lateri pentagoni. Manifestū est enim ex 27 tertij, ꝙ quinq; arcus circuli pentagonū propositū circunscribētis, quorū latera ipsius pētagoni sunt chordæ, sūt adinuicē æquales, ideo ꝙ ex ultima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a, sunt adinuicē æquales, nā arcus a b a e, & b c, sunt adinuicē æquales. Cumq; sit arcus c d e duplus ad arcū b c, erit quoq; ex ultima sexti angulus c a e duplus ad angulū c a b. At uero ex 27 primi angulus a f e, duplus est ad angulū f a b. Igitur angulꝰ a f e, est æqualis angulo f a e, quare per 6 primi linea a e, est æqualis lineæ f e. Sunt autem duo triāguli a b e & a f b, æquianguli, per ea quæ dicta sunt & per 32 primi, est enim angulus e, maioris, æqualis angulo a minoris. & angulus b, cōis utriq;, igitur per 4 sexti proportio e b ad b a, sicut b a ad f b, Cūq; sit e f, æqualis a b, eo quod ipsa (ut probatū) est æqualis a e, sequitur ex 7 quinti ut sit ꝓportio b e ad e f, sicut e f ad f b. Quare ꝑ diffinitionem linea e b est diuisa sed'm ꝓportionē babentē mediū duoq; extrema, & eius maior portio est æqualis lateri ipsius pentagoni. Si autē hoc est uerū de linea e b erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiusdē & diffinitione idē uerū de linea a c: nā tota b e est æqualis toti a c ex 4 primi, & portiones portionibus ex 6 primi & cōi scientia, portiōes enim a f & b f, sunt æquales ex 6 primi, ideoq; f e & f c residuæ, erūt adinuicē æquales ex cōceptiōe. Vel potes si libet & facilius, de linea a c demonstrare propositum, negociando circa ipsum, ut prius circa lineā e b.



Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SI circuli pentagonum æquilaterum circūscribentis, diameter fuerit rationalis, eius latus pentagoni erit linea irrationalis, ea scilicet quæ dicitur minor.

CAMPANVS Sit pentagonus æquilaterus a b c d e inscriptus circulo eisdem literis ascripto, cuius centrum f, & duæ diametri b g & a h, sitq; utraque harum diametrorum linea rationis in longitudine. Dico tunc quod latus pentagoni inscripti, erit linea irrationalis, illa uidelicet quæ dicitur minor. Protrahatur enim linea a c, quæ secet diametrum b, in puncto k, eritq; ex ultima sexti & 4 primi linea a c, diuisa à diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto k, quia cum semicirculus b a g sit æqualis semicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, sicut constat ex 27 tertij, erit arcus a g residuus, æqualis arcui c g residuo, ideóque ex ultima sexti angulus a b g, æqualis etiam anguo c b g. Cum itaque duo latera a b & b k trianguli a b k sint æqualia duobus lateribus c b & b k trianguli c b k, & angulus b unius angulo b alterius, erit ex 4 primi basis a k æqualis basi k c. & omnes anguli qui sunt e d k, sunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h, secet latus pentagoni c d, in puncto l. Eritque linea c d diuisa à diametro a b orthogonaliter, & per æqualia in puncto l. Cum enim sint duo arcus a d b & a c b æquales, & arcus a c, sit æqualis arcui a d, erunt duo residui semicirculorum

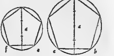
qui

qui sunt c b & d b, æquales, quibus si subtendantur duæ chordæ quæ sunt c h & d h, ip-
sæ quoq; ex 28 tertij erũt æquales. Et quia arcus a c est æqualis arcui a d, erit ex ultima
sexti angulus c h l æqualis angulo d h l, ideoq; per 4 primi basis c l est æqualis basi d l, &
omnes anguli qui sunt ad l, recti ex prima parte 3 tertij, itaque duo trianguli a c l & a f
k sunt æquiãguli ex 32 primi. Est enim angulus l, maioris, æqualis angulo k, minoris, eo
quod uterq; est rectus, & angulus a est communis utriq;, quare 4 sexti proportio l c ad
c a, est sicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quartæ parti se-
midiametri, eritq; per æquã proportionalitatẽ proportio c l ad quartã partem lineæ a
c quæ sit c q, sicut k f ad quartã partẽ lineæ f a quæ est f m. Et quia per 15 quinti proportio c
d ad c k est sicut c l ad c q (sic enim est duplũ ad duplũ sicut simplũ ad simplũ) erit per 11
quinti d c ad c k, sicut k f ad f m, & coniũctim lineæ cõstãtis ex d c & c k, ad k c, sicut k m ad
m f, & ideo per primã partẽ 22 sexti proportio quadrati lineæ cõpositæ ex d c & c k, ad
quadratum lineæ c k, sicut quadrati lineæ k m ad quadratum lineæ m f. Constat autem
ex præmissa, quod si linea a c diuidatur secundum proportionem babentem medium
duoque extrema, maior portio eius erit æqualis lineæ d c, igitur linea cõstans ex d c &
c k, cõponitur ex maiori portione diuisæ secũdũ proportionẽ habentẽ medium duoq;
extrema, & ex medietate totius lineæ sic diuisæ, est enim c k, medietas a c. Itaq; p primã
istius 13 libri quadratũ lineæ cõpositæ ex d c. & c k, quintuplũ quoque est ad quadratũ
lineæ c k, ideoq; quadratũ lineæ k m, quintuplũ quoq; est ad quadratũ lineæ m f, cum
sit horũ quadratorũ & illorũ una proportio. Est autẽ linea b m, quintupla ad lineã m
f, erat enim m f, quarta pars semidiametri propositi circuli. Ergo quadratũ lineæ k m ad
quadratũ lineæ m f, est sicut linea b m ad lineam m f. Et quia ex secũda parte 18 sexti qua
dratum lineæ k m ad quadratũ lineæ m f, est sicut lineæ, k m ad lineã m f duplicata, erit
ex 11 quinti linea b m ad lineam m f, sicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea
k m, est medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m f. Quod sic constat. Sit e-
nim linea n p medio loco proportionalis inter eas, sumpta secundũ doctrinam 9 sexti
eritq; ex diffinitione proportionis duplicatæ quæ posita est in principio quinti, pro-
portio b m ad m f, sicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p, sicut n p ad m f. erit
etiam ex 11 quinti proportio b m ad m f, sicut n p ad m f duplicata, igitur ex prima
parte 9 quinti, duæ lineæ k m & n p, sunt æquales, ideoq; ex prima parte 7 quinti, ex se-
cunda parte eiusdem linea k m, est medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare
ex correlario 3 sexti, proportio quadrati lineæ b m ad quadratum lineæ m k, est sicut li-
neæ b m ad lineam m f. Et quia linea b m est quintupla
ad lineã m f, erit quadratum lineæ b m, quintuplum ad
quadratũ lineæ m k. Linea aũt b m, est rationalis in lõgi-
tudine, ergo per ultimã partem 9 decimi, linea m k est ra
tionalis in potentia tantum. Et quia linea b m est poten
tior linea m k, in quadrato lineæ sibi incommẽsurabilis
in longitudine, ut in continuo probabitur, erit linea b k
residuũ quartum ex diffinitione residui quarti. Quod
autem probãdum assumpsimus, sic patet: Sit numerus
r quintuplus ad numerũ s, sintq; t & s quantum r, ac si es-
set r quinque, s unũ, t quatuor. & sit linea b m, potentior
linea m k in quadrato lineæ x. Cum igitur sit quadratũ
lineæ b m ad quadratum lineæ m k sicut numerus r ad
numerũ s, erit per euersam proportionalitatẽ quadra
tum lineæ b m ad quadratum lineæ x, sicut numerus r ad numerum
t, quare per ultimam partẽ 7 decimi lineas, est incommensurabilis li
neæ b m in lõgitudine, non est ergo dubiũ, quin b k sit residuũ quar
tum. Manifestum uero est ex 34 tertij, quod illud quod fit ex b k in k
g, est æquale ei quod fit ex a k in k c, ideoq; etiã ipsum est æquale qua
drato k c, eo quod a k est æqualis k c, ergo quadrato b k addito utri
que, erit ex penultima primi quod fit ex b k in se & in k g, æquale
quadrato b c. Et quia ex 1 secũdi q; fit ex b k in g b, erit linea b c latus
tetragonicum superficiei cõtentæ à duabus lineis g b & k b. Et quia linea g b est rationa
lis, linea uero b k est residuũ quartũ, & quia linea potẽs in superficiẽ lineæ rationali resi
duoq; quarto cõtentam est linea minor ut constat ex 89 decimi libri, necesse est lineã b
c quæ est latus pentagoni æquilateri proposito circulo inscripti, esse lineam minorem
quod





quod erat ex principio demonstrandum. Hoc ergo modo sequitur, quod latus pentagoni æquilateri circulo inscripti sit linea minor, si diameter circuli cui inscribatur, fuerit rationalis in longitudine. At uero si diameter circuli fuerit rationalis in potentia tantũ, adhuc necesse est ut latus pentagoni æquilateri sibi inscripti sit linea minor. Esto enĩ linea a, rationalis in potentia tantum, supra quã describatur circulus, eiq; descripto inscribatur pentagonus æquilaterus, cuius unum latus sit b c, dicanturq; pentagonus & circulus, a. Dico q linea b c est linea minor. Sumatur enĩ aliqua linea rationalis in lõgitudine, quæ sit d, & super eam lineetur circulus cui inscribatur pentagonus æquilaterus, & sit unum latus ipsius linea e f, dicanturq; pentagonus & circulus, d. Constat igitur ex hac 11, q e f est linea minor, cum diameter d sit rationalis in longitudine. Quoniam uero proportio pentagoni a ad pentagonũ d est sicut quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ e f (utraq; enim est ex secũda parte 18 sexti, sicut lineæ b c ad lineam e f duplicata) pentagoni autem a ad pentagonũ d, est sicut quadrati diametri a ad quadratũ diametri d ex prima 11, erit ex 11 quinti quadratũ lineæ c b ad quadratũ lineæ e f, sicut quadratũ diametri a ad quadratum diametri d. Cumq; quadrata duarũ diametrorũ a & d sint cõmunicantia, quia ambo sunt rationalia ex hypothesi, erũt quoq; ex prima parte 10 decimi quadrata duarum linearũ b c & e f, cõmunicantia: ergo linea b c cõmunicat in potentia cum linea e f. Et quia linea e f est minor, sequitur ex 10 decimi q etiã b c sit linea minor, quod est propositum. Siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine, siue in potentia tantum, necesse est ut latus pentagoni æquilateri sibi inscripti, sit linea minor.

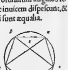


Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

8 **Si quinquanguli æquilateri & æquianguli binos ordinatim angulos rectæ lineæ * explicent, extrema & media ratione sese inuicem dispescunt, & maiora earum segmenta ipsius quinquanguli lateri sunt æqualia.**

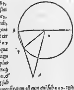
Camp. 11

THEON ex Zamb. *Quinquanguli enim æquilateri & æquianguli αβγδε, binos ordinatim angulos qui ad α, β, rectæ lineæ αγ, βε, *explicent, sese inuicem in θ signo dispescentes. Dico quod ipsarum utraq; extrema & media ratione secatur in θ signo, & earum maiora segmenta sunt æqualia ipsius quinquanguli lateri. Circumscribatur (per 14 quarti) ipsi quinquangulo αβγδε, circulus αβγδε. Et quoniam binæ rectæ lineæ εα, αβ, duabus αβ, βγ, sunt æquales, & angulos æquales comprehendunt, bases igitur βε (per 4 primi) basi αγ est æqualis, & triangulum αβε ipsi triangulo αβγ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales alter alteri sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur qui sub βαγ, et qui sub αβε est æqualis. Duplus igitur est qui sub αθε, eius qui sub βαθ anguli: extra enim est ipsum αβθ triangulum. Est autem & qui sub εαγ, eius qui sub βαγ duplus, quoniam & circumferentia εδγ, ipsius γβ circumferentiæ est dupla. Angulus igitur qui sub θαε, et qui sub αθε est æqualis. Quare & θε recta linea, ipsi εα, hoc est ipsi αβ est æqualis. Et quoniam βα recta linea ipsi αε est æqualis, æqualis est & angulus qui sub αβε et qui sub αεβ. Sed qui sub αβε, et qui sub βαθ, patuit quod æqualis: qui igitur sub βεα, et qui sub βαθ est æqualis. Et ipsorum duorum triangulorũ αβε, & αβθ, cõmunis est angulus qui sub αβε, reliquus igitur qui sub βαε angulus, reliquo qui sub αθβ est æqualis. Triangulum igitur αβε, ipsi αβθ triangulo æquiangulum est: proportionaliter igitur est sicut εβ ad βα, sic αβ ad βθ. Aequalis autem est βα, ipsi εθ. Sicut igitur βε ad εθ, sic εθ ad θβ. maior autem est βε, ipsa βα, maior igitur est εθ ipsa θβ. Ipsa igitur βε, extrema & media ratione in θ secatur, & maius segmentum θε, æquum est ipsius quinquanguli lateri. Similiter iam ostendemus, quod αγ extrema & media ratione in θ secatur, & ipsius maius segmentum γθ ipsius quinquanguli lateri est æquale. Quod ostendere oportuit.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

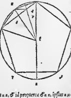
9 **Si sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorũ componantur, tota recta linea extrema & media ratione secatur, & maius segmentum est ipsius sexanguli latus.**



THEON ex Zamberto. Sit circulus αβγ, & in ipso circulo αβγ, descriptarũ figurarũ decagoni quidem latus esto ζγ, & sexanguli γδ, & sint in rectas lineas. Dico quod tota βδ, extrema & media ratione secatur in γ, & maius ipsius segmentũ est γδ. Assumatur enim (per 1 tertij) centrũ circuli, signũ ε, & cõnectantur εβ, εγ, εδ, & extendatur βε in α. Et quoniã decagoni æquilateri latus est βγ, quincupla igitur est αγβ circũferentia ipsius γζ circũferentiæ. Quadrupla igitur est αγ circũferentia, ipsius γβ. Sicut autẽ αγ circũferentia ad γβ, sic angulus qui sub αεγ ad angulum qui sub γεβ. quadruplus igitur est q̃ sub αεγ, eius qui sub γεζ. Et quoniã qui sub εζγ angulus ei qui sub εγβ angulo est æqualis, qui igitur sub αεγ angulus, duplus est eius qui sub εγβ. Et quoniam εγ recta linea æqualis est ipsi γδ, utraq; enim ipsarum æqualis est ipsius sexanguli lateri in αζγ circulo descripti. & angulus qui sub γεδ, angulo qui sub γδε est æqualis, igitur angulus q̃ sub εγβ, duplus est eius qui sub εδγ. Sed eius qui sub εγβ. duplum esse demonstratum est eum qui sub αεγ. Igitur quĩ sub αεγ, quadruplus est eius qui sub εδγ. Ostensum est autem quod & eius qui sub ζεγ, quadruplus est qui sub αεγ. æqualis igitur est qui sub εδγ, ei qui sub βεγ. Cõmunis autem ipsorũ binorum triangulorũ, hoc est βεγ & βεδ, est angulus qui sub εβδ, & reliquus igitur qui sub βεδ, ei qui sub εγβ est æqualis. Aequiangulũ igitur est triangulum εβδ, ipsi εβγ triangulo: proportionaliter igitur est sicut βδ ad βε, sic εβ ad βγ. Aequalis autem est εβ, ipsi γδ. Est igitur sicut βδ ad δγ, sic δγ ad γβ. Maior autem est βδ, ipsa δγ, maior igitur est & δγ, ipsa γβ. Igitur ipsa βδ, recta linea, extrema & media ratione secatur in γ signo, & maius segmentum est δγ. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 **Si in circulo quinquangulũ æquilaterũ descriptũ fuerit, ipsius quinquanguli latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodẽ circulo descriptorũ.**



THEON ex Zamb. Sit circulus αβγδε, & in ipso αβγδε (per 11 quarti) quinquangulũ describatur αβγδε. Dico quod ipsius αβγδε quinquanguli latus, potest & sexanguli & decagoni latus in ipso αβγδε circulo descriptorũ. Assumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & sit ζ, & connexa αζ, extendatur in η signum, & connectatur ζβ, & ab ipso ζ in αβ perpendicularis excitetur (per 12 primi) ζθ, & extendatur in κ, & connectantur ακ, κβ, & rursus ab ipso ζ, in ακ excitetur (per 12 primi) perpendicularis ζλ, & extendatur in μ, & connectatur κν. Et quoniam circũferentia αβγη ipsi αεδη circũferentiæ est æqualis, quarũ αβγ ipsi αεδ est æqualis, reliqua igitur γη circũferentia reliquæ δη circũferentiæ est æqualis. Quinquãguli autem γδ, & decagoni igitur γη. Et quoniam ζα ipsi ζβ (per 15 diffinitionem primi) est æqualis, & perpendicularis est ζθ, igitur angulus qui sub αζκ, ei qui sub κζβ est æqualis. quare & circũferentia ακ, ipsi κβ est æqualis. Dupla igitur est αβ circũferentia, ipsius βκ circũferentiæ, decagoni latus igitur, est recta linea ακ, & id propterea & κν, ipsius κμ est dupla. Et quoniam dupla est circũferentia αβ ipsius circũferentiæ βκ, æqualis autem est γδ circũferentia ipsi αβ circũferentiæ, dupla igitur est γδ circũferentia ipsius βκ circũferentiæ. Est autem γδ circũferentia, ipsius γη dupla. igitur circũferentia γη, ipsi βκ circũferentiæ est æqualis. Sed βκ ipsius κμ dupla est, quoniam & κα, & γη. igitur, ipsius κμ est dupla. Sed & γβ circũferentia, ipsius βκ circũferentiæ dupla est. æqualis enim est γβ circũferentia, ipsi βα. & tota igitur ηβ circũferentia, totius βμ est dupla. Quare & angulus qui sub ηζβ, anguli qui sub βζμ duplus est. Est autem qui sub ηζβ, eius qui sub ζαβ duplus. Aequalis enim est qui sub ζαβ, ei qui sub αβζ. Qui sub βζν igitur, ei est æqualis qui sub ζαβ. Binorum autem triangulorũ αβζ & βζν, cõmunis angulus est qui sub αβζ. Reliquus igitur qui sub αζβ, reliquo qui sub βνζ est æqualis. Triangulum igitur αβζ, ipsi βζν triangulo æquiangulũ est, proportionaliter igitur est sicut αβ recta linea ad βζ, sic ζβ ad βν, quod igitur sub αβ, βν, ei quod ex βζ est æquale. Rursus quoniam æqualis est αλ ipsi λκ, cõmunis autem & ad angulos rectos λν, basis igitur κν (per 4 primi) basi αν est æqualis, & angulus igitur qui sub λκν, ei qui sub λαν est æqualis. Sed qui sub λαν, ei qui sub κβν est æqualis, & qui sub λκν igitur, ei qui sub κβν est æqualis, & ipsorum triangulorũ binorum ακβ & κβν, cõmune est quod sub νακ. Reliquum igitur quod sub ακβ, reliquo quod sub κνβ est æquale. Aequiangulũ igitur est triangulum ακβ, ipsi βνκ triangulo: proportionaliter igitur est sicut βα recta linea ad ακ, sic κα ad αν. Quod igitur sub βα, αν, æquũ est ei quod ex ακ. Ostensum est autem quod quod sub αβ, βν, æquum est ei quod ex βζ. Quod igitur sub αβ, βν, una cum eo quod sub βα, αν, quod est id quod ex βα, ei est æquum quod ex βζ una cum eo quod ex ακ, & βα quidem est latus ipsius quinquanguli, & βζ sexanguli, & ακ decagoni. Quinquanguli ergo latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex

Eucli ex Zamb. Theorema 11 Propositio 11

11 **S**in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulũ æquilaterũ inscribatur, quinquanguli latus irrationalis est ea quæ appellatur minor. Camp. 11

THEON ex Zamb. In circulo enim α β γ δ ε, rationalem habente diametrum, quinquangulũ inscribatur α β γ δ ε. Dico quod ipsius α β γ δ ε quinquanguli latus α β irrationalis est ea quæ appellatur minor. Assumatur enim (per 1 tertij) circuli centrum ζ signum, & connectantur α ζ, ζ β, & extendantur in η, θ, signa, & connectatur α γ, ponaturq; ipsius α ζ, quarta pars ζ κ. Rationalis autem α ζ, rationalis igitur & ζ κ. Est autem & β ζ rationalis. Tota igitur β κ rationalis est. Et quoniam circũferentia α γ η ipsi α δ η circũferentiæ est æqualis, quarũ α β γ æqualis est & ipsi α ε δ, reliqua igitur γ η reliquæ η δ est æqualis. Et si cõnectamus α δ, * ducuntur recti qui ad λ anguli, & dupla est γ δ ipsius γ λ, & id propterea & qui ad μ recti sunt, & dupla est α γ ipsius γ μ. Quoniam igitur angulus qui sub α λ γ et est æquus qui sub α μ ζ, cõmunis autem ipsorũ triangulorũ binorũ α λ γ, α μ ζ, est qui sub λ α γ, reliquus igitur qui sub α γ λ et est æqualis qui sub μ ζ α, æquiangulũ igitur est triangulum α γ λ, ipsi α μ ζ triangulo: proportionaliter igitur est sicut λ γ ad γ α, sic μ ζ ad ζ α, & antecedentiũ duplicia. Sicut igitur dupla ipsius λ γ ad γ α, sic ipsius μ ζ dupla ad ζ α. Sed sicut ipsius μ ζ dupla ad ζ α, sic μ ζ ad ipsius ζ α dimidiam. Sicut igitur ipsius λ γ dupla, ad γ α, sic est μ ζ ad dimidiam ipsius ζ α, & sequentiũ dimidia. Sicut igitur ipsius λ γ dupla ad ipsius γ α dimidiam, sic μ ζ ad quartã partem ipsius ζ α, & ipsius λ γ, dupla est δ γ, ipsius uero γ α, dimidia est γ μ, ipsius autem ζ α, quarta pars est ζ κ. Est igitur sicut δ γ ad γ μ, sic μ ζ ad ζ κ. Cõponendo (per 18 quinti) & sicut utraq; δ γ μ ad γ μ, sic μ κ ad ζ κ: & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex utraq; ipsarũ δ γ μ, ad id quod ex γ μ, sic quod ex μ κ ad id quod ex κ ζ. Et quoniã (per 8 decimitertij) ea quæ sub duobus lateribus pentagoni subtensa ut α γ, extrema & media ratione secta, maius segmentũ est æquale ipsius pentagoni lateri hoc est ipsi δ γ, maius autem segmentũ totius admittens dimidiũ quincuplum potest eo quod ex totius dimidia (per 1 decimitertij) & totius α γ dimidia est γ μ, quod igitur ex δ γ μ tanquã ex una, quincuplũ est eius quod ex γ μ. Sicut autem quod ex δ γ μ sicut una, ad id quod ex γ μ, sic ostensum est esse id quod ex μ κ ad id quod ex κ ζ, quincuplũ igitur est quod ex μ κ, eius quod ex κ ζ, rationale autẽ quod ex κ ζ, rationalis enim est diameter. Rationale igitur est & quod ex μ κ. Rationalis igitur est μ κ, rationẽ enim habet quam numerus ad numerũ quod ex μ κ, ad id quod ex κ ζ. Et quoniã quadrupla est β ζ ipsius ζ κ, quincupla igitur est β κ ipsius κ ζ. Vigintiquincuplex igitur est quod ex β κ, eius quod ex κ ζ. Quincuplũ autem est id quod ex μ κ, eius quod ex κ ζ, quincuplũ igitur est quod ex β κ, eius quod ex κ μ. Quod igitur ex β κ, ad id quod ex κ μ rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) β κ, ipsi κ μ in longitudine, & ipsarũ utraq; rationalis est. Ipsæ igitur β κ, κ μ, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Si autem à rationali rationalis auferatur potentia tantum cõmensurabilis subsistens toti, reliqua irrationalis est, uocatur autẽ apotome (per 63 decimi,) igitur μ β apotome est. Congruens autẽ ei est μ κ. Dico quod & quarta. Quo enim maius est id quod ex β κ eo quod ex κ μ, ei æquũ esto quod ex ν. Igitur ipsa β κ, ipsa κ μ maius potest ipso ν. Et quoniam (per 16 decimi) cõmensurabilis est κ ζ ipsi ζ β, & cõponendo (per 16 decimi) cõmensurabilis est κ β ipsi β ζ, sed β ζ ipsi β θ longitudine est cõmensurabilis, & β κ igitur ipsi β θ cõmensurabilis est. Et quoniam quod ex β κ eius quod κ μ quincuplũ est, quod igitur ex β κ, ad id quod ex κ μ rationẽ habet quam quinq; ad unũ. Conuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti) quod ex β κ ad id quod ex ν, rationẽ habet quam (quinq; ad quatuor) non quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est β κ, ipsi ν. Igitur β κ, ipsi κ μ maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili. Quoniã igitur tota β κ, ipsa κ μ congruente maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & tota β κ, ipsi β θ rationali expositæ cõmensurabilis est. Apotome igitur quarta est ipsa μ β. Quod autẽ sub rationali & apotome quarta cõprehensum rectangulũ, irrationale est & ipsum potens irrationalis est, minorq; appellatur (per 94 decimi.) Potest autẽ quod sub θ β, β μ, ipsa α β, quoniam propter cõnexionẽ ipsius α θ, triangulũ α β θ æquangulũ fit ipsi α β μ. Et est sicut β θ ad β α, sic est α β ad β μ, ipsa igitur α β quinquãguli latus, irrationalis est minor appellata. Quod erat ostendendũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

12 **S**i in circulo triangulũ æquilaterũ descriptũ fuerit, ipsius trianguli latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli. Camp. 8



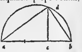
THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eo triangulũ æquilaterũ describatur α β γ. Dico quod ipsius α β γ triãguli latus potentia triplũ est eius quæ ex centro ipsius circuli α β γ. Assumatur enim (per 1 tertij) centrum ipsius circuli δ, & connexa α δ extendatur in ε, & cõnectatur β ε. Et quoniã triangulũ α β γ æquilaterũ est, igitur β ε γ circũferentia tertia pars est ipsius circuli α β γ circũferentiæ: igitur β ε circũferentia, sexta pars est circũferentiæ ipsius

O 2 fius

sius circuli, hexagoni igitur latus est ipsa ε ι recta linea, æqualis igitur est ei qui ex centro, hoc est ipsi δ ι. Et quoniã α γ ipsius δ ι dupla est, quadruplũ est quod ex α ι eius quod ex δ ι, hoc est eius quod ex ε ι. Aequũ autem est id quod ex α ι, eis quæ ex α β, ε ι, quæ igitur ex α ε, ε ι, quadrupla sunt eius quæ ex ε ι: diuidendo igitur quod quod ex α β, triplum est eius quod ex ε ι. Aequalis autem est ε ι, ipsi δ ι, quod ex α β igitur triplum est eius quod ex δ ι. Trianguli ergo latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 PYramidem quatuor basium triangulariũ & æquilaterarũ ab assignata sphæra circunscriptibilem fabricare. Huius ergo sphæræ diametros, ad latus ipsius pyramidis sesquialterã proportionem potentialiter habere probatur.



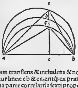
CAMPANVS. Sit linea a b diameter assignatæ sphæræ, quæ diuidatur in pũcto c, ita q a c sit dupla ad b c, & lineetur super eam semicirculus a d b, & producatur linea c d orthogonaliter super lineã a b, & producãtur lineæ b d & d a. Postea fiat circulus f g h super centrũ e, cuius semidiameter sit æqualis lineæ c d, cui ex 2 quarti libri inscribatur triangulus æquilaterus qui sit f g h, ad cuius angulos protrahãtur á centro, lineæ e f, e g, e h, deinde super centrum e, erigatur (secundũ q docet 12 undecimi) linea e k quæ ponatur æqualis a c, perpendicularis ad superficiẽ circuli f g h, & demittãtur a puncto k hypothenusæ k f, k g, k h, eritq́ completa pyramis quatuor basium triangulariũ & æquilaterarũ, quam dico esse ab assignata sphæra circũscriptibilẽ, & dico quadratũ diametri propositæ sphæræ, sesquialterũ esse ad quadratũ lateris fabricatæ pyramidis. Constat enim ex prima parte correlarij 8 sexti, q linea c d est medio loco ꝓportionalis inter a c & c b, quare ex correlario 16 eiusdẽ, quadratũ lineæ a c ad quadratũ lineæ c d, est sicut linea a c ad c b, ergo coniunctim quadratũ a c & quadratũ c d, ad quadratũ c d, sicut linea a b ad b c, ideoq́ ex penultima primi quadratũ a d ad quadratũ d c, sicut a b ad b c. Cum ergo linea a b sit tripla ad b c, et at enim a c dupla ad eam, erit quoq quadratũ a d triplum ad quadratũ d c. Est autẽ ex 8 huius, quadratũ f g, triplum ad quadratũ e f, quare cum ex hypothesi d c sit æqualis e f, erit ex cõmuni scientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitiõe lineæ perpendicularis ad superficiẽ, linea e k continet cũ singulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos, quarũ quælibet est æqualis lineæ c d, & quia ipsa eadem est æqualis lineæ a c, & angulus c est rectus, erit per 4 primi unaquæq; trium linearũ k f, k g, k h, æqualis lineæ a d. Manifestum est igitur fabricatã pyramidẽ esse quatuor basium triangulariũ æquilaterarũ.



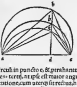
Ipsam autẽ esse circũscriptibilem ab assignata sphæra, sic habeto. Lineæ e k intelligatur adijci secũdum rectitudinẽ lineæ e l æqualis lineæ c b. ut tota k l sit æqualis a b quæ est diameter assignatæ sphæræ. Hanc autẽ lineam, in quã e l imagineris esse sub circulo f g h, perpendicularẽ quoq; ad ipsius superficiẽ ex parte inferiori, sicut est e k ex parte superiori, eritq́ unaquæq; trium linearũ e f, e g, e h, & simpliciter quælibet semidiameter circuli f g h, medio loco ꝓportionalis inter k e & e l, quemadmodũ est d c inter a c & c b, nam hæ sunt æquales illis, unaquæq; suæ relatiuæ. Si igitur super lineã l k describatur semicirculus, circũducaturq́ quousq; ad locũ unde moueri cœperat redeat, erit ex diffinitione sphærarũ æqualiũ, sphæra descripta motu huius semicirculi, æqualis sphæræ assignatæ: sunt enim sphæræ æquales, quarũ sunt æquales diametri, quemadmodũ de circulis in principio tertij dictum est. Hunc uero semicirculũ necesse est trãsire per tria puncta f, g, h, quæ sunt anguli solidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autẽ dico q semicirculus hic quoniã super lineam k l fuerit descriptus, si circũducatur quousq; ad locũ redeat unde moueri cœperat, continget circulũ f g h super omnia puncta circũferentiæ ipsius. Quod ex hac uetusta ueritate probatur. Si linea recta super lineã rectã perpendiculariter steterit, quæ inter partes eius cui superstat uel circũstat medio loco ꝓportionalis ponatur, fueritq́ super eam lineã cui ꝑpendicularis superstat, semicirculus descriptus, circũferentia ipsius per extremitatẽ lineæ medio loco ꝓportionalis positæ perpendiculariter necessario transibit. Cum igitur cũctæ semidiametri circuli f g h sint perpendiculares

diculares ad lineã K l, & medio loco ꝓportionales inter partes ipsius quæ sunt K e & e l, sequitur ut semicirculus descriptus super K l, si circũducatur trãseat per omnia puncta circũferẽtiæ f g h, & per omnes solidos angulos pyramidis fabricatæ. Itaq; à diffinitiõe eius quod est figurã inscribi figuræ, pyramis fabricata est inscriptibilis illi sphæræ quã semicirculus per lineã K l lineatus motu suo describit. Et quia hæc sphæra descripta, est assignatæ sphæræ æqualis per diffinitionẽ æqualiũ sphærarũ, sequitur ex cõmuni scientia ut hæc pyramis fabricata, sit ꝗb assignata sphæra circũscriptibilis. Q. est ꝓpositũ.

CORRELARIVM autem patet sic. Cum enim a b sit tripla ad b c, per euersam proportionalitatẽ erit a b sesquialtera ad a c, ideoq; ex secũda parte correlarij 8 sexti & correlario 17 eiusdem, quadratũ lineæ a b erit etiam sesquialterũ ad quadratũ lineæ a d. Et quia linea a d est æqualis lateri fabricatæ pyramidis, at uero a b est diameter sphæræ, constat uerũ esse qđ per correlariũ dicitur. Ne autem quicꝗ̃ de uetusta ueritate proposita hæsitare cõtingat, eam uolumus hoc modo demõstratione firmare. Si igitur super lineam a b, linea c d perpẽdicularis, quæ ponatur medio loco ꝓportionalis inter partes lineæ a b, quæ sint a c & c b, ita ꝙ sit proportio a c ad c d, sicut c d ad c b. Et super lineam a b, describatur semicirculus a e b. Dico ꝙ huius semicirculi circũferẽtia transibit per punctum d, qui est extremitas perpẽdicularis. Sin autem aut secabit lineam c d, aut supertrãsibit eam totam ipsam transiens & includens & non cõtingens. Secet ergo primo eam in puncto e, & ducãtur lineæ e b & e a, eritq; ex prima parte 30 tertij totalis angulus a e b rectus, itaq; ex prima parte correlarij 8 sexti proportio est a c ad c e, sicut c e ad c b, at uero ex secunda parte 8 quinti proportio a c ad c e, est maior ꝗ̃ a c ad c d, eo ꝙ c e est minor ꝗ̃ c d. Cum igitur sit c e ad c b, sicut a c ad c e, & c d ad c b, sicut a c ad c d, erit per 12 quinti e c ad c b, maior ꝗ̃ c d ad c b: ideoq; per primam partem 10 quinti e c est maior ꝗ̃ d c, pars, uidelicet, ꝗ̃ suum totũ, quod est impossibile. Non ergo secabit circũferẽtia semicirculi lineam c d. Supertrãseat igitur & producatur c d usq; ad circũferentiã, sitq; tota c e, & protrahãtur lineæ e b & e a, sequeturq; ut prius lineam c d esse maiorẽ ꝗ̃ sit linea c e, quod est etiã impossibile. Constat ergo propositũ.



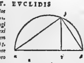
Similiter autẽ dicimus, ꝙ si fuerit aliquis angulus rectus cui basis subtendatur super quã semicirculus lineetur, ipsius circũferentiã per angulũ rectũ transire necesse est. Conuersam huius ꝓponit prima pars 30 tertij. Quod autẽ dicimus, sic constat. Sit enim angulus a b c rectus, cui subtendatur basis a c, & super eam lineetur semicirculus, dico ꝙ ipsius circũferẽtia transibit per punctũ b, in quo coeunt lineæ cõtinentes angulũ rectum. Cuius demõstratio est, quod neq; transibit supra neq; infra. Sin autem transeat primo infra, sitq; a e c, & ab angulo b ꝓducatur linea b d perpendicularis ad basin a c, quæ secet circũferentiã semicirculi in puncto e, & ꝓtrahantur lineæ e a & e c, eritq; angulus a e c, rectus ex prima parte 30 tertij, at ipse est maior angulo a b c per 21 primi, hoc autẽ est impossibile ex tertia petitione, cum uterq; sit rectus, hic quidem ex hypothesi, ille uero ex prima parte 30 tertij. Non ergo transibit circũferẽtia semicirculi, infra angulũ b. Transeat itaq; supra, & sit a f c, producatur autẽ perpẽdicularis d b, quousq; obuiet circũferentiæ semicirculi a f c in puncto f, & producãtur lineæ f a, f c, eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c rectus. Cumq; etiam esset ex hypothesi angulus a b c rectus, sequitur impossibile per 21 primi, sicut in pricipio. Relinqtur ergo quod diximus. Hoc autem necessariũ est ad cognitionẽ eorum quæ sequũtur.



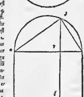
Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 13

13 **Pyramidem constituere, & data sphæra cõprehendere, & demõstrate ꝙ ipsius sphæræ dimetiens potentia sesqualter est lateris ipsius pyramidis.**

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ dimetiens α β, seceturq; in γ signo, ut α γ ipsius γ β dupla sit. Describaturq; super α β, semicirculus α δ β, excitetur q; (per 11 primi) ab ipso γ signo ad angulos rectos, γ δ, & cõnectatur δ α, exponaturq; circulus ε ζ η, æqualem habens eam quæ ex centro ipsi δ γ, describaturq; in ipso ε ζ η circulo triangulũ æquilaterũ ε ζ η, & accipiatur (per 1 tertij) centrũ circuli, sitq; θ signũ, & cõnectatur ε θ, θ ζ, & θ η. Et constituatur*







(per 11 undecimi) ab ipso signo ipsius ε ζ η circuli plano ad angulos rectos recta θ κ, & ponatur ipsa θ κ ipsi α γ rectæ lineæ æqualis, & cõnectãtur κ ε, κ ζ, κ η. Et quoniã κ θ recta est ad ipsius ε ζ η circuli planũ & ad omnes igitur ipsam tangẽtes rectas lineas, & in eodem ipsius ε ζ η circuli plano existentes rectos efficit angulos (per 3 undecimi diffinitionẽ.) Tangit autem ipsam unaquæq; ipsarũ θ ε, θ ζ, θ η. Igitur θ κ, ad unãquanq; ipsarũ θ ε, θ ζ, θ η, recta est. Et quoniã æqualis est α γ ipsi θ κ & γ δ ipsi θ ε, & rectos cõprehendũt ãgulos, basis igitur δ α (per 4 primi) basi κ ε est æqualis, & id propterea & utraq; ipsarũ κ ζ, κ η, ipsi δ α est æqualis. Tres igitur κ ε, κ ζ, κ η, inuicẽ sunt æquales. Et quoniã dupla est α γ ipsius γ ϵ, tripla igitur est α ϵ ipsius ϵ γ. Sicut autẽ α ϵ ad ϵ γ, sic quod ex α δ ad id quod ex δ γ sicut ostẽ̃ ndetur. Quoniã enim est sicut β α ad α γ, sic quod ex δ α ad id quod ex α γ, cõuertẽndo (per correlariũ 19 quinti) sicut α β ad β γ, sic quod ex α δ ad id quod ex α γ. Sicut demonstrabitur. Triplũ igitur est quod ex α δ, eius quod ex δ γ. Est autẽ & quod ex ζ ε, eius quod ex ε θ triplũ, & æqualis est δ γ ipsi ε θ, æqualis igitur est δ α ipsi ε ζ. Sed δ α unicuiq; ipsarũ κ ε, κ ζ, κ η ostensa est æqualis. Vnaquæq; igitur ipsarũ ε ζ, ζ η, η ε, unicuiq; ipsarũ κ ε, κ ζ, κ η, est æqualis: æquilatera igitur sunt ipsa quatuor triangula, hoc est ε ζ η, κ ε ζ, κ ζ η, κ η ε. Pyramis igitur cõstructa est ex quatuor triangulis æqualibus & æquilateris, cuius basis est ε ζ η triangulũ, fastigium uero est signũ κ. Oportet iam ipsam data sphæra cõprehendere, ostendereq; quod ipsius sphæræ diameter potentia lateris ipsius pyramidis sesqualtera est. Extendatur enim in rectas lineas ipsi κ θ, recta linea θ λ, & ipsi ϵ γ æqualis ponatur θ λ. Et quoniam est sicut α γ ad γ δ, sic γ δ ad γ ϵ, æqualis autẽ est ipsa quidẽ α γ ipsi κ θ, & γ δ ipsi θ ε, & γ ϵ ipsi θ λ, est igitur sicut κ θ ad θ ε, sic ε θ ad θ λ. quod igitur sub ipsis κ θ, θ λ, æquũ est ei quod ex ε θ. Et rectus est uterq; ipsorũ κ θ ε, ε θ λ, angulorũ. Igitur semicirculus descriptus super κ λ, ueniet & per ε, quoniam si cõnectamus ε λ, rectus fit qui sub λ ε κ angulus, eo quod triangulũ ε λ κ utriq; ipsorũ ε λ θ, ε θ κ, triangulorũ æquiangulũ fit. Si iam manẽte κ λ circũducatur semicirculus, & in idem unde duci incœpit rursus steterit, ueniet & per signa ζ, η, connexis ipsis ζ λ, λ η, & rectis similiter factis ijs qui ad ζ, η, angulis, pyramis data sphæra cõprehensa erit, ipsa enim κ λ sphæræ dimetiens, æqualis est ipsi α ϵ datæ sphæræ diametro, quoniam ipsi quidem α γ æqualis ponitur κ θ, ipsi autẽ γ β ipsa θ λ.

Dico iam quod ipsius sphæræ dimetiẽs, lateris ipsius pyramidis potentia sesqualter est. Quoniã etenim dupla est α γ ipsius γ ϵ, tripla igitur est α ϵ ipsius ϵ γ. Cõuertendo igitur (per correlariũ 18 quinti) sesqualtera est α ϵ ipsius α γ. Sicut autẽ β α ad α γ, sic quod ex β α ad id quod ex α δ, quoniã connexa ipsa ϵ δ, est sicut ϵ δ ad α δ, sic δ α ad α γ, propter ipsorũ δ α ϵ, δ α γ triangulorũ similitudinẽ, & eo quia est sicut prima ad tertiã sic quod ex prima ad id quod ex secunda. Sesqualterũ igitur est quod ex β α, eius quod ex α δ. Et β α quidẽ est ipsius datæ sphæræ diameter, & α δ æqualis est lateri ipsius pyramidis, ipsius igitur sphæræ diameter, ipsius pyramidis lateris sesqualtera est. Quod erat ostendendũ. Ostendendũ iam quod est sicut α ϵ ad ϵ γ, sic quod ex α δ ad id quod ex δ γ. Exponatur ipsius semicirculi descriptio, & ab ipsa α γ describatur (per 46 primi) quadratũ ε γ, & cõpleatur ζ ϵ parallelogrammũ. Quoniã igitur triangulũ δ α β ipsi δ α γ triãgulo æquiangulũ est, est sicut β α ad α δ, sic est δ α ad α γ. Igitur quod sub β α, α γ, æquũ est ei quod ex α δ. Et quoniã est sicut α ϵ ad ϵ γ, sic est ε ϵ ad ϵ ζ, & est quidẽ ipsum α ϵ id quod sub ϵ α, α γ (æqualis enim est ε α ipsi α γ,) & ϵ ζ, id est quod sub α γ, γ ϵ) sicut igitur α ϵ ad ϵ γ, sic quod sub ipsis ϵ α, α γ, ad id quod sub ipsis α γ, γ ϵ. Et quod sub ϵ α, α γ, æquũ est ei quod ex α δ, quod autẽ sub α γ, γ ϵ, æquũ est ei quod ex δ γ: ipsa enim δ γ perpendicularis, basis segmẽtorũ α γ, γ ϵ, media est proportionalis, quoniã qui sub α δ ϵ rectus est. Sicut igitur α ϵ ad ϵ γ, sic quod ex α δ ad id quod ex δ γ. Quod ostẽdere oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 14

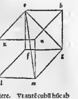
14
Camp. 15

AB assignata sphæra circũscriptibilẽ cubum constituere. Eiusdem autem sphæræ diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem esse manifestum erit.



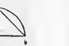
CAMPANVS. Assignatæ sphæræ diameter sit a b, super quã lineetur semicirculus a d b, diuidaturq; diameter in pũcto c, prorsus secundũ conditionẽ præmissæ, uidelicet ut linea a c sit dupla ad lineam c b & producatur c d perpendicularis ad a b, & protrahãtur d b & d a. Postea fiat unũ quadratũ cuius omnia latera sint æqualia lineæ b d, sitq; e f g b, super cuius quatuor angulos erigãtur, ut docet 11 undecimi,

undecimi, quatuor lineæ perpẽdiculares ad superficiẽ ipsius quadrati, quarũ quælibet ponatur etiã æqualis lineæ b d, sintq́ue e k, f l, g m, h n, eruntq́ue hæ quatuor perpẽdiculares, singulæ singulis æquidistantes ex 6 undecimi, & anguli quos continẽt cum lateribus quadrati, recti ex diffinitiõe lineæ perpẽdicularis ad superficiẽ. Deinde cõiungãtur extremitates istarũ perpendiculariũ, protractis lineis k l, l m, m n, n k, eritq́ue cõpletus cubus, sex supficiebus quadratis cõtentus, constat ex 34 primi, quod quatuor superficies ipsum ambiẽtes (& ipsæ sunt quarũ opposita latera sũt quatuor perpẽdiculares,) sunt omnes quadratæ, de basi autẽ, hoc positũ est, at uero de suprema eius supficie quæ est k l m n, quod ipsa quoq́ue sit quadrata, constat ex 34 primi & 10 undecimi, ideoq́ue ex 4 undecimi manifestũ est, singula latera eiusdẽ cubi duabus ipsius oppositis supficiebus orthogonaliter insistere. Vt autẽ cubũ hũc ab assignata sphæra circũscriptibilẽ eẽ demõstremus, in una suarũ supficierũ ptrahatur diagonalis, uerbi gratia in basi eius, sitq́ue e g, & ab huius diagonalis altera extremitate, ptrahatur diameter cubi e m, eritq́ue ex penult. primi quadratũ e g, duplũ ad quadratũ f g, ideoq́ue & ad quadratũ g m, eo quod g m est æqualis f g, sunt enĩ omnia latera cubi ad inuicẽ æqualia. Et quia rursus ex penul. primi, quadratũ e m est æquale quadratis duarũ linearũ e g & g m, ppter hoc quod angulus e g m est rectus ex diffinitiõe lineæ perpẽdicularis ad superficiẽ, erit quadratũ e m triplũ ad quadratũ m g, cõstat enĩ ex duplo & simplo. Cumq́ue ex secũda parte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdẽ quadratũ quoq́ue a b sit triplũ ad quadratũ b d, eo quod linea a b tripla est ad lineã b c, sit aũt b d æqualis f g, seqtur ex cõmuni scientia ut e m quæ est diameter cubi sit æqualis a b quæ est diameter sphæræ. Itaq́ue si sup e m lineetur semicirculus circũducaturq́ue quousq́ue ad locũ unde fuit initiũ motus, redeat sphæra descripta, erit ex diffinitiõe sphærarũ æqualiũ æq̃lis sphæræ assignatæ. At uero quod hic semicirculus transitũ faciet per punctũ g, eo quod angulus e g m est rectus, eadẽq́ue ratione per cæteros singulos rectos angulos cubi, q̃d ex antecedẽte ante hãc 14 ĩmediate præmisso manifestũ est, cõstat cõstitutũ cubũ ab assignata sphæra (eo quod à sua æquali) circũscriptibilẽ esse. Quod demõstrare oportebat. Correlarij uero demõstatio in istius demõstrationis processu præpatuit. *Eucli. ex Camp. Propositio 15*



15 **C**Orpus octo basium triangulariũ & æquilaterarũ à sphæra proposita circũscriptibile, cõponere. Eritq́ue palàm eiusdem sphæræ diametrum lateri ipsius corporis duplicem esse potentialiter. *Zamb. 15*

CAMPANVS. Diameter sphæræ propositæ sit a b, quæ diuidatur per æqualia in pũcto c, & super eam lineetur semicirculus a d b, & pducatur c d ppendicularis ad a b, & iungatur punctus d cum a & cum b, describaturq́ue unum quadratũ cuius singula latera sint æqualia lineæ b d, sitq́ue quadratũ b o c e f g h, in quo protrahãtur diametri duæ e g & f h, secantes seinuicẽ in puncto k. Cõstat igitur ex 4 primi, quod utraq́ue istarũ diametrorũ sit æqualis lineæ a b quæ est diameter sphæræ, cum angulus d sit rectus ex prima parte 30 tertij, & singuli quoq́ue anguli e, f, g, h, recti ex diffinitiõe quadrati. Cõstat rursus, quod eædem diametri e g & f h diuidunt seinuicẽ per æqualia in puncto k. Hoc autẽ ex 5 primi & 32 & 6 eiusdẽ facile est elicere. Erigatur itaq́ue super punctũ k, linea k l perpẽdicularis ad superficiẽ quadrati, quæ ponatur æqualis medietati diametri e g uel f h, & demittantur hypothenusæ l e, l f, l g, l h, eruntq́ue ex his quæ posita sunt, & penult. primi, quoties oportuerit repetita, singulæ hãrũ hypothenusarũ æquales sibijnuicẽ & æquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidem quatuor æquilaterarũ triangulariũq́ue basium, super quadratũ constitutã. Huic itaq́ue sub ipso quadrato similem pyramidẽ, hoc modo appone. Lineã l k producas, perforãdo quadratũ, usq́ue ad m, ita quod k m existẽs sub quadrato, sit æqualis l k existẽti supra, & iunge punctũ m cũ singulis angulis quadrati, pducendo 4 alias hypothenusas quæ sunt m e, m f, m g, m h, de quibus quoq́ue manifestum est ex penult. primi, quemadmodũ de alijs quæ sunt in su-

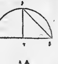




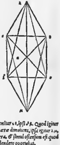
periori parte, ꝙ ipsæ sint æquales adinuicẽ & lateribus quadrati. Cõplenimus igitur corpus 8 basiũ triangulariũ & æquilaterarũ. Hoc autẽ ab assignata sphæra circũscriptibile esse, sic habeto. Constat enim ꝙ linea l m est æqualis diametro assignatæ sphæræ, nam utraq; earũ est æqualis diametro quadrati. Igitur si super l m lineetur semicirculus qui circũuoluatur quousq; ad locũ suũ redeat, sphæra quã motu suo describet, erit æqualis assignatæ sphæræ, ut ex diffinitiõe æqualiũ sphærarũ colligitur. Hic uero semicirculus trãsibit per quatuor angulos quadrati, & simpliciter per omnia pũcta circũferẽtiæ circuli circũscribẽtis quadratũ, eo ꝙ semidiameter quadrati ut linea f k, & portiões lineæ l m quæ sunt l k & k m, sunt adinuicẽ æquales, quare ex diffinitiõe eius qđ est figurã unã alij figuræ inscribi, fabricatũ corpus inscriptibile est sphæræ motu huius semicirculi descriptæ. Itaq; & sphæræ assignatæ ex cõceptione, cum ipsæ sint adinuicẽ æquales ex diffinitiõe. Correlariũ uero manifeste constat, sunt enĩ duæ lineæ d b & d a ex penult. primi, latus autem fabricati corporis, est æquale lineæ b d. Verum est ergo correlariũ.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 14

14 Octahedrũ coostruere, & data sphæra cõprehendere ea, qua pyramidẽ, osteoderéq; ꝙ ipsius sphæræ dimetiẽs potentia lateris ipsius octahedri duplus est.



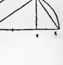
THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq; (per 10 primi) diuidue γ, & describatur super α β semicirculus α δ β. Exciteturq; (per 11 primi) ab ipso γ ipsi α β ad rectos angulos γ δ, & cõnectatur δ β. Exponaturq; quadratũ ε ζ η θ, æquum habens unũquodq; latus ipsi β δ, & cõnectantur ζ θ, ε η. Exciteturq; (per 12 undecimi) ab ipso κ signo ad ipsius ε ζ η θ quadrati planũ ad angulos rectos recta linea κ λ, & extẽdatur in alterã partẽ plani λ μ ut ipsa κ μ, auferaturq; ab utraq; ipsarũ κ λ, κ μ, uni ipsarũ κ ε, κ ζ, κ η, κ θ, æqualis utraq; ipsarũ κ λ, κ μ, & cõnectantur λ ε, λ ζ, λ η, λ θ, μ ε, μ ζ, μ η, μ θ. Et quoniã κ ε ipsi κ θ est æqualis, & angulus qui sub ε κ θ rectus est, igitur qđ ex θ ε duplum est eius quod ex ε κ. Rursus quoniã λ κ ipsi κ ε est æqualis, & angulus qui sub λ κ ε rectus est, quod igitur ex ε λ, duplum est eius quod ex ε κ. Ostensum autẽ est quòd & quod ex θ ε, duplum est eius quod ex ε κ. Igitur quod ex λ ε, et quod ex ε θ est æquale. Ipsa igitur λ ε ipsi ε θ est æqualis. Idq; propterea iam & λ θ, ipsi θ ε est æqualis. Triangulum igitur λ ε θ æquilaterũ est. Similiter iam demonstrabimus quod unumquodq; reliquorũ triangulorũ quorũ bases quidem sunt ipsa ε ζ η θ quadrati latera, fastigia uero λ, μ, signa, æquilaterũ est. Octahedrũ igitur constitutũ est, sub octo triangulis æqualia habentibus latera cõprehensum. Oportet iam & illud sphæra data cõprehendere, ostendereq; quod ipsius sphæræ dimetiens potentia duplus est lateris ipsius octahedri. Quoniã enim ipsæ tres λ κ, κ μ, κ ε, inuicẽ sunt æquales, super λ μ igitur descriptus semicirculus ueniet & per ε, & id propterea si manente λ μ, circũducatur semicirculus, & in idem unde circũduci cœpit steterit, ueniet & per ζ, η, θ, signa, & octahedrũ sphæræ erit cõprehensum. Dico quod & data. Quoniã nanq; æqualis est λ κ ipsi κ μ, cõmunis autẽ κ ε, & angulos rectos cõprehendunt, basis igitur λ ε (per 4 primi) basi ε μ est æqualis. Et quoniam angulus qui sub λ ε μ rectus est, in semicirculo enim, quod igitur ex λ μ, duplũ est eius quod ex λ ε. Rursus quoniam α γ ipsi γ β est æqualis, dupla est α β ipsius β γ. Sicut autem α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod ex β δ. Duplum igitur est quod ex α δ. Ostensum est autẽ quòd & quod ex λ μ duplũ est eius quod ex λ ε, & quod ex β δ, ei est æquũ quod ex λ ε, æqualis enim ponitur ε θ, ipsi δ β. Quod igitur ex α β, ei quod ex λ μ est æquale, ipsa igitur α β ipsi λ μ est æqualis, estq; α β datæ sphæræ dimetiens, ipsa igitur λ μ, æqualis est datæ sphæræ diametro. Comprehensum est igitur octahedrum data sphæra, & simul ostensum est quod ipsius sphæræ diameter potentia dupla est ipsius octahedri lateris. Quod facere & ostendere oportebat.*



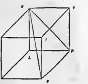
Eucli. ex Zamb. Problema 3 Propositio 15

15 Cubum coostruere & data sphæra cõpreheodere ea, qua priora, ostenderéq; ꝙ ipsius sphæræ dimetiens poteotia triplus est lateris ipsius cubi.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq; in γ, ut α γ dupla sit ipsius γ β. Describatq; super α β, semicirculus α δ β, & ab ipso γ ipsi α β (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & connectatur δ β. Exponaturq; quadratũ ε ζ η θ, æquũ habens unũquodq; latus ipsi δ β, & ab ipsis ε, ζ, η, θ, signis, ad ipsius ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos excitentur (per 12 undecimi) ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, & auferatur ab unaquaq; ipsarũ ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, uni ipsarũ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, æqualis unaquæq; ipsarum ε κ,*

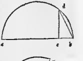


τῶν ι κ, ζ λ, θ μ, θ ν, cõnectantur'q; ipsæ κ λ, λ μ, μ ν, ν κ: cubus igitur ξ ν, cõstructus est sub sex quadratis æqualibus cõprehensus. Oportet iam sphæra data cõprehendere, & ostẽdere quod ipsius sphæræ dimetiẽs potẽtia triplex est ipsius cubi lateris. Cõnectantur enim ipsæ κ ν, ι κ. Et quoniã angulus qui sub κ ι ν rectus est, eo quod κ ι recta est ad planũ ι ν, uidelicet, & ad rectã lineã ι ν, igitur super κ ν descriptus semicirculus ueniet & per ι signa. Rursus quoniã ζ ν recta est ad utranq; ipsarũ ζ λ, ζ ι, & ad ζ κ igitur planũ recta est ipsa ζ ν. Quare & si cõnectamus ipsam ξ κ, ipsa ν ξ recta erit ad ipsam ξ κ, ac per hoc rursus super κ ν descriptus semicirculus, transiet & per ξ, similiter & per reliqua signa ipsius cubi ueniet. Si iam manente ipsa κ ν, circũductus semicirculus in idem steterit unde circũduci cœpit, cubus sphæra cõprehensus erit. Dico iam quod & data. Quoniã enim æqualis est ν ζ ipsi ζ ι, & angulus qui ad ζ rectus est, quod igitur ex ι ν, duplũ est eius quod ex ι ζ. Aequalis autẽ est ι ζ ipsi ι κ, quod igitur ex ι ν, duplũ est eius quod ex ι ζ. Quare quod ex ν ι, ι κ, triplũ est eius quod ex ι κ. Et quoniã α β ipsius β γ triplex est, sicut autẽ α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod ex β δ, triplũ igitur est quod ex α β, eius quod ex β δ, patuit autẽ quod & quod ex κ ν, triplũ est eius quod ex κ ι, & æqualis posita est κ ι, ipsi β δ, æqualis igitur est & κ ν, ipsi α β. Et α β est datæ sphæræ dimetiens, & κ ν igitur æqualis est ipsi datæ sphæræ diametro. Data igitur sphæra cõprehenditur cubus, & una ostenditur quod sphæræ diameter potẽtia tripla est ipsius cubi lateris. Quod facere & ostendere oportebat.

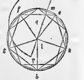


Eucli. ex Camp. Propositio 16

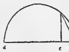
16 Corpus uiginti basium triangularium atque æquilaterarũ à data sdhæra diametrũ rationalem habente circũscriptibile, fabricare. Eritq; palàm, latus eiusdem corporis esse lineam irrationalem, eam scilicet quæ dicitur minor.

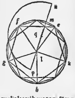


CAMPAN. Sit hic quoq; diameter assignatæ sphæræ a b, quæ ponatur esse rationalis siue in lõgitudine siue in potentia tantũ, & diuidatur in puncto c, ita φ a c sit quadrupla ad c b, & lineetur super eam semicirculus a d b, & producatur c d perpendicularis ad a b, & ptrahatur linea d b, deinde secundũ quantitatẽ lineæ d b lineetur circulus e f g h k supra centrũ l, cui inscribatur pentagonus æquilaterus eisdem literis annotatus, ad cuius angulos à centro l ducãtur lineæ l e, l f, l g, l h, l k. Rursus in eodẽ circulo inscribatur decagonus æquilaterus, diuidãtur enim cuncti arcus quorũ chordæ sunt latera pentagoni per æqualia, & a punctis medijs ad extremitates cunctorũ laterum inscripti pentagoni lineæ rectæ dirigantur. Itemq; super singulos angulos pentagoni erigatur cathetus secũdum φ docet 12 undecimi, quorũ quilibet sit etiam æqualis lineæ b d & continuẽtur extremitates horũ quinq; cathetorũ, quinq; coraustis, eruntq; ex 6 undecimi quinq; catheti erecti, adinuicẽ æquidistantes, cumq; ipsi sint æquales erunt quoq; ex 33 primi quinq; corausti eorũ extremitates iungẽtes æquales lateribus pentagoni. Demitte igitur à summitatibus singulis singulorũ cathetorũ, binas & binas hypothenusas ad duos circũstantes angulos inscripti decagoni, & harũ decẽ hypothenusarũ à quinq; extremitatibus cathetorũ ad quinq; puncta quæ sunt singuli anguli medij inscripti decagoni, descendentiũ extremitates continua, alium pentagonũ rursus ipsi circulo inscribẽdo, qui quoq; erit æquilaterus ex 11 tertij. Cũ hoc itaq; feceris, uidebis te pfecisse decem triangulos, quorũ latera sunt decem hypothenusæ & quinq; corausti & quinq; latera huius secũdi pentagoni inscripti. Hos ergo decem triãgulos, æquilateros esse, sic collige. Cum enim tam semidiameter descripti circuli φ quilibet erectorũ cathetorũ sit æqualis lineæ b d ex hypothesi, erit ex correlario 15 quarti quilibet cathetorũ æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius semidiameter est æqualis lineæ b d inscripti. Quia uero ex penultima primi unaquæq; decẽ hypothenusarũ tanto est potẽtior catheto quantũ potest latus decagoni, at uero ex 10 huius, latus quoq; pentagoni est tanto potẽtius eodem quantũ



potest idem latus decagoni, erit ex cõmuni scientia unaquæque harum hypothenusarũ æqualis lateri pentagoni. De coraustis autem iam patuit, quod ipsi sint æquales lateribus pentagoni. Itaque cuncta latera horũ decem triangulorũ, aut sunt latera pentagoni æquilateri secũda uice circulo inscripti, aut illis æqualia, sunt igitur æquilateri triãguli. Amplius autẽ super centrũ circuli quod est pũctum l, erige aliũ cathetũ æqualẽ prioribus qui sit l m, eiusque superiorem extremitatẽ quæ est m, iunge cum singulis extremitatib. priorũ, per quinque coraustos, eritque ex 6 undecimi, hic centralis cathetus, singulis cathetorũ angularium æquidistãs, ideoque ex 33 primi, hi quinque coraustii erũt semidiametro circuli æquales, & ex correlario 5 quarti, quælibet eorum tanque latus hexagoni. Centrali ergo catheto ex utraque pte adijciatur linea una æqualis lateri decagoni, supra quidẽ adijciatur ei m n, deorsum autẽ sub circulo adijciatur sibi à centro circuli p, postea demittãtur à puncto n, 5 hypothenusæ ad 5 superiores angulos decem triangulorũ, qui sunt in circuitu, & à puncto p, aliæ 5 ad alios 5 inferiores. Erunt hæ decem hypothenusæ æquales adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius, quẽadmodũ de alijs decem prius demonstratũ est. Habes ergo corpus 20 basium triangularium atque æquilaterarũ cuius cuncta latera sunt æqualia lateribus pentagoni, eius uero diameter est linea n p, horũ autem 20 triangulorũ decem consistunt in circuitu supra circulũ, quinque autẽ consurgũt sursum ad punctũ n concurrẽtes, atque quinque reliqui deorsum emergunt super punctũ p coeuntes. Hoc autem icosedron corpus a data sphæra circũscriptibile esse, sic erit manifestũ. Cum linea l m sit æqualis lateri hexagoni, & m n lateri decagoni æquilaterorũ quos circulus e f g circũscribit, tota l n erit ex 9 huius diuisa secũdum proportionẽ habentẽ medium & duo extrema in puncto m, & maior portio eius erit linea l m. Diuidatur itaque l m per æqualia in q, eritque ex cõmuni scientia p q, æqualis q n, nam p l posita est æqualis lateri decagoni, quemadmodũ m n, quare q n est medietas n p, quemadmodũ est q m medietas m l. Cum ergo quadratũ n q sit ex 3 huius quintuplum ad quadratũ q m, erit quoque ex 15 quinti quadratũ p n quintuplũ ad quadratũ l m, est enim ex 4 secundi quadratũ p m, quadruplũ ad quadratũ q n, quadratũ quoque l m, quadruplũ ad quadratũ q m ex eadem, quadruplũ autem ad quadruplũ, est ut simplum ad simplũ, teste 15 quinti, at uero quadratũ a b, quintuplũ est ad quadratũ b d ex secunda parte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdẽ, est etiam a b, quintupla ad b c, eo quod a c fuit ad eandẽ quadrupla. Quia ergo l m est ex hypothesi æqualis b d, erit ex cõmuni scientia a b æqualis n p. Itaque si super lineã n p semicirculus describatur qui tandiu quod locũ primũ repetat circũuoluatur, sphæra ipsius motu descripta, erit à diffinitione sphærarũ æqualiũ, æqualis sphæræ propositæ. Et quoniã linea l m est medio loco pportionalis inter l n & n m, ideoque inter l n & p l, erit quoque quælibet semidiameter circuli, medio loco pportionalis inter l n & l p. Et cũ l m sit æqualis semidiametro circuli, itaque semicirculus super p n descriptus transibit per omnia puncta circũferentiæ circuli e f g, ideoque & per singulos angulos solidi fabricati, in illa circũferentia consistentes. Et quia eadẽ ratione singuli coraustii cõtinuantes extremitates angularium cathetorũ cum extremitate centralis, sunt medio loco pportionales inter p m & m n, eo quod quilibet eorum est æqualis l m, sequitur ut idem semicirculus transeat etiam per reliquos angulos figuræ icosedræ fututæ. Est igitur corpus hoc inscriptibile sphæræ cuius diameter p n, ideoque & sphæræ cuius diameter a b. Latus autẽ huius solidæ figuræ dico esse lineam minorẽ. Constat enim quod linea b d est rationalis in potentia, cum eius quadratũ sit subquincuplũ ad quadratũ lineæ a b quæ posita est rationalis siue in lõgitudine siue in potentia tantũ. Itaque semidiameter atque diameter circuli e f g est etiam rationalis in potentia, nam eius semidiameter est æqualis b d. Igitur ex 11 huius latus pentagoni æquilateri huic circulo inscripti est linea minor: at uero (sicut in huius demõstrationis processu patuit) latus huius figuræ est quantũ latus pẽtagoni, ergo latus huius figuræ 20 alchaidarum id est basium est linea minor, quemadmodum proponitur.

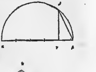


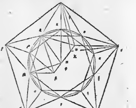


Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 16

16 Icosahedrum construere, & data sphæra comprehendere, qua & dictas figuras, ostendereq; quod ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor.

THEON ex Zamb. Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq; in γ, ut α γ quadrupla sit ipsius γ β, & describatur super α β semicirculus α δ β, & excitetur (per 11 primi) ab ipso γ, ipsi α β ad angulos rectos recta linea γ δ, connectaturq; δ β, ponaturq; circulus ε ζ η θ κ, cuius quæ ex centro, æqualis esto ipsi δ β, & in ipso ε ζ η θ κ circulo describatur (per 11 quarti) quinquangulũ æquilaterũ & æquiangulum ε ζ η θ κ. Et secentur ε ζ, ζ η, η θ, θ κ, κ ε, circũferentiæ bifariam in signis, λ, μ, ν, ξ, ο, cõnectanturq; λ μ, μ ν, ν ξ, ξ ο, ο λ, ε ο, æquilaterũ igitur est quinquangulũ λ μ ν ξ ο, & decagoni latus est ε ο recta linea. Constituantur (per 12 undecimi) ab ipsis ε, ζ, η, θ, κ, signis ad ipsius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ ε π, ζ ρ, η σ, θ τ, κ υ, æquales existentes ei quæ ex centro ipsius ε ζ η θ κ circuli, & cõnectantur ipsæ π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, υ π, π λ, λ ρ, ρ μ, μ σ, σ ν, ν τ, τ ξ, ξ υ, υ ο, ο π. Et quoniam utraq; ipsarũ ε π, κ υ, eidem plano ad angulos est rectos, parallelus igitur est (per 6 undecimi) ε π ipsi κ υ, est autem & ei æqualis, æquales autem & parallelos cõnectentes ad easdem partes rectæ lineæ, æquales & paralleli (per 33 primi) sunt. Igitur π υ ipsi ε κ æqualis & parallelus est, pentagoni autẽ æquilateri latus est ipsa ε κ, pentagoni ergo æquilateri est & π υ, in ε ζ η θ κ circulo descripti, & iam id propterea, & unaquæq; ipsarũ π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, pentagoni est æquilateri in circulo ε ζ η θ κ descripti, pentagonũ igitur π ρ σ τ υ æquilaterũ est. Et quoniã π ε hexagoni est, decagoni autem ε ο, & angulus qui sub π ε ο rectus est, pentagoni igitur est π ο, pentagoni enim latus potest & hexagoni & decagoni in eodem circulo descriptorum latus (per 10 decimiterty) iam id propterea & ο υ pentagoni latus est, est etiam π υ pentagoni latus. Aequilaterum igitur est π ο υ triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipsorum π λ ρ, ρ μ σ, σ ν τ, τ ξ υ, æquilaterũ est. Et quoniam ostensum est utrang, & π λ & π ο pentagoni esse, est autem & λ ο pentagoni, æquilaterum igitur est π λ ο triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipsorum λ ρ μ, μ σ ν, ν τ ξ, ξ υ ο triangulorũ, æquilaterũ est. Assumatur (per 1 tertij) centrum circuli ε ζ η θ κ, & sit φ signum, & ab ipso φ ad ipsius circuli planum ad rectos angulos (per 12 undecimi) excitetur φ ω, extendaturq; ex utraq; parte ut φ ψ, & auferatur ipsius quidem hexagoni φ χ, decagoni autem utrunq; ipsorum φ ψ, χ ω, & connectantur π ω, π χ, υ ω, υ χ, ε φ, λ φ, λ ψ, ψ μ. Et quoniam utraq; ipsarum φ χ π ε, ad circuli planum ad rectos angulos est, parallelus igitur est φ χ ipsi π ε. Sunt autem æquales & ipsæ igitur ε φ, π χ, æquales & parallelæ sunt. Hexagoni autem est ε φ, hexagoni ergo & π χ. Et quoniam hexagoni quidem est π χ, decagoni uero χ ω, & rectus est qui sub π χ ω angulus, pentagoni igitur est π ω, iam id propterea & υ ω, pentagoni est. Quoniam si connectamus ipsas φ κ, χ υ, æquales & ex opposito erunt. Est autem ipsa φ κ ex centro existens, hexagoni. hexagoni igitur est & ipsa χ υ. Decagoni autem & χ ω, & qui sub υ χ ω rectus est, pentagoni igitur est ipsa υ ω. Est autem & π υ pentagoni. Igitur triangulum π υ ω æquilaterum est. Iam id propterea & unumquodq; reliquorũ triangulorũ quorum bases sunt π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, rectæ lineæ, fastigium uero ω signum, æquilaterum est. Rursus quoniam hexagoni quidem est ipsa φ λ, decagoni autem ipsa φ ψ, & rectus est qui sub λ φ ψ angulus, pentagoni igitur est λ ψ. Iam id propterea si connectamus ipsam μ φ quæ est hexagoni, * ducetur, ipsa μ ψ pentagoni, est autem & λ μ pentagoni, triangulum igitur λ μ ψ æquilaterũ est. Similiter iam ostendetur quod unumquodq; reliquorum triangulorum quorum bases sunt μ ν, ν ξ, ξ ο, ο λ, fastigium autem ψ signum, æquilaterum est. Constructum igitur est icosahedrum, sub uiginti triangulis æqualia latera habentibus comprehensum. Oportet iam illud quoque data sphæra comprehendere, ac demonstrare quod latus icosahedri est irrationalis ea quæ appellatur minor. Quoniam enim hexagoni est ipsa φ χ, decagoni autem ipsa χ ω, ipsa igitur φ ω extrema & media ratione secatur in χ, & ipsius maius segmentum est φ χ. Est igitur sicut ω φ ad φ χ, sic φ χ ad χ ω: æqualis autem est & φ χ ipsi φ λ, & χ ω ipsi φ ψ, est igitur sicut ω φ ad φ λ, sic φ λ ad φ ψ, & recti sunt anguli, qui sub ω φ λ, λ φ ψ. Si connectamus igitur ipsam λ ω rectam lineam, rectus erit angulus qui sub ψ λ ω, propter ipsorum ψ λ ω, φ λ ω, triangulorum similitudinem.

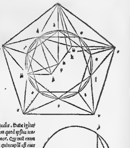


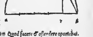


* συνάγεται colligitur

Semi. 117

Semicirculus igitur super ψ ω descriptus, ueniet & per λ iam id propterea quoniam est sicut ω φ ad φ χ, sic φ χ ad χ ω, æqualis autem ipsa quidem ω φ ipsi ψ χ, & φ χ ipsi χ π, est igitur sicut ψ χ ad χ π, sic π χ ad χ ω. Ac per hoc rursus si cõnectamus ipsam π ψ, rectus erit qui ad π angulus. Igitur super χ ω descriptus semicirculus, ueniet & per π, & si manente ψ ω, circũductus semicirculus in illud idem unde circũduci cœpit steterit, ueniet & per π, & per reliqua ipsius icosahedri signa, & sphæra comprehensum erit ipsum icosahedrum. Dico quod & data. Secetur (per 10 primi) φ χ diuidue in α. Et quoniã recta linea φ ω extrema & media ratione secatur in χ, & minus segmentum illius est ω χ, ipsa igitur ω χ admittens dimidium maioris segmenti χ α, quincuplum potest eius quod ex dimid a maioris segmenti (per 3 huius.) Quincuplũ igitur est quod ex ω α, eius quod ex α χ. ipsius autem ω α, dupla est ω ψ. ipsius autẽ α χ, dupla est χ φ. Quod igitur ex ω ψ, quincuplum est eius quod ex φ χ. Et quoniã α γ ipsius γ β est quadrupla, quincupla igitur est α β ipsius β γ. Sicut autem α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod ex β δ, quincuplũ igitur est quod ex α β, eius quod ex β δ. Patuit autem quod quod ex ω ψ, quincuplũ est eius quod ex φ χ. Et δ β æqualis est ipsi φ χ, utraq; enim ipsarum, æqualis est ei quæ ex centro ipsius ι ζ η θ κ circul., æqualis igitur est & α β ipsi ψ ω. Et α β est ipsius datæ sphæræ diameter, & ψ ω igitur datæ sphæræ diametro est æqualis. Data igitur sphæra, icosahedrum cõprehensum est. Dico iam quod ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor. Quoniã enim rationalis est ipsius sphæræ diameter, & potentia quincuplũ est eius quæ ex centro circuli ι ζ η θ, rationalis igitur est & ea quæ ex centro circuli ι ζ η θ. Quare & diameter illius, rationalis est. Si uero in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulum æquilaterum descriptum fuerit, latus pentagoni irrationalis est ea quæ appellatur minor (per 11 huius.) Latus autem ipsius ι ζ η θ κ pentagoni, est quod & icosahedri. Icosahedri ergo latus, irrationale est, minor appellatum. Quod facere & ostendere oportebat.





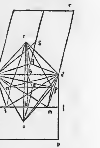
CORRELARIVM. Ex hoc igitur est manifestum, quod sphæræ diameter potentia quincuplum est eius quæ ex centro circuli à quo icosahedrum describitur, & quod sphæræ diameter componitur & ex sexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo descriptorum lateribus.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 CORPUS duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atq; æquiangularium ab assignata sphæra circunscriptibile, constituere. Eritq; palàm, latus eiusdem corporis irrationale esse, id quod residuum dicitur.

CAMPANVS. Fiat cubus secundum quod docet 14 huius, circunscriptibilis ab assignata sphæra, sintq; huius cubi duæ superficies a b & a c, imaginemur autẽ nunc, quod a b sit suprema superficies cubi, & a c sit una ex lateralibus, sitq; linea a d, cõmunis istis duabus superficiebus. Diuidantur itaq; in superficie a b duo opposita latera per æqualia, uidelicet, d h & latus ei oppositum, & puncta diuisionis continuẽtur per lineam e f, latus quoq; a d, & illud quod sibi opponitur in superficie a c, diuidantur per æqualia, & puncta diuisionis continuẽtur linea recta cuius medietas sit g h, sitq; punctus h, medius punctus lineæ a d, similiter linea e f diuidatur per æqualia in k, & protrahatur h k. Quamlibet igitur trium linearum e k, k f, & g h, diuide secundum proportionẽ habentem medium & duo extrema in tribus punctis l, m, q, sintq; maiores portiones earum, l k, k m, & g q, quas manifestum est esse æquales, cum totæ lineæ diuisæ sint æquales, uidelicet, quælibet earũ medietati lateris cubi. Deinde à duobus punctis l & m, erige perpendiculares ut docet 11 undecimi, ad superficiem a b, quarũ utranq; ponas æqualem lineæ k l, sintq; l n & m p, similiter a puncto q, erige perpendiculariter q r ad superficiem a c.

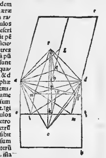
dem a c, quam ponas æqualem g q, protrahe itaq; lineas a l, a n, a m a p, d m, d p, d l, d n a r, a q, d r, d q. Manifestũ est igitur ex quinta huius, quod duæ lineæ k e & e l potentialiter sunt triplũ ad lineam k l, ideoq; etiã ad lineam l n, cũ k l & l n sint æquales. At uero k e, est æqualis e a, igitur duæ lineæ a & e. & e l, sunt potẽtia triplũ ad lineã l n. Quare ex penultima primi a l, est potẽtia tripla ad l n, ideoq; per eãdẽ a n, est potentia quadrupla ad l n. Cũq; omnis linea sit potẽtia quadrupla ad medietatem sui, sequitur ex cõmuni scientia quod a n sit dupla in lõgitudine ad l n. Et q̃a l m dupla est ad l k: at k l, & l n, sunt æquales, erit a n æqualis l m, sunt enim earum dimidia, æqualia. Et quia ex 55 primi, l m est æqualis n p, erit a n, æqualis n p. Eodem modo probabis tres lineas p d, d r, & r a esse æquales sibi inuicẽ & duabus prædictis. Habemus itaq; ex his 5 lineis, pẽtagonũ æq̃laterũ q̃ est a n p d r. Sed fortasse dices ipsum nõ esse pẽtagonũ, q̃a nec forsan est tot9 in superficie una, quod esset necessariũ ad hoc ut esset pentagonus. Quod ergo sit totus in superficie una, sic habeto. Prodeat equidẽ à puncto k lineæ k f, ꝑpẽdicularis ad sup̃ficiẽ a b, quæ sit æqualis l k, eritq; ob hoc, æqualis utriq; duarũ l n & m p. Cumq; ipsa sit æquidistãs utriq; earum ex sexta undecimi, ideoq; cũ ambabus in eadẽ superficie ex diffinitione linearũ æquidistantium, necesse est ut punctus f sit in linea n p, & quod diuidat eam per duo æqualia. Protrahantur igitur duæ lineæ r h & h f, sunt itaque duo triãguli k f h & q r h super unum angulum uidelicet k h q constituti, & est proportio k h, ad q r, sicut k f ad q h, nã ut g h ad q r sic k h ad q r ex 7 q̃nti, & ut r q ad q h, sic k f ad q h ex eadẽ, sed g h ad q r, ut q r ad q h, eo q; q r est æqualis g q, ergo p 32 sexti linea r h f, est linea una. Quare ex sc̃da undecimi, tot9 pẽtagonus de quo disputamus, est in sup̃ficie una. Ipsum quoq; dico esse æquiangulũ. Cũ enim e k sit diuisa sc̃dm



proportionem habentem mediũ duoq; extrema, & k m sit æqualis maiori portioni eius, erit quoq; ex 4 punctis tota e m diuisa secũdũ ꝑportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema, maior quoq; portio eius linea e k, ideoq; (per 5) duæ lineæ e m & m k (ideoq; duæ e m & m p, nã m p est æqualis m k) sunt potẽtia triplũ ad lineã a e, nã a est æqualis e k. Itaque tres lineæ a e, e m, & m p, sunt potẽtia quadruplum ad lineam a e. Constat autem per penultimã primi his assumptã, quod linea a p est potentia æqualis tribus lineis a e, e m, & m p, itaq; a p, est potẽtia quadrupla ad lineã a e. Latus uero cubi cum sit duplum ad lineã a e, est potentia quoq; quadruplũ ad ipsam ex 4 secundi, igitur ex cõi scientia a p, est lateri cubi æqualis. Cũq; a d sit unũ ex lateribus cubi erit a p æqualis a d. Ideoq; ex 8 primi angulus a r d, est æqualis angulo a n p. Eodem modo probabis angulum d p n esse æqualem angulo d r a, quia probabis lineã d n esse potentialiter quadruplũ ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his, pentagonus sit æquilaterus, & habeat tres angulos æquales, ipse erit æquiangulus ex septima præsentis libri. Si itaq; hac uia rationeque consimili, & super unumquodq; reliquorum laterũ cubi, pentagonũ æquilaterum & æquiangulum fabricemus, perficietur solidũ 12 superficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis contentũ, cubus enim habet 12 latera. Reliquũ autem est demõstrare, solidũ hoc esse à data sphæra circũscriptibile. Protrahantur igitur à linea f k duæ superficies secantes cubum, quarum una secet ipsum super lineam b k, & aliã super lineã e f, eritq; ex 40 undecimi, ut cõmunis sectio harũ duarũ superficierũ secet diametrũ cubi, & secetur uiceuersa ab ipsa diametro per æqualia. Sit ergo cõis sectio earum usq; ad diametrũ cubi linea k o, ita quod o sit centrum cubi, & ducantur lineæ o a, o n, o p, o d, o r. Constat autem, quod utraque duarum linearum o a & o d est semidiameter cubi, ideoque æquales, de linea autem o k, constat ex 40 undecimi quôd ipsa est æqualis e k, uidelicet medietati lateris cubi. Et quia k f est æqualis k m, erit o f diuisa in puncto k, secundum proportionem habentem mediũ duoq; extrema, & maior portio eius erit linea o k quæ est æqualis e k. Itaque per 5 huius erunt duæ lineæ o f & f k (ideoq; o f & f p

P eo,

quod ſ p,(ad quos hæc demonſtratio non extenditur)eſt æqualis x ſ triplum in potentia ad lineam o k,& ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi linea o p,eſt potẽtia tripla ad medietatẽ lateris cubi. Ex correlario aũt 14 huius cõſtat,qđ ſemidiameter ſphæræ tripla eſt in potentia ad medietatem lateris cubi quem circunſcribit eadem ſpbera. Itaque o p,eſt quanta ſemidiater ſphæræ circunſcribentis cubum propoſitum. Eadem ratione,cunctæ lineæ ductæ à puncto o,ad angulos ſingulos pẽtagonorũ oĩm ſuper latera cubi deſcriptorũ ad ſingulos angulos inquã,qui pprij ſũt pẽtagonis,non autem communes eis & ſuperficiebus cubi,quales ſunt in pentagono ſtatuto tres anguli n,o,r de illis autem lineis quæ ueniũt à pũcto o ad angulos ſingulos pentagonorũ qui ſunt cõmunes pentagonis & ſuperficiebus cubi, quales ſunt in pentagono præſenti duo anguli a & d conſtat qđ ipſæ ſunt æquales ſemidiametro ſphæræ circunſcribentis cubum,ipſæ enim ſunt ſemidiametri cubi ex 4 undecimi,at uero ſemidiameter cubi,eſt tãquam ſemidiameter ſphæræ ipſum circũſcribẽtis queẽadmodũ ex rõne 14 apparet. Igitur oẽs aliæ ductæ à pũcto o ad ſingulos angulos dodecedri,ſũt æquales adinuicẽ & ſemidiametro ſphæræ Semicirculus itaqꝫ ſuper totã diametrũ ſphæræ uel cubi lineatus,ſic circũducatur,trãſibit per oẽs angulos eius. Quare p diffinitionẽ ipſum eſt ab aſſignata ſphæra circũſcriptibile Dico iterũ quod latus huius figuræ eſt linea irratiõalis, iſta uidelicet quæ reſiduũ dicitur,ſi diameter ſphæræ ipſum circunſcribentis fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Cum enim diameter ſphæræ ſit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi,erit latus cubi ratiõale in potentia,ſi diameter ſphæræ fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Conſtat autem ex 11,quod linea r p diuidit lineã a d quæ eſt latus cubi,ſecundum proportionẽ habentem medium duoqꝫ extrema,& quod portio eius maior æqualis eſt lateri pentagoni Et quia maior eius portio eſt reſiduum,ex ſexta huius,manifeſtum eſt latus figuræ duodecim baſium,eſſe reſiduũ. Quod demonſtrare uolumus.



CAMPANVS. Fabricata ſunt igitur per 13 & quatuor eam ſequentes,quinque corpora æquilatera atque æquiangula,quorum unumquodque eſt circunſcriptibile ab aſſignata ſphæra Sunt autem hæc ſolida. primum quidem quatuor baſium triangularium,& dicitur tetrachedon. Secundum eſt ſex baſium quadratarum & dicitur cubus ſiue hexaedron. Tertium octo baſium triangularium,& dicitur octoedron. Quartum autem eſt ſolidum icoſedron,& eſt uiginti baſium triangularium. Quintum uero ex 12 baſibus pentagonis cõſiſtit,diciturqꝫ dodecedron, Hæc autẽ quinqꝫ ſolida,regularia dicũtur, regularia dicũtur, quoniam ipſa æquiangula ſunt atqꝫ æquilatera, & a ſphæra atqꝫ abinuicẽ circũſcriptibilia plura uero his quinqꝫ,æquilatera quæ ſunt æquiangula eſſe eſt impoſſibile. Ad cõſtitutionem cuiuslibet anguli ſolidi,neceſſe eſt ad minus tres ſuperficiales angulos concurrere. Ex duobus enim ſolis ſuperficialibus,nequit ſolidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuslibet hexagoni æquilateri & æquianguli ſunt æquales quatuor angulis rectis,at uero heptagoni & cuiuslibet pluriũ laterũ figuræ æquilateræ atqꝫ æquiãgulæ tres anguli ſunt maiores quatuor angulis rectis quẽadmodũ ex 32 primi euidenter dicitur,omnis autem angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſt teſte 21 undecimi,impoſſibile eſt tres angulos hexagoni atque heptagoni & ſimpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tamen atque æquiangulæ,ſolidũ angulum conſtituere Ideo nulla ſolida figura æquilatera atque æquiangula,poteſt ex ſuperficiebus hexagonalibus aut plurium laterum conſtitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atqꝫ æquianguli quenqꝫ ſolidum angulum excedũt quatuor,& plures multo fortius eundẽ excedũt. Tres autem angulos pẽtagoni æquilateri atqꝫ æquianguli minores eſſe quatuor rectis angulis manifeſtũ eſt,& quatuor eſſe maiores quare ex tribus angulis pẽtagoni,æquilateri atqꝫ æquanguli poſſibile eſt ſolidũ angulum cõ-

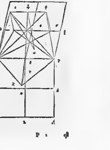
ſtitu-

ſtitui,ex quatuor aũt aut ex pluribus impoſſibile ideóque unum duntaxat ſolidum ex pentagonis æquilateris atque æquiangulis conſtitutum eſt illud uidelicet quod do decedron dicitur,in quo anguli pentagonorum trini & trini ſolidos angulos perficiunt. Eadem quoque eſt ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis, quæ in pentagonis,omnis enim quadrilatera figura ſi æquilatera æquiangulaque fuerit, ipſa erit quadrata à diffinitione nam omnes eius anguli erunt recti per 32 primi Ex tribus igitur angulis talis ſuperficialis figuræ, poſſibile eſt ſolidum angulum conſtitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impoſſibile eſt propterea quòd ex talibus figuris ſuperficialibus (quæ cum quadrilateræ ſint ipſæ æquilateræ atque æquiangulæ) unicũ ſolidum quod cubum dicimus fabricatum eſt. Triangulorum autem æquilaterorũ ſex anguli.ſunt æquales quatuor rectis ex 32 primi.pauciores ergo minores.& plures,maiores,igitur ex ſex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impoſſibile eſt angulũ ſolidum fieri.ex quinque & ex quatuor & ex tribus poſſibile. Cum itaq; tres anguli trigoni æquilat ri efficiũt angulum ſolidum,perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum Cum uero quatuor cõſurgũt: corpus octo baſium.quod octoedron diximus At uero ſi quinque triangulorum æquilaterorum anguli.ſolidum angulum contineant,fiet corpus icoſedron uiginti baſium triangulariũ & æquilaterarũ.Quare ergo tot & talia ſunt ſolida regularia.& quare plura his non ſint dictum eſt.

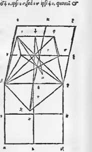
Eucli.ex Zamb. Problema 5 Propoſitio 17

17 Dodecahedrum conſtruere & data ſphæra comprehendere qua & prædictas figuras,oſtendereq; quòd dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome.

THEON ex Zamb. *Exponantur prædicti cubi bina plana inuicem ad angulos rectos, α β γ δ, γ β ε ζ, ſeceturq; (per 11 primi) anũ quodq; ipſorum laterum α β, β γ, γ δ, δ α, ζ ε, β ζ γ, diuidue in κ, θ, μ, λ, μ, ν, ξ, & cõnectãtur ipſæ κ θ, λ, ſeſe ſecantes in ſigno ο & μ θ, ν ξ ſeinuicem ſecantes in ſigno π, ſeceturq; unaquæq; ipſarum ν ο, ο ξ, θ π. extrema & media ratiõe in ρ, τ, σ ſignis,ſintque ipſarum maiora ſegmenta ρ ο, σ, τ, π, & cõſtituantur (per 12 undecimi) ab ipſis ρ, σ, τ, ſignis ad ipſius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipſius cubi ipſæ ρ υ, σ φ, τ χ, exponãtur que æquales ipſis ρ υ, ο σ, τ π, cõnectanturq; ipſæ υ β, β χ, χ γ, φ υ. Dico quod υ β χ γ φ pentagonum, æquilaterũ eſt, & in uno plano, & inſuper æquiangulum. Cõnectãtur enim ρ β, σ β, φ β. Et quoniã recta linea ν ο extrema & media ratione ſecatur in ρ, & maius ſegmẽtũ eſt ρ ο. quæ igitur ex ν ο, ν ρ, tripla ſũt eius quod ex ρ ο, Aequalis autem eſt ο ν ipſi β ν, & υ ρ ipſi ρ ο Quæ igitur ex β ν, ρ ν, tripla ſũt eius quod ex ρ υ Eis aũt quæ ex β ν, ν ρ æquũ eſt eĩ id quod ex β ρ, quod igitur ex β ρ, triplum eſt eius quod ex ρ υ, quare quæ ex β ρ, ρ υ, quadruplum ſunt eius quod ex ρ υ. Eis uero quæ ex β ρ, ρ υ, æquum eſt id quod ex β υ, quod igitur ex β υ quadruplum eſt eius quod ex υ ρ Dupla igitur eſt β υ, ipſius ρ υ. Eſt aũt & φ υ dupla ipſius υ ρ, quoniã & φ υ dupla ipſius υ ρ, quoniã & σ ρ ipſius ο ρ hoc eſt ipſius ρ υ dupla eſt. Aequalis igitur eſt β υ, ipſi υ φ. Similiter iam oſtendetur, quod & una quæq; ipſarum β χ, χ γ, γ φ, utrique ipſarum β υ, υ φ, eſt æqualis, quinquangulũ igitur β υ φ γ χ, æquilaterum eſt, Dico quod & in uno eſt plano. Excitetur enim (per 31 primi) ab ipſo ο, utriq; ipſarũ ρ υ, σ φ, parallelus ad exteriores partes, cubi, ο ψ, & connectãtur ψ θ, θ χ. Dico quod ipſa ψ θ χ recta linea eſt. Quoniã enim θ π, extrema & media ratione ſecatur in τ & maius ſegmentum eſt π τ, eſt igitur ſicut θ π, ad π τ, ſic π τ ad τ θ, æqualis autem eſt θ π ipſi θ ο, & π τ utriq; ipſarum τ χ, ο ψ, eſt igitur ſicut θ ο, ad ο ψ. ſic χ τ, ad τ θ, & eſt parallelus quidẽ θ ο ipſi τ χ, utraq; enim ipſi β δ plano ad angulos rectos eſt, & ipſa τ θ parallelus eſt ipſi ο ψ, utraque enim ipſarum plano ad angulos rectos eſt. Quando autem bina triangula compoſita fuerint ad unum angulum (ut ſint ipſa ψ ο θ & θ τ χ,) bina latera binis proportionalia habentia, ut ipſorum eiuſdem rationis latera ſint parallela, reliquæ rectæ lineæ in rectas lineas erunt (per 32 ſexti.) igitur ψ θ, ipſi θ χ in rectã lineam eſt. Oĩs aũt recta linea, in uno eſt plano . In uno igitur plano eſt ipſum υ β χ γ φ. quinquãgulũ. Dico iã quod & æquiangulũ eſt Quoniam enim recta linea ν ο extrema & media rõne ſecatur in ρ, & maius ſegmentũ eſt ο ρ, eſt igitur ſicut utraque ν ο, ο ρ, ſimul ad ο ν, ſic ο ν ad ο ρ Aequalis autem eſt ο ρ, ipſi ο σ. Eſt igitur ſicut σ ν ad ν ο, ſic ν ο ad ο σ. ipſa igitur σ ν, extrema & media ratione ſecatur in ο, & maius ſegmentũ



est υ ο, quæ igitur ex υ σ, σ ο, tripla sunt eius quod ex υ υ. Aequalis aūt est υ ο, ipsi υ ζ, & σ υ ipsi σ φ, quæ igitur ex υ σ, σ φ, quadrata tripla sunt eius quod ex υ β, quare quæ ex φ σ, σ υ, ζ, quadrupla sunt eius quod ex υ ζ. Eis aūt quæ ex σ υ, υ β, æquale est (per 47 primi) id quod ex σ ζ, quæ igitur ex ζ φ, σ φ, hoc est φ ex ζ φ (rectus enim est qui sub φ σ β angulus) quadruplum est eius quod ex υ ζ, dupla igitur est ζ φ, ipsius β υ. Est autem & ζ υ, ipsius ζ υ dupla, æqualis igitur est ζ φ, ipsi ζ υ. Et quoniam binæ ζ υ, υ φ, duabus β χ, χ υ, sunt æquales, & basis β φ basi ζ υ est æqualis, angulus igitur qui sub ζ υ φ, angulo qui sub ζ χ υ (per 8 primi) est æqualis. Similiter iam demonstrabimus, quod & angulus qui sub υ φ υ, æqualis est ei qui sub β χ υ. Tres igitur anguli qui sub β χ υ, β υ φ, υ φ υ, inuicem sunt æquales. Si autem quinquanguli æquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint, æquiangulum erit (per 7 decimitertij) quinquangulum. Quinquangulum igitur ζ υ φ χ υ, æquiangulum est. Patuit autem, quod & æquilaterum. Igitur pentagonū β υ φ υ φ æquilaterum & æquiangulū est, estq; super ζ υ uno cubi latere. Si igitur ab unoquoque ipsius cubi duodecim laterum eadem cōstruamus, constituetur figura quædam solida cōprehensa sub duodecim quinquangulis æqualia habentibus latera & angulos æquos. Oportet iam ipsum sphæra data cōprehēdere, & demonstrare quod dodecahedri latus irratiōalis est ea quæ appellatur apotome. Extendatur ψ υ, & sit ψ ω coincidit igitur ψ ω, ipsi cubi diametro & bifariā se inuicem dispescunt, hoc enim patuit in penultimo undecimi theoremate, secentur in ω. Igitur ω centrum est sphæræ cubum comprehendentis, & dimidia est ψ ω lateris cubi. Connectantur autem υ ω. Et quoniam recta linea υ σ extrema & media ratione secatur in υ, & maius illius segmentum est υ ο, quæ igitur ex υ σ, σ ο, tripla sunt eius quod ex υ ο. Aequalis autem est υ σ, ipsi ψ ω, quoniā & ipsa υ υ, ipsi ο ω est æqualis, & ψ ο, ipsi υ σ, sed ο υ ipsi ψ υ, quoniā & φ ο, quæ igitur ex ω ψ, ψ υ, tripla sunt eius quod ex υ ο. Eis aūt quæ ex ω ψ, ψ υ, æquum est (per 47 primi) quod ex υ ω. Quod igitur ex υ ω, triplū est eius quod ex υ υ. Est aūt & quæ ex centro sphæræ cubū ipsum cōprehēdentis potentia triplex dimidij ipsius cubi lateris, antea enim ostēsum est cubū construere, ac sphæra cōprehendere, ac demōstrare quod sphæræ diametrus potentia triplex est lateris cubi (in 15 decimitertij) Si autem tota totius, & dimidia dimidiæ. Et υ ο, dimidia est lateris cubi. Ipsa igitur υ ω æqualis est ei quæ ex centro sphæræ cubum cōprehendentis. Sphæræ autem cubū cōprehendentis centrū est ω. Igitur υ signum, ad superficiem est ipsius sphæræ. Similiter iam ostendemus, quod & unusquisque reliquorum ipsius dodecahedri angulorum, est ad ipsius sphæræ superficiē. Igitur dodecahedrum, data sphæra comprehensum est. Dico iam q. ipsius dodecahedri latus irratiōalis est ea quæ appellatur apotome. Quoniam enim ipsa υ υ extrema & media ratione diuisa maius segmentū est ξ ο, ipsa aūt ο ξ, extrema & media rōne diuisa maius segmētū est ο σ, tota igitur υ ξ extrema & media ratione diuisa, maius segmētū est ρ σ. Et quoniam est sicut ο υ ad ο ρ, & ο ρ ad υ ρ, & duplicia (partes enim æque multiplicium eandē habēt rationē,) sicut igitur υ ξ, ad ρ σ, sic ρ σ ad utranq; ipsarum υ ρ, σ ξ, simul. Maior autem est υ ξ, ipsa ρ σ, utraque ipsarum υ ρ, σ ξ, simul. Igitur υ ξ extrema & media ratione diuiditur, & maius segmētum est ρ σ. Aequalis aūt est ρ σ, ipsi υ φ. Ipsa igitur υ ξ, extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est υ φ. Et quoniam rationalis est ipsius sphæræ diameter, potentiaq; triplex est ipsius cubi lateris, rationalis igitur est υ ξ, latus cubi existens. Si aūt rationalis linea extrema & media ratione secta fuerit, utrūq; segmentorū, irrationalis est ea quæ appellatur apotome (per 6 decimitertij.) Igitur υ φ, latus existens dodecahedri, irrōnalis est ea quæ apotome appellatur. Quod ostendere oportuit: & fieri postulabatur.



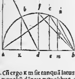
CORRELARIVM. Ex hoc, inquā, est manifestum. quod cubi latere extrema & media ratione diuiso, maius segmentum est dodecahedri latus. quod erat ostendendum.

Eucli ex Camp. Propositio 18

18 LAtera quinque corporum præmissorum ab eadem sphæra circūscriptibiliū, cuius sphæræ sola diametros nobis proposita fuerit, per ipsam propositam diametrum inuenire.

CAMPANVS. Sit a b diameter alicuius sphæræ, nobis proposita, ex qua iubemur latera quinq; præmissorum corporum elicere. Diuidamus igitur hanc diametrū in c, ita quod a c sit dupla ad c b, & per æqualia in d. & lineemus super eam semicirculum a f b, ad cuius circunferentiā protrahantur duæ lineæ perpendiculares ad lineā a b, quæ sint c e & d f. & iungamus e cum a & cum b & f cum b. Manifestum ergo est ex demonstratione quod a e est latus figuræ quatuor basium triangularium & æquilaterarū, & ex demon

mõstratione 14, quod e b est latus cubi & ex demõstratione 15, quod f b est latus figuræ octo basium triangularium & æquilaterarũ. Prodeat itaq; a puncto a. linea a g perpẽdicularis ad a b & æqualis eidem a b & iungatur g cum d, sitq; b punctus in quo g d secat circũferentiam semicirculi & ducatur h k perpendicularis ad a b. Et quia g a est dupla ad a d, erit ex quarta sexti h k dupla ad k d: sunt enim duo triãguli g a d & h k d æquiãguli ex 32 primi, eo quod angulus a, maioris, est æqualis angulo k minoris, cũ uterq; rectus, & angulus d, est cõis utriq;: igitur ex 4 secũdi h k est potentia quadrupla ad k d, ergo ex penultima primi h d, est potẽtia qncupla ad k d. Cũq; d h sit æqualis h d est enim d centcum semicirculi, erit quoq; d h potentia quincupla ad k d. At uero cum tota a b sit dupla ad totã b d quẽadmodũ a c detracta ex prima a b est dupla ad c b detractã ex secunda b d, erit ex 19 quinti b c residua primæ, dupla ad c d residuam secundæ, ideoq; tota b d est tripla ad d c. Igitur quadratũ b d est nõcuplum ad quadratũ d c. Et quia ipsum erat quincuplũ tantũ ad quadratũ k d, erit ex secũda parte decimæ quinti, quadratum d c minus quadrato k d ideoq; d c, minor k d. Sit g d m æqualis k d, & prodeat m n usq; ad circũferẽtiã, quæ sit perpendicularis ad a b & iungatur n cũ b. Cum igitur d k & d m sunt æquales, erũt (ex diffinitiõe eius quod est aliquas lineas a centro æquidistare) duæ lineæ h k & m n æqualiter distantes a cẽtro, ideoq; æquales adinuicem ex secũda parte 15 tertij & ex secunda parte tertiæ eiusdẽ. Itaq; m n est æqualis m k, nã h k erat æqualis ei. At quia a b dupla est ad b d, & k m dupla est ad d k, & quadratũ b d quincuplum ad quadratum d k erit ex 15 quinti quadratum a b similiter qncuplũ ad quadratũ k m, est enim quadratũ dupli ad quadratũ dupli, sicut quadratũ simpli ad quadratũ simpli. Ex demõstratione aũt 16 manifestũ est, q; diameter sphæræ est potẽtialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figuræ 20 basiũ, ergo k m est æqualis lateri hexagoni circuli figuræ 20 basium, nã diameter sphæræ quæ est a b, est potentialiter quincupla tam ad latus hexagoni circuli illius figuræ, quam ad k m. Rursus quoq; ex demonstratiõe eiusdem manifestum est, quod diameter sphæræ cõstat ex latere hexa



goni & duplici lateri decagoni circuli figuræ 20 basium. Cũ ergo k m sit tanquã latus hexagoni, at uero a k sit æqualis m b, nã ipsa sunt residua æqualiũ dẽptis æqualibus, erit m b tanquam latus decagoni. Quia igitur m n est tanquam latus hexagoni, nam ipsa est æqualis k m, erit ex penultima primi & 10 huius, n b tanquã latus pentagoni figuræ circuli 20 basium. Et quia ex demõstratione 16 apparet quod latus pentagoni circuli figuræ 20 basium est latus eiusdem figuræ 20 basium, cõstat lineã n b esse latus istius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ est latus cubi, ab assignata sphæra circũscriptibilis, secũdũ proportionẽ habentem mediũ duoq; extrema in pũcto d, sitq; maior portio eius p b. Constat igitur ex demõstratiõe præmissæ, quod p b est latus figuræ 12 basiũ. Inuenta ergo sunt latera 5 præmissorũ corporũ ex diametro sphæræ nobis proposita: est enim a e latus pyramidis 4 basiũ e b latus cubi, f b, latus octoedri, at uero n b, latus icosedri. linea aut p b, latus dodecedri. Quæ autẽ horũ laterũ sint maiora alijs, sic habetur constat enim, quod a e est maior f b, nã arcus a e, est maior arcu f b. Itẽ f b, est maior e b, & e b maior quam n b, at uero n b, dico etiã esse maiorẽ quàm p b. Cũ enim sit a c dupla ad c b, erit ex 4 secũdi quadratũ a c quadruplũ ad quadratũ c b. Cõstat aũt ex scda pte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdẽ, q; quadratum a b triplũ est ad quadratũ b c. Sed per 22 sexti quadratũ a b ad quadratũ b c, est sicut quadratũ b e ad quadratũ c b, ex eo quod proportio a b ad b e, est sicut b e ad b c ex secũda parte correlarij 8 sexti. Itaque per 1 quinti quadratũ b e, triplũ est ad quadratũ c b. Et quia quadratũ a c quadruplũ est ad idẽ quadratũ, ut ostẽsum est, ut ex prima parte 10 quinti quadratũ a c minus quadrato b e, ideoq; linea a c maior est linea b e, ideoq; a m, multo maior b e. Manifestũ uero ex 9 huius, quod si linea a m diuisa fuerit secundum proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema, erit maior portio eius linea k m quæ est æqualis m n. At uero cũ b e diuiditur secundum eandem proportionẽ uidelicet habentẽ mediũ duoq; extrema, maior eius portio est linea p b. Cum itaque a m tota sit maior tota b e, erit m n quæ est æqualis maiori portioni a m, maior quã p b quæ est maior portio b e. Hoc autem mani

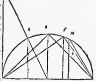
 festum

festum est ex 1 decimiquarti quæ sine auxilio alicuius earum quæ sequuntur firma demonstratione solidatur ergo per 1 primi a fortiori n b, maior est quam p b. Quare patet latera horum 5 corporum præmissorum fere eo ordine quo corpora seinuicem sequuntur seinuicem excedere. In cubo enim dũtaxat & octoedro habet hic instantias, nam latus octoedri excedit latus cubi, quamuis cubus antecedat octoedron. Cubum autem præmittunt idcirco octoedro, quia eadẽ diuisione diametri, assignatæ sphæræ, latus pyramidis 4 bases triangulas habentis, & latus cubi inuenitur. Est igitur a e latus pyramidis maius lateribus cæterorum corporũ, post ipsum autẽ, est f b latus octoedri maius sequentium corporũ lateribus. Tertio ordine sequitur in magnitudine e b, latus cubi. Quarto uero loco est n b latus icosedri. Minimũ autem est omniũ p b, latus dodecedri.

Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 18

18 Latera quinque figurarum exponere, & adinuicem comparare.

THEON ex Zamb. Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq; in γ, ut α γ ipsi γ β, sit æqualis, & in δ, ut α δ ipsius δ β dupla sit, & super α β describatur semicirculus α ε β, & ab ipsis γ, δ, ipsi α β, (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur γ ε, δ ζ, & connectantur α ζ, ζ β, ε β. Et quoniã dupla est α δ ipsius δ β, tripla igitur est α β ipsius δ β: conuertendo igitur (per correlarium 15 quinti) sesqualtera est β α ipsius α δ. Sicut autẽ β α ad α δ, sic quod ex β α ad id quod ex α ζ, æquiangulum enim est α ζ β triangulũ, ipsi α ζ δ triangulo, sesqualterum igitur est quod ex β α, eius quod ex α ζ. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potentia sesqualtera lateris pyramidis, & α β, ipsius sphæræ diameter est. Igitur α ζ æqualis est lateri ipsius pyramidis. Rursus quoniam dupla est α δ, ipsius δ β, tripla igitur est α β, ipsius β δ. Sicut autẽ α β ad β δ, sic quod ex α β ad id quod ex ζ β, triplũ igitur est quod ex α β, eius quod ex ζ β. Est autem & ipsius sphæræ diameter potẽtia tripla lateris ipsius cubi (per 15 decimitertij,) & sphæræ diameter, est α β, igitur β ζ, cubi est latus. Et quoniã æqualis est α γ ipsi γ β, dupla igitur est α β ipsius γ β. Sicut autẽ α β ad γ β, sic quod ex α β, ad id quod ex β ε. Duplũ igitur est quod ex α β, eius quod ex β ε. Est autẽ & ipsius sphæræ diameter, potentia dupla lateris ipsius octahedri, & α β datæ sphæræ diameter est, igitur β ε, octahedri est latus. Excitetur itẽ (per 11 primi) ab ipso α signo ipsi α β rectæ lineæ ad angulos rectos, α κ. Ponaturq; ipsa α κ æqualis ipsi α β, & connectatur κ γ, seceturq; γ κ circũferentiã semicirculi in signo η, & ab ipso η, in ipsam α β (per 12 primi) perpẽdicularis excitetur η θ. Et quoniã dupla est κ α, ipsius α γ) æqualis enim est κ α, ipsi α β) sicut autẽ κ α ad α γ, sic η θ, ad θ γ, dupla igitur est & η θ ipsius θ γ. Quadruplũ igitur est quod ex η θ, eius quod ex θ γ. Quæ igitur ex η θ, θ γ, quæ idẽ sũt et quod ex η γ, quincuplũ est eius quod ex θ γ. Aequalis autẽ est η γ, ipsi γ β, quincuplũ igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ θ. Et quoniã dupla est α β, ipsius β γ quarũ α δ ipsius δ β dupla est, reliqua igitur β δ, reliquæ δ γ est dupla. Tripla igitur est β γ, ipsius γ δ, noncuplũ igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ δ, quincuplum autẽ est quod ex β γ, eius quod ex γ θ, maius igitur est quod ex γ θ, eo quod ex γ δ, maior igitur est γ θ, ipsa γ δ, ponatur (per 2 primi) ipsi γ θ æqualis γ λ, & ab ipso λ ipsi α β ad angulos rectos excitetur λ μ, & connectatur μ β. Et quoniã quod ex γ β eius quod ex γ θ quincuplũ est, & ipsius β γ dupla est α β, ipsius autẽ γ θ dupla est θ λ, quincuplum igitur est quod ex α β eius quod ex θ λ. Est autem sphæræ diameter potentia quincupla, eius quæ ex centro ipsius circuli à quo icosahedrũ describitur, estq; α β, ipsius sphæræ diameter, ipsa igitur θ λ ex cẽtro est circuli a quo icosahedrũ describitur. Ipsa igitur θ λ, hexagoni est latus dicti circuli. Et quoniã sphæræ diameter cõponitur ex hexagoni & binis decagoni in dicto circulo descriptorũ lateribus (per correlarium 16 decimitertij,) estq; ipsa quidẽ α β, ipsius sphæræ diameter, & θ λ hexagoni latus, & æqualis est α θ ipsi λ β, utraq; igitur ipsarũ α θ, λ β, decagoni latus est descripti in circulo à quo icosahedrũ describitur. Et quoniã decagoni quidem λ β, hexagoni autẽ μ λ (æqualis enim est ipsi θ λ, quoniã & ipsi θ η, æqualiter enim distãt à centro) & utraq; ipsarũ θ η, μ λ, dupla est ipsius θ γ, quinquanguli igitur est μ β. Quod autẽ pentagoni est, & icosahedri. Icosahedri ergo est μ β. Et quoniam ζ β est latus cubi, seceturque extrema & media ratione in ν, sitq; maius sigmentũ ν β, igitur ν β, dodecahedri est latus. Et quoniã ostensum est quod ipsius sphæræ diameter potẽtia est sesqualtera ipsius α ζ lateris pyramidis, ipsius autem β ε lateris octahedri potẽtia dupla, ipsius autẽ ζ β, cubi potentia tripla: qualiũ igitur sphæræ diameter potẽtia sex talium ipsius quidẽ pyramidis latus quatuor, octahedri uero latus triũ, cubi uero duorũ. Latus igitur ipsius pyramidis, lateris octahedri potentia est epitritũ. Cubi autẽ lateris, potentia est duplũ. Octahedri autẽ latus lateris, cubi potẽtia est hemioliũ. Ipsa quidẽ igitur prædicta triũ figurarũ latera, hoc est pyramidis & octahedri & cubi adinuicẽ, in rõnibus rõnalibus subsistant. Reliqua uero duo & icosahedri & dodecahedri, neq; adinuicẽ, neq; ad prædicta in rõnibus rõnalibus existant, irrationalia sunt etenim, hoc est minor & apotome. Quod autẽ maius est icosahedri latus μ β, dodecahedri latere ν β, sic ostendemus. Quoniã triangulum ζ δ β ipsi triangulo ζ α β æquiangulum est, proportionaliter est sicut β δ, ad β ζ, sic α β ad β α, at quoniã tres rectæ lineæ proportionales sunt, est igitur sicut prima ad tertiã, sic quod ex prima



Latus pyramidis.

Latus cubi.

Latus octahedri.

Latus icosahedri.

Latus dodecahedri.

Comparatio 5 laterum.

prima ad id quod ex secūda. Est igitur sicut δ β ad β α, sic quod ex δ β ad id quod ex ϛ ζ, Conuersim igitur sicut α β ad ϛ δ, sic quod ex ζ ϛ ad id quod ex β δ. Tripla autē est α ϛ, ipsius β δ, triplum igitur quod ex ζ ϛ, eius quod ex ϛ δ, Est autē & quod ex α δ, eius quod ex δ ϛ, quadruplum, dupla enim est α δ, ipsius δ β. Maius igitur est quod ex α δ eo quod ex ζ β, & maior igitur est α δ, ipsa ζ β, multo igitur maior est α λ, ipsa ζ ϛ, Et ipsa quidē α λ, extrema & media ratione diuisa, maius segmentū est α ϛ, quoniā ipsa quidē λ α hexagoni est, & α α decagoni, ipsa aūt ζ ϛ extrema & media ratione diuisa maius segmentū est ν ϛ. Maior igitur est α λ, ipsa ν ϛ. Aequalis autē est α λ, ipsi λ μ, maior igitur est λ μ, ipsa ν ϛ. Ipsa autē λ μ, maior est μ ϛ, multo igitur maior est μ β latus existēs icosahedri, ipsa ν ϛ latere existēte ipsius dodecahedri. Quod facere & ostendere oportuit. Aliter, quod maior est μ ϛ ipsa ν ϛ. Quoniā enim dupla est α δ ipsius δ β, tripla igitur est α ϛ ipsius δ β. Sicut autē α ϛ ad ϛ δ, sic quod ex α β ad id quod ex β ζ, quoniā triangulū ζ α β ipsi ζ δ ϛ triāgulo æquiangulū est, quod igitur ex α ϛ, eius quod ex β ζ triplū est. Patuit aūt quod ex α ϛ eius quod est ex α λ, quincuplū. Quinque igitur quæ ex α λ, tribus quæ ex ζ ϛ, sūnt æqualia Sed tria quæ ex ζ β, sex quæ ex ν β, sunt maiora, & quinq; igitur quæ ex α λ sex quæ ex ν β sunt maiora. Quare & unū quod ex α λ, uno quod ex ν ϛ maius est, maior igitur est α λ, ipsa ν β, æqualis aūt est α λ, ipsi λ μ, maior igitur est & λ μ, ipsa ν ϛ, multo igitur maior μ β, ipsa ν β, quod ostēdere oportuit. Quod aūt tria quæ ex ζ ϛ, sex quæ ex ν β sūt maiora, sic ostēdemus. Quoniā enim maior est ϛ ν ipsa ν ζ, quod igitur sub ϛ ζ, ϛ ν maius est eo quod ex ϛ ζ, ζ ν, quod igitur sub ζ ϛ, ϛ ν, una cū eo quod sub ϛ ζ, ζ ν, maius est quā duplū eius quod sub ϛ ζ, ζ ν. Sed quod sub ϛ ζ, ϛ ν, una cū eo quod sub β ζ, ζ ν, id est quod ex ϛ ζ, quod uero sub ϛ ζ, ζ ν, æquū est ei quod ex ν β, extrema nāq; & media rōne secatur ipsa ϛ ζ in ν, & quod sub extremis æquū est ei quod à media (per 17 sexti.) Quod igitur ex ζ ϛ, eo quod ex ϛ ν maius est quā duplū, unū igitur quod ex ζ ϛ, duob9 quæ ex ϛ ν maius est, quare & tria quæ ζ β, sex quæ ex ϛ ν, sunt maiora Quod ostēdere oportuit. Dico iam quod præter prædictas quinque figuras, non cōstruetur alia figura cōprehēsa sub æqlateris & æquiangulis inuicē æqualibus. Sub binis nāq; triāgulis, neq; sub duobus alijs planis, solidus angulus nō cōstruitur. Sub tribus triāgulis, quæ pyramis, sub quatuor, quæ octahedri, sub quinq; quæ icosahedri. Sub sex triāgulis æqlateris & æquiangulis ad unū signū cōstitutis, nō erit solidus angulus, existente nāq; æquilateri triāguli angulo duarū partiū recti, erūt sex quatuor rectis æquales. Quod est impossibile. Oīs namq; solidus angulus, sub paucioribus quā quatuor rectis cōprehēditur (per 21 undecimi) Iā id propterea, neque sub pluribus quā sex planis angulis solidus cōstruitur angulus, Sub quadratis tribus, cubi angulus cōprehēditur Sub quatuor est impossibile, erūt enim rursus quatuor recti. Sub pētagonis æqlateris & æquiangulis tribus, dodecahedri. At sub quatuor, impossibile, existēte nāq; quinquanguli æquilateri anguli angulo recto & quinto, erūt quatuor anguli quatuor rectis maiores, quod est impossibile. Neq; sub polygonis alijs figuris comprehēdetur solidus angulus, quoniā absurdū esset. Igitur præter prædictas quinq; figuras alia figura solida nō cōstruetur sub æquilateris & æquiangulis cōprehēsa, quod erat ostendendū. Quod aūt æquilateri & æquianguli quinquāguli angulus rectus est & quintū, sic ostēdēdū. Sit enim quinquangulū æquilaterū & æquiāgulū α ϛ γ δ ε, & circūscribatur (per 14. quarti decimi) ei circulus α β γ δ ε, & accipiatur (per 1 tertij) illius cētrū, sitq; ζ, cōnectanturq; ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ, ζ ε. Bifariā igitur secāt ipsius pētagoni angulos ad ipsa α β, γ, δ, ε, signa. Et quoniā quinq; anguli qui ad ζ, quatuor rectis sunt æquales, & sunt æquales, igitur unus ipsorū (sicut qui sub α ζ ϛ,) unius recti est, † quasi quintū reliqui igitur qui sub ζ α ϛ, α ϛ ζ, unius sunt recti & quintū. Aequalis aūt est qui sub ζ α ϛ ei qui sub ζ ϛ γ, totus igitur qui sub α ϛ γ pētagoni angulus, unius recti est & quintū. Quod ostēdere oportuit.



† παρὰ πέμπτον præter quintū, id est quinta parte minor recto.

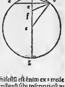
FINIS.

EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO PHILOSOPHO MATHEMATICORVMQVE facile principi deputatus liber de regularium corporū proportione Campano cōmentatore, qui in ordine est decimusquartus.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 Omnis perpendicularis à centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulū ipsum descripti dimidiom, lateris decagoni atque dimidio lateris hexagoni intra circulum eundē descriptorū ambobus dimidijs in longū directūq; coniunctis æqualis esse probatur. Patet igitur quod perpēdicularis ducta à centro circuli ad latus pētagoni, est æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus triāguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti directe coniunctis.

CAMPA. Sit linea a b latus pẽtagoni æquilateri inscripti circulo cuius centrũ c, & du catur à centro c, perpendicularis ad lineã a b, quæ per secundã partẽ tertiæ tertij diuidet ipsam per æqualia, & arcũ eius etiã per æqualia ex 4 primi & 27 tertij, sitq; hæc perpẽdicularis linea c d, secãs a b in pũcto e, & arcũ eius in pũcto d. Est igitur ut diximus linea a e, æqualis lineæ e b, & arcus a d, arcui d b, protrahaturq; linea d b, de qua cõstat q ipsa est latus decagoni æqlateri, ꝓposito circulo inscripti, cũ ipsa subtẽdatur medietati quinti totius circũferẽtiæ. Dico itaq; q linea e c, est æqualis medietati lineæ c d & medietati lineæ d b, in longũ directũq; cõiunctis. Cõpleatur quidẽ diameter d c, sitq; d c g, & sit e f æqualis e d, & protrahatur b f, eritq; ex 4 primi b f æqualis b d, ideoq; per 5 primi angulus b d f erit æqualis angulo b f d. Cõstat autẽ ex ultima sexti, qd' angulus g c b, quadruplus est ad angulũ b c d, eo quod arcus g b quadruplus est ad arcũ b d: at uero angulus g c b per 32 primi duplus est ad angulũ b d c, nã ipse est extrinsecus duobus qui sunt b d c & d b c, at ipsi sunt æquales ex 5 primi: igitur angulus b d c, duplus est ad angulũ b c d, quare angulus quoq; b f d, duplus est ad angulũ b c f. Sed angulus b f d, duplus est ad angulũ b c f. Sed angulus b f d, est æqualis duobus intrinsecis q sunt b c f & c b f per 32 primi. Itaq; duo anguli b c f & c b f, sunt æquales, ideoq; per 6 primi c f est æqualis b f, ideoque etiam c f, est æqualis b d & nam b d & b f, sunt æquales adinuicem. Quare dimidiũ c d cum dimidio b d, est quãtum dimidium c d cum dimidio c f, at uero dimidiũ c d cũ dimidio c f, est quãtũ dimidiũ c f bis cũ dimidio f d, dimidiũ autem c f bis, est quantum c f, & dimidiũ f d, est quãtũ e f. Itaq; e c, est quãtũ dimidiũ c d cũ dimidio c b & d b, quod est propositũ.



Correlariũ autẽ sic cõstat. Manifestũ est enim ex 3 tredecimi libri quod perpẽdicularis ducta à cẽtro circuli ad latus triãguli sibi inscripti est æqualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circunferẽtiã. Hoc quidẽ ibi demõstratũ est, & quasi correlariũ cõclusum. Cum igitur ex hac prima istius 14 libri pateat quod perpendicularis ducta à cẽtro circuli ad latus pẽtagoni sit æqualis dimidio lineæ ductæ a centro ad circũferentiã & dimidio lateris decagoni, sequtur q perpẽdicularis ducta à cẽtro circuli ad latus pẽtagoni sit æqualis perpẽdiculari ductæ a cẽtro ad latus triãguli dimidioq; lateris decagoni intra eũdẽ circulũ descripti. Et hoc est q ex correlario ꝓponitur.

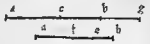
CAMPANI annotatio. Nũc ergo explicãdũ est quod ait Aristæus in libro intitulato. Expositio sciẽtiæ quinq; corporũ, necnõ & Apollonius in dono secũdo in proportionalitate figuræ 12 basiũ ad figurã 20 basiũ, dicẽs quod proportio superficierũ figuræ habentis 12 bases ad superficies figuræ habẽtis 20 bases est tanquã proportio corporis 12 basiũ ad corpus 20 basiũ, linea etenim ducta a centro circuli pẽtagoni figuræ 12 basiũ dodecedri ad circũferẽtiã eius est quasi linea prodiẽs a cẽtro circuli triãguli figuræ uiginti basium icosedri ad circũferentiã eius. Hæc sunt ipsius magni Apollonij uerba. Intelligẽda aũt sunt de figura 12 & 20 basiũ ab una eadẽq; sphæra circũscriptibiliũ. Est enim proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron, cũ ambo una eadẽq; sphæra circunscribit sicut proportio omnium superficierũ dodecedri pariter acceptarũ, ad oẽs superficies icosedri pariter acceptas, quẽadmodũ Apollonius præmissorũ uerborũ prima parte cõmemorat, quod & 10 huius decimiquarti libri solida demõstratione stabilitur. Et est circulus circũscribẽs pẽtagonũ dodecedri æqualis circulo circũscribẽti trigonũ icosedri cum dodecedrõ & icosedrõ eadẽ sphæra circunscribit, quamadmodum ipse Apollonius secunda parte præmissorũ uerborum commemorat, quod etiam 5 huius libri demõstratione firmatur. Præmittẽda sunt igitur antecedẽtia, ad tantorũ uirorum eloquia, inconcussa ueritate corroboranda.

Eucl. ex Camp. Propositio 2

2 QVicquid accidit uni lineæ diuisæ secũdũ proportiõnẽ habentẽ mediũ & duo extrema, omni lineæ similiter diuisæ ꝓbatur accidere.

CAMPANVS Sit utraq; duarũ linearũ a b & d e diuisa scd'm proportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema, hæc qdẽ in c, illa uero in f, sintq; maiores portiões huius quidẽ a c, illius autẽ d f. Dico itaq; q ambarũ ad sui maiores portiones est una proportio, itẽq; ambarũ ad sui minores portiones est proportio una, at quoq; maiorũ portionum ad maiores una, & ecõtrario & ꝑmutatim & cõiũctim & disiũctim & euersim, nihil enim aliud est, quicquid uni earum accidit idẽ quoq; alij accidere, cõstat enim ex diffinitione

tione lineæ secundum proportionem medium duoq; extrema diuisæ & eã parte 16 sexti quod illud quod fit ex a b in b c, est æquale quadrato a c, eodẽq; modo quod fit ex d e in e f, est æquale quadrato d f. ideoq; proportio eius quod fit ex a b in b c, ad quadratum a c est sicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f, utraque enim est ꝓportio æqualitatis. Igitur quadruplũ eius quod fit ex a b in b c ad quadratum a c, sicut quadruplum eius quod fit ex d e in e f ad quadratũ d f, quod ex 15 quinti & permutata & æqua proportionalitate manifestũ est. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex a b in b c cũ quadrato a c, ad quadratũ a c, sicut quadruplũ eius quod fit ex d e, in e f cũ quadrato d f, ad quadratũ d f. Adiũgatur autẽ secundũ rectitudinẽ ad lineam a b, una linea quæ sit æqualis b c, quæ dicatur b g, & ad d e adiungatur æqualis e f, quæ dicatur e h.

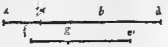


Manifestũ est igitur ex octaua secundi, quod quadruplũ eius quod fit ex a b in b g cum quadrato a c, est æquale quadrato lineæ a g. At uero similiter quadruplũ eius quod fit ex d e in c b cũ quadrato d f, est æquale quadrato d h. At uero ex communi scientia quadruplũ eius q fit ex a b in b c æquũ est quadruplo eius q fit ex a b in b g, eo q b c & b g sũt æquales, similiter quoq; quadruplũ eius q fit ex d e in e f, æquũ est quadruplo eius qđ fit ex d e in e b, eo quod e f & e h sunt etiã æquales. Igitur ex prĩa parte 7 quinti & ex 11 quinti quadratũ a g ad quadratũ a c. sicut quadratum d h ad quadratm d f. Quare ex secunda parte 22 sexti, proportio lineæ a g ad lineã a c est sicut lineæ d h ad lineã d f, & coniunctim a g & a c ad a c, sicut d h & d f ad d f. At uero a g cum a c, sunt taquam duplum a b, & d cum d f, tãquam duplum d e. Quare dupla a b ad a c, sicut duplũ d e ad d f & permutatim duplum a b ad duplum d e sicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplum d e, sicut a b ad d e ex 15 quinti. Igitur a b a d d e, sicut a c ad d f. Itaque permutatim & euersim & conuersim & disiunctim & coniunctim. Quod oportebat ostendere.

Eucl. ex Camp. Propositio 8

3 Diuiso latere hexagoni secundum proportionem habentem mediũ duoq; extrema, maior eius portio erit latus decagoni circunscripti à circulo ipsum hexagonum circunscribente.

CAMPANVS Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli diuisa secundũ proportionẽ habente mediũ duoq; extrema in puncto c, sitq; maior proportio eius b c. Dico qđ cuiuscũq; circuli a b est latus hexagõi, eiusdẽ, b c erit lat9 decagoni. Adiũgatur enim ad lineã a b, linea d b, quæ sit latus decagoni illius circuli cuius a b est latus hexagoni, erit que ex 9 tredecimi, linea a d diuisa secundũ ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema & maior portio eius erit linea b. Cũ igitur utraq; duarũ linearũ a b & a d sit diuisa secũdum proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema, igitur erit per præmissam ambarum ipsarũ ad sui maiores portiones una proportio. Itaq; d a ad a b quæ est eius maior portio, sicut a b ad b c quæ est etiam eius maior portio, sed d a ad a b, sicut a b ad b d ex diffinitiõe lineæ diuisæ secundũ proportionẽ habentem mediũ duoq; extrema, & maior portio eius igitur ex undecima quinti a b ad b d, sicut a b ad b c. Quare per secundã partẽ 9 quinti b d & b c. sunt æquales. Cũ ergo d b sit latus decagoni, erit quoq; ex cõmuni scientia b c latus decagoni. Vel aliter. Ad lineã a b adiũgatur b d æqualis b c, eritq; ex 9 tredecimi tota a d diuisa secundũ proportionem habẽtẽ mediũ duoq; extrema, & maior portio eius linea a b. Itaq; per cõuersam 9 tredecimi quã cõtinue post ipsam demõstrauimus circuli linea a b est latus hexagoni, eiusdẽ linea b d (ideoq; linea b c sibi æqualis) est latus decagoni. Possumus iterũ idem alia uia (si libet) demõstrare. Sit enim e f æqualis a b, quæ etiã diuidatur in g secundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema, & sit maior portio, eius linea f g. Cõstat igitur ex præmissa q quẽadmodũ a b est æqualis e f, sic a c est æqualis e g, & c b æqualis g f. Cũq; fuerit b d adiũcta ad a b latus decagõi illius circuli cuius a b est latus hexagoni, erit (sicut prius dictũ est) ex 9 tredecimi tota a d diuisa scdm ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema, & maior eius portio erit linea a b. Itaq; p præmissã a b ad b d. sicut f g ad g e, quare p primã partẽ 15 sexti q fit ex a b in g, æquum est ei quod fit ex b d in f g. cũq; a b sit æqualis e f, & erit quod fit ex e f in g e æquum



æquum ei quod fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f, in g e, æquum est quadrato f e ex diffinitione lineæ diuisæ secundũ proportionem habentem medium duoque extrema, & ex prima parte 16 sexti, igitur quod fit ex b p in f g est æquale quadrato f g, ideoque ex prĩa sexti linea b d, æqualis f g. Et quia f g est æqualis c b, erit quoque c b æqualis b d, & latus decagoni. Quod oportebat ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 Quadratum lateris pẽtagoni intra circulum descripti, quadratũque lineæ quæ illius pentagoni angulo subtenditur, ambo hæc quadrata pariter accepta, quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

CAMPANUS Sit in circulo a b c cuius centrum d, inscriptus unus pentagonus æquilaterus cuius unũ latus sit a b, & protrahatur diameter c d e, diuidens lineã a b & eius arcũ per æqualia. Est igitur arcus a e medietas quintæ partis circunferentiæ illius circuli, quare arcus a c est duæ quintæ totius circunferentiæ. Protrahantur itaque duæ lineæ a e & a c, eritque a e latus decagoni æquilateri, eo quod eius arcus est medietas quintæ partis circunferentiæ, linea uero a c, erit quæ subtẽditur uni ex angulis pentagoni prædicti eo quod arcus a c est duæ quintæ partes circunferentiæ circuli. Dico itaque quod quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta, quincuplum sunt ad quadratum lineæ d e. Est enim ex 4 secũdi quadratum lineæ c e, quadruplũ ad quadratum lineæ d e. Cum aũt angulus c a e sit rectus ex prima parte 30 tertij, erũtque ex penultima primi quadrata duarũ linearũ c a & a e quadruplum ad quadratũ d e, igitur quadrata trium linearũ c a & a e & d e, quincuplum sunt ad quadratũ lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b est æquale quadratis duarũ linearũ a e & d e, sequitur ut quadrata duarũ linearũ a b & c a sint quincuplum ad quadratũ d e, quod est propositum.



CORRELARIUM. Manifestum est ergo quod quadratum lateris cubi atque quadratum lateris figuræ duodecim basium, cũ cubum & figurã duodecim basiũ eadem sphæra circunscribit, ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circunscribit pentagonum eiusdem figuræ duodecim basium.

Istud correlarium uere manifestum est, constat enim ex demõstratione 17 tredecimi quod latus cubi subtenditur angulo pẽtagoni dodecedri, cum cubum & dodecedron una eademque sphæra circunscribit, itaque per hanc 4 sine obice constat correlarium.

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 Pentagonus figuræ duodecim basium, triangulusque figuræ uiginti basium, quos eadem sphæra circunscribit, uno eodemque circulo circunscribuntur.

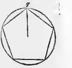
CAMPANUS. Sit sphæra cuius diameter a b, circunscribens duas solidas figuras, uidelicet dodecedron cuius unus ex duodecim pentagonis sit c, & icosedron cuius unus ex 20 triangulis sit d, pẽtagono autem c, & trigono d, super duo centra d & c, circunscribantur duo circuli, huic quidem f c ex 14 quarti, illi uero f d, ex 5 eiusdem. Dico itaque quod hi duo circuli sphæræ propositæ, quorum alter circunscribit pentagonũ c, alter uero trigonũ d, sunt æquales. Signentur enim duo latera pentagoni c, unũ ex suis angulis continentia, literis e f & f g & protrahantur, linea e g quæ subtendat angulũ f, & semidiameter circuli quæ sit c f. Vnum quoque ex lateribus trigoni d, signetur literis k h & protrahatur semidiameter sui circuli quæ sit d k. Dehinc sumatur linea l m, ad quã sit linea a b quæ est diameter sphæræ assignatæ, quincupla in potentia quæ quidem l m diuidatur in n secundum proportionẽ habentem medium



dium duoq̃ extrema. sitq̃ maior portio eius linea l n. & secūdū quantitatē totius l m lineetur circulus p q. Itaq̃ semidiameter circuli p q, erit æqualis lineæ l m. eritq̃ ex correlario 15 quarti, linea l m, tāquā latus hexagoni æquilateri circulo p q inscripti, ideoq̃ per tertiā huius, linea l n, erit tāquā latus decagoni æquilateri eidē circulo inscripti. Igitur ex 11 quarti inscribatur pētagonus æquilaterus circulo p q, cuius unū latus sit p q. eritq̃ ex 10 tredecimi libri quadratū lineæ p q, æquale quadratis duarū linearū l m & l n pariter acceptis. Cōstat autē ex demōstratiōe 16 tredecimi, quod n k est æqualis p q ergo quadratū h k, est æquale quadratis duarū linearū l m & l n pariter acceptis. At uero ex demōstratione 17 tredecimi, manifestū est q̃ e g latus cubi ab eadē sphæra circunscriptibilis. quare per correlariū 14 tredecimi a b quæ est diameter sphæræ, potentialiter est tripla a d e g quæ est latus cubi.



Si autē e g diuidatur secundū pportionē habētē mediū duo que extrema, patet ex demōstratione tredecimi quod e f est tāquā maior portio eius, igitur ex secunda huius, e g ad l m, sicut e f ad l n, nā ut tota ad totā, sic maior portio ad maiorē. Itaque per 22 sexti quadratū e g ad quadratū l m, sicut quadratū e f ad quadratū. In quare p 13 qnti, quadrata duarū linearū e g & e f piter accepta, ad quadrata duarū linearū l m & l n, piter accepta, sicut quadratū e g ad quadratū l m Ergo per 15 quinti & permutatā proportiōalitatē, & æquā, triplū duorum quadratorū duarū linearū e g & e f pariter acceptorum ad quadrata duarū linearū l m & l n, pariter accepta. sicut triplū quadrati e g ad quadratū l m Triplū aūt quadrati e g, est tanquā quadratū a b ex correlario 14 tredecimi, at quadratum a b, est per hypothesin quincuplū ad quadratū l m. ergo triplum quadrati e g, quincuplū quoq̃ est quadrati l m. Quare etiā triplū quadratorū duarū linearū e g & e f pariter acceptorum, est quincuplū ad quadrata duarū linearum l m & l n pariter accepta. Et quia probatū est quod quadratum h k est æquale e quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis, sequitur ex cōi scientia ut triplū quadratorum e g & e f sit quincuplū ad quadratum h k. Cōstat autē ex 6 tredecimi, quod quincuplum quadrati h k est quindecuplū ad quadratū d k, nā simplum est triplū. Et ex quarta huius cōstat, quod triplū quadratorū e g & e f, est quindecuplū quadrati e f, nā simplum est quincuplum.

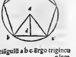


Itaq̃ quindecuplū quadrati c f est æquale quindecuplo quadrati d k, ideoq̃ per 15 quinti quadratum c f, est æquale quadrato d k, quare etiā linea c f, est æqualis lineæ d k Ergo ex diffinitiōe circulorū æqualium, circulus circunscribēs pētagonum c f, est æqualis circulo circūscribenti trigonum, nā semidiametri borum circulorum sunt æquales, uidelicet c f & d k quod erat ex principio demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 6

Quadratum quoq̃ quod est triangulum alias trigincuplum tetragoni qui sub perpēdiculari ducta à centro circuli circunscribentis pentagonū figuræ duodecim basiū ad latus pentagoni, atq̃ sub latere ipsius pentagoni cōtinetur, oībus superficiebus corpis duodecim basiū piter acceptis esse æquale ex necessitate cōuincit.

CAMP. Sit pētagonus a. una ex 12 basib9 figuræ dodecedri, & unū ex eius lateribus sit b c, sibiq̃ ex 14 quarti circūscribatur circulus supra cētrū a & ptrahātur lineæ a b & a c & a d ppēdicularis ad b c. Dico ergo q̃ trigincuplū eius q̃ fit ex a d in b c, est æquale oībus supficiebus dodecedri piter accepti. Cōstat enim pētagonū d esse diuisibilē in q̃nq̃ triāgulos æquales triāgulo a b c ex 8 primi. Itaq̃ oēs 12 pētagoni dodecedri (cū oēs sint æquales & similes pētagono a) diuisibiles sint in 60 triāgulos, quorū q̃sq̃ p̃ 8 primi est æqualis triāgulo a b c. Quod aūt fit ex a d in b c est duplū per 41 primi, ad triāgulū a b c. Ergo trigincuplum



plum eius quod fit ex a d in h c, est sexagincuplum ad triangulum a b c, nam ut simpli sic duplum ad duplum. Cum itaque omnes dodecedri superficies pariter acceptæ sint etiam sexagincuplum ad triangulum a h c, sequitur ut trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, sit æquale omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 QVadratum quoque quod est triangulum, alias trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta à centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figuræ uigioti basium, atque sub ipso latere triaoguli continetur, æquale est omnibus superficiebus figuræ uiginti basium pariter acceptis.



CAMPANVS. Esto enim hic trigonus e, una ex 20 basibus figuræ icosedri, & unũ ex eius laterihus sit f g, sibiq; ex 3 quarti circunscribatur circulus super centrum e, & protrahantur lineæ e f, e g, & e b perpendicularis ad f g. Dico igitur quod trigincuplum eius quod fit ex e h in f g, est æquale omnibus icosedri pariter acceptis. Constat enim trigonum esse diuisibilẽ in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi, est æqualis trigono e f g. Itaque omnes 20 trigoni icosedri pariter accepti. (cum cuncti sint æquales & similes trigono e) sunt tã quam sexagincuplum trigoni e f g. Et quia per 41 primi q̃ fit ex e h in f g est duplum trigoni e f g, ideo que trigincuplũ huius est æquale sexagincuplo illius, sequitur ut trigincuplum e h in e f sit æquale omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis. Quod erat demonstrandum.

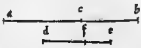
CORRELARIVM. Manifestum igitur est, quod proportio superficierum figuræ duodecim basium in aliqua sphæra contentæ ad superficies figuræ uiginti basium in eadẽ sphæra conclusæ, est tanquã proportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figuræ duodecim basium & sub perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus pentagoni ad tetragonum contentum suh latere trianguli ipsius figuræ uiginti basium & perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis uiginti alchaidarum. Quod per illud correlarium concluditur uerum esse, siue figura duodecim basium & figura uiginti basium sint ab eadem sphæra circunscripti biles ut proponitur, siue etiam fuerint circunscriptibiles à diuersis sphæris, proponitur autem prout hæ figuræ sunt circunscriptibiles ah eadem sphæra, quoniã hoc modo ualet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis ueritas sic patet. Constat enim ex 6 huius quod trigincuplum a d in b c, æquũ est omnibus dodecedri pariter acceptis cuius pentagonus a est una ex 12 superficiebus. Et ex hac 7 constat similiter q᷑ trigincuplũ e h in f g, æquũ est oĩbus superficiebus icosedri pariteracceptus, cuius trigonus e est una ex 20 basibus siue illud dodecedron & istud icosedron eadem sphæra circunscrihat. siue diuerse, itaque proportio trigincupli a d in b c ad omnes superficies illius dodecedri pariter acceptas, est sicut trigincupli e h in f g ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, utrobiq; enim est proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplum a d in h c ad trigincuplũ e h in f g, sicut oẽs illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri, & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplum, est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per 11 quinti quod proportio omnium superficierum illius dodecedri ad omnes sup̃ficies huius icosedri. est eius quod fit ex a d in b c, ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

8 Eucli. ex Camp. Propositio 8

PRoportio cuoctarom superficierum corporis duodecim basium pariter acceptarum ad conctas superficies corporis uiginti basiũ pariter acceptas, quæ ab nna sphæra ambo circunscribuntur, est taoquam proportio lateris cubi quem circunscribit eadem sphæra, ad latus triaoguli ipsius corporis uiginti basium.

CAMP.

CAMPANVS. Vt ab huius octauæ demonstrationis 14 libri processu ambiguitas omnis abscedat, istud præscire oportet. Quod si aliqua linea secundum proportionē habētem medium duoq́ extrema fuerit diuisa, & ex medietate eius tanquā dimidium suæ maioris portionis detrahatur, ipsa quoq́ medietas secundum proportionem habentem medium duoq́ extrema diuisa erit, & eius maior portio est tanquā dimidium maioris suæ duplæ. Verbi gratia. Sit a b diuisa secūdum proportionem habentem medium duoq́ extrema, in c, & maior eius portio sit a c, & sit d e tanquam dimidium a b, & d f tanquam dimidium a c. Dico ergo quod d e diuisa est in f secūdum proportionē habentem medium duoq́ extrema, & maior portio eius est d f, constat enim ex 15 quinti quod proportio a b ad a c, est sicut d e ad d f, uidelicet, duplum ad duplum tanquā simplum ad simplum. Quare permutatim a b ad d e, sicut a c ad d f, igitur per 19 quinti c b ad f e, sicut a b ad d e. Estq́ c b, dupla ad f e, sic enim est a b ad d e. Cum igitur tota a b sit dupla ad totā d e, & singulæ partes a b ad singulas partes d e, erit ex 15 quinti & prima eiusdem & diffinitione lineæ diuisæ secundū proportionē habentē medium duoq́ extrema, linea de diuisa in f, quemadmodū proponitur.



Nunc igitur demonstrationi eius quod propositū insistamus. Ad cuius exemplum sit a b c circulus cuius centrum d, circūscribens pentagonum dodecedri & trigonum icosedri, quæ ambo pariter eadem sphæra circumscribit & concludit, nam ex 5 huius manifestum est, quod idem circulus huius pentagonū & illius trigonum circūscribit. Sit autem linea a b, latus pentagoni, & linea a c, trigoni, sitq́ linea h, tanquā latus cubi ab eadem sphæra circūscripti. Dico itaq́ quod proportio omnium superficierū dodecedri pariter acceptarū ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, est sicut linea h ad lineam a c. producatur quidem à centro d, perpendicularis ad a b, quæ transeat usq́ ad circūferentiam, secans a b in puncto e, & arcum eius in puncto f, hanc autē perpendicularē constat diuidere per æqualia tam lineam a b quàm eius arcum, chordā quidem a b per secundā partem 3 tertij, arcum uero eius per 4 primi & 27 tertij. Est igitur arcus f a decima pars circūferentiæ. Subtendatur itaq́ sibi chorda a f, quæ erit latus decagoni æquilateri eiusdem circuli, erit igitur ex 9 tredecimi linea constans ex d f, f a, diuisa secundum proportionem habētem medium duoq́ extrema, & maior portio eius erit linea d f. At uero ex prima huius, d e, est æqualis dimidio d f, dimidioq́ f a in longum directumq́ cōiunctis. Sit igitur d g perpēdicularis ad a c, eritq́ ex correlario 8 tredecimi, g d, tanquā dimidium d f. Itaq́ si a linea d e quæ est tanquā dimidium d f a, cum d f & f a sit linea una, detrahatur æqualis d g quæ est tanquam dimidium d f, erit per illud quod ante hoc probatum est, linea d e diuisa secundum proportionem habentem medium duoq́ extrema, & maior portio erit tanquam g d. Ex demōstratione autem 17 tredecimi constat, quod si linea h quæ est latus cubi diuidatur secundum proportionem habentem medium duoq́ extrema, maior portio eius erit tanquam a b quæ est latus pentagoni figuræ 12 basium. Itaque per 2 huius, proportio h ad a b, est sicut d e ad g d, quare per primam partem 15 sexti, quod prouenit ex h in g d, æquum est ei quod fit ex a b in d e. Ex correlario autem præmissæ manifestum est, quod proportio omnium superficierū dodecedri cuius latus a b pariter acceptarū ad omnes superficies icosedri, cuius latus a c, pariter acceptas, est sicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud q̃d fit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiusdē, proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, est sicut omnium superficierum illius dodecedri ad omnes huius icosedri. At uero eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, est per 1 sexti, sicut h ad a c. Itaq́ per 11 quinti proportio omnium superficierū illius dodecedri ad omnes huius icosedri, est sicut h ad a c, quod est propositū. Hoc ipsum aliter probare poterimus, si ad ipsum huius antecedens necessarium præmiserimus, quod est.





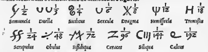
Si circulo cuilibet pentagonus æquilaterus inscribatur, rectangulum quod sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dextante ipsius lineæ an-

gulum ipsius pentagoni subtendentis continetur, eidem pentagono æquũ esse ex necessitate oportet.

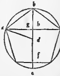
Maiores nostri unũ quodq; integrum in 12 partes æquales intellectu & ratione diuiserunt, omnesq; eas simul hoc est ipsum totum, assem uocauerunt, undecim uero earũ dixerũt deuncem: decem autem, dextantem, nouem, dodrantem, octo uero, bisse, at septem, septantem uel septuncem, sex autẽ semis, quinq;, quincuncẽ, quatuor, trientem: tres autem, quadrantẽ, duas uero sextantem, unam autem appellauerũt unciam, easq; per ordinẽ talibus designauere figuris, quæ sæpissime inueniũtur in antiquis libris.



Vnciam quoq; quam duodecimã partem assis fore diximus, in alias cursus 12 fractiones, sed alia uia diuiserunt, nam medietatem unciæ, dixerunt semunciam, tertiam uero duellam, quartam sicilicum, sextam sexculam, octauam dragmam, duodecimã semissiclam, decimamoctauã tremissem, uigesimamquartã scrupulum, quadragesimãoctauã obulum, septuagesimãsecundam bissiliquã nonagesimãsextam, ceracem. Vltimam uero quæ est centesima quadragesimaquarta pars ipsius unciæ, siliquam nominauerũt. His autem 12 fractionibus unciæ posteriores adiunxere calcum, est autem calcus centesima nonagesimasecunda pars unciæ. Cuius additionis causa fuit, ut usque ad minimũ extremũ diatesseron & diapente symphoniarũ tonorum semitonorumq; interuallis distinctarum, harum fractionum denominatio conscenderet uel contenderet. & ipsas omnes secundum ordinem talibus annotauere figuris.



Eius ergo quod dicitur, sensus est. Quod si in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inscribatur, illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; sextas lineæ subtẽdentis unum ex angulis inscripti pentagoni, æquale est pentagono. Verbi gratia. Sit circulus a b c sicut centrum d, eiq; ex 11 quarti inscribatur pentagonus æquilaterus, cuius duo latera unũ ex suis angulis continẽtia sint a b & b c, & angulo b subtendatur linea a c, & protrahatur diameter b d e secans lineam a c per æqualia in pũcto g, sitq; d f medietas d e, & g h dupla ad h c, eritq; b f dodrans diametri, est enim tres quartæ ipsius, & a h erit dextans uel sextãs a c, est enim 5 sextæ eius, protrahatur autẽ linea a d: dico q; illud quod prouenit ex b f in a h, est æquale pentagono inscripto circulo. Cum enĩ a g sit perpendicularis ad b d, erit ex 41 primi & illud quod prouenit ex b d in a g, duplum ad triangulũ a b d, ideoq; quod prouenit ex b f in a g, triplum erit ad eundem triangulũ, & quod prouenit ex b f in h g, duplum, & ex b f in totam a h, quincuplum. Cum itaq; totus pentagonus quintuplus sit ad eundẽ triangulũ, constat q; istud quod fit ex b f in a h, est æquale pentagono. Et illud erat demõstrandum.



Quod igitur ex principio propositum est, nunc alia uia (sicut promisimus) demonstremus. Sint itaq; circulo cuius centrũ h, inscripti, pentagonus figuræ 12 basium & trigonus figuræ 20 basium, quas eadem sphæra circũscribit. Constat enim ex 5 huius, quod huius dodecedri pentagonus, & illius icosedri trigonus, ab eodem circulo circũducentur, sitq; pentagonus a b c d e, & trigonus a f g, & angulo a pentagoni subtendatur linea b e, quæ ex demonstra-

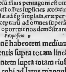
demõstratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem sphæra cõcludit, protrahatur itaq; diameter a h k, secans orthogonaliter & per æqualia utranq; duarũ linearũ b e & f g, hanc quidem in puncto l, illam uero in puncto m. Dico ergo q; proportio omnium superficierũ dodecedri ad omnes icosedri, quorũ pentagonus & trigonus proposito circulo sunt inscripti, est sicut lineæ b e, quæ est latus cubi ab eadem sphæra conclusi, ad lineam f g quæ est latus trigoni icosedri. Constat enim ex correlario 8 tredecimi, q; linea h m est dimidiũ lineæ a h, ideoq; a n erit dodrans diametri a k, est enĩ eius tres quartæ. Sit ergo l n dupla ad n e, eritq; b n dextans b e, est enim quinq; eius sextæ. Itaq; per præmissum antecedens, quod prouenit ex a m in b n, erit æquale pentagono a b c d e, q̃d autẽ prouenit ex a m in m f, est æquale triangulo a f g. Igitur ex 1 sexti, proportio pẽtagoni ad trigonũ, est sicut b n ad m f, quare duo decupli illius pentagoni ad uigincuplũ istius trigoni, sicut duodecupli lineæ b n ad uigincuplũ lineæ m f, quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifestum est. Duodecuplũ autem b n, est tanq; decuplũ b e, nam 12 dextantes, coæquãt 10 asses, hoc est 10 tota: uigincuplũ uero m f, est tanq; decuplũ f g, nam f g est dupla ad m f. Igitur duodecupli istius pentagoni ad uigincuplũ istius trigoni, est sicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplũ illius pentagoni est omnes superficies dodecedri, uigincuplũ autem huius trigoni est om̃es sup̃ficies icosedri, & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplũ f g, sicut b e simplæ ad f g simplam, erit per 11 quinti, proportio omniũ superficierũ dodecedri pariter acceptarũ ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, sicut b e ad f g. Et hoc est quod oportuit nos demõstrare.



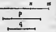
Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 Diuisa qualibet linea secundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema, erit proportio lineæ potentis supra totam lineã eiusq; maiorem portionẽ ad lineam potentem supra totam eiusdemq; minorem portionẽ, tanq; proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis uiginti basium ona cum cubo ipso in eadem sphæra contenti.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa secũdum proportionẽ habẽtem medium duoq; extrema, & maior portio sit linea a c, & super centrũ a secundũ quantitatẽ lineæ a b describatur circulus d b e, eiq; inscribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus cuius unũ latus sit d e, & ex secũda eiusdem triangulus æquilaterus cuius unũ latus sit d f, & uni ex angulis pentagoni qui sit d, subtendatur linea e g. Constat igitur ex 5 huius, q; sphæra circũscribẽs dodecedron cuius pentagoni latus est d e, circũscribit simul icosedron cuius triãguli latus est d f, & ex demõstratione 17 tredecimi manifestũ est, q; eadem sphæra circũscribit cubum cuius latus est e g. Sumatur ergo linea b potens super totam a b & eius maiorem portionẽ a c, & sumatur k potẽs super totam a b & minorẽ eius portionẽ b c. Dico itaq; q; proportio e g ad d f, hoc est lateris cubi ad latus triãguli icosedri una cum ipso cubo ab ipsa sphæra contenti, est sicut b ad k. Constat quidem quod ex correlario 15 quarti, q; a b est tanq; latus hexagoni æquilateri circulo b d e inscripti. Igitur ex 5 huius, a c est tanq; latus decagoni eiusdem circuli. Itaq; per 10 tredecimi, d e potens est super totam a b & eius maiorẽ portionẽ a c, quare d e est æqualis b, nam quadratũ utriusq; earũ, tantũ est quantũ quadrata duarũ linearũ a b & a c pariter accepta. Patet autẽ ex 8 tredecimi, q; d f est tripla potentialiter ad a b, at uero ex 5 eiusdẽ patet, q; k quoq; tripla est potentialiter ad a c. Ergo ex secũda parte 22 sexti, proportio d f ad a b, est sicut k ad a c, quare permutatim d f ad k, sicut a b ad a c. Et quia ex demõstratione 17 tredecimi, manifestũ est q; si e g diuidatur secundum proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema, maior portio eius erit tanq; d e, erit per secũda, huius proportio e g ad d e, sicut a b ad a c, quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e, sicut d f ad k, & permutatim e g ad d f, sicut d e ad k. Et quia per primã partem 7 quinti, d e ad k, sicut b ad k, eo q; d e & b sunt æquales, erit per 11 quinti e g ad d f, sicut b ad k.



Quod est propositū. Non solum autē est proportio e g lateris cubi ad d f latus trianguli icosedri sicut h ad k, immo simpliciter sicut quarūlibet duarū linearū unius ad alteram, quarū altera potest super totam quālibet lineam diuisam secūdum proportionē habentē medium duoq; extrema & super eius maiorem portionē, altera uero super totam & eius minorē portionē, nam singularū linearū talium est proportio una. Verbi gratia, maneāt priores hypotheses circa lineas a b, h, & k, & sumatur quoq; quælibet alia linea quæ sit l m, diuisa secundum proportionē habentē medium duoq; extrema in n, & portio maior sit l n, sitq; linea p potens super totam l m & eius maiorē portionē l n, & linea q sit potens super totam l m & eius minorē portionē m n. Dico ergo q; proportio p ad q, est sicut h ad k. Constat enim ex 3 huius, q; b a ad a c, est sicut l m ad l n, ergo per primam partem 22 sexti, quadrati b a ad quadratū a c, est sicut quadrati m l ad quadratū n l, quare coniunctim quadrati h ad quadratū a c, sicut quadrati p ad quadratū l n, & permutatim quadrati h ad quadratū p, sicut quadrati a c ad quadratū l n. Eodem argumētationis genere sequitur q; proportio quadrati k ad quadratū q, est sicut quadrati c b ad quadratū n m. Et quia ex 3 huius & prima parte 22 sexti, quadratū a c ad quadratum l n, sicut quadratū c b ad quadratū m n, erit ex 11 quinti quadratū h ad quadratū p, sicut quadratū k ad quadratū q, quare per secūdam partē 22 sexti h ad p, sicut k ad q. Et permutatim h ad k, sicut p ad q. Quod erat demonstrandū. Et ne quisquā dubitationis locus ea quæ demōstranda restant obfuscet, præmittenda adhuc duximus quædam, quibus sequentia firmo demonstrationis robore inconcussa permaneant.



Si aliqua plana superficies sphærā quālibet secet, cōmunis sectio planæ supficiei secantis & curuæ supficiei sphæræ erit circūferētia continēs circulū.

Sit igitur aliqua plana superficies secans spherā, & sit linea a b cōmunis sectio superficiei secantis & superficiei sphæræ, dico q; linea a b est circūferētia circuli. Aut enim centrū sphæræ est in plana superficie secante, aut extra. Quod si fuerit in ea, ponatur ubicunq; contigerit, & sit c. Quia ergo tota linea a b est in superficie sphæræ, & quia omnes lineæ ductæ à centro sphæræ ad ipsius circūferentiam sunt æquales quemadmodū constat ex diffinitione sphæræ, sequitur ut omnes lineæ ductæ à puncto c ad lineam a b sint æquales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea a b, circulus, & eius centrū est c, uidelicet, idem quod centrū sphæræ. Si autē centrū sphæræ fuerit extra superficiē secantē, ponatur ergo ubilibet quod sit d, à quo secūdum doctrinā 11 undecimi, ducatur linea d c ppendicularis ad supficiem secantē, & protrahātur ab eodem centro d, duæ lineæ rectæ quomodocunq; cōtingat ad lineam a b, quæ sint d a & d b, & iungatur c cum a & cum b, erūtq; duæ lineæ d a & d b æquales, eo q; ipsæ sunt à centro sphæræ ad superficiē eius. Ex diffinitione autē lineæ perpēdicularis ad superficiē manifestum est, q; anguli d c a ad d c b sunt recti, ideoq; ex penultima primi, & ista cōmuni scientia (quæ æqualibus sunt æqualia inter se sunt æqualia) erunt quadrata duarū linearū c d & c a pariter accepta, æqualia quadratis duarū linearū d c & c b pariter acceptis, dempto itaq; utrinq; quadrato d c, erit quadratū c a æquale quadrato c b, quare & linea c a, lineæ c b. Eodem argumētationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto c ad lineam a b, esse æquales. Ergo ex diffinitione circuli, superficies quam continet linea a b, est circulus, & eius centrum est c, quod est propositū.

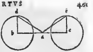


Ex hoc itaq; manifestū est, q; cum superficies secat sphæram super centrū eius, sector proueniēs in superficie sphæræ est linea continēs circulū, cuius centrū est centrū sphæræ. Cum autē superficies secat sphærā non super centrū eius, sector quoq; proueniēs in superficie sphæræ, est linea continēs circulū cuius centrū est punctus ille in quo incidit perpēdicularis ducta à centro sphæræ ad superficiē secantē. Amplius autem dico

Si in sphæra aliqua fuerint circuli æquales, perpēdiculares ductæ à centro sphæræ ad superficies illorum circulorū erunt adinuicem æquales.

Sint in sphæra cuius centrum a, signati duo circuli b & c æquales, quorū superficies

protra-



protrahātur à centro sphæræ, uidelicet, à puncto a, ꝑpendiculares, secundū ꝙ docet 11 undecimi, ad hūc quidē a b, ad illum autē a c. Dico ꝙ duæ lineæ a b & a c sunt æquales. Protrahātur enim à punctis b & c singulæ lineæ rectæ ad circūferētias illorū circulorū prout libuerit, in hoc quidē b d, in illo autē c e, & iungatur a cum d & cū e, eritq́ ex diffinitiōe lineæ supra superficiē perpēdiculariter stantis, uterq́ duorū angulorū a b d, a c e rectus. At uero ex secūda parte præmissi correlarij manifestū est, ꝙ duo pūcta b & c sunt centra circulorū b, c, ideoq́ ꝙ duæ lineæ b d & c e sunt semidiametri eorū, qui circuli cū ponātur æquales, sequitur ex diffinitiōe æqualiū circulorū has semidiametros esse æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e sunt æquales, quia sunt ductæ à centro sphæræ ad eius superficiē, erūt ex penult. primi duæ perpendiculares a b & a c æquales. Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositū redeamus. Euch. ex Camp. Propositio 10

10 **P**Roportio corporis dodecedri ad corpus icosedri, quæ ambo unà eademq́ sphæra includit, est sicut omnium superficierū eius pariter acceptarū ad omnes superficiēs illius pariter acceptas.

CAMPANVS. Hoc est quod superius post demonstrationē 4 huius, auctoritate Aristei & Apollonij cōmemorauimus, cuius demōstratio ex ijs quæ præmissa sunt, euidenter elicitur. Ex 5 quidē huius manifestū est, ꝙ circuli quorū alter circūscribit pentagonū dodecedri, reliquꝰ uero trigonū icosedri, quæ ambo corpora sphæra una coercet, sunt adinuicē æquales. Itaq́ erunt perpendiculares à centro sphæræ ad sūpficies omniū circulorū circūscribentiū pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icosedri in eorū centra cadētes, adinuicē æquales, sicut ex præmissis manifestū est, nam omēs hi circuli, teste 5 huius sicut dictū est, æquales sunt sibi adinuicē. Pyramides igitur quarū sunt bases pētagoni dodecedri, & coni earū similiter centrū sphæræ, ac pyramides quarū bases sunt trigoni icosedri & coni earū similiter centrū sphæræ, sunt æque altæ. Cunctarū quidem pyramidū altitudinē, mensurāt uel determināt à conis ad bases perpēdiculares cadētes. Pyramides autē æque altas, suis basibus ꝓportionales esse oportet, quēadmodū in 6 duodecimi probatū est. Itaq́ ꝓportio pyramidis cuius pentagonus dodecedri, ad pyramidē cuius basis trigonus icosedri, est sicut istius pētagoni ad hūc trigonū, ideoq́ per 24 quinti, ꝓportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pentagonus dodecedri ad pyramidē cuius basis trigonus icosedri, sicut duodecupli illius pētagoni ad hūc trigonū, hæ autē 12 pyramides quarū sunt bases 12 pentagoni dodecedri, sunt tanq̄ totum corpus ipsius dodecedri, at 12 pētagoni tanq̄ omnes sūpficies eius, itaq́ ꝓportio corporis dodecedri ad pyramidē cuius basis est trigonus icosedri, est sicut ꝓportio omniū superficierū dodecedri ad trigonū icosedri. Quare rursus ex 24 quinti, ꝓportio corporis dodecedri ad uigincuplū illius pyramidis cuius basis est trigonus icosedri, est sicut omnium sūpficierū dodecedri ad uigincuplū trigoni icosedri. Cū igitur uigincuplū huius pyramidis sit tanq̄ totū corpus icosedri, at uigincuplū istius trigoni tanq̄ omnes sūpficies ipsius icosedri, erit ꝓportio corp͞is dodecedri ad corpus icosedri, quæ ambo una eademq́ sphæra cōcludit, sicut ꝓportio omniū sūpficierū corporis dodecedri pariter acceptarū ad omnes sūpficies corporis icosedri pariter acceptas. Hoc autem est prædictorū philosophorū de ꝓportione horū duorū corporū sentētia, fixa solidaq́ demonstratiōe roborata. Cui quoq́ adijciendū est hoc, nam cum ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icosedri una cum ipso cubo ab eadē sphæra cōclusi, sit sicut ꝓportio omniū sūpficierū corporis dodecedri pariter acceptarū ad omnes sūpficies ipsius icosedri in eadem sphæra cōclusi, sicut ex 8 huius demonstratū est, erit ex 11 quinti ꝓportio corporis dodecedri ad corpus icosedri quæ ambo sphæra una circūuoluit, tanq̄ ꝓportio lateris cubi eidemq́ sphæræ inscriptibilis ad latus ipsius trigoni icosedri. Amplius autē quia diuisa qualibet linea secundū proportionē habentē medium duoq́ extrema est ꝓportio lineæ potentis super totam & eius maiorē portionē, sicut lateris cubi alicui sphæræ inscripti ad latus trigoni corporis icosedri ab eadem sphæra circūducti, sicut ex 9 huius demonstratū est, erit etiā ex 11 quinti, ut diuisa qualibet linea secūdum ꝓportionē habentē medium duoq́ extrema sit ꝓportio lineæ potentis super totam & eius maiorē portionē ad lineam potentē super totam & eius minorē portionē, ueluti proportio corporis dodecedri ad corpus icosedri quæ ambo una atq́ eadē sphæra circūscribit. Ex dictis igitur manifestū est ꝙ proportio lateris cubi alicui sphæræ inscripti ad

latus trigoni icosedri ab eadem sphæra circũscripti, item proportio cunctarũ superficierũ dodecedri ad cunctas superficies icosedri quæ ambo eadem sphæra circũscribit, & rursus proportio lineæ potenns super quamlibet lineam diuisam secundũ proportionẽ habentẽ medium duoq́ extrema, & super eius maiorem portionẽ ad lineam potentem super eandem & super eius minorẽ portionẽ, itaq; iterum proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron quæ ambo una eademq́ sphæra coercet, est proportio una. Mirabilis itaq; est potentia lineæ secundũ ꝓportionẽ habentem medium duoq́ extrema diuisæ. Cui cum plurima philosophantiũ admiratione digna cõueniant, hoc principiũ uel præcipuũ ex superiorũ principiorũ inuariabili procedit natura, ut tam diuersa solida tum magnitudine tum basium numero tum etiã figura, irrationali quadam symphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonstratũ est ꝙ proportio dodecedri corporis ad icosedron corpus quæ ambo sphæra una coambit, est quasi proportio lineæ potentis super quamlibet lineam secundũ præfatam proportionẽ diuisam & super eius maiorẽ partem, ad quamlibet lineam potentẽ super eandem & eius minorẽ partem. Quoniam uero de tribus cæteris corporibus regularibus nihil adhuc diximus, studeamus de ipsis aliquid dicere. *Eucl. ex Camp.* *Propositio 11*

11 IN omni triangulo æquilatero si ab uno angulorũ eius perpendicularis ad basin ducatur, latus eiusdem trianguli ad ipsam perpendicularẽ potentialiter sesquitertiũ esse conuenict.

CAMPANVS. Sit enim triãgulus æquilaterus a b c, ducaturq́; ab angulo a, linea a d, perpendicularis ad basin. Dico ꝙ a b est potentialiter sesquitertiũ ad a d. Sunt quidem ex 5 primi, duo anguli b & c æquales. Et quia anguli ad d sunt recti, erit per 26 primi, linea b c diuisa per æqualia in puncto d. Itaq; ex 4 secũdi quadratũ b c, quadruplũ ad quadratũ b d, ideoq́; etiam quadratũ a b, q̃druplũ est ad quadratũ b d, est enim triangulus æquilaterus. Quare per penult. primi, quadrata duarũ linearũ a d & b d pariter accepta, quadruplũ sunt ad quadratũ b d. Itaq; quadrarũ a d, triplũ est ad quadratũ b d. Constat ergo propositũ.



Eucl. ex Camp. *Propositio 12*

12 OMnis trigonus æquilaterus cuius est latus rationale, superficies medialis esse probatur.

CAMP. Sit ut prius, triangulus a b æquilaterus, & sit latus eius a b rationale siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico itaq; ꝙ ipse triangulus est superficies medialis. Ducatur enim perpẽdicularis ad a b, angulo a, ad basin, eritq́; ex præmissa & ex 6 decimi, & diffinitiõe sꝑficiei rationalis, quadratũ lineæ a d rationale, & linea a d rationalis in potentia. Ipsa autẽ ex ultima parte decimæ mediante præmissa erit incõmensurabilis lineæ a b, ideoq́; & linea b d, quæ est tanq̃ eius dimidiũ. Sunt itaq; duæ lineæ a d & b d rationales, potẽtialiter tantum cõmunicantes, igitur ex 19 decimi, superficies unius earũ in alterã est medialis. Cumq́; superficies unius earũ in alterã sit æqualis trigono a b c, constat uerũ esse quod diximus.



Eucl. ex Camp. *Propositio 13*

13 CVnctæ superficies utriuslibet duorum solidorũ, quorũ alterũ est pyramis quatuor basium ttiangulariũ & æquilaterarũ, reliquum uero est corpus octo basium triangulariũ & æquilaterarũ pariter acceptæ, si diameter sphæræ ea circũscribentis rationalis fuerit, componũt superficiem medialem.

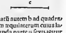
CAMPANVS. Nam si diameter sphæræ alterum duorum propositorũ corporum circũscribentis fuerit rationalis siue in longitudinẽ siue in potentia tantum, erit ex correlario 13 tredecimi libri, latus pyramidis rationale in potentia, & ex correlario eiusdem 15, latus quoq; corporis octo basium rationale in potentia, quare per præmissam, trianguli qui sunt bases utriuslibet corporis, erunt superficies mediales. Et quia trianguli utriuslibet eorum sibi ad inuicem sunt æquales, erunt ex 21 decimi, omnes superficies utriuslibet eorum pariter acceptæ componentes superficiem medialem, quemadmodum proponitur.

Eucl. ex

Eucli. ex Camp. Propositio 14

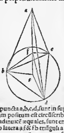
14 SI tetrachedron & octoedron una eademq; sphæra circũscribat, erit una ex basibus tetrachedri sesquitertia ad unam ex basibus octoedri. Omnes autẽ bases octoedri pariter acceptas ad omnes bases tetrachedri pariter acceptas, sesquialterã proportionẽ habere necesse est.

CAMPANVS. Sit aliqua sphæra cuius diameter a, circũscribens pyramidẽ cuius latus b, & octoedron cuius latus c. Dico itaq; quod trigulus æquilaterus cuius latus b, sesquitertius est ad triangulũ æquilaterũ cuius latus c, & quod superficies quã componunt octo trianguli æquilateri cuiusq; quorum est latus c, sesquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli æquilateri cuiusq; quorũ est latus b. Constat enim ex correlario 11 tredecimi, quod quadratũ a ad quadratũ b, est sicut 6 ad 4, igitur e conuerso quadratum b ad quadratum a, sicut 4 ad 6. Ex correlario uero 11 eiusdem manifestũ est, quod quadratum a ad quadratũ c, sicut 6 ad 3. Itaq; per æquam proportionalitatẽ quadratum b ad quadratum c, sicut 4 ad 3. Quadratũ autem b ad quadratum c, est sicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, utrobiq; enim est sicut b ad c proportio duplicata ex secunda parte 18 sexti, igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterũ cuius latus c, sicut 4 ad 3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter elicitur secũda. Erit enim per conuersam proportionalitatẽ trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonum æquilaterum cuius latus b, sicut tria ad quatuor, ideoq; octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est sicut octuplum ternarij ad quadruplũ quaternarij, hoc autem sicut 24 ad 16. Et quia octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, est omnes bases octoedri cuius latus c, & quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est omnes bases pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 est sesquialtera, sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octoedri cuius latus c, ad superficiem quam componunt omnes bases pyramidis cuius latus b, sesquialtera (sicut diximus) in proportione respiciat.



Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 PYramide quatuor basium triangulariũ atq; æquilaterarũ intra sphæram quamlibet collocata, si a quolibet angulorum eius per centrum sphæræ recta linea ad basin ducatur, in centrum circuli basin circũscribentis eam cadere, atque eidem basin perpendiculariter insistere necessario comprobatur.



CAMPANVS. Sit pyramis a b c d, quatuor basium triangulariũ atq; æquilaterarũ, intra sphæram aliquam cuius centrũ sit f, collocata, & cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius, & quilibet quatuor triangulorũ esse basis, imaginemur nũc eius solidum angulũ a esse conũ, & triangulũ b c d imaginemur esse basin, atq; huic basi intelligamus circũscriptũ esse circulum b c d, dehinc a pũcto a quem imaginati sumus conum pyramidis, ducamus ad basin b c d, lineam rectam transeuntẽ per punctum f, qui est centrum sphæræ circũscribentis pyramidẽ de qua disputamus, & occurrat hæc linea superficiei b c d quam imaginati sumus basin pyramidis, super punctũ e. Dico igitur q; punctũ e est centrũ circuli b c d, & q; linea a f e est perpendicularis ad superficiem b c d. Producã enim lineas f b, f c, f d. Et quia quatuor puncta a, b, c, d, sunt in superficie sphæræ cuius centrum f, propter hoc q; illam sphæram positum est circũscribere hanc pyramidẽ, erunt omnes quatuor lineæ f a, f b, f c, f d, adinuicẽ æquales, sunt enim ductæ a centro sphæræ ad eius superficiem. Ergo quia duo latera a f & f b triãguli a f b,

sunt æqualia duobus lateribus a f & f c trianguli a f c, & basis a b basi a e, nam pyramis posita est æquilatera, erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f c, ideoq; per 4 primi, angulus quoq; b f e, erit æqualis angulo c f e. Eodem modo probabis angulum d f e esse æqualē angulo c f e, necesse est enim ex 8 primi, ut angulus a f d sit æqualis angulo a f c. Quare per 4 primi angulus quoq; c f e, erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli c f e, d f e, adinuicē æquales. Protractis igitur lineis e b, e c, & e d, sequitur ex 4 primi bis assumpta eas esse adinuicem æquales, ideoq; per 9 tertij punctus e, est centrum circuli b c d. Et quia perpēdicularis ducta a centro sphæræ ad superficiē cuiuslibet circuli eam secantis, cadit super centrū eiusdem circuli, sicut ex ijs quæ præmissa sunt uidelicet ex ijs quæ 10 huius immediate præcedunt didicisti, conuincitur lineam a f e esse perpendicularē ad superficiem circuli a b c, quēadmodum proponitur. Sin autem, erunt eiusdem circuli duo centra, quod natura tanquam impossibile exhorruit.

Eucli ex Camp. Propositio 16

16 SOlidum octo basium triangulariū atq; æquilaterarū quod ab aliqua sphæra circūscribitur, diuisibile est in duas pyramides æque altas quarū altitudo æqualis est semidiametro sphæræ, basis autem utriusq; quadratū quod est subduplum quadrato diametri sphæræ.



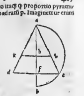
CAMPANVS. Esto corpus octo basium triangulariū atque æquilaterarū cuius sex anguli sint a, b, c, d, e, f, circūscripta a sphæra cuius centrū g. Constat itaq; q; sex puncta a, b, c, d, e, f, sunt in superficie sphæræ cuius centrum g. Si igitur centrū g iungatur cum quolibet horum sex punctorū, erunt duæ lineæ iungentes ipsum eis adinuicem æquales, cum ipsæ sint a centro sphæræ ad superficiē. Cum aūt ex correlario 15 tredecimi, sit diameter sphæræ potētialiter dupla ad latus huius corporis, erit ex - secundi latus huius corporis potētialiter duplū ad semidiametrū sphæræ. Quadratū ergo e f, duplum est ad quadratū ipsius c e, ideoq; æquale duobus quadratis duarū linearū e g & g f. Itaq; per penultimā primi angulus c g f, est rectus, eadem ratione quisq; angulorū f g d, d g e, & e g c, est rectus, quare per 14 primi, & c g d, & f g e, est linea una, igitur ex 2 undecimi quinq; puncta c, f, d, e, g, sunt in superficie una. Manifestū est autem ex 5 primi & 32 eiusdē q; quilibet quatuor angulorū c, e, d, e, f, est rectus, igitur ex diffinitione quadrati, supficies c e d f est quadrata. Et quia latus eius est latus propositi corporis, constat ex correlario 15 tredecimi, istud quadratū esse subduplum quadrato diametri sphæræ. Consimili quoq; ratiocinatione constat utranq; duarum linearū a g & g b, cum qualibet quatuor linearū c g, f g, d g, e g, continere angulum rectum, ideoq; ex 4 undecimi utranq; earum esse perpendicularē ad superficiē c e d f, & ambas scilicet a g & g b per 14 primi cōponere lineā unam. Diuisum est igitur propositū corpus in pyramidem a c f d e cuius basis quadratū c e d f quod est subduplū quadrato diametri sphæræ, & etiam altitudo linea a g quæ est semidiameter sphæræ, & in pyramidem b c f d e cuius basis est prædictum quadratū, & eius altitudo linea g b quæ est semidiameter sphæræ. Et hoc est quod oportebat ostendere.

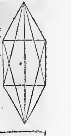
Eucli ex Camp. Propositio 17

17 PYramidē quatuor basium triangulariū atq; æquilaterarū sphæra aliqua circūscribente, erit ꝓportio tetragoni qui sub linea potentialiter subsesquitertia ad dodrantē lateris ipsius pyramidis & sub linea superquincupartiente uicesimasseptimas eius dodrantis cōtinetur, ad quadratū diametri sphæræ, sicut corporis ipsius pyramidis ad corpus octo basiū triangulariū atq; æquilaterarū, quæ ambo eadē sphæra circūducant.

CAMPANVS Sit sphæra cuius diameter a b & centrū h, circūscribens pyramidem quatuor basium triangulariū atq; æquilaterarū a c d, & corpus octo basium triangulariū atq; æquilaterarū quod sit e, sitq; linea l m potētialiter subsesquitertia ad dodrantē lineæ a c quæ est latus pyramidis, & linea m n contineat dodrantem prædictum & eius quinq;

quinque uicesimasseptimas, sit p quadratũ diametri a b. Dico itaque q̃ proportio pyramidis a c d ad octoedron e, est sicut superficiei l m in m n, ad quadratũ p. Imaginemur enim solidum angulũ a esse conum pyramidis, & basin pyramidis cuius unũ latus est d c, secare diametrũ sphæræ in puncto f, eritque (quemadmodũ ex ratiocinatione 13 tredecimi manifestũ est) a f dupla ad f b. Cumque etiã a b sit dupla ad b h, erit ex 19 quinti b f dupla ad h f, ideoque a f, quadrupla ad f h. Imaginemur igitur superficiẽ secantem pyramidẽ a c d, super centrũ sphæræ æquidistanter basi ipsius, sitque linea g k cõmunis sectio huius superficiei & triãguli a c d, eritque ex 17 undecimi proportio c a ad a g, sicut f a ad a h. igitur c̃a ad a g, sicut 4 ad 3, sic enim est ex euersa proportionalitate f a ad a h. Constat etiam ex secũda parte 29 primi, & 16 undecimi, & 10 eiusdem, & prima parte 2 sexti, & diffinitione similium superficierũ & similium corporũ, q̃ pyramis a g k est similis pyramidi a c d, ideoque ex 8 duodecimi proportio pyramidis a c d ad pyramidẽ a g k, est sicut c a ad a g triplicata, quare sicut 4 ad 3 triplicata. Constat autem ex 2 octaui, q̃ proportio 4 ad 3 triplicata, est sicut 64 ad 27. Itaque proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k, est sicut 64 ad 27. Fiat ergo triãgulus æquilaterus q r s ex linea æquali a g, quam constat esse dodrantẽ lineæ a c, & producatur linea q r perpendicularis ad r s, erit ex 11 huius linea q t potẽtialiter subsesquitertia ad lineã q r, ideoque æqualis l m. Adijciatur quoque lineæ r s linea s x, ita q̃ proportio r x ad r s, sit sicut 64 ad 27, diuidaturque r x per æqualia in u, ut sit r u 32 de partibus illis de quibus r s est 27, aut r x 64, eritque r u æqualis m n. Et ducãtur lineæ q u & q x, eritque ex 1 sexti, proportio trianguli q r x ad triangulũ q r s, sicut 64 ad 27. Cumque per eandem triangulus q r x sit duplus ad triangulũ q r u, at ex 41 primi quod fit ex q t in r u, duplum quoque sit ad triangulũ q r u, erit quod fit ex q t in r u (& ipsum est æquale superficiei l n) æquale triãgulo q r x, quare proportio superficiei l n ad triangulũ q r s, est sicut 64 ad 27: ideoque sicut pyramidis a c d ad pyramidẽ a g k. Manifestũ est autem ex 15 huius, q̃ linea a f est perpẽdicularis ad basin pyramidis a c d, ideoque per 19 undecimi linea a h, est etiam perpendicularis ad basin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g k pyramidis, est semidiameter sphæræ. Diuidatur itaque octoedron e, quemadmodũ proponit præmissa, erit itaque utraque duarũ pyramidũ in quas ipsum e diuiditur, æque alta pyramidi a g k, nam singularũ altitudo, est semidiameter sphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æque altæ, suis basibus sunt proportionales, ut in 6 duodecimi demonstratũ est, erit proportio pyramidis a g k ad utranque earũ in quas diuiditur octoedron e, sicut basis eius ad bases earũ. Quare per 24 quinti proportio pyramidis a g k ad totũ octoedron e, est sicut suæ basis quã constat esse æqualẽ triangulo q r s ad bases ambarũ pyramidũ in quas diuiditur e pariter acceptas, quas cõstat esse æquales quadrato diametri sphæræ per præmissam, uidelicet p. Quoniã ergo proportio pyramidis a c d ad pyramidẽ a g k, est sicut ipsius tetragoni l n ad trigonũ q r s, uidelicet 64 ad 27, & pyramidis a g k ad octoedrõ e, sicut trigoni q r s ad quadratũ p, erit per æquã proportionalitatẽ proportio pyramidis a c d ad octoedron e, sicut tetragoni l n ad quadratũ p. Et hoc erat demõstrandũ.







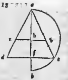




CORRELARIVM. Ex præmissis igitur manifestum est, quod perpendicularis ueniens à centro sphæræ ad pyramidem quatuor basium triangulariũ atque æquilaterarũ circũscribentis ad quamlibet basin ipsius pyramidis, æqualis est sextæ parti diametri sphæræ.

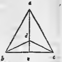
cum

Cum enim cuncti trianguli pyramidē ambientes sint similes & æquales, erūt quoq; circuli ipsos circūscribentes æquales, ideoq; perdendiculares à centro sphæræ ad eosdem circulos in eorū centra, erunt etiam æquales, perpendiculares autē cadentes ad circulos, sunt perpēdiculares ad bases pyramidis, itaq; perpendiculares ad bases. sunt adinuicē æquales. Linea autē h f, est perpēdicularis ad basin pyramidis a c d, quā h f quia constat ex prædictis esse sextā partem diametri a b, relinqtur ergo esse uerū quod per correlariū cōcluditur. Idem aliter demōstrare contingit, si prius hoc antecedēs fuerit stabili ratiōe firmarū.



In omni triangulo æquilatero linea descendens ab uno angulorū eius orthogonaliter supra basin, tripla est ad perpendicularē quæ à centro circuli trigonū ipsum circūscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

Sit enim triāgulus a b c, æquilaterus, sitq; d centrū circuli ipsum circūscribentis, à quo ducantur lineæ ad singulos angulos, quas manifestū est esse æquales, cum sint à centro circuli ad circūferentiam. Sint enim tria puncta a, b, c, in circūferentia circuli ipsum trigonū circūscribentis, ptrahatur autē a d in continuū & directum, quousq; obuiet lateri b c super punctū e. Constat igitur ex 8 primi, q; angulus a d b est æqualis angulo a d c, ideoq; ex 13 primi angulus b d e, est æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi, b e est æqualis e c, & anguli qui sunt ad e, recti. Itaq; d e perpēdicularis est ad b c, ueniens à centro circuli circūscribentis trigonū a b c, & a e perpēdicularis est etiam ad b c, ueniens ab uno angulorū prædicti trigoni. Dico ergo q; a e tripla est ad e d. Constat enim q; tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis est trigono b d c, tetragonus quoq; qui fit ex a e in e b, æqualis est trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus est ad trigonum d b c, eritq; tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 sexti sit proportio tetragoni a e in e b ad trigonū d e in e b, sicut a e ad e d, erit a e tripla ad e d. Quemadmodum proponitur.



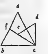
Necesse est ergo ut perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni æquilateri super latus oppositum, transeat per centrum circuli trigonum ipsum circunscribentis.

Nunc itaq; quod promisimus absoluamus. Ad hoc autem imaginemur pyramidem quatuor basium triangulariū atq; æquilaterarū cuius una ex quatuor basibus eius sit trigonus a b c, circunscriptam esse a sphæra cuius centrum d, & protrahatur linea d e perpendicularis ad superficiem trianguli a b c, quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circūscribentis. Dico igitur lineam d e, esse sextam partem diametri sphæræ propositam pyramidem circūscribentis producam enim lineam d c, & lineam c f perpendicularem ad lineam a b, quam c f ex proximo correlario constat transire per punctum e, & ex præmisso antecedente triplam esse ad e f. Constat autem ex 4 secundi quod secūdum quod quadratum diametri sphæræ cuius centrum d, est 36, & quadratum semidiametri d c, 9, ex correlario autem 11 tredecimi est quadratum b c, 24. & per 11 huius quadratum c f, 18. & per præmissam antecedens, quadratum c e, 8. Quia igitur ex penultima primi quadratum d c est æquale quadratis duarum linearum d e & e c, est autem quadratū d c 9, & quadratum c e 8 prout quadratum diametri sphæræ est 36, relinquitur quadratum d e unum, prout quadratum diametri sphæræ est 36: itaque linea e d est unum, prout diameter sphæræ est 6, quod oportebat probare. Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis quod semidiameter sphæræ circunscribentis corpus 8 basium triangularium atq; æquilaterarū tripla est in potentia ad perpendicularem à centro sphæræ circunscribentis ipsum, ad quamlibet suarum basium descendentem. Constat quidem quemadmodū dictum est prius, quod cum omnes bases huius corporis sint æquales & similes, erunt circuli ipsas circūscribentes æquales, ideoq; perpendiculares a centro sphæræ in ipsorum circulorū centra cadentes, erūt adinuicem æquales.



Cumq;

Cumque perpendiculares ad circulos basium, sint quoque perpēdiculares ad bases, sequitur ut perpendiculares à centro sphæræ ad singulas bases, adinuicem sint æquales. Si ergo quod dicimus de perpēdiculari ad unam suarū basium probetur, relinquetur uerum esse quod proponitur. Sit itaque ut prius triangulus a b c una ex basibus octoedri circunscripti à sphæra cuius centrum d, & cætera quoque fiant ut prius. Cum igitur ex correlario 15 tredecimi, diameter sphæræ sit potētialiter dupla ad latus octoedri, sequitur ut latus octoedri sit potētialiter duplum ad semidiametrū sphæræ, ideoque cum quadratum lineæ b c est 12, quadratum lineæ d c quæ est semidiameter sphæræ 6, ex 12 autem huius cum quadratū b c est 12, quadratū c f est 9. Et ex præmisso antecedēte, quadratū c e est 4. Itaque cum quadratū d c quæ est semidiameter sphæræ est 6, quadratū c e est 4. Et quia ex penultima primi quadratū d c est æquale quadratis duarum linearū c e & e d, sequitur ut quadratū e d sit duo, prout quadratū d e est 6. Constat ergo quod diximus.



Eucli. ex Camp. Propositio 18

DVplum qoadrati quod ex diametro sphæræ cubum circunscribentis describitor, æquum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis. Perpeodicularis qooque quæ à centro sphæræ ad quamlibet ex superficiebus cubi producitur, medietati lateris cubi eiusdem æqualis esse ex necessitate coouincitur.

CAMPANVS. Manifestum est enim ex correlario 14 tredecimi, quod diameter sphæræ cubum includentis, tripla est in potentia ad latus cubi. Cum igitur quadratum diametri sphæræ triplum sit ad quadratū lateris cubi, duplum quadrati diametri sphæræ æquū erit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi, sex quadrata quæ ex latere cubi in se producuntur, itaque duplum quadrati diameeri sphæræ, æquum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars. Secundam autem partem, ex 18 & 19 & 40 undecimi libri facile probabis.

CORRELARIVM. Ex his ergo euenire necesse est, ut ex medietate lateris cubi in bisse quadrati producti ex diametro sphæræ ipsum cubum ambientis cubi soliditas producatur.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORUM, deputatus liber de regularium corporum proportione, traditore Hypsicle Alexaodrioo, ac Bartholomæo Zamberto Veoeto ioterprete, qui in ordioe est decimusquartus.

Proœmium.

BAsilides Tyrius Protarche cum Alexandriam petijsset, patrique oostro ob Mathematicas disciplinas familiaris substitisset, cum eo, ipso pestileoriæ tempore diu uersatus est. Et quaodoque discutiendo id quod ab Apollonio scriptum est de dodecahedri & icosahedri in eadem sphæra descriptorū cōparatione, & quam inter se figuræ huiusmodi habeaot ratiooem, uidebatur oaoque Apollonius hæc rectæ mioime cooscripsisse, ipsi uero coodeaotes (quemadmodū paret meus dicebat) perscripserant. Ego uero posterius alium comperi librum ab

α β γ. Et omnia decies. Quod igitur trigesies sub δ ι, β γ, æquũ est uiginti triangulis α β γ, hoc est ipsius icosahedri superficiei. Quare erit sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, sic quod sub γ δ, ζ θ, ad id quod sub β γ, δ ι.



CORRELARIVM. Ex hoc nempe manifestum est, quod sicut ipsius dodecahedri superficies ad ipsius icosahedri superficiẽ, sic quod sub latere pentagoni & sub ea quæ ex centro circa quinquangulum circuli, in ipsam perpendiculari acta, ad id quod sub latere icosahedri & sub ea quæ ex centro circa triangulum circuli, in ipsam perpendiculari acta, in eadem sphæra descriptorum icosahedri & dodecahedri.

Camp. 3 — Eucl. ex Zamb. — Theorema 4 — Propositio 4

4 Hoc demonstrato ostẽdendum est, quod erit ut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic cubi latus ad icosahedri latus.



HYPSICLES ex Zamb. Exponatur (per 2 theorema) circulus cõprehendens & dodecahedri quinquangulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorũ, sitq; δ β γ. & in ipso δ β γ, describatur trianguli æquilateri latus γ δ, quinquanguli uero α γ. & assumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & sit ι, & ab ipso ι, in ipsas δ γ, γ α, perpendiculares excitentur ι ζ, ι θ, & extendatur in rectas lineas ipsi ι κ recta linea κ β, & cõnectatur β γ, ponaturq; cubi latus κ θ. Dico quod est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, sic est θ ι ad γ δ. Quoniam enim utraque simul ι β γ extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est β ι, (per 9 decimitertij) & est quidem utriusque simul ι β γ dimidia ι κ, (per 1 decimiquarti) ipsius autẽ β ι dimidia est ι ζ, & ipsa igitur ι κ extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est ι ζ. Est autẽ & ipsius θ extrema & media ratione diuisæ maius segmentum γ α, sicut in dodecahedro ostẽsum est, sicut igitur θ ad γ α, sic ι κ ad ι ζ, æquũ igitur est quod sub θ, ζ ι, ei quod sub γ α, ι κ. Et quoniã est sicut θ ad γ δ, sic quod sub θ, ι ζ, ad id quod sub γ δ, ζ ι, ei autem quod sub θ, ι ζ, æquũ est quod sub γ α, κ ι, & sicut igitur (per 11 quinti) θ ad γ δ, sic quod sub γ α, κ ι, & ad id quod sub γ δ, ζ ι, hoc est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic θ ad γ δ.

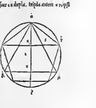
Camp. 1 Aliter ostendere, quod est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic est cubi latus ad icosahedri latus sic descripti,



Esto circulus α β γ, & in ipso circulo α β γ, describantur quinquanguli æquilateri latera α β, α γ, & cõnectatur β γ, assumaturq; (per 1 tertij) centrum ipsius circuli, & sit δ, & ab ipso α in δ cõnectatur recta linea α δ, & extendatur in rectas lineas ipsi α δ recta linea δ ε, ponaturq; ipsius α δ, rectæ lineæ dimidia δ ζ, & κ γ, ipsius κ θ, esto tripla. Dico quod sub α ζ, β θ, æquum est ipsi quinquangulo. Ab ipso enim β, in δ connectatur β δ. Quoniam dupla est α δ, ipsius δ ζ, hemiolia igitur est α ζ ipsius α δ. Rursus quoniam tripla est κ γ ipsius γ θ, dupla est κ θ ipsius θ γ, hemiolia igitur est κ γ, ipsius θ κ. Sicut igitur ζ α ad α δ, sic γ κ ad κ θ, æquum igitur est quod sub α ζ, θ κ, ei quod sub δ α, γ κ. Ipsa autẽ γ κ, ipsi β κ est æqualis, quod igitur sub α δ, β κ, æquum est ei quod sub α ζ, θ κ. Quod autem sub α δ, β κ, bina sunt triãgula sicut α β δ, & quod igitur sub α ζ, κ θ, bina sũt α β δ, quinq; igitur quæ sub α ζ, κ θ, decem sunt triãgula. Decẽ uero triangula, bina sunt pentagona, quinq; igitur quæ sub α ζ, κ θ, binis pentagonis sunt æqualia. Et quoniam dupla est κ θ ipsius θ γ, quod sub α ζ κ θ, duplum est eius quod sub α ζ, θ γ. Duo igitur quæ sub α ζ, γ θ, æqua sunt uni quod sub α ζ, θ κ. Et omnia quinquies, decem igitur quæ sub α ζ θ γ, æqualia sunt quinque quæ sub α ζ, κ θ, hoc est binis pentagonis, quare quinq; quæ sub α ζ, θ γ, æqua sunt uni quinquangulo. Quinquies autem quæ sub α ζ, θ γ, æqua sunt ei quod sub α ζ, θ β, quoniam quincupla est θ β ipsius θ γ, & commune fastigium est α ζ, quod sub α ζ, β θ, igitur æquum est uni pentagono.

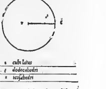
Hoc demonstrato, nunc exponatur circulus comprehendens & dodecagoni pentagonum & icosahedri triangulum, in eadẽ sphæra descriptorũ. Describantur in ipso circulo α β γ, pentagoni æquilateri latera, β α, α γ, & connectatur β γ, & assumatur centrum circuli

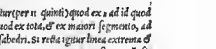
circuli, & sit ι, & ab ipso α in ι connectatur α ι, & extendatur α ι in ζ. Et sit α ι, ipsius ι κ dupla, tripla autem κ γ, ipsius κ ι. Et ab ipso κ, ipsi α ζ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) λ μ, & extendatur in rectas lineas κ δ ipsi κ μ, triãguli ergo æquilateri est δ μ. Cõnectãtur ipsæ α δ, α μ, æquilaterũ igitur est ipsum à δ μ triãgulũ. Et quoniã quod sub α κ, β ϛ, æquũ est ipsi quinquãgulo, quod autem sub α κ δ, æquum est ipsi α δ μ triãgulo, est igitur sicut quod sub α κ, β ϛ, ad id quod sub δ θ α, sic quinquangulũ ad triangulũ. Sicut autem quod sub ϛ θ α κ, ad id quod sub δ κ α, sic ϛ θ ad δ κ. Et sicut igitur (per 11 quinti) duodecim β θ, ad uiginti δ κ, sic duodecim quinquangula ad uiginti triãgula, hoc est dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. Et duodecim quidẽ ϛ θ, sunt decem β γ, nã ipsa β θ, ipsius à γ, quincupla est, & ϛ γ ipsius γ θ sexcupla est. Sex igitur β θ, sunt æquales quinque β γ, & duplicia, uiginti uero δ κ, decem sunt δ μ, dupla namq; est δ μ, ipsius δ κ. Sicut igitur decem β γ ad decẽ δ μ, hoc est sicut β γ ad δ μ, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, & β γ, quidẽ cubi est latus δ μ ipsius icosahedri, & sicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic β γ ad δ μ, hoc est cubi latus ad icosahedri latus.



Ostendendum iam, quod (recta linea secta extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod à tota & quodá maiori segmẽto, ad potentem quodá tota & minori segmento, talem habet rationem cubi latus ad icosahedri latus.

Esto circulus α β comprehendens & dodecahedri pentagonum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum, capiaturq; (per 1 tertij) centrũ circuli & sit γ, & extẽdatur quædam ab ipso γ utcũq; recta linea β γ, secetur (per 30 sexti) extrema & media ratione in δ, & maius segmentũ sit γ δ. Decagoni igitur est latus ipsa γ δ, in eodẽ circulo descripti. Exponatur icosahedri latus & sit ι, dodecahedri uero, & sit ζ, cubi autẽ, & sit κ, igitur ι, triãguli latus est æquilateri, & ζ, pẽtagoni in eodem circulo descripti, & ζ ipsius κ, extreme & media ratione diuisæ maius est segmentũ. Et quoniam ι æqualis est ipsi æquilateri trianguli lateri, trianguli autem æquilateri latus (per 12 decimi tertij) potẽtia ipsius ϛ γ, triplam est: triplũ igitur est quod ex ι, eius quod ex ϛ γ. Sunt autem & quæ ex β γ, β δ, eius quod ex γ δ tripla. Sicut igitur quod ex ι, ad id quod ex γ ϛ, sic sunt quæ ex γ β, ϛ δ ad id quod ex γ δ, & uicissim (per 16 quinti) sicut igitur quod ex ι ad ea quæ ex γ ϛ, ϛ δ, sic quæ ex γ ϛ, ad id quod ex γ δ. Sicut autẽ quod ex ϛ γ ad id quod ex γ δ, sic est quod ex κ ad id quod ex ζ, maius, nãq; est segmentũ ζ, ipsius κ. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex ι ad ea quæ ex γ ϛ, ϛ δ, sic quod ex κ ad id quod ex ζ, & uicissim (per 16 quinti.) Ac conuersim, sicut igitur quod ex κ ad id quod ex ι, sic quod ex ζ, ad ea quæ ex γ ϛ, ϛ δ. Ei autem quod ex ζ æqua sunt quæ ex ϛ, quinquanguli nãque latus (per 16 decimi tertij) potest & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex κ ad id quod ex ι, sic quæ ex β γ, γ δ, ad ea quæ ex γ δ ϛ. Sicut autẽ quæ ex ϛ γ δ ad ea quæ ex γ δ ϛ, sic (recta linea extrema & media ratione diuisa quacunq;) potens quod ex tota & ex maiori segmẽto, ad potentem quod ex tota & ex minori segmento, & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex κ ad id quod ex ι, sic (recta linea quacũque extrema & media ratione diuisa) potens id quod ex tota, & ex maiori segmento, ad potentem id quod ex tota & minori segmento. Est autem κ, latus cubi, & ι icosahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione secta fuerit, erit sicut potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentũ, sic cubi latus ad icosahedri latus in eadem sphæra descriptorum.





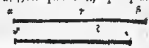
Ostendendum iam nunc est, quod sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri solidum ad icosahedri solidum.

Quoniam enim æquales circuli comprehendunt & dodecahedri quinquangulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum, in sphæris autem æquales circuli æqualiter distãt à cẽtro (à cẽtro nãq; sphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales sunt, & in centra circulorum cadunt) quare à centro sphæræ in centrum circuli comprehendentis & icosahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales sunt, perpendiculares, inquã. æqualiter igitur fastigiatæ sunt pyramides habentes bases dodecahedri pentagona, & bases habẽtes icosa[illegible], id est hedri triangula. Aequalis autem fastigij pyramides, ad inuicem sunt sicut bases (per 5 duodecimi) Sicut igitur quinque altæ

triangulum ad triangulum, sic pyramis cuius basis quidem est dodecahedri pentagonum, uertex autem centrum sphæræ, ad pyramida basim quidem habentem triangulum, uerticem autem centrum sphæræ. Et sicut igitur (per undecimam duodecimi pentagona ad uiginti triangula, sic duodecim pyramides pentagona bases habẽtes, ad uiginti pyramides triangula bases habentes. Et duodecim pentagona, sunt dodecahedri superficies, & uiginti triangula, icosahedri sunt superficies. Est igitur sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, sic duodecim pyramides pẽtagona bases habentes, ad uiginti pyramides triangula bases habẽtes. Suntq; duodecim quidẽ pyramides pentagona bases habentes, solidũ ipsius dodecahedri, uiginti autem pyramides triangula bases habentes, solidum sunt icosahedri. Et sicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic solidum dodecahedri, ad solidum icosahedri. Sicut autem superficies dodecahedri ad solidum icosahedri, sic patuit esse cubi latus ad icosahedri latus Et sicut igitur (per 11 quinti) cubi latus ad icosahedri laus, sic solidum dodecahedri ad solidum icosahedri & quæ sequuntur.

Quod si binæ rectæ lineæ extrema & media ratione sectæ fuerint, in proportione sunt subiecta, sic ostendemus.

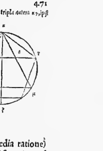
Secetur enim (per 30 sexti) α β, recta extrema & media ratione in γ, maius autem segmentum eius sit α γ, similiter quoq; & δ ε, (per 30 sexti) extrema & media ratione secetur in ζ, & maius segmentum eius esto δ ζ. Dico quod est sicut tota α β ad maius segmentum ipsius α γ, sic tota δ ε ad maius segmentum ipsius δ ζ. Quoniam etenim quod sub α β γ æquum est ei quod ex α γ, quod aũt sub δ ε ζ æquũ est ei quod ex δ ζ, est igitur sicut quod sub α β, β γ, ad id quod ex α γ, sic quod sub δ ε, ε ζ, ad id quod ex δ ζ. Et sicut quod quater igitur sub α β γ, ad id quod ex α γ, sic quod quater sub δ ε ζ, ad id quod ex δ ζ. Et componendo (per 18 quinti) sicut quod quater sub α β γ una cum eo quod ex α γ, ad id quod ex α γ, sic quod quater sub δ ε ζ, una cum eo quod ex δ ζ, ad id quod ex δ ζ. Quare & sicut quod ex utraque ipsius δ ε ζ, simul ad id quod ex δ ζ, & longitudine, sicut utraq; simul α β γ ad α γ, sic utraque simul δ ε ζ ad δ ζ. Componendo (per 18 quinti,) sicut utraque α β γ, una cum α γ ad α γ, sic utraque δ ε ζ, una cum δ ζ ad ipsam δ ζ, hoc est binæ δ ε ad δ ζ, & antecedentium dimidia, hoc est sicut α β ad α γ, sic δ ε ad δ ζ. In antiquissimo codice sic. Quare & sicut quod ex utraque simul α β γ ad id quod ex α γ, sic quod ex utraque simul δ ε ζ ad id quod ex δ ζ, & longitudine sicut utraque simul α β γ una cum α γ hoc est binæ α β ad α γ sic utraque simul δ ε ζ, una cum δ ζ, hoc est binæ δ ε ad δ ζ, & dimidia sicut α β ad α γ, sic δ ε ad δ ζ.



Hoc demonstrato quod (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore segmento, ad potentem quod ex tota & ex minori segmento, talem habet rationem cubi latus ad icosahedri latus, hoc etiã demõstrato quod sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ in eadem sphæra descriptorum, & hoc quoque percepto quod sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic ipsum dodecahedrum ad icosahedrum, eo quia ab eodem circulo comprehenduntur & ipsius dodecahedri pentagonum & icosahedri triangulum, manifestum est quod si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahedrum fuerint descripta rationem habebunt (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) sicut potens quod ex tota & quod ex maiori segmento, ad potentem quod ex tota & minori segmento. His omnibus nobis notis, patet quod si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahedrum inscripta fuerint, rationẽ habebunt, sicut (recta linea diuisa extrema & media ratione) potens totam & maius segmentum, ad potentem totam & minus segmentum. Quoniam enim est sicut dodecahedrum ad icosahedrum, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, hoc est cubi latus ad icosahedri latus, sicut autem cubi latus ad icosahedri latus, sic (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum, ad potentẽ totã & minus segmentum, sicut igitur dodecahedrum ad icosahedrum in eadem sphæra descriptũ, sic (recta linea quacũq; extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentum.

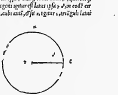
DECIMIQVARTI LIBRI FINIS.

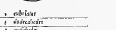
circuli,& sit ι,& ab ipso α in ι connectatur α ι,& extendatur α ι in ζ. Et sit α ι,ipsius ι κ dupla. tripla autem κγ,ipsi us γ θ. Et ab ipso κ,ipsi α ζ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) κ μ,& extēdatur in rectas lineas κ δ ipsi κ μ,triāguli ergo æqlateri est δ μ. Cōnectātur ipsæ α δ,α μ,æquilaterū igitur est ipsum α δ μ triāgulū. Et quoniā quod sub α κ,θ ζ, æquū est ipsi quinquāgulo,quod autem sub α κ δ. æquum est ipsi α δ μ triāgulo,est igitur sicut quod sub α κ,θ ζ,ad id quod sub δ θ κ,sic quinquangulū ad triangulū. Sicut autem quod sub ζ θ α κ, ad id quod sub δ κ α, sic ζ θ ad δ κ. Et sicut igitur (per 11 quinti,) duodecim β θ,ad uiginti δ κ,sic duodecim quinquangula ad uiginti triāgula, hoc est dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. Et duodecim quidē ζ θ, sunt decem β γ, nā ipsa β θ,ipsius α γ,quincupla est,& ζ γ ipsius γ θ sexcupla est. Sex igitur β θ, sunt æquales quinque β γ,& duplicia,uiginti uero δ κ,decem sunt δ μ, dupla namq; est δ μ,ipsius δ κ. Sicut igitur decem β γ ad decē δ μ,hoc est sicut ζ γ ad δ μ,sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiē,& β γ,quidē cubi est latus δ μ ipsius icosahedri, & sicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem,sic β γ ad δ μ, hoc est cubi latus ad icosahedri latus.



Ostendendum iam,quod(recta linea secta extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod à tota & quod à maiori segmēto, ad potentem quod à tota & minori segmento, talem habet rationem cubi latus ad icosahedri latus.

Esto circulus α β comprehendens & dodecahedri pentagonum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum,capiaturq; (per 1 tertij) centrū circuli & sit γ,& extēdatur quædam ab ipso γ utcūq; recta linea β γ,seceturq; (per 30 sexti) extrema & media ratione in δ,& maius segmentū sit γ δ. Decagoni igitur est latus ipsa γ δ,in eodē circulo descripti. Exponatur icosahedri latus & sit ι,dodecahedri uero,& sit ζ,cubi autē,& sit κ,igitur ι,triāguli latus est æquilateri,& ζ,pētagoni in eodem circulo descripti,& ζ ipsius κ, extrema & media ratione diuisæ maius est segmentū. Et quoniam ι æqualis est ipsi æquilateri trianguli lateri,trianguli autem æquilateri latus (per 12 decimitertij) potētia ipsius ζ γ,triplum est:triplū igitur est quod ex ι, eius quod ex ζ γ. Sunt autem & quæ ex β γ. β δ,eius quod ex γ δ tripla. Sicut igitur quod ex ι,ad id quod ex γ ζ,sic sunt quæ ex γ β,ζ δ ad id quod ex γ δ, & uicissim (per 16 quinti) sicut igitur quod ex ι ad ea quæ ex γ ζ,ζ δ,sic quod ex γ ζ,ad id quod ex γ δ. Sicut autē quod ex ζ γ ad id quod ex γ δ,sic est quod ex κ ad id quod ex ζ,maius,nāq; est segmentū ζ,ipsius κ. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex ι ad ea quæ ex γ ζ,ζ δ,sic quod ex κ ad id quod ex ζ,& uicissim (per 16 quinti.) Ac conuersim,sicut igitur quod ex κ ad id quod ex ι,sic quod ex ζ,ad ea quæ ex γ ζ,ζ δ. Et autem quæ ex ζ. æqua sunt quæ ex ζ γ δ,quinquanguli nāque latus (per 16 decimitertij) potest & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex κ ad id quod ex ι,sic quæ ex β γ,γ δ, ad ea quæ ex γ δ ζ. Sicut autē quæ ex ζ γ δ ad ea quæ ex γ δ ζ,sic (recta linea extrema & media ratione diuisa quacunq;) potens quod ex tota & ex maiori segmēto,ad potentem quod ex tota & ex minori segmento, & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex κ ad id quod ex ι,sic (recta linea quacūque extrema & media ratione diuisa) potens id quod ex tota,& ex maiori segmento, ad potentem id quod ex tota & minori segmento. Est autem κ,latus cubi,& ι icosahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione secta fuerit,erit sicut potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentū, sic cubi latus ad icosahedri latus in eadem sphæra descriptorum.





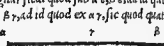
Ostendendum iam nunc est,quod sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri solidum ad icosahedri solidum.

Quoniam enim æquales circuli comprehendunt & dodecahedri quinquangulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum,in sphæris autem æquales circuli æqualiter distāt à cētro (à cētro nāq; sphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales sunt,& in centra circulorum cadunt) quare à centro sphæræ in centrum circuli comprehendentis & icosahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales sunt, perpendiculares,inquā æqualiter igitur fastigiatæ sunt pyramides habentes bases dodecahedri pentagona,& bases habētes icosahedri triangula. Aequalis autem fastigij pyramides,adinuicem sunt sicut bases (per 5 duodecimi) Sicut igitur quinquangulum

quangulum ad triangulum, sic pyramis cuius basis quidem est dodecahedri pentagonum, uertex autem centrum sphæræ, ad pyramida basin quidem habentem triangulum, uerticem autem centrum sphæræ. Et sicut igitur (per undecimam duodecimi pentagona ad uigınti triangula, sic duodecim pyramides pentagona bases habẽtes, ad uiginti pyramides triangula bases habentes. Et duodecim pentagona, sunt dodecahedri superficies, & uiginti triangula, icosahedri sunt superficies. Est igitur sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, sic duodecim pyramides pẽtagona bases habentes, ad uiginti pyramides triangula bases habẽtes. Suntq; duodecim quidẽ pyramides pentagona basis habentes, solidũ ipsius dodecahedri, uiginti autem pyramides triangula bases habentes, solidum sunt icosahedri. Et sicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic solidum dodecahedri, ad solidum icosahedri. Sicut autem superficies dodecahedri ad solidum icosahedri, sic patuit esse cubi latus ad icosahedri latus. Et sicut igitur (per 11 quinti) cubi latus ad icosahedri latus, sic solidum dodecahedri ad solidum icosahedri & quæ sequuntur.

Quod si binæ rectæ lineæ extrema & media ratione sectæ fuerint, in proportione sunt subiecta, sic ostendemus.

Secetur enim (per 30 sexti) αβ, recta extrema & media ratione in γ, maius autem segmentum eius sit αγ, similiter quoq; & δε (per 30 sexti) extrema & media ratione secetur in ζ, & maius segmentum eius esto δζ. Dico quod est sicut tota αβ ad maius segmentum ipsius αγ, sic tota δε ad maius segmentum ipsius δζ. Quoniam etenim quod sub αβγ æquum est ei quod ex αγ, quod aũt sub δεζ æquũ est ei quod ex δζ, est igitur sicut quod sub αβ, βγ, ad id quod ex αγ, sic quod sub δε, εζ, ad id quod ex δζ. Et sicut quod quater igitur sub αβγ, ad id quod ex αγ, sic quod quater sub δεζ, ad id quod ex δζ. Et componendo (per 18 quinti) sicut quod quater sub αβγ una cum eo quod ex αγ, ad id quod ex αγ, sic quod quater sub δεζ, una cum eo quod ex δζ, ad id quod ex δζ. Quare & sicut quod ex utraque ipsius δεζ, simul ad id quod ex δζ, & longitudine, sicut utraq; simul αβγ ad αγ, sic utraque simul δεζ ad δζ. Componendo (per 18 quinti,) sicut utraque αβγ, una cum αγ ad αγ, sic utraque δεζ, una cum δζ ad ipsam δζ, hoc est binæ δε ad δζ, & antecedentium dimidia, hoc est sicut αβ ad αγ, sic δε ad δζ.



In antiquissimo codice sic. Quare & sicut quod ex utraque simul αβγ ad id quod ex αγ, sic quod ex utraque simul δεζ ad id quod ex δζ, & longitudine sicut utraque simul αβγ una cum αγ hoc est binæ αβ ad αγ sic utraque simul δεζ, una cum δζ, hoc est binæ δε ad δζ, & dimidia sicut αβ ad αγ, sic δε ad δζ.

Hoc demonstrato quod (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore segmento, ad potentem quod ex tota & ex minori segmento, talem habet rationem cubi latus ad icosahedri latus, hoc etiã demõstrato quod sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ in eadem sphæra descriptorum, & hoc quoque percepto quod sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic ipsum dodecahedrum ad icosahedrum, eo quia ab eodem circulo comprehenduntur & ipsius dodecahedri pentagonum & icosahedri triangulum, manifestum est quod si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahadrum fuerint descripta rationem habebunt (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) sicut potens quod ex tota & quod ex maiori segmento, ad potentem quod ex tota & minori segmento. His omnibus nobis notis, patet quod si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahedrum inscripta fuerint, rationẽ habebunt, sicut (recta linea diuisa extrema & media ratione) potens totam & maius segmentum, ad potentem totam & minus segmentum. Quoniam enim est sicut dodecahedrum ad icosahedrum, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, hoc est cubi latus ad icosahedri latus, sicut autem cubi latus ad icosahedri latus, sic (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum, ad potentẽ totã & minus segmentum, sicut igitur dodecahedrum ad icosahedrum in eadem sphæra descriptũ, sic (recta linea quacũq; extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentum.

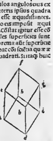
DECIMIQVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE facile principis, ex traditione Campani, Geometricorum Elementorum Liber decimusquintus,

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 INtra propositum cubum, corpus habẽs quatuor bases triangulas æqualiũ laterum designare.

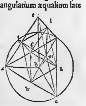
CAMP. Sit cubus cuius basis est quadratũ a b c d, suprema uero eius superficies quadratũ e f g h. Ipsum autẽ hac arte fabricare cõueniet. Quadrato basis secũdũ quãlibet lineã ex 45 primi descripto, super singulos angulos eius ex 12 undecimi catheti secundũ mẽsurã lateris ipsius quadrati erigãtur, quos ex 6 undecimi cõstat esse æquidistantes. Quinq; ergo eorũ bini & bini coraustо eis impos͠it æquidistãter laterib; quadrati cõtinuẽtur. Cõstat igitur esse cõpositũ cubũ. nã quatuor eius laterales superficies sunt quadratæ ex 33 primi & ex 14 eiusdẽ & diffinitione quadrati: de suprema aũt superficie manifestũ est quoq; q ipsa est quadrata ex 10 immo 14 undecimi, & hac cõi sciẽtia quæ æqualibus sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia, & ex diffinitione quadrati. Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor basiũ triãgulariũ & æqlaterarũ inscribere, in basi & eius superficie suprema protrahãtur duæ diametri quarũ una cõtinuet duas extremitates infimas duorũ cathetorũ, & alia cõtinuet supremas aliorum duorum quas animo intelliges esse a c & h f, dehinc a duobus punctis h & f terminãtibus diametrũ superficiei supremæ demitte hypothenusaliter binas & binas diametros quæ quatuor laterales sũpficies diuidant, quas imaginaberis esse ab b quidẽ a h & h c, at uero ab f f a & f c. Has aũt diametros in hac plana figura protrahere contempsi, ne multitudo linearũ confunderet intellectũ. Si igitur figurã hanc ut oportet, actu uel animo cõpleueris uidebis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidẽtibus, pyramidẽ quatuor basiũ triangulariũ esse perfectã, quam cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptam, huius autem pyramidis bases æquilateras esse cõstat, eo quod ex 4 primi omnes istæ sex diagonales sunt adinuicem æquales.



Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 INtra datum corpus habens quatuor bases triangulas atque æquilateras, corpus octo basium triangularium æqualium laterum distinguere

CAMP. Si intra pyramidẽ quatuor basium triangularium & æquilaterarum, octoedrõ libeat inscribere, prius cõuenit pyramidem ipsam fabricare quæ ratione certa hoc modo componitur. Statuatur secundum cuiuslibet lineæ quantitatem trigonus æquilaterus qui sit a b c, cui circunscribatur circulus supra centrũ d, & exeat d e perpendicularis ad superficiẽ ipsius trigoni ex 11 undecimi, quæ ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circunscribentis trigonum a b c, & à puncto cadant tres hypothenusæ super tria pũcta a, b, c. Est itaque completa pyramis quatuor basium trilaterarũ & æquilaterarũ, protrahatur enim



d a.d b,d c. Cum igitur anguli quos cõtinet linea e d cum singulis lineis d a.d b,d c. sint recti ex diffinitiõe perpendicularis ad superficiẽ. cũq; quadratũ lineæ e d sit ex hypothesi duplũ ad quadratum semidiametri circuli a b c, erit ex penultima primi quadratum uniuscuiusq; trium hypothenusarũ linearũ e a,e b,e c, triplũ ad quadratũ semidiametri circuli a b c. Sed ex 12 tredecimi quadratum quoq; cuiusq; triũ laterum triãguli a b c, triplũ est ad quadratũ semidiametri eiusdẽ circuli, igitur omnia latera statutæ pyramidis sunt adinuicẽ æqualia, quare ipsa est æquilaterarũ basiũ. Cũ itaq; sibi octoedron includere uoluerimus, diuidemus unũquodq; sex laterũ eius in duo medio æqualia, & cõtinuabimus mediũ punctũ cuiusq; laterum mediis pũctis cũctorũ reliquorũ laterũ cũ quibus ipsum cõtinet & angulũ superficialẽ. uerbi gratia, diuidã latera basis in punctis f,g,h, & hypothenusas cadẽtes ab e, in pũctis k,l,m, & cõtinuabo pũctũ f: cũ pũcto g & cũ h & cũ k & cũ l, pũctũq; m, cũ eisdem g,h,k,l, & g, cũ l, & k, cum eisdẽ h & l. Ecce itaque perfectum est corpus octo basium triangularium iis duodecim lineis media puncta laterum fabricatæ pyramidis iungentibus contentũ. Has autẽ octo bases ex 4 primi quoties oportet repetita æquilateras esse manifestum est, ipsum quoq; corpus statutæ pyramidi ex diffinitione inscriptum, quemadmodum iussi eramus efficere.

Eucl. ex Camp. Propositio 3

3 INtra cubum assignatum figuram octo basium triãgularium æqualium laterum constituere.

CAMPA. Cubo intẽdimus inscribere octoedron. Qualiter autẽ cubũ componere oporteat in prima huius sufficiẽter dictũ est. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor basiũ triãgulariũ & æqualiũ laterũ in eo ex prima huius designetur, ac intra ipsam pyramidẽ ex præmissa octoedrõ distiguatur, quo facto, simul etiã factũ erit q uolumus. Cõstat enim ex ratiocinatiõe primæ, latera cũcta ipsius inscriptæ pyramidis esse diagonos basiũ cubi, & ex ratiocinatiõe præmissæ liquet cũctos ãgulos octoedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis, quare manifestũ est omnia angularia pũcta huius octoedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus ꝓpositũ. Aliter idẽ. Cẽtris cũctarũ basiũ cubi queadmodũ in 9 quarti fit, repertis, à cẽtro supremæ supficiei eius ad cẽtra quatuor lateraliũ superficierũ quatuor hypothenusas demitte, & à cẽtro infimæ & ad earũdẽ lateraliũ supficierũ cẽtra quatuor alias hypothenusas eleua, cẽtra quoq; quatuor lateraliũ quatuor rectis lineis cõtinua, ita uidelicet q cẽtra earũ tãtũ quæ inuicẽ secãt cõtinues. Verbi gratia, iũges cẽtrũ anteriorũ cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro sinistræ, cẽtrũ quoq; ultimæ iũges cũ eisdẽ, hoc est cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro sinistræ. Habes itaq; corpus octo basiũ triãgulariũ iis 12 lineis quæ cẽtra supficierũ cubi cõtinuãt, cõplexũ. Si igitur has bases æqlateras esse ꝓbare uolueris, a centris basiũ cubi ad cũcta perpẽdiculares ꝓtrahe, quas necessariũ est omnia latera ipsius cubi per æqualia diuidere ex secunda parte 1 tertij. Quod plannm erit, si unicuique basium cubi circulũ circunscripseris, atque ideo binas & binas super idẽ pũctum in lateribus basium cubi constat concurre, easque ex secunda parte 13 tertij patet adinuicẽ esse æquales, & æquidistãtes lateribus cubi ex secũda parte 28 primi, ideoq; etiã singulas esse æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 undecimi manifestũ est binas & binas earũ super idẽ latus cubi in medio eius pũcto cõcurrẽtes rectum angulũ continere, eo q oẽs supficies cubi sunt quadratæ. Quia igitur illæ 12 lineæ cẽtra superficierũ cubi cõtinuãtes quæ & angulis quos hæc lineæ super media puncta laterũ cubi cõcurrẽtes binæ & binæ cõtinẽt subtẽduntur, ipsæ erũt ex 4 primi uel etiã si maius ex penultima primi adinuicẽ æquales. Ergo est in proposito cubo designatũ corpus octo basiũ triãgulariũ & æquilaterarũ, quod oportebat facere.

Eucli ex Camp. Propositio 4

4 INtra datum corpus octo basium triaogularium atque æquilaterarom cubum figurare.

CAMP. Nõ dubites quin corpus octo basiũ triãgulariũ atq; æquilaterarũ certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea sup aliquod planum sursum orthogonaliter erecta eã per æqualia diuidẽ, & à pũcto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe, quæ cõponant lineã unã, eruntq; hæ duæ lineæ seinuicẽ secãtes uidelicet prima quæ super positũ planũ est orthogonaliter erecta, & alia quæ ipsam super eius mediũ pũctũ orthogonaliter secat in eadẽ superficie sitæ sunt per primã partẽ 1 undecimi. Ad superficiẽ igitur in qua ipsæ sitæ sunt super cõem

punctũ

punctū sectiōis earū (quēadmodū 11 docet undecimi) ꝑpēdicularē erige quā facias eādē superficiē in utrāq; partē penetrare, & pone cunctas sex portiōes harū triū linearum à pūcto in quo seinuicē secāt æquales, sic enim quælibet quālibet per æqualia & orthogonaliter diuidet, ita q; cū sint tres quæq; duæ earū, salutiferæ crucis uenerādū signum ad angulos rectos cōtinebūt. A supremo igitur erectæ lineæ super positū planum puncto quatuor hypothenusas ad extremitates duarū linearū ipsam secantiū demitte. de inde ab infimo eiusdē erectæ pūcto, quatuor alias hypothenusas ad easdē duarū secantiū linearū extremitates eleua. postremo quoq; harū hypothenusarum extremitates quatuor rectis lineis quadratū cōtinentibus cōtinua. Erūt enim hæ duodecim lineæ uidelicet quatuor hypothenusæ a supremo pūcto erectæ perpendicularis descendentes, quatuorq; postremæ ab eius infimo puncto sursum eleuatæ, & reliquæ quatuor lineæ harū hypothenusarū extremitates cōtinuātes, ex penultima primi sine nugatiōis peccato pluries repetita adinuicē æquales quare cōstat corpus ab eisdem terminatū, octo basibus triangularibus æquilaterisq; cōtineri. Si igitur huic corpori cubū inscribere delectat, cētra octo triāgulorū ipsum ambientiū inuenire ex 5 quarti labora, eaq; reperta lineis rectis hac lege cōtinua, ut cētrū cuiusq; horū triāgulorū cū centro cuiusq; triū ad ipsius latera terminatorū, per rectā lineā copuletur. Nō est autē huius rei idoneū figurā in plano depingere ideoq; restat, ut quod dicitur mēte cōcipias, ipsumq; si placet actu & opere cōpleas. Videbis enim 12 lineas horū triāgulorū cētra posita lege cōtinuātes cubū cōtinere, quē restat ut æquilateris rectāgulisq; supficiebus demōstres esse cōclusum, non enim erit cubus, nisi oēs eius supficies sint quadratæ. Ducito ergo à quolibet angulo trigonarum superficierū octoedri, perpendicularē ad latus illi angulo oppositū, has autē perpēdiculares ex 1 quartidecimi cōstat adinuicē æquales, & diuidere latera quibus ꝑpēdiculariter insistūt, per æqualia, ideoq; binas & binas super idē punctum lateris cui superstāt cōuenire. Easdēq; cōstat ex bisquæ in 17 quartidecimi demonstrata sunt trāsire per cētra triāgulorū, ideoq; per extremitates laterū inclusi corporis trāsire, ac eorum portiones quæ intra cētra trigonorum & latera ipsorū intercipiūtur ex ijs etiam quæ in eadē demōstrata sunt cōstat esse æquales, angulos quoq; ab ijs perpendicularibus binis coeuntibus cōtētos ex 8 primi patet esse æquales. Et quia hæ perpendiculares, suæq; portiōes inter cētra & latera interceptæ eosdē angulos ambiūt, erunt quoq; anguli quos lineæ a cētris trigonorū ad latera perpēdiculariter cadētes binæ & binæ cōtinēt adinuicē æquales. Cumq; latera illius corporis de quo disputamus, hos angulos subtēdunt, sequitur ex 4 primi frequēter sumpta corpus inclusum esse æquilaterum. At quoq; rectāgulū. Protrahātur enim diagonī in singulis superficiebus, hos diagonos ex 4 primi oēs adinuicē æquales esse cōuinces mediātibus angulis a duabus perpēdicularibus per ipsarum diagonorum extremitates trāseuntibus cōtentis, si prius hos angulos ex 8 primi æquales sibi inuicē esse probaueris. Cum igitur diameter tetragonarum basiū corporis huius sint adinuicē æquales, latera quoq; earundē basiū æqualia, necesse est ex 8 primi multoties repetita ipsas tetragonas bases esse æquiāgulas. At quia ex 32 primi oēs āguli cuiusq; earū sunt æquales quatuor rectis, sequitur eas esse rectāgulas, itaq; ex diffinitiōe quadrati ipsæ sunt quadratæ. Igitur inscriptum corpus manifestū esse cubum, sic ut intēdimus. *Eucli. ex Camp.* *Propositio 5*

5 PYramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterarū, assignato corpori octo basiū triāgulariū quoq; atq; æquilaterarū inscribere. CAMP. Assignato corpori octo basium inscribe scdm præcepta præmissæ cubum, cuboq; inscripto inscribe (ut docet prima huis) pyramidē qualis proponitur. Cum igitur huius pyramidis anguli sint etiā anguli cubi, quemadmodū ex demōstratione primæ manifestum est: cuncti autē anguli cubi sint ex præmissa in superficiebus assignati octoedri erunt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis octo basium cui eam iubemur inscribere, quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod quæritur. *Eucli. ex Camp.* *Propositio 6*

6 INtra datum corpus uiginti basium & æqualium laterum, corpus duodecim basium pentagonalium æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter componere.

CAMPA. Corpus 20 basium non docemus hic fabricare, quoniam ex 16 tredecimi qua conueniat arte hoc fieri, satis euidens est. Eo igitur ut ibi docetur composito ut sibi

corpus 12 basium pentagonarum atque æquilaterarum includere delectat, hac uia procedendum est. Manifestum enim est 20 triãgulos, 60 superficiales angulos habere, & quia ad constitutionẽ uniuscuiusq; solidi anguli corporis icosedri quinque superficiales cõueniunt, sicut ex demonstratione 16 tredecimi colligitur, cõstat illud corpus duodecim solidis angulis cõpleri. Inuentis igitur ut in antepræmissa, cẽtris cunctorum triangulorum totum icosedron terminantiũ, ea 30 rectis lineis cõtinua, ita q cuiusq; cẽtrũ centris omniũ circumiacentiũ cum quibus cõmunicat in latere per rectas lineas iũgas. Cũ ergo hoc feceris, uidebis ex illis 30 in eis duodecim pẽtagonos cõstitui 12 angulis solidis dati icosedri oppositos. hos itaq; pẽtagonos quẽadmodũ in antepræmissa fecisti de basibus cubi, æquilateros esse probabis. Necesse est enim, ut quorũlibet triangulorum duorũ idem latus habentiũ, centra eodẽ spatio distent, restat ergo ut eos etiã æquiãgulos esse syllogises. Manifestũ est autem ex ratiocinatione 16 tredecimi, datum corpus uiginti basium ab eadem sphæra cuius diameter est tanquam diameter huius corporis uidelicet linea quæ duos eius angulos oppositos cõtinuat, esse circunscriptile. Si igitur hæc diameter per mediũ secetur. pũctus sectiõis erit centrum sphæræ circunscribẽtis. Ab eo itaque ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex 11 undecimi ducito, & à puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint, ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigito, deinde centrum sphæræ cum singulis angulis ipsorum pentagonorũ cõtinuato. Age ergo eos proba esse æquiãgulos hoc modo. Cũ enim oẽs circuli circũscribentes trigonos icosedri sunt æquales, erunt oẽs perpẽdiculares a cẽtro sphæræ ad ipsos uenientes & in eorum centra cadẽtes, æquales. omnes ergo lineæ a centro sphæræ ad angulos cuiuslibet pentagoni uenientes, sunt æquales. nã anguli pentagonorũ sunt centra circulorum trigonos ipsos icosedri circunscribentium ex hypothesi. Igitur ex penultima primi eodẽ argumẽtationis genere quo superius in 14 syllogisauimus sectorem prouenientẽ in superficiẽ sphæræ cum aliqua plana superficies sphæram secat non super centrum eius, esse circunferentiam continentem circulum, necesse est quinq; lineas uenientes a cõcursu perpendicularis ductæ a cẽtro sphæræ ad superficies omnium pentagonorum ad quinque angulos cuiuscunq; pentagoni esse adinuicẽ æquales: itaque omnibus duodecim pentagonis est circulus circunscriptibilis. Cum igitur ipsi sint æquilateri, conuincitur eos esse etiã æquiangulos quod oportebat ostendere.

Euch. ex Camp. Propositio 7

7 INtra datum corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularum, corpus uiginti basium triangularium atque æquilaterarum fabricare.

CAMP. Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangolarium componere oporteat, ex 17 tredecimi require. Sed qualiter corpus uiginti basium triãgularium æquilaterarũ sibi conueniat inscribi, hic addisce. Suorũ pẽtagonorum centris (ut in 14 quarti fit) repertis, ea adinuicẽ 30 lineis hac lege cõtinua, ut uniuscuiusq; pentagoni centro cuiusq; pentagoni secum in latere cõicantis iungatur. ita uidelicet, quod unuscuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium uel circumiacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris, obuiẽt tibi uiginti trianguli ab ijs 30 lineis centra pentagonorum continuantibus cõtenti. eruntq; 19 uiginti trianguli uiginti solidis angulis ipsius dodecedri oppositi, amplectentes corpus uiginti basium triangularium, quas æquilateras esse demonstrabimus, & erunt 12 solidi anguli huius corporis 20 basium in centris 12 pentagonorum corpus dati dodecedri terminãtium. Hos itaque 20 triangulos æquilateros esse sic proba. A centris pentagonorum ducito perpendiculares ad latera, eruntq; omnes perpendiculares æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi æquos angulos cõtinere. Et quia lineæ cõtinuantes centra pentagonorum his angulis à binis & binis perpendicularibus contẽtis subtenduntur, cum omnes perpẽdiculares sint æquales, erunt ex quarta primi oẽs lineæ cõtinuantes centra pentagonorum æquales. Quod est propositũ. Perpendiculares autem binas & binas æquales angulos cõtinere, & omnes eas adinuicẽ esse æquales, sic collige. Ex 5 primi & 27 eiusdem constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super quæ cadunt, per æqualia easq; esse adinuicem æquales ductis lineis a cẽtris pentagonorum ad singulos angulos eorum, Quare binæ & binæ super idem latus cadẽtes in eodem ipsius lateris puncto coibunt, eo quod utraque diuidit illud latus

duo

duobus pentagonis à quorum centris ueniunt cõmune per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas usq; ad angulos quibus cõe latus in quo coeunt oppositũ per centra pentagonorũ producito,& eisdẽ angulis duas lineas subtẽdito,quas ex demonstratione 17 tredecimi manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem sphæra cũ proposito dodecedro circunscriptibili,ideoq; patet eas esse æquales eo quod omnia latera cubi sint æqualia easdẽq; liquet ex nona undecimi esse æquidistantes:propter hoc quod ambæ æquidistãt cõmuni lateri in quo binæ & binæ perpendiculares coueniunt. At uero ipsas easdẽ cõstat ex his perpendicularibus per æqualia diuidi. Itaque per 33 primi cunctæ lineæ cõtinuantes puncta in quibus binæ & binæ perpendiculares super has lineas quas tãquã cubi latera fore diximus,cõcurrunt sunt adinuicẽ æquales:nam omnes sunt tanquã latus cubi. Igitur ex octaua primi,anguli contenti á binis perpendicularibus su t æquales. Quare per 4 eiusdẽ,lineæ quoq; cõtinuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem æquales:inscriptũ ergo est proposito dodecedro corpus uiginti basium triangularium & æqualium laterum sicut iussi eramus.

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SOlido duodecim basium pentagonarum atque æquilaterarum proposito, intra ipsum cubum distinguere.

CAMPANVS. Cum dodecedron super cubi latera fabricetur ut cõstat ex 17 tredecimi,nimirum eo fabricato sibi cõuenit cubũ inscribi,nam cum duodecim sint pẽtagoni,si unius cuiusq; eorũ uni angulo(prout cubi figuram uidebis exigere)chordã unã subtẽderis,ex ijs duodecim chordis sex æquilateras rectãgulasq; superficies cubi & corpus amplectentes superficies. Aequilateras quidẽ eas esse,constat ex quarta primi,rectãgulas autẽ,eodẽ argumentationis genere quo in sexta huius bases dodecedri dato icosedro inscripti demõstrauimus esse æquiangulas,constat quidẽ ex 17 tredecimi,propositum dodecedron sphæræ esse inscriptibile. Ergo à centro illius sphæræ ad omnes has quadrilateras superficies,perpendiculares,ut docet 11 undecimi protrahe,& a puncto concursus ad singulos angulos illarũ quadrilaterarũ superficierum rectas lineas dirige,ac eosdem angulos quadrilaterarũ superficierum cũ centro sphæræ iunge,eruntq; hæ lineæ centrum sphæræ cum angulis quadrilaterarum superficierum cõtinuantes:semidiametri sphæræ,de quarum quadratis(quia dempto quadrato perpendicularis,remanẽt ex penultima primi quadrata linearũ continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarũ superficierũ)necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circũscriptibiles, ideoq; necesse est eas esse æquiangulas,cum sint æquilateræ. Et quia ex 32 primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt æquales quatuor rectis angulis,sequitur eas esse rectangulas: nihil ergo deest incripto corpori de ratione cubi.

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 DAto dodecedro, sibi demum octoedron includere.

CAMPANVS Cõposito dodecedro ut in 17 tertijdecimi,sex latera suarum superficierũ ea uidelicet quæ cathetos sup sex lineas opposita latera superficierum cubi per æqualia secãtes erectos tanquã eorũ corausti iungũt per æqualia diuide, eaq; bina & bina adinuicẽ cõposita cõtinua per tres lineas,quæ seinuicem super medium punctum diametri cubi ex 48 undecimi per æqualia secabunt, eritq;,ut quæq; duæ earum trium seinuicem quoq; ad angulos rectos diuidãt. Si igitur harum triũ linearum extremitates per 12 lineas rectas continuaueris proueniet tibi corpus octo basium triangularium & æquilaterarum ex 4 primi,uel si mauis ex penultima primi. Quod oportebat ostendere.

Eucl. ex Camp. Propositio 10

10 INtra assignatum dodecedron, pyramidem quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum adhuc restat distinguere.

CAMPANVS Assignato dodecedro inscribe cubũ ex 8 huius,cuboq; pyramidem ex prima. Cum igitur anguli pyramidis sint in angulis cubi ut patet ex ratiocinatione primæ, & anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ:erũt quoque anguli pyramidis in angulis dodecedri,itaque cõstat q uolumus.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 **P**Roposito icosedro, in eodem cubum figurare.

CAMPANVS Icosedro inscribe dodecedron ex sexta, ac dodecedro cubū ex octaua. Constat autem ex demōstratione sextæ, quod omnes anguli dodecedri cadunt super centrum basium icosedri, & anguli cubi sunt in angulis dodecedri: itaque anguli cubi sunt in centris basium icosedri. Habemus ergo propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 **I**Cosedron datum, pyramidē quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum sibi postulat inscribi.

CAMPANVS. Si in dato icosedro ex præmissa cubum inscripseris, cuboque ex prima pyramidem incluseris, quin postulationi icosedri satisfeceris hæsitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque regularia corpura de quorum mutua abinuicem inscriptione in hoc 15 libro determinētur, si unū quodque eorum cuilibet cæterorum esset inscriptibile, 20 eorundē inscriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorū quinq; essent cætera quatuor inscriptibilia. ideoq; quater quinque inscriptiones quod est 20, necessario prouenirent. At uero pyramidi solū octoedrō conueniens est inscribi, nō enim sunt in pyramide bases aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi aut icosedri aut etiā dodecedri possint extrema ipsius pyramidis contingere. Cubus quoque solius pyramidis & octoedri, & octoedron solius pyramidis & cubi, receptioni sunt apta. qualiter enim in eorum alterutro 12 angulos icosedri, aut 20 angulos dodecedri. ita ut singuli in eorum singulis cadant collocabis? Icosedron autem cum cætera conuenienti ambitione possit complecti. solius octoedri nequit esse receptaculum, nam octoedri sex anguli semidiametrali seinuicem bini & bini oppositione respiciunt, lineæq; eos continuantes sese per æqualia orthogonaliter diuidunt. ita q; illud gloriosum signū ad cuius intuitum cōsternātur dæmones, sub rectis angulis triplicatū reddāt. hos itaq; triāgulos, neq; bases neq; anguli neq; latera icosedri possunt sub suo situ recipere, neq; enim in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex latera, hac diametrali orthogonaliq; oppositione se contuentes. Dodecedron autē nulli cæterorū suæ ambitiōis denegauit hospitiū. immo cūctorū receptoriū existit. Vnde non inconuenieter dodecedri figurā antiqui Platōis discipuli ascripsere cœlo. quēadmodū pyramidis formā tribuerunt igni, eo q; sursum sub pyramidali figura euolet. Ac octoedri, aeri, qppe sicut aer ignē motus puritate sequitur. sic octoedri forma, pyramidis formā ad motū habilitate comitatur. Viginti uero basiū figurā aquæ dictauerūt, nā cū ipsa basiū pluralitate plus cæteris circuletur in sphærā. fluētis rei motui magis quam scādētis cōuenire uisa est. Cubū uero figurā, quidā dedere terræ: quid enim in figuris maiori ad motū uiolentia indiget quàm tesseratæ: et in elementis quid fixius cōstātiusq; reperitur terra. Si igitur ex 20 inscriptionibus, tres quaē pyramis nō sustinet, binasq; a quibus natura cubi & octoedri aliena est. rursusq; unā cui repugnat icosedri figura, reieceris, erūt reliquæ tantum 14 inscriptiones, pyramidis quidem, sola. cubi uero octoedriq; binæ. icosedri autē. tres, dodecedri autē quatuor, de quibus omnibus ut arbitror sufficienter alias disputatū est.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 **F**Abricato quouis quinque regularium corporum sibi sphæram inscribere,

CAMP. Ex tertiodecimo libro itaq; manifestū est unūquodq; quinq; horū corporū esse sphæræ inscriptibile. Nūc itaq; cōstabit uiceuersa sphærā unicuique ipsorū esse inscriptibilē. A circūscribētis enim sphæræ cētro ad bases uniuersas cuiuslibet eorū perpēdiculares extrāt, quas intra centra circulorum bases ipsas circūscribentiū cadere necesse est. Cūq; oēs circuli eas circūscribentes sint æquales, eruntq; hæc perpendiculares æquales. Itaq; si secundū quantitatē unius earū circulū super centrū circūscribētis sphæræ descripseris, eiusq; semicirculū quousq; ad locū unde moueri cœperit redeat circūduxeris, quia ipsum per extremitates cūctarū perpendicularium necesse est trāsire cōuinces ex correlario 15 tertij sphærā istius semicirculi motu descriptam uniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium cōtingere. Nō enim plus potest, sphæra de basibus corporis cōtingere q; circūductus semicirculus (dū mouebatur) cōtingit. Quare assignato corpori cōstat nos sphærā quemadmodū propositum erat inscripsisse.

FINIS.

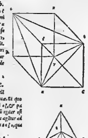
EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE facile principis, ex Hypsiclis Alexandrini, Græci philosophi traditione, Geometricorum Elementorum Liber decimusquintus.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 1

Cap. 1. 1

IN dato cubo pyramida describere.

HYPSICLES ex Zamb. Esto datus cubus α β γ δ ε ζ η θ, in quo oportet pyramida inscribere, connectantur α γ, γ ε, α ε, α θ, ε θ, θ γ. Manifestum est, quod ipsa α ε γ, α θ ε, α θ γ, γ θ ε, triangula æquilatera sunt. quadratorum enim diametri sunt latera. Pyramis igitur igitur est ipsa α ε γ θ, & describitur in dato cubo quod facere oportebat.

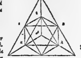


Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 2

Cap. 2 2

In data pyramide octahedrũ describere.

HYPSIC. ex Zamb. Esto data pyramis α β γ δ, seceturque bifariã ipsis ε, ζ, η, θ, κ, λ, signis: & connectantur ipsæ θ κ, θ λ, ζ κ, ζ λ, & reliquæ. Et quoniam α β, dupla est utrusque ipsarũ θ ε, ε ζ, æqualis igitur est θ ε, ipsi ε ζ, & parallelus, similiter & θ ε, ipsi ζ ε est æqualis & parallelus, æquilaterũ igitur est θ ε ζ ε. Dico quod & rectãgulũ. Si enim ab ipsa κ λ, perpẽdiculares agãtur ad plana ε ζ β κ, ζ ε γ, ζ θ κ, θ κ ζ ε, similiter ostendemus quæ in ipsius θ κ ζ ε, quadrati æquilatera: Quod facere oportebat.

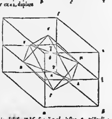


Eucli. ex Zamb. Probleme 3 Propositio 3

Cap. 3 3

In dato cubo octahedrum describere.

HYPSICLES ex Zamb. Esto datus cubus α β γ δ ε ζ η. Et capiantur centra* insident um quadratorum, κ, λ, μ, ν. Dico quod κ λ μ ν. quadratum est. Excitentur per ipsa κ λ parallelí (per 31 primi) ζ ε, κ ε. Quoniã igitur dupla est κ ε ipsius ε κ, & ζ ε ipsius ε λ, id propterea quod ex ε κ igitur ei est æquum quod ex λ ε, & per hoc & ε κ, ipsi ε λ est æqualis. Quod igitur ex κ λ, duplum est eius quod ex ε λ. Ac per hoc & quod ex μ λ duplũ est eius quod ex λ ζ, quod igitur ex κ λ, æquũ est ei quod ex μ λ. Aequilaterũ igitur est κ λ μ ν, manifestum est, quod & rectangulum. Assumantur ipsi β δ ε θ, bina quadrata, & centra ρ, σ, & connectantur ρ λ, ρ μ, ρ ν, σ κ, σ λ, σ ν, σ μ, manifestum est quod triãgula efficientia octahedrũ æquilatera sunt eadem nãque ostendemus ratione.



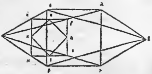
Cap. 4 Eucl. ex Zãb. Problema 4 Propositio 4

4

In dato octahedro, cubum describere.

HYPSICLES ex Zamb. Capiãtur (per primã tertij) eorũ qui circũ α β γ, α γ δ, α β ε, α δ ε, triangula, circulorũ centra θ, κ, λ, μ, & connectantur α θ, θ κ, κ λ, λ θ. Dico quod θ κ λ μ est quadratum. Excitentur (per 31 primi) per ipsa κ, θ, κ, λ, ipsis β γ, β ε, γ δ, δ ε, paralleli, μ ν, μ ξ, ξ ο. Quoniam igitur æquilaterũ est α β γ triãgulum, quæ ex μ in θ centrum, eius qui circũ α β γ triãgulum circuli, bifariã dispescit eã quæ ad α ipsius α β γ triãguli, æqualis igitur est γ θ ipsi θ μ. Ac per hoc iam & μ κ ipsi κ ν: & κ κ ipsi κ ξ est æqualis. Quoniam autem ipsa μ ν, ipsi

μπ,& μο,ipſi οξ eſt æqualis,æqualis igitur & τθ,ipſi μπ,& θμ,ipſi πο,& μπ,ipſi οπ,qui autem ſub θμθ & πθν,ſunt
di ex quo manifeſtum eſt,
quod κθ æqualis eſt ipſi
π,Et id propterea iam &
reliquæ,Quoniã igitur κθ
πλ parallelogrammum eſt
in uno eſt plano,Et quoni
am dimidium eſt uterque
ipſorũ qui ſub μπθ,οπη,re
cti reliquus igitur qui ſub θ
κπ,rectus eſt. Similiter &
reliqui. Quadratum igitur
eſt πθκλ. Poßibile autem



eſt quæ in principio aſſũpta π,θ,κ,λ,centra & parallelos cõficientia μν,τξ,ξπ.ο μ,cõnectere ipſas πθ,θλ,λκ,κπ,& di
cere ipſum πθκλ quadratum. Si uero aßumamus & reliquorum triangulorum centra connectamusq; eadem,oſtende
mus reliqua,quadrata,habebimusq; in dato octahedro cubum deſcriptum,quod agendum fuerat.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5

5 In dato icoſahedro dodecahedrum inſcribere.

HYPSICLES ex Zamb. Exponatur quinquangulum ipſius icoſahedri αβγδε,& centra circulorum qui
circũ αξε,αξβ,βξγ,γξδ,δξε,triangula,ſintq; π,θ,κ,λ,μ,connectanturq; πθ,θκ,κλ,λμ,μπ. Et rurſus connexæq; ξθ,
ξκ,extendãtur in ξ,τ,ν,bifariam nempe ipſæ εα,αβ,βγ,ſecabun
tur in ipſis ξ,τ,ν,ſignis. Et ſicut τξ ad τθ,ſic πθ ad θπ, æqualis igi
tur eſt θτ ipſi ππ. Similiter iam & reliqua ipſius πθκλμ,pentagi
ni latera,æqualia demonſtrabuntur. Dico quod & æquiangula.
Quoniam enim duæ τξ,τθ,[*] ad binas πθ,θκ,æquos comprehẽdũt
angulos & reliqua manifeſta ſunt. Intelligatur ab ipſo ξ ad ipſius
αβγδε pentagoni planum perpendicularis acta quæ cadit in cẽ
trum eius qui circũ pentagonum circuli. Si uero ab ipſo ι in ſignũ
in quod concurrit quæ ex ξ perpendicularis connectamus,ac per
θ,parallelum agemus ad eam,manifeſtum quod concurrit ei quæ
ex ξ perpendiculari,& quæ ab ipſo ι parallelus rectum comprehẽ
dit angulum una cum ea quæ ex ξ perpendiculari. Rurſus ſi con
nectamus ab ipſis ξ,ν,π centrum eius qui circum αβγδε penta
gonũ circuli,& in ſignũ in quo cõcurrit quæ ex θ,et quæ ex ι conne
xa recta quo cum eadem comprehendet. Ex quo manifeſtum eſt quod quinquangulum πθκλμ in uno eſt plano.[*]



Nos uero ſcire oportet,quod ſi quis nos interroget quot latera habet icoſahedrum,ſic dicemus. Manifeſtum quod
icoſahedrum,ſub uiginti triangulis comprehenditur,& quod unumquodq; triangulum tribus rectis lineis conſtat.
Oportet igitur nos multiplicare uiginti triangula in ipſa trianguli latera,fiunt ſexaginta,quorum medietas ſunt tri
ginta. Similiterque & in dodecahedro,Rurſus quoniam duodecim quinquangula dodecahedrum conficiunt,&
unumquodque quinquangulum quinque continet rectas lineas,efficiemus duodecies quinque,& fiunt ſexaginta,ru
ſus eorum medietas ſunt triginta. Cur autem dimidium efficiamus? quia quodlibet latus etiam ſi fuerit triangu
lum ſiue quinquangulum ſiue quadratum ut in cubo,†ex ſecundo capitur. Itidem eadem diſciplina in cubo & in py
ramide,& in octahedro eadem efficiens,latera comperies. Si uero uelis rurſus uniuſcuiuſque figurarũ angulorũ nu
merum inuenire,rurſus eadem efficiens diuide per plana comprehendentia unum angulum ſolidi.†Et quoniam ico
ſahedri angulum quinque triangula cõprehẽdunt,diuide per quinque,fiunt duodecim icoſahedri anguli. In dodeca
hedro,tria pentagona angulum comprehendunt,diuide per tria,& uiginti habebis dodecahedri angulos. Similiter
aũt & in reliquis angulos inuenies. Quæſitũ eſt quomodo ab una quaq; quinq; ſolidarum figurarũ uno plano cõpre
hendentium quomodocunq; dato,inueniatur & inclinatio,in quam adinuicem inclinantur comprehendentia plana u
niuſcuiuſque figurarum. Inuentio autem (ſicut Iſidorus noſter magnus magiſter enarrabat) hunc habet modum.
Quod quidem in cubo per rectũ angulum diſpeſcunt ipſum comprehendentia plana adinuicem manifeſtum. In pyra
mide uero expoſito uno triangulo,centris terminis unius lateris,ſpacio uero à uertice in baſin perpendiculari acta,
†ambitiones deſcriptæ inuicem ſe ſecent,& ab ipſa ſectione ad centra connexæ rectæ lineæ comprehendent inclina
tionem planorum pyramidem comprehendentium. In octahedro uero à latere trianguli deſcripto quadrato,centris
terminis diagonij,interuallo autem itidem trianguli perpendiculari,deſcribantur circumferentiæ,& rurſus à commu
ni ſectione ad centra connexæ rectæ lineæ comprehendent† deſinentem in binas rectas quæſitæ inclinationis. In ico
ſahedro porro,à latere trianguli deſcripto pentagono connectatur ſub binis lateribus ſubtenſa recta linea,& centris
terminis eiuſdem,interuallo autem ipſius trianguli perpendiculari deſcriptis,circumferentijs,quæ ex communi ſe
ctione

Margin notes:

παρὰ δύο, id eſt parallelis

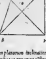
ἀνάστροφα, id eſt repetitus ordo

περιφέρειαι ... id eſt comprehendit cũ quo quæſita inclinatio à duobus rectis deſicit.

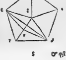
ctione ad centra connexæ, comprehendent desinentem similiter in binas rectas inclinationis icosahedri planorum. In dodecahedro uero exposito uno quinquangulo, connexa similiter sub binis lateribus subtensa recta linea, centris terminis eiusdem, interuallo autem acta perpendiculari à bifaria sectione ipsius in parallelum ei latus pentagoni, ut supra describantur circumferentiæ & quæ à signo in quod inuicem concurrunt ad centra connexæ similiter comprehendent* desinentem in binas rectas inclinationis planorum dodecahedri. Sic quidem clarissimus ille uir de prædictis disseruit, claram putans in quouis demonstrationem. Sed ut manifesta fiat illorum demonstratio, uisum est uerba ipsius declarare, primumque in pyramide. Intelligatur pyramis sub quatuor æqualateris triangulis comprehensa αβγδ, basi αβγ, fastigio uero δ, & secto ipso αδ latere (per 10 primi) bifariam in ε, connectantur βε, εγ. Et quoniam αδβ, αδγ triangula æqualatera sunt, & αδ bifariam secatur, ipsæ igitur βε, εγ perpendiculares sunt in ipsam αδ. Dico quod angulus qui sub βεγ est acutus. Quoniam enim dupla est αγ ipsius αε, quadruplum est quod ex αγ eius quod ex αε. Sed quod ex αγ æquum est eis quæ ex αε, εγ (per 47 primi) quorum quod ex αγ ad id quod ex γε rationem habet quam 4 ad 3, & est æqualis γε ipsi εβ: quod igitur ex βγ, minus est eis quæ ex βε, εγ: acutus igitur est qui sub βεγ. Quoniam igitur binorum planorum αβδ, αδγ, communis sectio est αδ, & communi sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ in utroque ipsorum planorum actæ βε, εγ, & acutum angulum comprehendunt, angulus igitur qui sub βεγ inclinatio est planorum, & est datus, data enim βγ latus existens trianguli, & utraque ipsarum βε, εγ perpendicularis, subsistens æqualateri trianguli, centris nimirum β, γ, hoc est terminis unius lateris, interuallo uero trianguli perpendiculari descripti* ambitus, sese inuicem in ε signo dispescunt. Et quæ ab ipso in ipsa βγ connexæ rectæ lineæ, comprehendent planorum inclinationem



id autem erat dictum. Et quod centris quidem βγ, interuallo autem trianguli perpendiculari, descripti circuli adinuicem se secent, perspicuum est, utraque enim ipsarum βε, εγ, maior est dimidia ipsius βγ, centris autem βγ, interuallo autem dimidia ipsius βγ descripti circuli, sese inuicem tangunt. Si uero minor fuerit, neque se tangunt neque dispescunt, si uero maior, omnino secant & sic in pyramide hæc consequens aperte apparet ratio. Intelligatur rursus in quadrato αβγδ, pyramis uerticem habens ε, & ipsam comprehendentia* bifariam basis triangula æqualatera, erit autem αβγδε pyramis: dimidium octahedri, secetur (per 10 primi) unum latus unius trianguli αε bifariam in ζ, & connectantur βζ, δζ, æquales igitur sunt βζ, δζ, & perpendiculares in αε. Dico quod angulus qui sub βζδ, obtusus est. connectatur enim βδ. Et quoniam quadratum est αγ, dimetiens autem βδ, quod ex βδ, duplum est eius quod ex δα. Quod autem ex δα, ad id quod ex δζ rationem habet (sicut in præcedenti dictum est) quam 4 ad 3. & quod ex δβ igitur ad id quod ex δζ rationem habet quam octo ad tria, æqualis autem est δζ, ipsi ζβ. Quod igitur ex δβ, eis quæ ex βζ, ζδ, maius est. Obtusus igitur est qui sub βζδ. Et quoniam binis planis se inuicem secantibus, hoc est αβε, αδε, communis sectio est αε, & ad rectos angulos ei in utroque ipsorum planorum actæ sunt, ipsæ, βζ, δζ, obtusum comprehendentes, qui igitur sub βζδ, angulus *desinit in binas rectas inclinationis ipsorum αβε, αδε planorum. Si datus fuerit igitur qui sub βζδ, datur quoque dicta inclinatio. Quoniam igitur datur triangulum octahedri & unum latus octahedri est αδ, & ab ipsa quadratum describitur αγ, dataque βδ, dimetiens existens ipsius quadrati. Sed & βζ, ζδ, ipsius trianguli perpendiculares. Quare & qui sub βζδ angulus datur. Descripto igitur quadrato ex latere trianguli sicut αγ, & connexa diametro sicut βδ si centris βδ, interuallo autem trianguli perpendiculari, circulos describamus, se inuicem in ζ dispescent. Et quæ ex ζ in centra connexæ rectæ lineæ, comprehendent



inclinationem eam quæ sub βζδ,* quæ desinit in binas rectas (sicut dictum est) ipsorum planorum inclinationis. Et hic perspicuum est quidem sicut utraque ipsarum βζ, ζδ, est dimidia ipsius βδ maior, ac per hoc in organica constructione circulos sese inuicem dispescere necesse est. Et ex demonstratione manifestum sit sicut βδ ad δζ, potentia rationem habet quam octo ad tria, dimidiæ uero ipsius βδ potentia quadrupla est, & proinde maior est utraque ipsarum βζ, ζδ, dimidia ipsius βδ, & hæc quidem de octahedro. In icosahedro autem intelligatur pentagonum æquilaterum αβγδε, & in eo pyramis uerticem habens ζ, ut triangula ipsam comprehendentia æquilatera sint, erit iam ipsa αβγδεζ pyramis pars icosahedræ figuræ. Secetur unum latus unius trianguli ζγ bifariam in η, & connectantur βη, ηδ, æquales existentes & perpendiculares factæ in ipsum ζγ. Dico quod qui sub βηδ angulus obtusus est. & ibidem manifestum est, nam connexa recta linea βδ, obtusum quidem explicat eum qui sub βγδ ipsius pentagoni angulum, hoc autem maior qui sub βηδ, ipsæ namque βη, ηδ, ipsis βγ, γδ, sunt minores: similiter iam ut in præcedenti, quod qui sub βηδ angulus desinit in binas inclinationis ipsorum βζγ, γζδ, triangulorum, hoc dato, data erit & inclinatio ipsius icosahedri planorum. A latere namque trianguli icosahedri descripto quinquangulo connexa sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut in ipsa descriptione βδ data, similiter autem



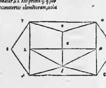
Præter basim

Est quo deficit à duobus rectis inclinatio

ut supra

& ipsis ϛ κ, κ δ perpendicularibus triangulorum, datur & qui sub ϛ κ δ. Si enim centris limitibus eius quæ sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut ϛ δ interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari, circuli descr.bantur, se cabunt se mutuem sicut in κ, & quæ ex κ ad ipsa ϛ δ connexæ rectæ lineæ, comprehendent desinentem sub binis re ctis ipsorũ planorũ inclinatiõis, & hic quidẽ ex descriptione manifestũ est, quod utraq; ipsarũ β ε, κ δ maior est dimi dia ipsius β δ. Instrumentali quoque fabrica est ostẽdere. Intelligatur separa tim æquilaterum quidem triangulum θ ε λ, ab ipso autem κ λ quinquangulum describatur κ μ ν ξ λ, & connectatur μ λ, excitetur q; (per 12 primi) perpendicu laris ipsius θ κ λ trianguli, θ ε. Dico quod ipsa ϛ κ maior est dimidia ipsius μ λ subtendentis inclinationem planorũ. Acta ab ipso κ in ipsam μ λ, perpendicula ri ipsa κ π, quoniam qui sub κ λ π maior est tertio recti, hoc est eo qui sub κ θ κ, con stituatur ei qui sub κ θ ε æquus qui sub π λ ρ, ipsa igitur π λ, perpendicularis est æquilateri triãguli cuius est latus ρ λ, quare quod est ex ρ λ ad id quod ex λ π, ra tionem habet quàm 4 ad 3, maior autem est κ λ, ipsa λ ρ. Quod igitur ex κ λ, ad id quod ex λ ε, maiorem rationem habet quàm 4 ad 3, habet autem & ad id quod ex θ ε, quã 4 ad 3. Ipsa igitur κ λ, ad λ π maiorẽ rationẽ habet quàm ad θ ε, maior igitur est θ ε ipsa λ π. In dodecahedro sic intelligatur unũ quadratũ cubi à quo dodecahedrũ describitur, & sit α β γ δ, & bina plana dodecahedri, hoc est α ε ϛ ξ κ, κ δ θ γ ξ. Dico iam & hic datã esse, binorũ quinquãgulorũ inclinationẽ. Secetur (per 10 primi) ξ κ bifariã in κ, & ab ipso κ ipsi ξ κ (per 11 primi) ad angu los rectos excitetur in utroq; planorũ κ λ, κ μ, & cõnectatur μ λ. Ato primũ q; q sub μ κ λ, angulus obtusus est. Ostensum autem est in decimotertio elemẽtorum, uolu m ne siue statu dodecahedri, quod quæ ex κ per pendicularis acta in α β γ δ, quadratum dimi dia est lateris pentagoni, quare minor est dimidia ipsius μ λ, & id propterea qui sub μ κ λ angulus ob tusus est. Simul q; ostensum est in eodem theorema te quod & quod quidem ex κ λ, æquum est ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio la teris pentagoni, quare eadem κ λ & κ μ sunt æqua les, & maiores sunt dimidia ipsius μ λ: dato igitur angulo sub μ λ κ, desinens in binas rectas inclina tio erit planorum, uidelicet data. Quoniam igitur latus α ϛ ε δ, quadrati subtendens est bina latera





pentagoni daturque & pentagonum, datur ergo & μ λ. Datur autem & utraque ipsarum μ κ, κ λ, perpendiculares enim sunt à bifaria sectione α β sub binis subtensa lateribus in parallelum eidem latus pentagoni ut ξ κ. Datur igi tur qui sub λ κ μ desinens (sicut dictum est) in binas rectas quæsitæ inclinationis. Bene igitur in instrumenta li fabrica dixit quod oportet dato pentagono, connectere subtensam sub binis lateribus quæ æqualis sit ipsius cubi lateri, & centris limitibus ipsius, interuallo uero ab ipsa bifaria sectione acta perpendiculari in parallelum eidem pentagoni latus, sicut in descriptione κ λ, κ μ, de scriptæ circunferentiæ, & ab ipso commissuræ circunferentiarum signo ad centra connectere rectas lineas comprehendentes desinentem in binas rectas inclinationis ipsorum planorum, quod enim ipsa κ λ, perpendicularis maior est dimidia ipsius μ λ, dictum est, sicut in elementis simul etiam est ostensum.

DECIMIQVINTI LIBRI FINIS

BARTOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

Clarissimo uiro Paulo Pisano patritio Veneto equiti Iurato grauissimoqꝫ senatori fœlicitatem perpetuam.

LICET Mathematicæ disciplinæ quæ primum certitudinis fastigium uno omniũ philosophantium iudicio obtinent. Paule Pisane uir grauissime, à priscis illis philosophantibus semper excultæ fuerint, tamen astrologiam cæteris lõge præstare censuerim: & hoc sane binis adductus ratiõnibus, nam longe clariora & excellentiora sunt quæ ab astrologis in cœlestium globorum conuersione, astrorumqꝫ reuolutione, traduntur, hac siquidem disciplina cœlestia quæ his inferioribus lõge sunt præstãtiora homines intuentur, astra fixa errãtiaqꝫ pariter, distãtias, solisqꝫ & lunæ defectus cõiectãt, quæ deus opti. max. mira sapiẽtia cõstruxit. Illud quoqꝫ accedit quod hæc disciplina reliquas tres in sese cõtinet: nã cũ in astrologicis theorematibus spectãtur circuli, anguli, quadrata quæ ex cœlestiũ globorũ cõuersione fiunt, tunc geometria est opus, cũ uero numeri adhibẽtur ut supputatiões accõmodatius fieri possint tam minutorũ quã secundorũ & reliquarũ particularũ, sicut in magna cõstructiõe Mathematica Claudius tradit Ptolomæus, quã imperiti almagestũ nescio quo beluoso nomine appellãt, tũc auxiliatur arithmetica, si autẽ globorũ motꝰ alios celeriores, at alios tardiores inuenis ubi eos simul cõparaueris, proportionibus sese mutuò correspõdere cõperies quas musica disciplina ostẽdit. Pytbagoreus nãqꝫ Nicomachus in globorũ cœlestiũ reuolutionibus Harmoniã sonosqꝫ gigni in musicis tradit. Cuius disciplinæ primordia quæ Phænomena sunt hoc est apparentia, cum Euclides Megarensis clarissimus mathematicus mira indagatione cõscripserit, opusculũ illud ĳs qui astrologiæ disciplinã sibi uendicare cõtendunt utile & scitu iucũdum cũ fortasse hisce diebus ad nostras manus peruenisset, ne tãta utilitate studẽtes carerẽt, illud latinũ fecimus. Quod opus qm̃ latinis hucusqꝫ ignotũ extitit, uoluimus ut sub tuo nomine è Græcia in Italiã migraret seseqꝫ latinis præberet legendũ, ut licet ex sese auctoritatẽ uel maximã habeat: nã nõ recte sentiũt qui Euclidi plurimũ non tribuũt, tua auctoritate, maior existimatio & auctoritas ei accederet. Tũ ut licet te pater meus nosqꝫ omnes semper excoluerimus, tuaqꝫ uetustissima fuerimus mãcipia, hãc obseruationẽ nostrã nullã esse cẽserẽ, nisi ea tibi hoc munere certior fieret. Quòd opꝰ tibi abs te cõprobatũ fuisse cognoscã cõi utilitati consulens, conabor ut aliorum præclarissima mathematicorũ opera in lucem ueniãt, tu uero Vale æternũ; nostrisqꝫ uotis da facilẽ cursum. In Ædibus patrĳs xĳ. Kal. Octobris in xi. ıivi. & XIX. Elemento à reconciliata diuinitate.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARIS SIMI PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMA/ticiq; præstātissimi Phænomena, ex traditione Theo/nis Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

QVONIAM astra non errantia ex eodem oriri loco, in eũdemq; locum occidere spectantur, quæq; simul oriũtur, simul semper oriri, & quæ simul occidunt semper simul occidere. Ab ortuq; in occasum uergentia eisdem inuicẽ interuallis distare, ueluti Orionis, id quod obtigit à cin/gulo ad pedes usque idem semper est interuallum. Id, in/quam, fit in ijs solis quæ in gyrum feruntur, quoniam ui/sus omnino à circunferentia æque distat, quemadmodũ in opticis ostenditur. Receptum siquidem esse oportet astra circulose ferri: in unoq; corpore reuinciri, uisumq; à circunferẽtijs æque distare, spectatur siquidem stella a/liqua inter sublimes loco, locum ex loco non permutans, sed in qua est regione in ea/dem reuoluta. Quandoquidem ita ad circulorum circunferentias in quibus reliqua astra feruntur, ubique æque distare uidetur. Admittendũ est sane circulos omnes pa/rallelos esse. & id propterea astra non errantia per parallelos ferri polum habentes iã dictam stellã. Horũ aũt nõnulla neq; orientia neq; occidentia spectãtur, eo quia in sub/limioribus circulis ferũtur, quos semp apparẽtes appellãt. Hæc siqdẽ sunt astra quæ polum apparentem sequuntur usque ad circulum arcticum, & quæ polo propinquio/ra minimo circulo feruntur, maximo uero quæ longius absunt. At quæ in arctico circulo existunt horizontem radere uidentur. Quæ uero ad meridiem omnia & ori/ri & occidere spectantur, eo quia eorum circuli non sunt toti supra terram, sed eorum pars supra, at reliqua sub terra. Eorũ uero segmentorũ quæ supra terram unũquodq; quo propius ad semper apparentium circulum maximum accesserit, magis apparet, eorũ uero quæ sub terra quo propius ad dictũ circulũ accedit, min9 spectatur. Eo quia astra in segmento orbis quod sub terra existunt inuehuntur tẽpore minimo, quæ ue/ro in eo quod supra terram maiori feruntur. Quæ uero ab ijs longius absunt sem/per supra terram tempus obtinent minus: quæ uero sub terra maius, minimum uero tempus habebunt quæ supra terram ferũtur ea quæ in meridiem uergunt, quæ uero infra terram maius. Qui uero inter hos medij sunt æquale tempus habent ei quæ sub terra est parti. Quare orbem huiusmodi æquinoctialem appellamus. Qui uero ab æ/quinoctiali circulo æqualiter disterit, æquali tempore, & segmentis uicissim æqualibus inuehuntur, sicut quæ supra terram in septentrionem uergunt eis quæ sub terra in me/ridiem tendunt. Quæ uero supra terrã in meridiem tendunt, eis quæ infra terram ad septentrionem comeãt. utriusq; enim circuli & eius qui supra terram, & qui sub terra in continuum tendit idem tẽpus, apparet præterea lacteus circulus & zodiacus in pa/rallelos obliqui existentes circulos, seseq; inuicẽ in circunuectione dispescẽtes semper hemicyclia super terram habere uidentur. Iã ex his omnibus quæ dicta sunt mundus sphæricæ speciei esse supponitur. Si enim cylindroides aut conoides esset. Quæ in obli/quis circulis æquinoctialẽq; bifariã secãtibus stellæ cõprehensæ in ambitu, neutiquam semper in æqualibus semicirculis prouehi apparerẽt: sed quãdoq; in maiori semicircu/li segmẽto, & quandoq; in minori. Si enim conus aut cylindrus plano secetur, non aũt ad basim, sectio fit oxygoni coni quæ clypeo similis est. Manifestũ igitur qđ huiusmo/di figura in medium secta & in longum & in latum dissimilia segmenta efficiet. Manife/stum autem quod & si oblique per medium secta fuerit, & sic dissimilia efficiet segmen/ta. Quod in mundo nequaquam fieri deprehenditur, hijs igitur omnibus mundus est sphæricus. æqualiterq; circa axẽ uoluitur. Cuius unus quidem est polus supra terram apparens, alter uero infra terram ocultus. Horizon uero uocetur per planum nostrũ procidens in mundo circulus finiensq; supra terram spectatum hemisphæriũ, si sphæ/rã nãque plano secta fuerit sectio circulus est. Meridianus porro circulus appelletur,

qui

qui per ſphæræ polos & recte ad horizõtẽ ꝑuenit. Tropici uero ſunt quos per mediũ zodiacus orbis tangit, qui eoſdem cum ſphæra polos habent, ſed qui per medium currit zodiacus circulus & æquinoctialis maximi ſunt, bifariã enim inuicem ſeſe diſpeſcũt in principio arietis & libræ, ſunt namq; in diametro, & in æquinoctiali exiſtentes, coniugate oriuntur & occidunt, inter ipſos habentes ıı ſignorum ſex ſigna, æquinoctialis uero circuli binos ſemicirculos, quandoquidem utrunque principium in æquinoctiali orbe exiſtens in eodem feratur tempore, & quæ ſupra & que infra terram eſt pars. Si enim ſphæra circa ſuũ æqualiter axẽ euoluta fuerit, omnia in ipſius ſphæræ circunferentia cõſiſtentia ſigna in æquali tempore ſimiles circunferẽtias circulorum per quos feruntur tranſibunt, ſimiles igitur æquinoctialis circuli circũferentias tranſibũt, eam ſcilicet quæ ſupra terram, & eam quæ infra: circunferentiæ igitur ſunt æquales: ſemicirculus & enim utraq; eſt. Nam ab oriente in ortum, ſiue ab occidente in occaſum totus circulus eſt. Id propterea animalium circulus & æquinoctialis inuicem ſeſe bifariam diſpeſcunt. Si uero in ſphæra bini circuli ſeſe inuicem bifariam ſecuerint, uterque ſecãtium maximus eſt. Igitur zodiacus orbis. & æquinoctialis maximi ſunt, & horizon quoque maximus eſt, zodiacum & enim & æquinoctionalem orbem maximos exiſtẽtes ſemper bifariam diſpeſcit, Duodecim uero animalium ſex ſemper ſupra terram, & æquinoctialis circuli ſemper ſuperne ſemicirculum habent. quæq; in eo ſunt aſtra ſimul & orientia & occidentia in eodem tempore adueniunt, alterum ſiquidem ab ortu in occaſum. alterum uero ab occaſu in ortum. Ex his igitur oſtenſis manifeſtum eſt quod æquinoctialis circuli ſemicirculus in horizonte eſt. Si uero in ſphæra manens circulus bifariam maximorum aliquem ſecuerit ſemper delatum, & ſecans quoque maximus eſt, horizon igitur maximus eſt.

Theorema 1 *Apparens* 1

Terra io medio mundo eſt, ceotriq; ordinem obtinet ad mũdum.

Sit in mundo horizon a b. terra autem ſit uiſus noſter qui ſit ad d, ſintq; orientales partes c, occiduæ uero ſint a. ſpectetur que per diopteram iacentem ad d, ſignum cancer oriens in c ſigno, ſpectabitur igitur eadem dioptrã capricornus occiduus, ſpectetur per a ſignũ & quoniã ſigna a d c, per diopteram ſpectãtur, recta igitur eſt linea quæ p a d c eſto a d c. manifeſtum iam eſt quod a d c dimetiens eſt non errantium ſphæræ & zodiaci, quandoquidẽ zodiaci ſuper horizontem ſex animalia diſcindit. Rurſus iam moto zodiaco & dioptra ſpectetur leo oriens in b ſigno: ſpectabit igitur eadem dioptra aquarius occidens, ſpectetur in e ſigno, & quoniam e d b ſigna per dioptrã ſpectantur, recta eſt linea quæ per e d b, ſit e d. Igitur ipſa e d b diametros eſt, & non errantium ſphæræ & zodiaci circuli patuit autẽ quod & a d c. Igitur d ſignum centrum eſt non errantium ſphæræ, eſtq; ad terrã. ſimiliter iam oſtendemus quod ſi illud ſignum, in terra aſſumatur centrum eſt mundi, terra igitur in medio mundo eſt, centrique ordinem ad mundum obtinet.

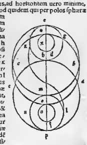


Theorema 2 *Apparens* 2

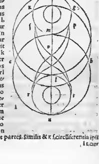
IN uno mundi ambitu, qui per polns ſphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus uero circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uero minime quaodo polus horizõtis fuerit ioter æſtiuum tropicum circulum, ſi oero in aliquo tropicorum fuerit polus horizontis, zodiacus circulus omnino ad horizontem rectus erit, quaodo autem polus horizootis inter tropicos circulos fuerit, zodiacus circulus ad horiznntem bis erit rectus.

Eſto horizon circulus b e c, & maximus ſemper apparentium circulorum eſto a d. maximus uero ſemper non apparentium eſto e f, æſtiuus uero tropicus ſit g h k, hyber

nus autem tropicus sit l m n. zodiacus porro circulus positionem habeat sicut k l, poli autē sphæræ sint x o, signa, describaturq; per x maximus circulus a x e o. Dico quod in uno sphæræ ambitu, qui per polos sphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus autem circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uero minime, quando polus horizontis inter g h k, & a d. fuerit, quod quidem qui per polos sphæræ ad b e c, horizontem bis est rectus ostēditur. Dico iam quod k l, ad a o, meridianum bis erit rectus Quoniam enim in sphæra bini circuli a b c, g h k, sese inuicem dispescunt, perque polos eorum describitur circulus maximus a h o, æqualis igitur est circunferentia k b, ipsi h k, & l p, ipsi, p n, estque æqualis circunferentia g b k, ipsi circunferentiæ l p n, æqualis igitur est l p, circunferentia ipsi k h, circunferentiæ. In quo igitur tempore k signum ab ipso exordiens k, ipsam k h, percurrens circunferētiam in h, peruenit, in eo & l signum ambitum l p, percurrens in p signum stabit, & zodiacus circulus positionem habebit sicut h b, p c Nā quoniam in sphæra bini orbes a g h k, b h p c, sese inuicem tangunt, ac per unius polum & contactum maximus describitur circulus x h o b. Igitur ipse x h o q, orbis ueniet & per ipsius h b p c, orbis polos, ad eumq; rectus erit, quare & h b p c, orbis ad ipsum x h o p, orbē rectus est. Rursus quoniam a d circunferentia ipsi m n, circunferentiæ similis est, in quo igitur tēpore a ad d, peruenit, in eodē & n ad m, & zodiacus circulus positionem habebit sicut a b m c, nam quoniam in sphæra bini orbes a b m c, a h sese inuicem tangunt, perq; unius polum & contactum maximus describitur circulus a x o h, rectus igitur est, a x h o ad a b m c, orbem, quare & a b m c, orbis ad a x h o, orbem rectus est. Rursus quoniam a k circunferentia ipsi l m, circunferentiæ similis est, in quo igitur tempore a, peruenit ad k, in eodem & m ad l, uenit zodiacusque circulus positionem habebit sicut k l: in quo igitur tēpore k incipiens a k, ipsamq; k h, percurrens circūferentiā ad h, peruenit, q temporis interuallum est unius sphæræ ambitus, ipse k l, orbis ad b e c, orbem, bis erit ad angulos rectos.



Eisdē expositis sit polus ipsius b e c k, inter signa d x. Dico quod k l, circulus zodiacus ad b e c k, horizontem neutiquam erit erectus Si enim orbis k l rectus est ad orbem, b e c k, ipsum per polos dispescit, transietq; per polum existentem inter d x, secabit quoque ipsum g h k, tropicum quod est impossile, idq; propterea k l zodiacus nō erit rectus ad b e c k, horizontem. Sit autem horizōtis polus in l m n, in m. signo. Dico quod omnino orbis k l, ad horizontem rectus erit. Nam quoniam k m, circunferentia ipsi l n circunferentiæ, est æqualis. In quo igitur tempore k. ipsam k m, percurrens circunferentiam ad m, peruenit, in eodem l in n, erit & zodiacus circulus positionem habebit sicut b k e. Quoniam igitur b m, ipsum n b c, horizontē per polos secat ipsumq; bifariam secat & ad angulos rectos. Rectus igitur est zodiacus circulus ad horizontē. Esto aūt polus horizōtis inter tropicos sitque o signū. Dico q k l circulus ad horizontē bis erit rectus. describātur p poiū o maximi orbes s o t, p o r, tangentes ipsum a g m k tanget iam & ipsum t n r, & quoniam orbis p o r, ipsum g e k. per polos secat bifariam & ad angulos rectos ipsum secat, rectus ergo est circulus p o r, ad g e k. Idque propterea iā orbis s o t, ad g k e, rectus est. Et quoniam qui ex k semicirculus sicut ad k l partes contactum non admittit ipsū l semicirculo, sicut ad s t partes, Similis & k s, circūferentia ipsi



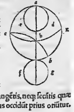
l t, cir

l t, circunferentiæ: in quo igitur tempore k in f peruenit in eodem & l in t, & k l, circulus coheret in ipso f t, circulo a t. f t, circulus ad g e k rectus est: & k l, igitur ad e k, rectus est. Rursus quoniam f m p, circunferentia ipsi t n r, est similis: in quo igitur tempore f in p, in eodem quuque & t in r uenit, & circulus zodiacus conuenit in circulo p o r, & p r, ad g e k, rectus est, & zodiacus circulus rectus est ad g e k, horizontem, bis igitur zodiacus circulus ad horizontem rectus est.

Theorema 3 Apparens 3

Astrotum non errantium, ortus occasusq; efficientium unũquodque iuxta eadem horizontis signa oritur & occidit.

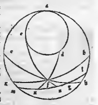
Sit in mundo horizon a b c maximus autem semper apparẽtium esto circulus a d e, non apparentium uero maximus esto b g f, assumanturq; signum h ortus & occasus facientiũ, sintq; orientales partes c, occiduæ uero sint k. Dico quod h signum semper iuxta eadem horizõtis signa oritur, & occidit euoluta sphæra, sit orbis per quem signum h cõuertitur sitq; k h c, igitur orbis k h c, ipsum horizontem secat estque rectus ad ipsius sphæræ axem. Ipsi autem axi ad angulos rectos existentes circuli, horizontemq; dispescentes, ortus & occasus per eadem horizõtis signa efficiunt, orbis igitur k h c, per c signum oritur, & per k occidit, fertur aũt h signum in circunferentia ipsius k h c circuli, & h igitur signum per signũ c oritur, & per k occidit.



Theorema 4 Apparens 4

Astrorum in maximi circuli ambitu existẽtiũ, maximũq; semper apparentiũ non tangẽtis, neq; secãtis quæ prius oriuntur, prius & occidũt & qui prius occidũt prius oriũtur.

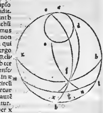
Sit in mundo horizon a b c, maximus autem semper apparentium sit a d e, alius autem maximus orbis esto e f b. non secans circulum a d e, neque ipsum tangens. Assumanturq; in ipsius c f h circuli circunferentia bina contingẽtia signa sintq; f g. Dico quod ipsorum f g signorum, quod prius oritur prius & occidit, & prius occidens, prius oritur. Sint autem orientales partes c, occiduæ uero sint b. sintque paralleli circuli per quos signa f g, inuehuntur h k. l m & per f maximus describatur circulus n f e, ipsum a d e circulum tangens ut tamen non tangat semicirculum qui ex e sicut ad partes e f n, ei qui ex a semicirculo ad a c partes similis igitur est k f, circunferentia, ipsi m n, circunferentiæ, reliqua igitur f h, circunferentia & continua ei sub terram usque ad k, signum similis est ipsi n l, circunferentiæ & ei continuæ sub terram usque ad m signum. In æquali igitur tempore f n, signa ipsas f h, n l, & eis continuas usque ad k m, signa circunferentias pertranseunt. Ipsa igitur f n, signa simul oriuntur & g ipso n prius uritur, & g igitur ipso f, prius oritur. Dico quod & prius occidit, describatur per f signum maximus circulus x f d, ipsum a d e, circulum tangens, ut a b d, semicirculus ad partes d f x, ipsi a, semicirculo ad partes a h, non concurrat, similis igitur est f h, circunferentia ipsi x l. In æquali igitur tempore f, signum ipsam f h, circunferentiam transit, & x signum ipsam n l circunferentiam. Igitur f signo in h ducto, & x in l, stabit. Ipsa igitur f x, signa simul occidunt: & g, ipso x, prius occidit, & g ipso igitur f, prius uccidit: similiter iam demonstrabimus quod & prius uccidens prius & oritur.



Theorema 5 . Apparens 5

Strorum in maximi orbis ambitu qui maximum semper apparẽ
tium secat, existentium, quæ in septentrione sunt prius oriuntur
posterius uero occidũt.

Esto in mũdo horizon a b c, maximus autẽ semper apparẽtiũ sit a d e, alius autẽ maximus circulus esto c f b, ipsum a d e, circulum dispescens. Assumanturque in ipsius c f b, orbis ambitu bina contingentia signa, sitq́ f, signum ad septẽtrionem. Dico quod f, signum ipso g prius quidem oritur, posterius autem occidit. Sint orientales quidẽ partes c, occiduæ uero sint b sintque circuli paralleli per quos f g, signa inuehũtur h k, l m, describaturq́ per f signum maximus circulus n f e, ipsum a d e, circulum tangens ut non tangat eũ qui ex a, semicirculũ ad partes f g, ei qui ex a semicirculo, sicut ad a c x, partes. Similis ergo est f k, circunferentia ipsi n m circunferentiæ. Reliqua igitur h f, circunferentia & continua ei sub terram usque ad k signum similis erit ipsi n l, circunferentiæ & ei cõtinuæ sub terrã usq́ ad m signũ. In æquali igitur tẽpore ipsa f n, signa ipsas f h. n l, circũferentias, & eis continuas usq́ ad k m, signa percurrẽt. Igitur ipsa f n, signa simul oriũtur. Ipsum autẽ n ipso f prius oritur, & f ipso g igitur prius oritur. Dico quod & posterius occidit, describatur per x signum maximus circulus f d, ipsum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex d, semicirculum sicut ad partes d f, ei qui ex a semicirculo, sicut ad a b partes. Similis igitur est f b ambitus ipsi x l, ambitui. In æquali igitur tempore f, ipsum f h, ambitum, & x ipsum x l, perficit. Ipso igitur f in h signo existente, & x in l stabit, ipsa igitur x f, signa simul occidunt. Ipsum autem g prius ipso x occidit. Igitur & g ipso f prius occidit. quare & x ipso g posterius occidit, patuit autem quod & prius oritur. Igitur ipsum f ipso g prius oritur, posterius autem occidit.



Theorema 6 Apparens 6

IN zodiaco circulo astra consistentia in diametro coniugate oriũtur & occidunt, similiter & qui in æquinoctiali.

Sit in mundo horizon a b c, zodiacus autẽ circuls positionẽ habeat a d b, æquinoctialis aũt esto e f d, sintque ipsorum quidem segmẽta super terram a g b, e g f, in diametro igitur est a, signum ipsi b signo, & e ipsi f Dico quod ipsa a b & e f, signa coniugate oriuntur & occidunt. Sint orientes partes a, occiduæ uero b, & sint paralleli circuli per quos signa a b, inuebuntur a h, b c, sitq́ segmẽtum a h super terram, at b c infra terram. Quoniam a ipsi b & e ipsi f est in diametro, æqualis igitur est circunferentia, e b ipsi a f, circunferentiæ. Sed e b, ipsi f e, est æqualis. & a f igitur ipsi f e, est æqualis, éstque maximus parallelorum e f d, æquus igitur est orbis a b ipsi b c, orbi, suntq́ ipsorũ segmenta quæ uicissim a h, b c, æqualis igitur est a b, circunferentia ipsi b c circunferentiæ, in æquali igitur tempore a signũ ipsum a h, ambitum transiens in h ueniet, & b ipsam b c, circunferentiam perficiens ueniet in c. Sed a ipsam a h, percurrens in h prouenıens occidit, at b ipsam b c, currens in c, quod proueniens, oritur. Ipso igitur a occidente, ipsum b oritur. similiter demonstrabimus quod & a oriente b occidit. Rursus quoniã uterq́ ipsorum e g f, f d e, semicirculus est, æqualis est ambitus f g e, ipsi f d e ambitui, in æquali ig-



tur tempore f,signum ipsam f g e,circunferentiā efficiens in e,ueniet & e ipsum efficiens ambitum e d f in f ueniet. Sed f quidem per f g e,circunferentiam ductus in e quod proueniens occidit. At e,per e d f,ambitum inuectus in f,quod perueniens oritur ipso igitur f occidente e,oritur,similiter iam demonstrabimus quod f ipso oriente ipsum e occidit. Similiter autē & omnia in zodiaco & æquinoctionali astra consistētia in diametrū coniugate oriuntur & occidunt.

Aliter ex impoßibili.

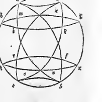
Sit horizon circulus a b c d,æstiuus autem tropicus sit a d,hybernus uero b c zodiacus porro positionem habeat sicut d g b f,sintque in d g b f in diametro signa f g. dico quod ipso f oriente,ipsum g,occidit. Si autem est possibile, non occidat,sed esto h,occidens & per f h,paralleli describantur circuli n h,f k. quare f signo oriēte per k ipsum h,occidet per n,& zodiacus circulus positionē habebit sicut m n l k,& quoniam unusquisque ipsorum a b c d, m n,l k,maximus est:in diametro igitur est k ipsi n, sed & k ipsi f,est idem, & n ipsi h,igitur f ipsi h,est in diametro, sed & g, quod est impossibile. Igitur oriente ipso f,ipsum g occidit.



Theorema 7 *Apparens 7*

Zodiacus circulus per omnem horizontis locum inter circulos tropicos oritur & occidit quando maximus semper apparentium maior fuerit circulo tropico, conuersionesque contrarias fecerit transmutatus,quando enim ortus ad meridiem cum ipso ad septentrionem occasu immutatus fuerit,transmutatus apparet,quando uero ortus septentrionalis cum ortu meridiano immutatus fuerit: transmutatus apparet,& quandoque aliter supra nos stabit.

Sit in mundo horizon a b c d,æstiuus quidem tropicus sit a d,hybernus uero tropicus b c,zodiacus circulus positionem habeat d e b,sitque d e b,segmentū infra terrā at,d f b supra terram. Dico quod zodiacus circulus per omnē horizontis locū inter tropicos oritur & occidit,conuersionesque efficit opposite transmutatus: quādo enim ortu meridiano eo qui ad septentrionem immutatus fuerit,transmutatus apparet,& quādoque aliter supra nos stabit. Sint quidem partes oriētales d c occiduæ uero a b,quod igitur zodiacus quidem circulus per omnem horizontis inter tropicos locum oritur & occidit,manifestū est quandoque quidem maximos tangit orbes,fuerit autem unus eorum quem tangit horizon. Dico autem quod & conuersiones oppositæ immutatus efficit, assumantur æquales & ex opposito circunferentiæ,d e,b f, describanturque paralleli circuli per quos signa e f inuehuntur g e h,k f l. Quoniam circūferentia d e ipsi b f,circunferentiæ est æqualis,communis apponatur e b,tota igitur d e b,toti e b f, est æqualis,semicirculus autem est d e b,semicirculus igitur est & e b f:in diametro igitur est per præcedentem e signum ipsi f signo,& quoniam circunferentia e d,ipsi d m, circunferentiæ est æqualis,& b f ipsi b n. Sed d e ipsi b f est æqualis, & d m igitur ipsi b n est æqualis. Communis apponatur m b,tota igitur d m b toti m b n est æqualis,semicirculus autem est d m b,semicirculus igitur est m b n, igitur per præcedentem in diametro est m signū ipsi n signo,& quoniam per præcedētem zodiaci circuli in diametro signa existentia coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur d signo oriēte per signum d ipsum b,quod ei est in diametro signum occidit,& ipso igitur e,oriente per h signum f,quod

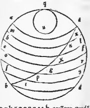


f,quod ei est in diametro occidit per k signum,& ipso n signo oriente per l,signum ipsum m,quod ei est in diametro signum per g, signum occidit & insuper ipso b,signo per c oriente,ipsum d,quod ei est in diametro per a occidit Quando igitur zodiacus circulus ortu meridiano cum occasu septentrionali immutatus fuerit,transmutatus apparet. Dico quod & quando ortu qui ad septentrionem,occasu eo qui ad meridiem permutatus fuerit immutatus apparet. Oriente siquidem d e b,semicirculo, zodiacus circulus positionem babebit a x c. Similiterq́ ostendemus quod in diametro est ipsum quidem x signum ipsi o signo & r ipsi p. Et quoniã signo c oriente per c,quod in diametro ipsi c,est a,signum occidit per a, Ipso autem o,per l,signum oriente,ipsum x, quod est ei in diametro per g signum occidit. Ipso autem p signo per h,oriente ipsum r,quod ei est in diametro per k occidit. Et insuper ipso a signo,per d oriente, ipsum c, quod ei est in diametro per b occidit. Quãdo igitur zodiacus circulus ortu septentrionali eo qui ad meridiem immutatus fuerit,permutatus apparet, patuit autẽ quod & quãdo ortu meridiano occasu septentrionali immutatus fuerit,permutatus apparet, & manifestũ quod quandoq́ aliter supra nos stabit, Quãdo enim zodiaci circuli contactus fuerit in bifaria sectione segmenti quod supra terram tropici æstiui ad nos erit rectus: quando uero in bifaria sectiõe segmenti quod infra terram æstiui tropici bumilior ad nos erit,semperque longius factus a bifaria sectione segmenti circuli quod supra terram æstiui tropici ualde erit proclinatus,similiter autem erit inclinatus æque distans ab utraque bifaria sectione.

Theorema 8 Apperens 8

Signa in inæqualibus horizontis segmentis oriũtur, & occidunt, & in maximis quæ ad æquinoctialem,in minoribus autem quæ hæc sequuntur,in minimis uero quæ ad tropicos,in æqualibus quæ ab æquinoctiali circulo æque distant.

Sit horizon circulus a b c d,tropici autem a c,b d,maximus uero semper apparentium sit q u,zodiacus porro circulus positionẽ babeat c b,æquinoctialis circulus sit e f. Seceturq́ utraque ipsarum c g,g b,in tria æqualia per n k,p t, signa. Dico quod ipsæ c n,n k,k g,g p,p t,t b,circunferentiæ in æqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt. In maximis ipsæ k g,g p,in minoribus autem,k n,p t,in minimis uero c n,b t,in æqualibus k g,ipsi g p,& k g,ipsi p t,& n c, ipsi t b. Sint per quos inuehuntur ipsa,n k,p t,signa paralleli circuli m x,b l,o r,s y. Quoniam ipsæ g k,k n,n c, sunt adinuicẽ æquales: ipsæ igitur,f l,l x,x c, adinuicem sunt maiores incipientes a maxima f l. Idq́ propterea ipsæ quidem e h,b m,m a,inuicem sunt maiores incipientes a maxima e h,& insup er ipsæ quidem f r,r y y d,ab ipsa f r,maxima incipientes inuicem sunt maiores,& insuper ipsæ e o,o s,s b,ab ipsa e o, maxima



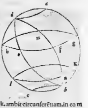
incipientes inuicem sunt maiores,& quoniã ipsæ c n n k,k g,g p,p t,t b, oriũtur quidẽ per c x,x l, l f,f r,r y.y d circunferentias. occidunt autem per a m,m h,h e,e o,o s,s b quare in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt. Et quoniam in sphæra, paralleli circuli,h l,o r,maximi alicuius circuli circunferentias ipsius c b,hoc est p g,g k, æquas auferunt ad maximum parallelorum e f,æqualis igitur est circulus b l, ipsi o r circulo. Quoniã igitur in sphæra æquales & paralleli circuli h l,o r.maximi alicuius circuli circunferentias ipsius a b c d,ipsas l f,f r,auferunt ad maximum parallelorum e f. æqualis est circunferentia l f,ipsi f r.circunferentiæ Similiter autem ostendemus, quod circunferentia f x,ipsi f,y,circunferentiæ est æqualis. Reliqua igitur x l,reliquæ r x, per tertiam communem sententiam est æqualis. Iam id propterea & c x, ipsi y d Signa igitur in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt in maximis quidẽ quæ ad æquinoctialem,in minori quæ ea sequuntur,in minimis uero quæ ad tropicos,in æqualibus porro quæ ab æquinoctiali circulo æqualiter distant.

Theo

Theorema 9 Apparens 9

SIgnorum circuli semicirculi qui exordium in eodem parallelo nõ habuerint inæquali tempore oriuntur toti, & in pluri qui cũ cancro, in minori autem qui subsequuntur, in minimis uero qui cum capricorno, quicunq; autem exordium in eodem habuerint, parallelo in æqualibus temporibus oriuntur.

Sit in mũdo horizon a b c d, æstiuus autem tropicus sit b c, zodiacus uero circulus positionem habeat d e b f, sintque orientales partes quidem c d, occiduæ uero a b & d e b, sit qui post cancrum semicirculus, at b f d, sit qui post capricornum. Dico quod ipsius zodiaci circuli semicirculi qui exordium in eodem non habent parallelo inæquali tempore oriuntur & in pluri quidem qui cum ipso cancro d e b, in minori qui hunc subsequuntur, in minimo autem qui cum capricorno b f d. quicunque uero exordium in eodem parallelo habuerint æquali tempore oriuntur, auferantur æquales circunferentiæ d e, b f. Describanturq; paralleli circuli g e h m, k f l n, per quos inuehuntur ipsa, e f signa. Sintque eorum quæ supra terram segmenta g m h, k f l. Similiter iam ostendemus, sicut in præcedentibus quod in diametro est e signum ipsi f signo, & m ipsi n. Et quoniam ipsa a d circunferentia, ipsa m h, circunferentia est maior aut ei similis ipsa autem g m h, ipsa k f l, & insuper k f l, ipsa b c. In maiori igitur tempore d signum, incipiens a, d, ipsam d a. circunferentiã ambit quam e incipiens ab h, ipsam h m g. circunferentiã ambit. Et e ab ipso h incipiẽs in maiori tempore ipsam h m ambit, quam n incipiens ab l ipsam l f k. ambit circunferentiam, & n ab ipso l incipiens in maiori tempore ipsam f k ambit quam b ab ipso c incipiens ipsam c b ambit circunferentiam. Sed in quo quidẽ tempore d signum ipsam d a, ambit circunferentiam, in eo & ei existens in diametro b signum ipsam b c ambit circunferẽtiam, & semicirculus d e b, oritur. In quo autem tempore e incipiens ab ipso h ipsam b m g ambit circunferentiam in eo f. ei in diametro existens incipiens a k, ipsam k n l, ambit circunferentiam, & semicirculus e b f, oritur In quo uero tempore n incipiẽs ab ipso l ipsam l f k. ambit circunferẽtiam, in eo m & in diametro existens incipiens ab ipso g, ipsam g e b, ambit, & semicirculus n b m oritur. In quo uero tempore b incipiens ab ipso c, ipsam c b ambit, in eo ipsum d ei existens in diametro incipiens ab a, ipsam a d ambit: & semicirculus b f d. oritur. In maiori igitur tempore semicirculus qui cum cãcro oritur, hoc est ipse d e b, minore uero eo quod in d e b ipse e b f. & insuper ipse n b m, in minori ipso e b f. in minimo demum qui capricorno. Dico insuper quod quæcunque, exordium in eodem parallelo huerint æquali tempore oriuntur, habeant enim ipsi m d n, e b f. semicirculi exordium in eodẽ parallelo, dico quod æquali tempore ipsi m d n, e b f, semicirculo oriuntur. quoniam in æquali tempore m signum incipiens ab h, ipsam b m g, ambit circunferentiam. & e incipiens ab h, ipsam. h m g, ambit circunferentiam, sed in quo tempore m signum incipiens ab h ipsam b m g ambit, in eodẽ quod ei est in diametro n incipiens a k ipsam k n l, ambit circunferentiam, & semicirculus m d n oritur In quo autem tempore e signum incipiens ab b signo ipsam b m g ambit circunferentiam, in eodem quod ei est in diametro f incipiens ab ipso k ipsam k n l, ambit circunferentiam, & semicirculus e b f, oritur. In æquali igitur tempore ipsi m d u. e b f. semicirculi oriuntur.

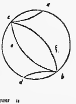


Theorema 10 Apparens 10

SI zodiaci circuli bini semicirculi cõmunem quandã habentes circũferentiam inæquali tempore orti fuerint, & ex opposito circunferentiæ inæquali tempore oriuntur, & eædem erunt differentiæ

tẽpore

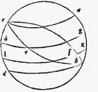
tempore in quibus semicirculi & circunferentia quæ ex opposito oriuntur, & si zodiaci circuli bini semicirculi æquali tempore communem quandam habentes circunferentiam orti fuerint, & quæ ex opposito circũferentiæ æqualibus temporibus orientur.



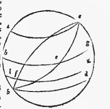
Sit horizon circulus a b c d, tropicus uero æstiuus sit a c, hybernus aũt sit b d, zodiacus porro sit b c. Assumanturq; æquales circunferentiæ c e, b f, ipsi igitur semicirculi c e b, e b f, inæquali tempore oriũtur. Dico quod & ipsæ c e, b f, circunferentiæ in æquali tempore oriuntur. Nam quoniam c e b, ipso e b f, in maiori oritur tempore communis auferatur ipsius e f, circunferentiæ ortus tempus. ipsa enim a b, circunferentia eadem sed in æquali oritur. Reliqua igitur c e, ipsa b f in maiori tẽpore oritur. & manifestũ quod eodem sunt differentiæ tẽpore in quibus ipsi c e b, e b f. semicirculi oriuntur. & quæ ex opposito circunferentiæ c e, b f. Manifestum autem quod si semicirculi aliqui æquali tempore orti fuerint & quæ ex opposito circunferentiæ æquali tempore orientur.

Theorema 11 Apparens 11

Zodiaci circuli æqualium & ex opposito circunferẽtiarum in quo tempore altera oritur, & altera occidit, & in quo altera occidit altera oritur.



Sit horizon circulus a b c d, tropicus autem æstiuus sit a c, hybernus autem b d, zodiacus sit c b, assumanturque in ipso æquales circunferentiæ ex opposito c e, b f. Dico quod in quo tempore c e, oritur b f, occidit. Sint per quos inuehuntur e f, signa paralleli circuli g h x l, & quoniam astra in zodiaco in diametro existentia per 6 theorema coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur e oriente f occidit. In quo igitur tempore c. incipiens a b e. ipsam e b, ambiens circunferẽtiam uenit in h, in eodem & f ab ipso f incipiens f x ambiens ad x uenit. Sed quando e ipsam e h ambiens ad h uenit, circũferentia e c, oritur: quando uero f ipsam f x ambiẽs ad x uenit, occidit b f circunferentia. In quo igitur tempore c e, circunferentia oritur in eodem f b, circunferẽtia occidit. Dicoq; & in quo tẽpore b f oritur, occidit ipsa c e. Immutetur enim in b a, casu zodiacus circulus, habeatq; positionem sicut c e b. Dico quod in quo tempore b f oritur, ipsa c e occidit. Quoniam f ipsi e signo in diametro est, ipso igitur f oriente, ipsum e, occidit In quo igitur tempore f ipsam f l, ambiens circunferentiam ad l uenit. In eodem & e ipsam e g, circunferentiam percurrens ad g, uenit. Sed quãdo f ipsam f l, circunferentiam ambiens peruenit ad l. ipsa b f oritur. Quando uero e ipsam e g ambiẽs ad g uenit ipsa c e occidit. In quo igitur tẽpore b f, ambitus oritur, in eodem & c e. ambitus occidit.



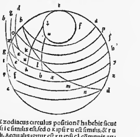
Theorema 12 Apparens 12

12 Semicirculi qui cum cancro æquales circunferentiæ inæqualibus temporibus occidũt, & in maiori quæ sũt

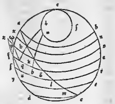
ad

ad tropicorum contactus, in minori autem quæ has subsequũtur, in minimis uero quæ ad æquinoctialẽ, æqualibus porro qui æqualiter distant ab æquinoctiali circulo & occidunt & oriuntur.

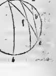
Esto horizon circulus a b c d, maximus autem semper apparentiũ sit e f, tropicus uero æstiuus sit a b, hybernus sit c d, sit porrò cum cancro semicirculus qui super terram b d, æquinoctialis circulus sit h g. Seceturq́ utraq́ ipsarum b x, d x, in tria æqualia per signa k l, m n. Dico quod ipsæ b k, k l, l x, x m, m n, n d, in æqualibus tẽporibus occidunt & in maiori quidem ipsæ b k, n d, in minoribus ipsæ k l, m n, in minimis uero ipsæ l x, x m, in æqualibus porrò ipsa quidẽ l x, ipsi x m, ipsa k l, ipsi m n, & b k ipsi n d. Sint per quos inuehũtur ipsa k l, m n, signa paralleli circuli p o, s r, y t, z φ. Describantur per k l, maximi orbes ∤ a, ⁎ b, ipsum tãgentes circulum e f. Quoniam ipsæ b k, k l, l x, adinuicẽ sunt æquales, ipsæ igitur g a, a b, b x, sunt adinuicẽ maiores incipiẽtes ab ipsa g a maxima. Quoniam igitur g a ipsa a b maior est, sed g a ipsi o k est similis, & a b ipsi u l & o k, igitur ipsa u l maior est uel ei similis. Ipsa autem l r maior fuerit uel similis o k. Sit ipsi o k similis l c. In quo igitur tempore k, signum incipiẽs ab ipso k, ipsam k o, ambiens circũferentiam ad ipsum usq́ peruenit o. In eodẽ & l, incipiens ab ipso l, ipsam l c ambiens peruehiet ad c, & zodiacus circulus positionẽ habebit sicut c o d. Quoniam igitur o k circunferentia ipsi l c similis est, sed o k ipsi r u est similis, & r u igitur ipsi l c est similis, suntq́ eiusdem circuli. Aequalis igitur est r u ipsi c l, cõmunis auferatur c u. Reliqua igitur r c ipsi u l est æqualis, & o k ipsa u l est maior aut ei similis, & o k igitur ipsa r c maior est aut similis ei, in pluri ergo tempore k ipsam k o circũferentiam ambiens peruenit ad o q̃ c, incipiens a c ipsam c r ambiens circũferentiam ueniat ad r. Sed in quo quidem tempore k ipsam k o ambiens circũferentiam, uenit ad o, ipsa b k cirũferentiã occidit: in quo autem tempore c ipsam c r ambiens circũferentiã, peruenit ad r, occidit circũferentia k l. In maiori igitur tẽpore occidat b k q̃ k l. Rursus quoniam minor est a b ipsa b x, sed a b ipsi u l est similis, & ipsa igitur u l ipsa b x, maior est uel ei similis, multo igitur maior est r l ipsa b x, uel ei similis. Ipsa autem g x minor, uel ei similis, sit ipsi r l similis x e. In quo igitur tempore x ipsam x e, circũferentiam ambiens ad e, uenit in eodem & l ipsam l r, circũferentiam ambiens ad r, uenit & zodiacus circulus positionem habebit sicut e r g. Quoniam igitur circunferentia r l ipsi e x similis est, sed r l ipsi g b est similis, & g b igitur ipsi e x est similis, & sunt eiusdem circuli, æqualis igitur est g b ipsi e x circũferentiæ, cõmunis auferatur e b: reliqua igitur g e, reliquæ b x est æqualis. Et quoniam u l ipsa b x, maior est aut similis ei, æqualis autem est ipsa quidem u l ipsi r e, & b x ipsi g e, & r e igitur ipsa g e, maior est aut ei similis. In maiori igitur tempore c ipsam c r, circũferentiã ambiens ad r uenit q̃ e, ipsam e g percurrens ad g ueniat. Sed in quo tempore c ipsam c r, circũferentiam ambiens ad r uenit, ipsa c o circũferentia occidit, hoc est ipsa k l circũferentia occidit. In quo igitur tempore e ipsam e g, circũferentiam ambiens ad g peruenit, ipsã e r, hoc est l x circũferentiã occidit. In pluri ergo tẽpore k l occidit quàm l x. Rursus quoniam t m ipsa n x, maior est aut ei similis sit ipsi g x, similis m x. In quo igitur tempore x, incipiens ab ipso x ipsam x g, ambiens circumferentiam ad g peruenit. In eodem & m ipsam m x, ambiens circũferentiam peruenict ad x, & zodiacus circulus positionem habebit sicut x g h. Et quoniam in sphæra paralleli circuli t y, r l, maximi cuiusdam circuli ambitus ipsius b d, ipsos l x, x m, æquos auferunt ad maximũ parallelorũ orbem g h, æquus est r s ipsi t y. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli r s, y t, maximi cuiusdam circuli ambitus a b, c d, ad maximum parallelorũ g h auferunt, æqualis est t g ipsi g r, est autem & x n ipsi g h æqualis. Quoniam l x ipsi x m est æqualis: æqualis igitur est & quæ ab h in r ei quæ ab t in t. Estq́ orbis r s ipsi t y orbi æqualis, æqualis igitur est circũferentia h r ipsi t s, circumferentiæ.



Sed ipsa quidem h r ipsi g e, ambitui est similis, & ipsa g e igitur ipsi t f est similis. In quo igitur tempore e, incipiens ab ipso e ipsam e g, circũferentiã ambiens ad g peruenit. In eodem & f ipsam f t, ambiẽs ad t peruenit. Sed in quo quidem tempore e ad g peruenit, occidit g r ambitus, hoc est l x circũferentia. In quo autem tempore f ad t peruenit, occidit f g ambitus, hoc est x m. Igitur l x ambitus ipsi x m, circũferentiæ in æquali tempore occidit. Similiter iam ostendemus ꝙ & k x ipsi x n, in æquali occidit tempore quarũ l x ipsi x m, in æquali tempore occidit. Reliqua igitur k l ipsi m n, in æquali occidit tẽpore. Similiter iam ostendemus ꝙ & b k ipsi n d, in æquali occidit tempore. Et quoniã in pluri tempore b k occidit ꝙ k l, & k l ꝙ l x. Sed in quo tempore b k occidit in eodem & d n. In quo igitur tẽpore k l in eodem & m n. In quo autẽ l x in eodem x m, & ipsa quidem d n, igitur ipsa n m in maiori occidit tẽpore, & n m ipsa m x. Dico ꝙ & ipsa l x ipsa x m, in æquali tempore oritur, & k l ipsa m n, & b k ipsa u d, inspiciãturꝙ ea quæ in secunda descriptione dicta sunt, sitꝙ cum cancro semicirculus q sub a c, diuidaturꝙ utraꝙ ipsarũ a g, g c, in tria æqualia per b k l m, signa, paralleli autẽ circuli sint n x, o p, s r, t y, quoniam f g ipsa k p, maior est uel ei similis. Sit ipsi k p similis g q. In quo igitur tempore k, incipiens ab ipso k ipsam k p, ambiẽs ad p, peruenit in eodem & g, incipiens ab ipso g, ambiens ipsam g q, circũferentiã erit in q. Et zodiacus circulus positionem habebit, sicut q p z. Rursus quoniam l f ipsa g f, maior est aut ei similis. Sit ipsi g f similis l u. In quo igitur tempore g ipsam g f, ambiẽs peruenit ad f. In eodem & l ipsam l u, ambiẽs peruenit ad u. & zodiacus circulus positionẽ habebit, sicut u f ω. Et quoniam in sphæra paralleli circuli o p, r s, maximi cuiusdam orbis circũferentias ipsius, ac ipsas l n, g k, æquas auferunt ad maximũ parallelorũ e f, æqualis est o p ipsi r s. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli o p, r s, maximi cuiusdã orbis circũferentias ipsius a b c d, auferũt ipsas s f, f p, ad maximũ parallelorũ e f, æqualis est s f ipsi f p, est autem & u f ipsi f ω æqualis, æqualis igitur est & quæ ex p in ω, ei quæ ex u in s, estꝙ orbis o p ipsi r s orbi æqualis, æqualis igitur est ipsa p ω ipsi u s circũferentiæ. Quoniã autem semicirculus z, nõ coincidit sicut ad partes z p ipsi ω semicirculo, sicut ad partes ω f, similis est circũferentia p ω ipsi q f circunferentiæ. Sed p ω ipsi u s, est æqualis ipsis circulis æqualibus existentibus. Similis est & q f, ipsi igitur u s. In quo igitur tempore q ipsam q f, ambiens circũferentiã ad f, peruenit in eodem, & u ipsam u s percurrens, ad s perueniet. Sed quando u ad f peruenit, oritur p q circũferentia, hoc est k g circũferentia, quando uero u ad s uenit, oritur u f circũferentia, hoc est l g & k g, igitur ipsi l g, in æquali tempore oritur, & a h ipsi m c, in æquali tempore oritur, cum cancro igitur semicirculi æquales circũferentiæ in æquali tẽpore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorũ contactus, in minori autem quæ subsequũtur, in minimis porrò quæ ad æquinoctialẽ, in æqualibus quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidũt & oriuntur.



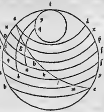
Aliter idem. Eadem manente descriptiõe. Dico ꝙ ipsa a b ipsi a c, in æquali occidit tempore, nam quoniam c d ipsa b e maior est, uel ei similis ponatur ipsi b e, similis c f, & zodiacus circulus positionẽ habeat f e g. Et quoniã æqualis est a b ipsi b c æqualis est circulus a h ipsi c d circulo, æqualis igitur est a e ipsi e d, est autem & f e ipsi e g æqualis. Et quoniã c b ipsi b a est æqualis, est autẽ & quæ ex g in a, ei quæ ex d in f, æqualis igitur est & a g, circũferentia ipsi d f circũferentiæ. Sed ipsa a g ipsi e b est similis, & e b igitur ipsi c f est similis. In quo igitur tempore b, incipiens ab ipso b, ipsam b e ambiens circũferentiam peruenit ad e in eodem & f, incipiẽs ab f, ipsam ꝙ f d ambiens circũferentiam, peruenit ad d. Sed quãdo ipsum b ad e peruenit, occidit b a, quãdo autem f peruenit



uenit ad d, occidit f e, hoc est c b. Igitur ipsa a b ipsi c b, in æquali occidit tempore.

Aliter xij eadem & manifestior.

Semicirculi qui cum cancro æquales circũferentiæ inæquali tempore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorũ contactus, in minori autem quæ subsequũtur has, in minimis uero quæ ad æquinoctialem, in æqualibus porrò quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidunt & oriuntur. Sit in mũdo horizon a b c d, æstiuus uero tropicus sit a d, hybernus autem tropicus sit b c, zodiaci porrò semicirculus qui cum cancro sit supra terram a c, sintq; partes orientales d c, occiduæ uero a b, æquinoctialis circulus autẽ sit e f. Seceturq; a c semicirculus in ea quæ in ipso signa per g h k l m, signa, describanturq; paralleli circuli n g x, o h p, r i s, & t m y, per quos inuehũtur ipsa g h l m signa. Dico q; in pluri tempore ipsæ a g, m c, circũferentiæ occidunt, in minori autẽ ipsæ g h, l m, in minimo porrò ipsæ b k, l k, in æquali autẽ quæ ab æquinoctiali æque distant. Sit maximus semper apparentiũ t y q. Describanturq; per g b, maximi circuli y ψ, q g u ipsum orbem t y q tangẽtes, ut non coincidant semicirculi qui ab ipsis y q, sicut ad partes u & φ ψ, ei qui ex t a semicirculo, sicut ad

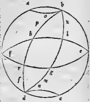


partes t a. Similis igitur est g n, circũferentia utriq; ipsarũ ω o, u e, a r, h ω, ipsi u z. In æquali igitur tẽpore g ipsam g n, ambit circunferẽtiam, & ω ipsam ω o. Sed tempus in quo g ipsam n g circũferentiã ambit, id est in quo circũferentia g a occidit, & tempus igitur in quo ω ipsam ω o, ambit, idẽ est tempori in quo ipsa g a, circũferentia occidit. Rursus quoniam tempus in quo b ipsam h o ambit, id est in quo ipsa h a occidit. A quibus aufertur tempus in quo ω ipsam ω o ambit, idem existẽs tempori in quo ipsa b a occidit circũferẽtia. Reliquũ igitur tempus in quo h ipsam h ω ambit, idem est tempori in quo ipsa g h occidit circũferentia. Similis autem est ipsa quidem o ω ipsi u e, & ω h ipsi u φ, & tempus igitur in quo u ipsam u e ambit, id est in quo ipsa g a occidit circunferentia, tempus autem in quo φ ipsam φ u ambit, id est in quo ipsa h g circũferentia occidit. Atq; id ppterea iam & tempus in quo ipsum k ipsam k φ transit, id est in quo ipsa k h circũferentia occidit. Et quoniã in sphæra maximus orbis a b c, quendam tangit circulum parallelum t y q, & ipsum a b c maximi orbes secant e f, a c, quorũ e f maximus est parallelorũ, & a c obliquus ad parallelos, & assumptæ sunt circũferentiæ a g, g h, h k, in obliqui circuli circũferentia, æquales consequenter ad easdem partes maximi parallelorũ, & per g h signa descripti sunt maximi orbes y φ, q g u, ipsum orbem t y q tangentes, maior est ipsa quidem e u circũferentia, ipsa u φ circũferẽtia, & u φ ipsa φ k, in pluri igitur tempore u, ipsam u e transit, quam φ ipsam φ u, & u φ ipsam φ u, pluri tempore ambit quàm k ipsam k φ. Sed tempus in quo u ipsam u e transit, id est in quo g ipsam g n, circũferentiam perficit, hoc est in quo ipsa a g occidit circũferentia, tempus autem in quo φ ipsam φ u ambit, id est in quo h ipsam h ω perficit, hoc est id in quo ipsa g h circũferentia occidit, tempus autẽ in quo k ipsam k u transit, id est in quo k h circũferentia occidit. In pluri ergo tempore ipsa a g circumferentia occidit, ipsa g h circũferentia, & g b ipsa b k. Dico iam quod in æqualibus temporibus quæ æque distant ab æquinoctiali occidunt. Existente iam k signo in e, zodiacus orbis positionem habeat ω i φ, & quoniam æqualis est ω e, circũferentia ipsi e φ circũferentiæ, parallelorũ autem maximus est e f: æquus igitur est h p, orbis ipsi r l s, orbi: æqualis igitur est o e, circũferentia ipsi e r, circũferentiæ: est autem & ω e ipsi e t, æqualis igitur est & quæ ex ω in o, ei quæ ex r in l suntq; æquales circuli ipsi ω h p, r l s, similis igitur est ω o, circũferentia ipsi r φ circũferẽtiæ. In æquali ergo tempore r signum, ipsam φ r perficit, & o ipsum o ω. Sed tempus quidem in quo φ ipsam φ r perficit, id est in quo ipsa r e circũferentia occidit, tempus uero in quo o ipsam o ω perficit, ei est æquũ tempori in quo e ω circũferentia occidit. In æquali ergo tempore ipsæ φ e, e ω, circũferentiæ occidunt, æqualis autẽ est φ e ipsi i k, & e ω ipsi k h. Ipsæ igitur l k, k h, in æquali tempore occidunt. Similiter autem demõstrabimus q; & ipsæ m k, k g, in æquali tempore occidunt,

quarum ipsæ l k. k h, in æquali tempore occidunt. Reliqua igitur m l, h k in æquali tempore occidunt. Similiter iam ostendemus ꝙ & ipsæ m c, a g, circũferentiæ tẽpori æquali occidunt. Et quoniã in pluri tẽpore a g, circũferentia occidit ꝗ g h. & g h ꝗ h k. in pluri ergo tempore occidit c m, circũferentia ꝗ m l, & m l, ꝗ l k. In pluri igitur tempore ipsæ a g, m c, circũferentiæ, occidunt in minori autem ipsæ g h, l m, in minimo uero h k, k h, in æquali autem quæ æqualiter ab æquinoctiali distant occidunt & oriũtur, eadem enim manente descriptione, si conuertamus zodiacum, efficiamus a c semicirculum zodiaci infra terram, eadem demonstratio eueniet, demonstrabiturq; æque restantes ab æquinoctiali æquali tempore oriri & occidere.

Theorema 13 Apparens 13

Semicirculi qui cum capricorno æquales circũferentiæ tẽporibus inæqualibus oriuntur, in maiori quidem quæ ad tropicorũ contactus, in minori autem quæ has subsequuntur, in minimis uero quæ ad æquinoctialem, in æquali porro quæ ab æquinoctiali circulo æque distant oriuntur & occidunt.



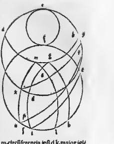
Sit horizõ circulus a b c d. æstiuus uero tropicus sit a b, hybernus autem tropicus sit c d, sitq; cum capricorno semicirculus q sub terra d g, æquinoctialis uero circulus sit e h f g. Diuidantur utraq; ipsarũ b g. g d, in tria æqualia p k l, m n, signa. Dico ꝙ ipsæ b k, k l, l g, g m, m n, n d, tẽporibus inæqualibus oriuntur, & in pluri quidẽ ipsæ b k, n d, in minori autẽ ipsæ k l, m n, in minimis autem ipsæ l g, g m, in æquali porro ipsa b k, ipsi n d, & k l, ipsi m n, & l g, ipsi n m oritur. Sit enim cum cancro semicirculus super terram b h d, seceturq; utraq; ipsarũ b h, h d, in tria æqualia in p r s. Quoniã in pluri tempore b o occidit, ꝗ o p, sed in quo tẽpore b o occidit, ipsa d g oritur. In quo autẽ tempore o p occidit, n m oritur. In pluri ergo tempore ipsa n d oritur ꝗ n m. Rursus quoniam o p in maiori tẽpore occidit ꝗ p h. Sed in quo tempore o p occidit, oritur ipsa n m. In quo autem tempore p h occidit, oritur n m. In pluri igitur tẽpore n m oritur quàm m g. Iam id propterea & ipsa quidem h k, ipsa k l, in maiori tẽpore oritur, & k l ipsa l g; & quoniam in quo tempore p h occidit, in eodem & h r. Sed in quo p h occidit, ipsa m g oritur. In quo autẽ tempore h r occidit, & g l oritur, & m g igitur ipsa g l, in æquali tẽpore oritur. Iamq; id propterea & ipsa quidem k l, ipsi m g, in æquali tempore oritur, & h k ipsi d n. Rursus quoniam in quo tempore p h oritur, in eodem h r. Sed in quo tempore p h oritur, occidit m g, in quo autem tẽpore h r oritur, ipsa g l occidit. Igitur l g ipsi g m, æquali temore occidit. Iam id propterea, & ipsa quidem k l, ipsi m n, in æquali tempore occidit, & b k ipsi g d.

Theorema 14 Apparens 14

Zodiaci circuli æquales circũferentiæ inæqualibus tẽporibus permutant apparens hemisphæriũ, sed in pluti tempore quæ prope contactũ æstiui tropici ea quæ longius distat, quãdo polus horizontis inter arcticum circulum & æstiuum tropicum fuerit.

Sit horizon circulus a b c d, maximus autem semper apparentiũ sit e f, æstiuus uero tropicus sit h a, sitq; ipsius a h c d, polus inter e f, b a, zodiacus autẽ circulus quandoq; positionẽ habeat sicut h g k, quandoq; uero sicut l m n, assumaturq; n k m, maior semicirculo. Describaturq; per k signum circulus maximus k n f, tangens e f. Quoniam in sphæra maximus orbis a b c d, quendam orbem e f, tangit alium uero huic parallelum secat a b, estq; ipsius a h c d, orbis polus inter a h & e f, descriptiq; sunt maximi orbes h g k, l m n, ipsum b a tangẽtes, maior est m x circũferentia, ipsa o d circũferentia. Rursus quoniam in sphæra maximus orbis a h c d, circulum quendam e f tangit, alium autem huic parallelum b a secat, estq; ipsius a b c d, circuli polus inter b a, e f. Describiturq; maximus

ximus orbis f n k, ipsum e f tangens, & ipsius f n k. igitur circuli polus est inter b a & e f. Alius igitur polus ipsius est inter æquos & parallelos ipsis e f & b a, maior igitur est ipsa k o, ipsa o m, quorũ x m o ipsa o d maior est. Reliqua igitur d k, ipsa x n, maior est, ponatur ipsi n x æqualis d p. Sintq; per quos inuehuntur ipsa n p signa paralleli circuli n r, c p f. Quoniam non coincidit ei qui ex e semicirculo, sicut ad partes e r, ei qui ex f semicirculo, sicut ad partes f n. Similis est r n circũferentia, ipsi c f circũferentiæ. Igitur n r, ipsa c p maior est uel similis ei. In pluri ergo tempore n, incipiens ab n, ipsam n r perficiens circũferentiã, peruenit ad r q̃ p, incipiẽs ab ipso p, ipsam p c ambiens circũferentiã, peruenit ad c. Sed in quo tempore n ipsam n r, circũferentiã ambiens, ad r uenit. Ipsa n x, pmutat hemisphæriũ apparẽs. In quo autem tẽpore p incipiens à p, ipsamq; p c ambit circunferentiã, & peruenit ad c. Ipsa p d permutat apparens hemisphæriũ. In pluri ergo tẽpore ipsa x n, permutat apparens hemisphæriũ q̃ d p. Dico q & propior est ipsa x n, contactui æstiui tropici q̃ p d.

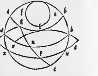


Describatur per x parallelus x y, æqualis igitur est x m, circũferentia ipsi d k, maior igitur est d g, ipsa m x & x n, igitur propior est contactui tropici æstiui quam ipsa p d.

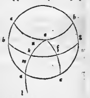
Theorema 15 Apparens 15

Similiter autem & in altero semicirculo, æquales circũferentiæ in inæqualibus temporibus permutant apparens hemisphæriũ, & in pluri quidem quæ propiores sunt contactui æstiui tropici ea quæ longius distat, in æquali uero quæ æqualiter distant ab æstiuo tropico in utroq; semicirculo.

Sit horizon circulus a b c d, maximus autẽ semper apparentium e f, æstiuus uero tropicus sit b g a, zodiacus autem circulus positionem habeat c g d. Dico q in altero semicirculo qui ad g c partes, æquales circũferentiæ non permutãt æquali tempore apparens hemisphærium, sed in pluri quæ propiores contactui æstiui tropici ea quæ longius distat, in æquali uero quæ æque ab æstiuo tropico distant in utroq; semicirculo. Describatur per assumptionem parallelus circulus d h, æqualis igitur est k g ipsi g d permuteturq; zodiacus circulus, habeatq; positionem sicut b l r. Quoniam k g, g d, a contactu æstiui tropici æquæ distant, in quo igitur tẽpore d g oritur, in eodem k g occidit, hoc est k l. Sed tempus quidem in quo d g oritur, id est in quo g incipiẽs ab ipso a, ipsam a g, ambiens circũferentiã ad ipsum g uenit. Tempus autem in quo h occidit, id est in quo l incipiens ab ipso l, ipsam l b ambiens circunferentiã ad ipsum uenit b. In quo igitur tempore g, ipsam a g ambiens, ad g peruenit. In eodem & l ipsam l b circũferentiam ambiens, ad ipsum uenit b. Cõmune apponatur tempus in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d k h ambiens circunferentiã, peruenit ad h, tempus igitur in quo g, incipiens ab ipso a, ipsam a g ambiens circũferentiam, ad ipsum g uenit, cum tempore in quo d incipiẽs ab ipso d, ipsam d h ambiens circũferentiam, ad ipsum uenit h, æquale est tẽpori in quo l, incipiens ab ipso l, ipsam l b ambiens circũferentiã, ad b uenit cum tẽpore in quo h, incipiens ab ipso d, ipsam d k b, ambiens circũferentiã in h uenit. Sed tempus quidem in quo g incipiens ab a, ipsam a g ambiens circũferentiã ad g uenit, cum tempore in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d h, ambiens circũferentiã ad h uenit. Idem est in quo g d, circũferentia apparens hemisphæriũ permutat. Tempus uero in quo l, incipiens ab ipso l, ipsam l b, circũferentiam ambiens ad ipsum uenit b, cum tempore in quo h incipiens ab ipso d, ipsam d r h, ambiens circũfe-



rentiã ad h uenit, id est in quo ipsa l h apparẽs hemisphæriũ permutat;hoc est ipsa k g. In quo igitur tempore k g,circũferentia apparens hemisphæriũ permutat,in eodem & g d. Assumatur iam quoddam signũ m,ut g d ipsi d m sit æqualis. Sitq; per quem inuehatur m,signũ parallelus circulus m x n o. Aequalis igitur est d m ipsi k p. Et ipsæ d m, k p,à contactu æstiui tropici æque distant. In quo igitur tẽpore d m circũferẽtia oritur in eodem ipsa p k occidit,hoc est ipsa h o occidit. Sed tempus quidẽ in quo d m oritur, idem est in quo m incipiẽs ab ipso m ipsam m x, ambiens circũferentiã ad x uenit. Tempus autem in qno h o occidit, id est in quo o,incipiens ab n,ipsam n o, ambiens circũferentiam ad o uenit. Tempus igitur in quo m incipiens ab ipso m,ipsam m x,ambiẽs circunferentiã ad x uenit, idem est tempori in quo ipsum n, incipiens ab n ipsam n o ambiens circũferentiam ad ipsum peruenit o. Cõmune apponatur tempus in quo x incipiens ab x ipsam x n.circũferentiã ambiẽs ad ipsum n peruenit. Tempus igitur in quo m,incipiẽs ab ipso m ipsam m n,circũferentiã ambiens ad ipsum n uenit,æquũ est tempori in quo o incipiẽs ab ipso x, ipsam x o ambiens circũferentiã ad ipsum peruenit o. Sed tempus quidem in quo m,incipiens ab ipso m ipsam m n, ambiens circũferentiam ad n uenit,id est in quo ipsa d m,circũferentia permutat apparẽs hemisphæriũ. At tempus in quo ipsum o incipiẽs ab ipso x, ipsam x o ambiẽs circũferentiã ad o uenit, id est in quo ipsa o h,hoc est ipsa k p,pmutat apparens hemisphæriũ. In quo igitur tẽpore d m,permutat apparẽs hemisphæriũ, in eodem & k p. & in maiori tempore ipsa g d,permutat apparens hemisphæriũ quam d m. Sed in quo quidem tempore g d, permutat apparẽs hemisphæriũ. In eodem & g k,permutat apparẽs hemisphæriũ. In quo autem d m,in eodem & k p. In pluri ergo tempore g k,permutat apparẽs hemisphæriũ q̃ k p.



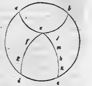
Aliter idem. Eisdem expositis assumatur e f,non maior existens quarta parte, estoq; per quem fertur f signum,ipse f k h orbis,æqualis igitur est e f, ipsi e k, ponatur ipsi e k,æqualis k l,tota igitur f e k toti e l est æqualis. Dico q̃ si quarta pars est e f, ipsæ f e k. e k l, æquali tempore permutãt apparens hemisphæriũ. Si autem minor est quarta parte ipsa e f. In pluri tempore f e k, pmutat apparens hemisphæriũ,q̃ ipsa e l. Esto prius quarta pars e f & e k,ipsa quarta pars est. æquinoctialis igitur est g f h, & quoniam ipsæ e k, k l, æqualiter distant ab æquinoctiali,in quo igitur tempore ipsa e k occidit,in eodem & k l. In quo autẽ tempore ipsa e k occidit,in eodem e f oritur, & in quo igitur tempore e f oritur,ipsa k l occidit, cõmune apponatur tempus in quo ipsa e k,permutat apparẽs hemisphæriũ:tempus igitur in quo k l occidit,cum tempore in quo ipsa e k,permutat apparens hemisphæriũ, æquũ est tempori in quo e f oritur, & ipsa e k permutat apparẽs hemisphæriũ. Sed tempus quidem in quo k l occidit, & ipsa k e permutat apparẽs hemisphæriũ,tempus est in quo ipsa e l, permutat apparens hemisphæriũ. Tempus uero in quo e f oritur,cum tẽpore in quo e k,permutat apparẽs hemisphæriũ,tempus est in quo f e k, permutat apparẽs hemisphæriũ. Igitur ipsæ f e & k l,in æquali tẽpore apparens hemisphæriũ permutãt. Sed esto e f circũferentia minor quarta parte, & ipsa e k igitur quarta parte minor est, ponatur quarta pars e m, ponaturq; ipsi m k, æqualis k n. Reliqua igitur e n reliquæ m l est æqualis, & e n ipsius æstiui tropici contactui propior est q̃ m l,in pluri ergo tẽpore ipsa e n occidit, q̃ m l. Idq; ppterea & n k,in pluri tempore occidit q̃ k m,& ipsa igitur e k,ipsa k l pluri tẽpore occidit. In quo autem tempore e k occidit,ipsa e f oritur: in pluri ergo tẽpe ipsa e f oritur, q̃ k l occidit. Cõmune apponatur tẽpus in quo e k,permutat apparẽs hemisphæriũ,in pluri ergo tẽpe f e k,pmutat apparẽs hemisphæriũ q̃ ipsa e l. Eisdem suppositis assumatur e f.nõ maior quarta parte assumaturq; cõtingens signum n, sitq; per quẽ inuehatur n, signum parallelus circulus h k n l,ponaturq; ipsi f n,æqualis k m, æqualis igitur est & k e n ipsi m e f. Dico q̃ in pluri tẽpore ipsa k e n circunferentia



cunferentia

cunferẽtia permutat apparẽs hemisphæriũ, q̃ ipsa m e f. Sit per quẽ fertur m signũ parallelus circulus g m x, æqualis igitur est k m ipsi o n, & quoniã o n contactui æstiui tropici propinquior est q̃ n f, in pluri igitur tẽpore o n occidit q̃ n f. In quo autẽ tempore o n occidit, ipsa m x oritur. In pluri igitur tẽpore m g oritur q̃ u f occidit. Cõmune apponatur tẽpus in quo ipsa m e n, pmutat apparens hemisphæriũ. In pluri ergo tẽpore ipsa x e u permutat apparẽs hemisphæriũ q̃ ipsa m e f.

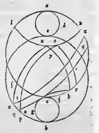
Eisdem expositis assumãtur æquales, & ex opposito circũferentiæ f g, h k, sitq́ f g propior contactui ipsius æstiui tropici q̃ h k. Dico q in pluri tẽpore f g permutat apparẽs hemisphæriũ, q̃ h k. Quoniã enim f g, propior est contactui ipsius æstiui tropici, q̃ h k, maior est h e ipsa e f, ponatur ipsi quidem f e, æqualis e l, ipsi autẽ f g æqualis l m. Quoniã igitur ipsæ l m, f g æque distant à contactu æstiui tropici, in quo tẽpore l m permutat apparens hemisphæriũ, in eodem & f g, in pluri autem tempore l m, permutat apparens hemisphæriũ, q̃ h k, in pluri ergo tempore & f g permutat apparens hemisphærium, quam h k.



Altera traditio super 14. Propositionem.

Zodiaci circuli æquales circũferentiæ tempore in æquali permutãt apparẽs hemisphæriũ, in pluri quæ propius contactui æstiui tropici, ea quæ longius distat, quãdo polus horizontis inter arcticũ circulum & æstiuũ tropicum fuerit.

Sit in mũdo horizon a b c, & maximus semper apparentiũ sit a d e, maximus autem semper non apparentiũ f g h, tropicus autẽ æstiuus sit k l, hybernus uero tropicus sit b c. Sitq́ ipsius a b c circuli polus inter a d e, & k l circulos. Sintq́ partes orientales l, occiduæ uero b, zodiaci uero positiones sint semicirculi qui cum cancro n x, o p. Assumaturq́ o p circũferentia non minor existens semicirculo, describaturq́ per p maximus circulus tangens ipsum a d e, tanget igitur & ipsum f g h. Iam aut per o signum, siue supra o signum cadit, describatur sitq́ e h p, ut nõ coincidat qui ex h semicirculus, sicut ad partes ex p, ei qui ex a semicirculo, sicut ad partes a k r. Cõpleanturq́ ipsi x n b, p o r, circuli. Quoniam in sphæra maximus circulus est a b c, & bini maximi circuli sese inuicem dispescunt ipsi b n s, r o t p, & ipsius a b c, circuli polus est inter a d e & k l circũferentias: maior igitur est s n y, circũferentia ipsa y t circũferẽtia. Ipsa igitur t y, circũferentia ipsa y n s minor est. Et quoniam in sphæra bini maximi circuli a b c, e h p, eundem circulum a d e tangunt, & ipsi a d e, ipsum k l parallelum existentem secant, & ipsius a b c, polus est inter ipsos a d e, & k l circulos, & ipsius e h p, igitur polus est inter ipsos a d e, & k l orbes. Alter igitur eius polus est inter ipsos f g h, & b c circulos. Quoniã igitur in sphæra maximus orbis est e b p & ipsum e h p, secant bini maximi circuli r o p, b n x, & ipsius e h p, polus est inter ipsos b c & f g h, orbes, maior est p y, circũferentia ipsa y n x, circũferentia. Quarum y t, ipsa y n s, minor est, reliqua igitur t p, ipsa s x, maior est, ponatur ipsi s x, circũferentiæ æqualis circunferentia t u. Describanturq́ paralleli circuli per quos inuehuntur ipsa u x, signa, ipsi x z, q φ. Similis igitur est x z, circunferentia ipsi q φ, circunferentiæ. Ipsa igitur x z, ipsa u φ, maior est uel ei similis. In pluri ergo tempore x, signum, ipsam x z, circunferentiam transit, quam u, ipsam u φ. Sed tempus in quo x signum, ipsam x z, circũferentiam ambit, id est in quo s x, circunferentia permutat apparens hemisphærium.



Tempus autem in quo u signum ipsam u φ circũferentiam perficit, id est in quo ipsa t u permutat apparens hemisphæriũ In pluri ergo tempore ipsa ſ x, permutat apparens hemisphæriũ q̃ t u,& est ipsa ſ x, propior ipsi æstiuo tropico q̃ t u. In pluri ergo tẽpore permutat apparens hemisphæriũ, ꝓpinquior æstiuo tropico, ea quæ longius distat.

Alia traditio in 15 Theorema.

Similiter autẽ & in eo qui cũ capricorno semicirculo æquales circũferẽtiæ inæqualibus tẽporibus permutãt apparẽs hemisphæriũ, & in pluri quæ tropico æstiuo ꝓpinquior ea quæ lõgius distat, in æquali autẽ quæ æque distãt ab utroq; cõtactu.



Sit in mũdo horizon a b c d, tropicus uero æstiuus sit a d, zodiacus circulus autem positionẽ habeat b e c. Sitq; ipsa quidem b e circũferentia in semicirculo, qui cum capricorno & e c, sit in eo qui cum cancro. Sintq; oriẽtales partes d, occiduæ uero b. Assumãturq; æquales circũferentiæ f g, g h. Dico q̃ f g in pluri tẽpore permutat apparens hemisphæriũ q̃ g h. Describantur paralleli circuli k l, m n, x o, per quos inuehãtur ipsa f g h signa, æqualis igitur est f g, circũferentia ipsi p r, circũferentiæ. & g h ipsi r ſ. Sed f g ipsi g h est æqualis, & p r igitur ipsi r ſ est æqualis. Et quoniã in quo tẽpore p r, occidit ipsa f g oritur. Cõmune apponatur tempus in quo p signum ipsam k l, circũferentiũ perficit, æquum existens tẽpori. In quo f signum ipsam k l circũferentiã transit. Tempus igitur in quo p signum ipsam k l, ambit circumferentiã, & p r occidit, æquũ est tempori in quo f g circũferentia oritur, & f signũ ipsam k l, circũferentiã perficit. Sed tempus quidem in quo p signum ipsam k l, circũferentiã ambit, & p r occidit, id est in quo ipsa p r, permutat apparẽs hemisphæriũ. Tempus autem in quo f g oritur, & f signum ipsam k l, ambit circũferentiã, id est in quo f g, permutat apparens hemisphæriũ. Ipsæ igitur f g, p r, in æquali tempore apparens hemisphærium permutant. Similiter iam ostendemus quod ipsæ g h, r ſ, in æquali tempore permutant apparens hemisphæriũ, & p r ipsa r ſ, pluri tempore permutat apparens hemisphæriũ, & ostensæ sunt ipsæ f g, p r, æquali tempore apparens hemisphærium permutare, & f g igitur in pluri tempore permutat apparens hemisphæriũ quam g h: zodiaci ergo circuli æquales circũferentiæ, inæquali tempore permutat apparens hemisphærium. Sed in pluri quæ propinquior æstiuo tropico ea quæ longius distat, & simul ostensum est quod æque distantes æquali tempore permutant.

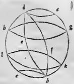
Aduerte. Vniuersaliter scire oportet, quod præcedẽtibus signis super horizontẽ existentibus circũferentia neq; oritur neq; occidit, subsequentibus autem signis super horizonte existentibus, tota oritur & tota occidit, præcedẽtia nã q; signa prius oriuntur & prius occidunt per 5 theorema. Ipsius igitur p r circũferentiæ signum præcedens est p, ipsius autem g f præcedens est g. accipiẽs igitur ipsam p r occidentem, ipsam uero g f orientem, necessario permutationes earum quærens, eas in semper apparẽti hemisphærio accepit. Ipsius autem p r occasum, ipsius uero g f, ortum quãdo enim p ad ipsum l uenit, ipsa p r nequaq̃ occidit, sed adhuc super terram est quare accepit eius occasum, ipsum enim p r, per k in oriente existente, tota p r sub terra est, motaq; sphæra tota superfertur. Quare in quo p ab ipso k ad l. uenit cum occasu ipsius p r, id est tempus in quo p r permutat apparens hemisphæriũ. Rursus ipso f per k, in oriente existente, ipsa g f tota prius oritur. Quare accepit eius ortum. Facto autem f per l tota g f occidit. Quere in quo f ab ipso k in l, uenit cum ortu ipsius g f, tempus est in quo g f, permutat apparens hemisphæriũ. Si autem sicut habetur in alia traditione ipsius quidem p r ortum ipsius g f occasum, nequaq̃ accipient ipsa p f signa, sed ipsa r g, & tempus in quo ipsum r ipsam r g & n ipsam n m, perficit.

Theorema 16 *Apparens 16*

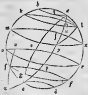
Zodiaci circuli æqualiũ & ex opposito circũferentiarũ io quo tempore permutat altera apparẽs hemisphæriũ, altera oon apparẽs, & in quo tempore altera non apparens, altera appareos.

Sit in

Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tro/ picus sit a d, hybernus uero tropicus sit b c, zodiacus poero circulus positionē habeat d e h f, sitq; d e b semi circulus qui cum cancro sub terra, at b f d sit qui cum capricorno super terram. Sintq; orientales partes d, occiduæ uero sint b, assumanturq; binæ æquales & ex opposito circūferentiæ d e, b f. Dico q in quo tēpore d e permutat apparēs hemisphæriū, in eodem f b non apparens, & in quo tēpore d e non apparens, b f appa rens. Describantur paralleli circuli g e h, k f l per quos inuehuntur ipsa e f signa. Et quoniam in zodiaco cir/ culo astra in diametro existentia coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur e signo occidente per g signū, ipsum f quod ei est in diametro oritur per l signū. Sed ipsum quidem e, ipsam e h perfi/ ciens occidit, ipsum autem f, ipsam f k l ambiens oritur. In quo igitur tempore e, ipsam e h g ambit circūferentiā, & f ipsam f k l. Sed tempus quidem in quo e ipsam e h g tran/ sit, id est in quo d e permutat apparens hemisphærium. At tempus in quo f ipsam f k l transit, id est in quo ipsa f b, permutat non apparēs hemisphæriū. In æquali igitur tem pore d e permutat apparens hemisphæriū, & f h non apparens, similiter ostendemus q & in quo tēpore ipsa d e permutat non apparens hemisphæriū ipsa f b apparens.



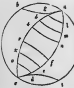
Aliter idem. Sit horizon circulus a b c d æstiuus autem tropicus sit b a, hybernus uero sit c d, zodiacus circulus positionē habeat sicut a e, c f. Assumanturq; æquales ... ex opposito circūferentiæ e g, f h. Dico q in quo tempore f h, permutat apparens hemis/ phæriū ipsa e g non apparens. Sint per quos inuehuntur ipsa f h, e g, signa paralle : cir culi k h l m n x f, e o p r, s g t, permuteturq; zodiacus circulus, & hic habeat positionem y l q, at alius ipsam u s z. Et quoniam ipsæ f h, e g, circūferentiæ æquales sunt & ex opposito, æqua les sunt & ipsi m n x, o p r, circuli, æqualiū autem & parallelorū circulorū sectiones, quæ per uices adinuicē sunt æquales. Ipsius igitur m n x f, circuli segmentū m n x supra terrā, æquū est ei quod sub terra ipsius o e p r, circuli o p r. Rursus quoniā ip sæ f h, e g, æquales sunt & ex opposito in quo tem pore f h oritur, in eodem e g occidit. Sed tēpus in quo h f oritur, hoc est ipsa y l, tempus est in quo y signū incipiēs ab ipso y ipsam y x, ambiens circū/ ferentiā ad ipsum x, uenit tempus autē in quo e g occidit, hoc est ipsa u s, tēpus est in quo u incipiēs ab ipso u ipsam u o, ambiens circūferentiam ad o uenit: tempus autem in quo y incipiēs ab ipso y, ipsam y x, ambiēs circūferentiā ad x, uenit æquū est tempori in quo u incipiens ab ipso u, ipsam u o ambiens circūferentiam ad o uenit. Cōmune apponatur tempus in quo y incipiens ab ipso x, ipsam x n m, circūferentiam ambiens ad ipsum m, uenit æquū existens tempori in quo u incipiens ab ipso u, ipsam u o, circūferentiā ambiens ad r uenit. Tempus igitur in quo y incipiens ab ipso y, ipsam y x n m, circūferentiā ambiens ad m uenit, æquū est tēpori in quo u, incipiens ab ipso u ipsam u o p r, ambiens circūferentiā ad r uenit. Sed tempus quidē in quo y, incipiēs ab ipso y, ipsam y x n m, ambiēs circūferentiā ad ipsum m uenit, id est in quo y l permutat apparens hemisphæriū, hoc est h f. Tempus autē in quo u, incipiēs ab ipso u ipsam u o, p r, circūferentiā ambiens ad r uenit, tempus est in quo u s, permutat non apparēs he/ misphæriū, hoc est ipsa e g. In quo igitur tēpore h f, permutat apparēs hemisphæriū, in eodem ipsa e g non apparens



Theorema 17   Apparens 17

Zodiaci circuli æquales circūferentiæ æquali tempore non per/ mutant non apparēs hemisphæriū, sed in pluri tempore quæ propinquior est tropico ea quæ longius distat, in æquali uero quæ ab utroq; contactu æque distant.

Sit in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus sit a b, hybernus uero sit c t, zodiacus uero circulus positionē habeat a c e, assumanturq́ æquales circũferentiæ d e, e f. Dico q ipsæ d e, e f, æquali tempore non permutāt non apparens hemisphærium. Sed in pluri tempore ipsa d e q̃ e f. Assumantur ipsis d e, e f, circũfereutĳs æquales, & ex opposito circũferentiæ g h, h k. Ipsæ igimr g h, h k, circũferētiæ æquali tempore non permutant apparens hemisphæriũ. Sed in pluri g h q̃ h k. Sed in quo tempore g h permutat apparēs hemisphæriũ, permutat ipsa f e non apparens. Ipsæ igitur d e, e f, circũferētiæ, æquali tempore non permutant non apparēs hemisphærium. Sed in pluri d e, ipsa e f. Dico q & in æquali tempore quæ æque distant ab utroq; cōtactu tropicorũ, sint



n per quos inuehantur ipsa d e f g h k, signa circuli paralleli d o, e x, f r, l g, h m, n k. Ipsæ h k, l m, igitur circũferentiæ in æquali tempote pērmutāt appareus hemisphæriũ. Sed in quo tēpore h k apparens hemisphæriũ permutat, ipsa d e non apparens permutat. In quo autem l m apparens. hemisphæriũ permutat, ipsa x o non apparēs permutat. Ipsæ igitur e d, o x, circũferentiæ æquali tempore non permutāt non apparens hemisphærium.

Theorema 18 *Apparens 18*

TArum quæ io utraq; parte æquinoctialis circunferentiarũ æqualium, & ab æqoiooctiali æqoaliter distantiũ, in quo tēpore altera permutat apparens hemisphæriũ, altera non apparēs, & in quo tempore altera permutat noo apparens bemisphæriũ, altera apparens.

Sit in mũdo horizon a b c, æquinoctialis autem circulus sit b d c, zodiacus autem circulus positionem habeat sicut a e b, & ipsius b c d, æquinoctialis ex utraq; parte æquales & æque distantes circũferentiæ sint h k, f n. Dico q in quo tēpore h k permutat apparens hemisphæriũ, ipsa f n non apparens, ponatur enim ipsi f n, æqualis & ex opposito m l circũferentia. Ipsæ igitur m l, h k, circũferētiæ permutāt apparens hemisphæriũ. Sed in quo tēpore l m apparens hemisphæriũ permutat, ipsa f n non apparens permutat, & in quo igitur tempore h k, circũferentia permutat apparens hemisphæriũ, ipsa n f circũferentia non apparens permutat. Idq́ ꝓpterea iam & in quo tempore



h k, circũferentia permutat non apparens hemisphærium, ipsa f n non apparens permutat.

Theorema 19 *Apparens 19*

IN semicircolo assumpto sub æquinoctiali ad æstiuum tropicum æqualium circũfereotiarũ existcotium, in pluri tempore alteracatum permutat apparens hemisphæriũ quàm reliqua non apparens, & contingeos contingente.

Esto in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus esto a x, hybernus uero sit d o, æquinoctialis autē circulus sit b e c, zodiacus porrò circulus positionem habeat a e o, & in ipso a o, semicirculo æquales circũferentiæ sint f g, h k. Sit autem ꝓpinquior æstiuo tropico f g. Dico quod in pluri tempore g f, permutat apparens hemisphæriũ q̃ h k, non apparens & contingens ipso contigente ponatur n ipsi h k, circũferentiæ æqualis & ex opposito circũferentia m n, ꝓpinquior igitur est f g, æstiuo tropico q̃ m n, in pluri igitur tempore f g, permutat



permutat apparens hemisphæriũ quàm m n, non apparens. Sed in quo tempore m n circũferentia permutat apparens hemisphærium, ipsa h k non apparẽs. Similiter iam demonstrabimus q & contingens contingente, in pluri tempore permutat apparens hemisphærium quam reliqua non apparens. Similiter autem & earum quæ in altero semicirculo assumpto, sub æquinoctiali ad hybernum tropicum æqualium circũferentiarũ in pluri tempore altera permutat, non apparens hemisphærium quam reliqua apparens, & contingens contingente.

PHAENOMENA FINIUNT.

BARTHOLOMAEUS ZAMBERTUS VENETUS
Lodonico Mocenico patritio Veneto equiti iurato, Senatorij ordinis, ac oratori facundissimo, gaudere & bene rem gerere.

VIrtus, doctrina, morumq; singularium tuorum claritudo Lodouice uir integerrime, quibus in homine splendidius aut rutilantius nihil esse sapientissimi græcorũ dicere consueuerunt, ea semper in te extitit, ut om̃es de te nil nisi clarum aliquid, nil nisi perspicuũ, nil nisi omni ex parte gloriosum semper conciperẽt, aut sperarent. Idq; propterea ego quoq; quem tibi destinatum tu te scis semper habuisse mancipiũ præclaras animi tui dotes, probitatemq; singularem coniectans animoq; perpendens, nil de te inquã aliud mihi persuadere solebam, nisi quod tibi tuæq; familiæ præclarissimæ immortalem gloriam & laudem afferre posset. Quod, inquam, ut assequaris iam tibi uirtute, quæ, sola ex omnibus possessionibus, Isocratica sententia mortalitati minime obnoxia est adytus comparasti. Factum est enim ut huiusce inclytæ Reipub senatores ingenij tui peracuti uires, facundiamq; singularẽ (habes enim ut ingrati mancipij suspicionem fugiam in orando nescio quid uiuæ uocis, ac latentis energiæ tibi naturæ benignitate concessæ) uel magni æstimantes, te oratorem Maximiliano cæsari, germaniæq; principibus destinauerint. Quam legationem ita egisti, ita tractasti, ut senatorem optimum par est facere, & adeo ut Regi gratus, sed huic grauissimo senatui gratissimus extiteris. Illud, inquam, munera equestria tibi à rege donara, hoc ueru senatorius ordo quem tibi comitia contulerũt exactissime comprobant. Neq; id mirum, quippe quoniam omnia adsunt bona quem penes est uirtus (ut eo utar Plauti familiaris nostri) hac etenim ductrice tibi nec legationes, nec præturæ, nec cæteri magistratus deerunt, modo Dei opt. maxi. munere tibi uita superstes. Verum quid illud fuerit quod eam fidem, eam obseruantiã quam erga te (licet exilis sertius) semper maximam habui, idq; gaudij, quod ex dignitatibus tibi collatis concepi hucusque, si scire cupis, tibi non aperuerim, illud, inquam, fuit quod hoc à me fieri oportere censebam aliquo argumento, & eo sane quo tibi hæc fieri possent explicatiora. Cumq; id propterea sapientium Græcorum uolumina reuoluerem, sese Catoptrica Euclidis Megarensis præstantissimi mathematici obtulerunt, opusculum certe ardutim, rarissimum, & latinis hucusque aut ex toto, aut magna ex parte ignotum, speculari nanque & indagare uoluit sapientissimus philosophus quæ in speculis imagines, quas mirabili quadam disciplina patefacit, dum humanũ uisum, & oculi potentiam accõmodat. Quod opus sic reliqua Euclidis opuscula excellit, sicut cæteros humanos sensus uisus, qui rationi & intellectui in eo quod sub sensu cadit obsequitur, èxuperare cognoscitur. Taceo de elementis, nam ex opere illo quod non minoribus uigilijs quam laboribus quos per multos dies ei accommodauimus, una cum Theonis acutissimi mathematici traditione latinum fecimus, nec minus Euclidi qui illa compegit, quemadmodum Proclus (inquit) Diadochus, quàm eorum inuentoribus tribuo, licet uetus sit adagium inuentis addere facillimum esse. Sed quibus aut inuentoribus, aut ipsi Euclidi, siue etiam interpretibus magis tribuendum sit, bonam hominum partem ignorare crediderim. Id igitur opusculi quod Catoptrica nuncupatur, à me latinum faciendum esse censui, tuoq; nomini destinandum, ut ex eo tanquam ex planis, conuexis, cauisq; speculis Bartholomæi Zamberti tui, & quidem ueterrimi mancipij, fidem inspicias, obser-

obseruantiã spectes, amoris erga te sui magnitudinẽ uideas, & demum beneuolentiam in te maximam intuearis. At fortasse diceres quid sic id uis mathematicis huiusmodi disciplinis aperire? Ne id propterea mireris uelim, ob id scias Lodouice uir grauissime, à me id consulto factũ fuisse. Nam cum mihi sit compertũ te disciplinas semper amasse, & coluisse, earumq; amatorem extitisse, facile propterea mihi persuaserim te eas in primis diligere, & colere quæ primum certitudinis omnium philosophantiũ decreto gradum obtineant. Hæc, inquam, sunt mathematicæ disciplinæ, quæ uno eodemq; modo semper sese habent, quemadmodum Ammonius interpres Aristotelicus, philosophiæ diffinitionẽ Aristotelicam interpretans nos docuit. Has certe disciplinas naturales sequitur, sicut Auerrois peripateticos Aristotelem nobis aperiẽs sensisse uidetur. Quas qui ignorãt sicut Euclidis interpres Proclus Lycius, inquit, ieiunas uoluptates capiũt. Hoc igitur argumẽto amorem erga te meum tibi esse explicandum sum arbitratus. In qua interpretatione licet Flaccus noster Horatius dixerit. Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus interpres, nihil tamen ex nostra officina adiunximus, at etiam nihil subsecuimus, sed sicut lectio sese habet græca, sic ueritatem colentes, nuda, pura, syncera, & fideli sumus interpretatione interpretati. Noluimus enim eos immutari qui ex auctoribus aliqua decerpũt, aliqua omittunt & aliqua permutant, & sic hinc & indè sumpta conglutinant, ut nec pes nec caput uni reddatur formæ. & perinde cum sic aucto tũ illorum ueterum quos uetustas ueritatis indagatrix mira quadam religione coluit, famæ & fidei plurimum detraxerint, falsam & furto comparatam sibi gloriam uendicare studeant. Sed hij tandem sunt quos unusquisq; possit deridere. Nam si forte suas repetitum uenerit olim grex auium plumas, moueat cornicula risum, Furtiuis nudata coloribus. Stulti sunt qui aliena pluma sese obtegere quærunt. Accipias igitur uir clarissime opusculum huiusmodi iam in nulla sede receptum, ut tuo nomine in lucem prodeat, quod obsecro legere uelis ubi quid tibi ocij superfuerit, uidebis etenim quanto fuerit ingenio præditus is philosophus, cuius si id opusculi tibi placuisse cognoscam, sunt in manibus illius & alia opera. Phænomena quidem optica & Data, quæ quãdoq; me interprete è Græcia in Italiam uenient, & sic se latinis legenda tradent, & is auctor priscam auctoritatẽ penè amissam philosophantium scholas petens sibi comparabit. Verum ne pluribus quàm par est uerbis tecum agere uidear, superest iam ut ipsum audias Euclidem de speculorum imaginibus, sic per nos latine loquentem. Vale æternum nostri memor, equestris ordinis rarissimum ornamentũ, & hijs audacibus annue cœptis. Venetijs XI Calendas Octobris, in IXII, IIIVII. & XIX. Elemento, reconciliatæ diuinitatis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMATICIQ; præstantissimi Specularia, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

VISVM lineam rectã esse quã media cuncta extremis correspondent, quæq; uidentur per rectam spectari lineam, planũ ac receptũ esse oportet. Speculo in plano collocato, inspectoq; aliquo sublimi, quod & ipsi plano ad angulos rectos existat, fiant proportionalia, ut inter speculũ & spectantẽ recta linea ad eam quæ inter speculum & id quod ad angulos rectos fastigium, sic aspecti fastigij ad id quod ad angulos rectos in plano fastigium obiectum est. In planis nanq; speculis loco assumpto, in quẽ ab inspecto perpendicularis cadit, non amplius spectatur uisibile. In cõuexis uero speculis assumpto loco per quem ab inspecto in centrum sphæræ ducitur, uisibile non amplius spectatur, id quoq; in cauis euenit. Si in uas enim quidpiam proiectum sit, acceperitq; interuallum ut minime uideatur, eodem existente interuallo, si aqua infundatur, inuectum spectabitur.

Theorema

Theorema primum.

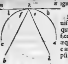
APlanis, conuexis, cauisq; speculis uisus inæqualibus angulis refringuntur.

Sit oculus b speculum autem planum sit a c, uisus uero feratur b k & refringatur in d. Dico quod angulus e ipsi angulo f est æqualis. Excitẽtur per 11 primi elementorum perpendiculares in speculum b c. d a est igitur sicut b c ad c k, sic est d a ad a k. hoc, inquã, in diffinitionibus patuit. Simile igitur est triangulum b c k triangulo d a k, per diffinitionem primam 6 elementorum. Igitur angulus e angulo f est æqualis, nam quæ similia æquiangula sunt.



In conuexis.

Sit iam conuexum speculum a k c, uisus uero sit b k, refractus in d. Dico quod angulus e h, æqualis est angulo f l, apposui planum speculum n m, æqualis est angulus e angulo f per precedentem. Sed & h ipsi l: connectitur namque m k, totus igitur e h, toti l f est æqualis.



In cauis.

Sit rursus cauum speculum a k c uisus autem b k refractus in d. Dico quod angulus e, æquus est angulo f, collocato enim plano speculo m n æqualis est per primam angulus h e angulo f l. Aequalis autem est h ipsi l: reliquus igitur e reliquo f est æqualis



Theorema secundum.

IN qualiacunq; specula inciderit uisus æquos efficiens angulos, ipse per sese refringetur,

Sit planum speculum a k c oculus autem sit b. uisus uero sit b k, cadatq; æquos efficiẽs angulos f b. Dico quod b k refractus in seipsum. hoc est in b reuertetur. Non enim sed si possibile est agatur in d & quoniam per primam uisus in æqualibus angulis refringuntur, angulus e æquus est ipsi angulo b ostensum quoque est quod e f angulus ipsi h est æqualis, & angulus igitur e f, ipsi e angulo erit æquus maior minori. quod est impossibile. Igitur b k in seipsum refringetur, eadem quoque demõstratio in conuexis, & in cauis speculis conueniet.



Theorema tertium.

IN qualecunque speculum procidens uisus inæquales efficiens angulos, in se ipsum non refringetur neque in minori etiam angulo.

Sit planum speculum a k c. uisus autem b k procidat maiorem efficiens angulum f ipso h l. Dico quod b k, refractus, non refringetur in sese, neque in angulo h l, si enim ueniet in b k angulus f ipsi h l. est æqualis. quod est impossibile, maior enim supponitur. Igitur b k in maiori refringetur angulo f: a maiori namque minori æquale abscindi est possibile per 3 primi elementorum. eademq; demonstratio est & in conuexis. & in cauis.



Theorema quartum.

VIsus in planis speculis, & cõuexis refracti, neque concurrunt adinuicem, neque sunt paralleli.

Sit planum speculũ a c, oculus sit b, uisus uero refracti sint. b c d. b a e. Dico quod c d, & a e, neque paralleli sunt, neque cõcurrunt in d e. Nam quoniam angulus f æqualis est angulo h & k ipsi m, maior autem est per 16 primi elemẽ. f ipso k, quoniam est extra ipsum triangulum b k c, maior autem fuerit h quam m. Igitur c d ipsi a e, parallelus non est, neque in e d, cõcurrunt.

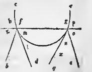


In conuexis.

Sit rursus conuexum speculum a g f c, oculus uero sit b, aspectus autem refractus sint b f d b g e. Dico quod ipsi f d, g e. neque in e d cõcurrũt. neq; sunt paralleli, & cõnectatur enim g f, recta linea, extendaturq; ex utraque parte, quoniã æqualis est k h, ipsi l, eo quia in æquis angulis refringitur. maior fuerit quoque l m ipso k & k ipso n x est maior. sed n x ipso p o maior est. Rursus x, æqualis est ipsi o p, maior igitur est l m ipso o p, multo igitur maior est l m ipso o: non concurrunt igitur ipsæ f d, g e, rectæ lineæ, neque sunt paralleli.

Theorema quintum.

IN cauis speculis si ad centrum, siue ad circunferentiam, siue extra circũferentiam oculus extiterit, hoc est inter centrum & circunferentiã, uisus refracti concurrent.

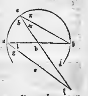


Sit cauum speculum a c d, centrum autem sphæræ sit b ponaturque oculus in b & procidant ex b uisus in circunferentiam b a, b c, b d, æquales igitur sunt qui ad signa a c d, sunt anguli, semicirculi enim sunt per 27 tertij elemẽ. uisus igitur refracti per se ipsos refringentur b a, b c, b d, hoc autem patet quod in b cõcurrunt.

Oculus in circunferentia.

Sit rursus cauum speculum a b c, oculus autẽ esto, b ponaturq; in eius circunferentia, & ab ipso b, incidãt uisus b c, b a, refracti in d e signis. Quoniam maius est a c b segmẽtum ipso b c, segmento, maior est angulus f, angulo h per 11 tertij elemẽtorũ & g per n igitur ipso k, maior ipsi igitur f k, ipsis h k. sunt maiores Reliquus igitur l reliquo m minor, multo magis igitur: quæ enim cõcurrunt igitur ipsæ c d a e, in similiter ostendetur, & si extra circunferentiam ceciderit oculus, sicut in sequenti theoremate.





Theorema sextum.

IN cauis speculis, si ad medium centri & circunferentiæ positus fuerit oculus, quandoque uisus refracti concurrent, & quandoque non concurrent.

Sit speculum cauum a c, centrum autem sit d, oculus uero ponitur b, intra centri medium & circunferentiæ, uisus autem b a, b c. refringantur in g f, extendanturque uisus usque ad speculum a h, c k. Ipsa a h iam ipsa c k. aut maior est, aut ei æqualis, aut ea minor. Siquidẽ uisus, a h æqualis est ipsi c k. æqualis est & a c h, circũferentia ipsi c b k, circunferentiæ Quare & m angulus ipsi x angulo, æqualium circunferẽtiarum anguli inuicem sunt æquales per 27 tertij elementorum, & anguli m l. igitur ipsis n x, sunt æquales per refractionem per primum theorema. & reliquus igitur angulus o angulo p est æqualis: maior igitur est angulus r ipso angulo o. Quoniam enim per 16 primi elementorum

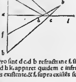
torũ angulus r,ipſo p maior eſt quia exterior eſt. Et angulus p ipſi o, angulũ eſt æqua lis igitur angulus r,ipſo angulo o maior eſt, cõmu nis apponatur qui ſub o r f,igitur ipſæ c f,a g, cõcur runt ſicut ad g f Idem quoque erit & ſi maior ſit ui ſus a h,ipſo c k,maiores enim erunt ipſi l m anguli i pſis n x,& angulus p angulo o maior eſt,& r ipſo o. Si uero a h recta linea minor fuerit ipſa c k, id pro pterea maior erit angulus o angulo p:eſt autem & angulus r ipſo p maior. Nihil enim prohibet angu lum r ipſi o eſſe æqualem uel ipſo o minorem,& nõ concurrere a g ipſi f. Manifeſtum eſt autem quod & ſi maior fuerit a h. circũferẽtia ipſa c k. Sitque æqua lis coincidentia refractionum,neque in circuli circũ ferentia,neque extra utique fiet, ſed intus tantum.



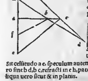
Theorema ſeptimum.

CElſitudines & craſſitudines à planis ſpeculis conuerſæ uidentur.

Sit faſtigium quidem a e, ſpeculum autẽ planum ſit a l.oculus uero ſit b,uiſus porro ſint b c,b d,refracti,in e k. Igitur oportet deductis uiſi bus in rectam lineam e,quidem ſupra eſſe,ipſo h infra exiſtente,& k infra exiſtens in f,quod ſupra eſt,ac per inde conuerſa ſunt in phantaſia.



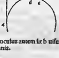
In craſſitudinibus.



Sit rurſus craſſitudo quidem e a,ſpeculũ au tem planum ſit a c,ocu lus uero ſit d, uiſus porro ſint d c,d b refracti in e f, ſi militer eductis uiſibus ad h k, apparet quidem e infra exiſtens ſuper h ſuperius exiſtente,& f, ſupra exiſtẽs ſu per k infra exiſtente.

Theorema octauum.

FAſtigia & craſſi tudines à conue xis ſpeculis con uerſa uidentur.



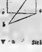
Sit celſitudo a e, ſpeculum autem conuexum ſit a d c,uiſus ue ro ſint b d,b c,refracti in e h, patet quod non concurrunt. re liqua uero ſicut & in planis.

In craſſitudinibus.

Sit rurſus craſſitudo a e,ſpeculum uero conuexum ſit a d c.oculus autem ſit b uiſus autem refracti in e h,ſint b c e,b d h,reliqua uero ſicut & in planis.

Theorema nonum.

OBliquæ longitudines à planis ſpeculis ſicut ſe ha bent, ſic & uidentur.

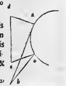


Sit oculus b longitudo autem obliqua ſit d e,ſpecu lum uero ſit a c,igitur refractis uiſibus uidetur quidẽ d ita & e,ſuper c ſicq; ſe habet in phantaſia, ſicut uero ſe habet, propius propius,& remotius remotius.

Theorema decimum.

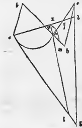
OBliquæ longitudines à conuexis ſpeculis ſicut ſunt uere, ſic ſpectantur.

Sit longitudo c d. oculus autem b, speculum uero conuexum a c, aspectus porro refracti in c d, sint b a, b c, reliqua uero eadem.



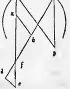
Theorema undecimum.

Celsitudines & crassitudines à cauis speculis quæcunque sunt intra coincidentiam uisuum conuersa uidētur, quemadmodum in planis & conuexis speculis, quæcunque autem extra coincidentiam sicut sunt, sic & spectātur.



Sit cauum speculum a c, oculus aut sit b, uisus uero refracti sint b a, b c. eorum coincidētia: porro sit f celsitudo sit d e, & k n, & k n quidē intra f coincidētiā sit at, d e sit extra coincidentiā: igitur productis uisibus sicut in planis & conuexis speculis apparet k super m, & n super l: quare conuersæ uidētur, rursus super exteriorem coincidētiam celsitudinis apparet quidem d super g, & e super h, sicut se habet sic spectatur.

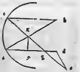
In crassitudinibus.



Rursus crassitudo quidem sit d e. & k h, cauū autem speculum sit a c, oculus uero sit b, uisus autem refracti sint & cō currētes in f b a, b c. igitur productis uisibus similiter k h, cōuersæ apparent, k quidem per c & b p a. Sicut est in planis & conuexis speculis ad d e, sicut ipsum quidem e, infra per a & d super c.

Theorema duodecimum.

Obliquæ longitudines à cauis speculis quæcunque intra coincidetitiam uisuum iacent, ut sunt sic spectantur, quæcunque uero extra, conuersæ.



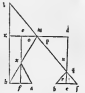
Sint, inquam, longitudines obliquæ e d, h k. cauum uero speculum sit a c. oculus autem sit b, uisus refracti & concurrentes in g sint b a d, b c e, & ipsa quidem h k, obliqua longitudo sit intra. Igitur h k iuxta naturam apparet. sicut & in planis & conuexis speculis. Sed e d. conuersa, nam ipsum quidem d, super a apparet & e super c.

Theorema decimumtertium.

Idem spectare pluribus planis speculis est possibile.

Sit quod uidendum est a, oculus uero sit b, specula autem tria sint c d,

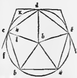
d e.e f,excitetur per 11 primi elementorum perpendicularis ab ipso h in c d speculum b c,æqualis autem sit b c,ipsi c f,& rursus per eandem ab ipso a in e f, perpendicularis excitetur a f & ipsi a f,æqualis esto f b & per eandem ab ipso b,in speculum d e, perpendicularis excitetur b k,sitq; ipsi h k,æqualis k l, & ab ipso l in f cõnectantur l m x f,ab ipso aũt m in h cõnectatur m r b. Cõnectãtur autem & a r & b x. Quoniam igitur æqualis est b c ipsi c f & qui ad c,anguli recti sunt: binæ igitur h c,c q,ipsis binis f c,c q sunt altera alteri æquales,& angulus qui sub b c q, rectus existens,angulo qui sub f c q,recto existẽti est æqualis per 4 postulatũ,& reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales sub quibus æqualia latera subtenduntur per quartam primi elementorum. Angulus quidem qui ad b angulo qui ad f, & angulus x angulo t. Sed t ipsi n est æqualis per 15 primi elementorum ad uerticem enim. Quare & angulus n angulo x. Igitur uisus b x in m refringitur. Rursus quoniam æqualis est b k,ipsi k l,& qui ad k recti sunt,angulus o æqualis est ipsi p. Refringitur ergo idem uisus b x m in r. & id propterea iam & in a, quia æqualis est qui sub f r a,angulus ei qui sub e r m,similiter & in reliquis demonstrationibus. Inspice igitur ab ipso h oculo uisus a,per tria specula plana existentia c d,d e,e f.



Theorema decimumquartum.

LSt autem & in quibuslibet siquis constituat speculis idem inspicere, oportet autem iuxta speculorum uumerum polygonum æquilaterum & æquiangulum constituere binis lateribus excedẽs specula.

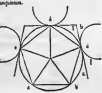
Esto enim quod spectari debeat a, oculus autem sit b & connectatur a b & ab ipso a b, describatur polygonum æquilaterum,& æquiãgulum binis lateribus excedens ipsa specula,& sit a b d polygonum,& sumatur per 1 tertij elementorum centrum circuli ipsi polygono circumscripti,& sit h,& ab ipso connectantur,h c,h e,h d,h b,b a, in angulis,& proponantur specula plana ad angulos rectos ipsis conuexis. Quoniam igitur per quartum postulatum æqualis est f l, angulus ipsi n k angulo: uterque enim rectus est,quorum n ipsi l est æqualis,reliquus igitur f,ipsi K est æqualis. Quare refractio ipsius b uisus erit in d, per æquos enim angulos refractiories fiunt per primum theorema. Similiter iã ostendetur quod qui ad d e signa ad omnia specula uenient in a.



Theorema decimumquintum.

ILlud idem quoque & in conuexis & in cauis speculis uideri potest.

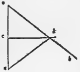
Sit namque spectare oporteat a oculus uero sit b, & similiter describatur polygonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e,& ad signa c d e,sint specula plana à quibus spectatur a, sicut ostensum est. adijciãtur his specula aut caua aut cõuexa ad uisuum contactus. Igitur æqualis est f ipsi h, & k ipsi l,totus igitur k f,æqualis est ipsi l h refringetur ergo uisus à speculo conue



xo c in d,& ab ipso d in e,& ab ipso e in a·manifestum igitur est quod connexis aut cauis existentibus omnibus & mixtis illud idem uideri potest.

Theorema decimumsextum

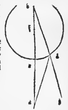
N planis speculis unumquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per illius quod sub aspectum cadit perpendicularem uidetur.



Sit speculum planum c d,oculus autem sit b, res uero uisa sit a sitq; perpendicularis K re uisa in speculum a c igitur quoniam supponitur in phænomænis quod assumpto loco c ipsum a nõ uidetur,ergo a uidebitur in linea recta a e. Sed & in rectas lineas ipsi b d,uisus per e igitur:positum namque est nobis rectum cuius medium extremis correspondet. Quare a e & b e recta linea erit.

Theorema decimumseptimum.

IN speculis conuexis,unumquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per eam quæ à re uisa in sphæræ centrum deducitur rectam lineam spectatur.

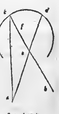


Esto cõuexum speculum c d,oculus autem sit b, uisus uero sit b d,refractus in a,aspiciaturque a,centrum autẽ sphæræ sit f,& connectatur a f extendaturq; b d in e: igitur quoniam supponitur in phænomenis quod assumpto c ipsum a non uidetur,uidebitur igitur in rectam lineam a e,per id quod euenit ex b d,uisu,& ab ipso a c in e,sicut & in planis.

Theorema decimumoctauum

IN cauis speculis unumquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per eam quæ à re uisa in cẽtrum sphæræ ducitur rectam lineam spectatur.

Sit cauũ speculum c d,aspectus autem refractus sit b c, in a uisum,centrum autem sphæræ sit e connectatur recta linea & extendatur igitur quoniam in phænomenis deprehenditur quod assumpto loco d ipsum a non uidetur:quare agetur in rectam lineam a e,aspicietur ergo per congressum ipsius a d rectæ lineæ & b c uisus per f.

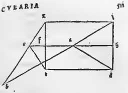


Theorema decimumnonum.

N planis speculis quæ dextra sunt sinistra apparent, & quæ sinistra dextra,& simulacrum æquum est rei uisæ & distantia à speculo æqualis est.

Sit planum speculum a c,oculus autem b, uisus uero sint b a,b c,refracti in d e,quod autem spectatur sit,d e. & ab ipsis e d ,per duodecimam primi elementorum in speculum perpendiculares excitentur e f,d b & extendantur. Extendanturque & b c ,b a,uisus & concurrant parallelis in K L,& connectatur l K.Igitur e apparet

paret super k & d super l. hoc enim prius ostēsum est, ergo sinistra dextra apparent, & dextra sinistra, & quoniam æqualis est qui sub k c f, angulus ei qui sub f c e angulo, & recti sunt qui ad f, æqua igitur etiam fuerit f k ipsi f e. Idq; propterea & d h, ipsi h l. æquum est igitur interuallum quod abest à speculo e d, ipsi a abest simulacrum k l & æquū est uisum e d simulacro k l. quoniam æqualis est e f ipsi f k, & d h ipsi h l. communis autem & ad rectos angulos ipsa h f.



Theorema uigesimum.

N conuexis speculis sinistra dextra, & dextra sinistra spectantur, & interuallum à speculo simulacru minus abest

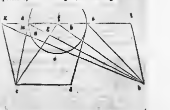


Sit speculum conuexum a c, centrum autem sphæræ sit h, oculus porro sit b, uisus autem sint b a, b c. refracti in d e, quod spectatur sit d e, & ab ipso h centro excitentur in d e ipsæ h d, h e, & extendātur uisus ad f g. & connectatur f g simulacrum. Igitur ipsum quidem d apparet super g, & e super f dextra igitur sinistra. & sinistra dextra spectantur. Dico quod maior est e l ipsa l f. excitetur per a ipsam tangens circunferentiam r a k. quoniam igitur h a, a e, ad ipsam circunferentiam æquos efficiunt angulos, propter refractionem tangit ipsa k a r, bifariam fuerit sectus qui sub e a f angulus. & obtusus est angulus k. maior igitur est e k, ipsa k f multo maior igitur e l ipsa l f: minus igitur abest simulacrum f g à speculo: magis autem quod spectatur e d, sicut in sequenti patet.

Theorema uigesimumprimum.

N conuexis speculis simulacrum spectatis minus est.

Sit speculum conuexum a o c, oculus autem sit b. uisus uero refracti sint b a, b c, in d e, igitur à conuexo speculo aspicitur e d in angulo qui sub a c b, apponatur iam speculum planum a c tangens, uisus in a c. Igitur uisus uisus e à plano speculo non est b a e, non enim æquos efficit angulos ad planum speculum. neque refringetur intra a c. refringatur si possibile est, & esto b f. uisus. æqualis igitur est angulus g angulo b propter refractionem. & h, maior est ipso n & m ipso g: quare & m ipso n maior est, qđ est impossibile. Ipse nāq; n ipso m maior est. Aequalis enim est totus ei q ad circūferētiā extra igitur ipsum m a refringatur. refringatur esto b k e. similiter aūt

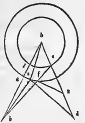


& b c d, extra cadit igitur e d in maiori angulo spectatur à speculo plano comprehẽso sub k b l, quæ à conuexo, æquum autem patuit apparens in plano, manifestum igitur quod à conuexo speculo simulacrum minus apparet re uisa.

Theorema uigesimumsecundum.

IN conuexis speculis, à minoribus speculis minora simulacra spectantur.

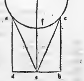
Sit sphera maior a c minor uero e l, circà idem centrũ h, oculus uero sit b & connectatur o a h, & ab ipsa sphæra refringatur uisus b c d, dico quód uisus refractus á minori sphæra in d, neque per c, neque extra ipsum c cadit. Cadat enim prius si possibile est per c & refringatur a minori sphæra in d, & sit b e d, & connectatur ab b in c & refringatur in k. Igitur b c k, bifariam secat eũ qui sub b c d, angulum: quoniam ipsos b c d angulos æquos ad circunferentiam propter refractionem efficit Id que propterea iam quæ ab b in e cõnexa recta linea & extensa angulum sub b e d bifariam secat. Secet ipque h e f. Quoniam angulus comprehensus sub b c d, angulo comprehenso sub b e d, maior est, & dimidius dimidio maior est qui sub b c k, eo qui sub b e f est autem & minor quod est impossibile: uisus ergo á minori sphæra refractus per ipsum c minime ueniet. Supponantur rursus eadem, & a minori sphæra refractus uisus b e d, extra ipsum c cadat, & b e secet maiorem sphæram in f. Visus iam ab ipso f, refractus in b f k, non coincidet ipsis c d, hoc, inquam, patet. Ipsi igitur e d, coincidat in k. Igitur b f k, uisus refractus á maiori speculo ipsum aspicit k & ipse b e k: refractus à maiori speculo ipsum aspicit k, hoc, inquam, superius impossibile patuit. Intra igitur c a, cadit uisus refractus a maiori speculo in d. Similiter quoque ostendetur, & quæ ab altera parte idem efficiens. Sub minori igitur angulo spectatur eo qui ad b facto a minori speculo quám a maiori, minus igitur apparet simulacrum a minori speculo.



Theorema uigesimum tertium.

IN curuis speculis simulacra conuexa spectantur.

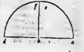
Sit curuum speculum a c, oculus autem sit e uisus uero refracti e a, e c, in d b at f e, sit in seipsum refractus, hoc est in e. Igitur uisus iam maiores sunt qui longiores: minimi uero qui circa medium hoc est f e spectatur igitur propius a speculo magis e, longius uero b, & d, quare totum curuum spectatur.



Theorema uigesimumquartum.

IN cauis speculis si in centro oculus positus fuerit ipse tantum oculus spectatur.

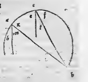
Esto cauum speculũ a c d. centrum aũt ipsius sit b. uisus uero sint b a, b c, b d igitur angulus e æqualis est ipsi f, igitur uisus b c refractus ueniet in b: similiter quoque & reliqui, ipsum igitur tantum b, spectatur.



Theore

Theorema uigesimumquintum

IN cauis speculis si in circunferentia aut extra circunferētiam oculus positus fuerit, oculus non spectatur.



Esto cauum speculum, a c b, & oculus ponatur in circunferentia ipsius & sit b, aspectus aūt procidant b a, b c & refringantur igitur angulus m b angulo K maior est, & e l ipso f Quare non refringuntur, b a, b c uisus in b oculum. Si in oculum refringūtur, anguli æqui ad ipsa æ c, signa. Ostendetur autem & quod si extra circunferentiam sit oculus idem eueniet. scilicet quod non spectabitur oculus, quippe quoniam in ipsum non fiunt refractiones.

Theorema uigesimumsextum.

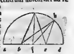
IN canis speculis si extendatur dimetiens sphæræ, ex centróque ad angolos rectos ducatur, & in altera parte positus fuerit oculus nihil eorum quæ in sunt parte in aqua oculus spectabitur, hoc est neqne corum quæ ad diametrum, neque corum quæ extra diametrum neque corum quæ in diametro.



Sit cauum speculum a c d, dimetiens autem esto ipsius sphæræ a d & ipsi a d ad angulos excitetur rectos ab ipso f ipsa f c, oculus autem esto b extra ipsum diametrum, uisus autem sit b e. Igitur uisus b e, refractus non ueniet in b, neque in f. In æqualibus namque angulis refringitur. Venlet igitur sicut e b Similiter quoque & si introrsum cadat oculus sicut h siue in diametro, sicut m, refracti autem uisus sicut h k, m n. uenient enim sicut k l, n x Igitur eorum quæ in ea sunt parte in qua oculus spectatur nibil, neque eorum quæ in diametro. neque eorum quæ extra diametrum, neque eorum quæ introrsum.

Theorema uigesimumoctauum.

IN cauis speculis si in dimetiente ponantur oculi æqualiter distantes à centro, nullus ipsorum oculorum spectabitur.

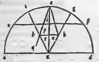


Sit cauum speculum a c d, dimetiens uero sit a d centrum autem sit f ad rectos angulos sit f c. oculi porro sint b e á centro æqualiter distātes, uisus autem b c. igitur refractus ueniet in e: in æqualibus enim angulis refringitur, alius autē nullus ibit ut b h. Connectantur h e, h f. igitur angulus qui sub b h e bifariam secabitur ab ipsa f h. & proportionale erit sicut b h ad h e, sic b f ad f e, quod est impossibile Nā b h, ipso h e, maior est, & b f, ipsi f e est æqualis, nullus igitur refractus ueniet ex b in e, unus igitur uisus refringetur in utroque oculorū, & ipse non spectabitur. Nam b c, extensa ipsi b d. non cōcurrit ad partes c d, apparebat autem unumquodque propter spectatorū congressum neque e c, ipsi e a ad partes c a. concurrit. In cauis neq; speculis unūquodq; spectatorū per ex spectato in centrum sphæræ ductā rectam lineam spectatur. *Theorema 28*

IN cauis speculis si eam quæ ex centro bifariam secans, & ad angulns rectos educens quis ponat oculos æque distantes in ea quæ ex centro, ponatur autem uel per medium diametri & eius quæ ad rectos angulos, uel in ipsa quæ ad rectus angulus, ipsorum oculorum nullus spectabitur.

Esto

Esto cauum speculum a c d. dimetiens autem sit a d cẽtrum sit k, & quæ ad rectos angulos, k c. secetur per 10 primi elemẽtorum bifariã in p, super ea uero ad angulos rectos esto e p f. & oculi intra diametrum a d & e f, sint b h, in parallelis e f, b h. æque distantes ipsi k c, uisus uero esto b c refractus in h: æquos igitur efficit angulos ad circunferentiã, quippe quoniam f e, ipsi b h parallelus est, & b n ipsi n h, est æqualis, & connexæ k b, k h, extẽdantur, extendatur autem & c b in q. & quoniam b c maior est ipsa b k maior est angulus r angulo i. Quare & qui sub c b h, maior est eo qui sub h b k hoc est eo qui sub h b k, igitur b c, ipsi k b, non concurrit. Igitur ipse h non spectabitur: propter congressum namque ipsorum b c, k h, spectatur.



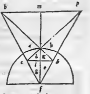
Alter.

Sint rursus eadem qui supra, sed b h oculi sint in bifaria, & ad angulos rectos secta ea quæ ex centro a d: quoniam igitur æqualis quidem est b c, ipsi b f & e h ipsi f b. parallelus igitur est b c, ipsi f h. Igitur b c. uisus non concurrit ei quæ ex cẽtro in spectatũ, hoc est ipsi f b ad partes, h c: quare oculus b non spectatur, spectabitur namque propter ipsorum b c f h, congressum.



Alter.

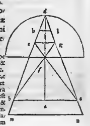
Sunto rursus eadem. in superiori uero ipsius bifariæ sectionis ponantur oculi b c. æque distantes ab ea quæ ex centro b o c est f a Dico iam b c. ipsos spectari, & ea quæ sunt dextra sinistra, & quæ sunt sinistra dextra, & simulacrum maius ore & interuallũ à speculo maius habens simulacrum: esto enim b a, uisus refractus & connectantur à centro f a d b c ipsæ f b. f c, & extendatur b a Quoniam igitur bifaria sectio est g maior est b f ipsa b a, & angulus k angulo e: æqualis autẽ est k ipsi d: maior igitur est & d ipso e: coincidunt igitur ipsæ f b. c a. extensæ coincidãt in p. Id propterea iam b a. f c concurrunt in h, spectabitur igitur ipsæ quidem c, in h, & b in p & dextra quidem sinistra, & sinistra dextra apparent Sed maior esto h p ipsa b c. paralleli enim sunt: simulacrum igitur maius apparet, & magis a speculo distans, maior est enim m a ipsa a l.



Theorema uigesimum nonum.

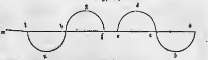
SI uero extra diametrum ponantur oculi, ea quæ dextra sunt dextra, & quæ sinistra spectantur, & simulacrum minus spectato, & in eo quod medium inter spectatum & speculum.

Esto, inquam, oculi b c, cẽtrum autem sit f. ipsius speculi: & ipsi diametro ad angulos rectos esto a f d, & huic ad angulos rectos b c & ipsi b a, æqualis esto a c, & uisus sit b d. refractus in c & per centrum ipsæ b f k, c f e, & ab ipsis e k. connectatur e k, igitur b in k apparet & c in e. Igitur quæ dextra sunt dextra. & quæ sinistra sunt sinistra spectantur, & simulacrum e k, minus est ipso b c, spectato, parallelus namque est e k ipsi b c, & circa medium speculi. & spectate apparet simulacrum. Deducto autem spectato, & eo minus apparet simulacrum



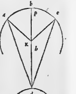
erum sepositum ab ipso b c,positum.similiter igitur ab ipso m in f. centrum connexa & extensa superius cadit in k sicut l.quæ uero ab n in f superius in e,usque h.igitur m n spectatur sicut h l & minus est b l,ipso e k & speculo propinquius.

Theorema trigesimum.



SPeculum constroere est possibile,ut io ipso spectentur plures facies,& maiores,& minores,& aliquæ propius,& aliquæ lõgius, & aliæ dexteræ,& aliæ sinistræ.

Sit enim planum a m,igitur in hoc fieri possunt conuexa specula sicut a b c,b k l. Caua autem qualia sunt c d e,f g b.plana porro qualia sunt e f,l m,posita uero facie sicut g spectantur à planis æqualia simulacra æque distantia,a conuexis uero minora & minus distãtia,à cauis porro omnino sicut manifestum est.



Theorema trigesimum primum.

EX cauis speculis ad solem positis igois accenditur.

Esto cauum speculum a b c,sol autem sit e f, centrum autem speculi sit b.& à quodam signo d cõnexa quidem in h centrum d h,extendatur in b. Incidat autem d c acta & refracta in k.refringetur autem super h cẽtrũ. Angulus enim qui ad p,circunferẽtiam minor est eo qui ad circunferentiã sub b c d,& sit a b circunferentia æqualis ipsi b c,& ab ipso d alia acta cadat d a,manifestum igitur quod refracta a d acta cadit in k.quippe quoniam circũferentia a b æqualis est ipsi b c,similiter autem ostendetur quod omnes ab ipso d incidentes in speculum & æquos suscipiẽtes in idẽ coincidunt ipsi b k super ipso h.



Aliter.

Esto rursus cauum speculum a b c,sol autem sit d e f& à signo quoddam e per h centrum sit e h h & a b d f,sint d h c,f h a.Igitur demonstraui quidem quod quæ ex e actæ concurrunt in seipsas per p r,angulos æquos existentes,diametri enim sunt Quæ uero ab f in h a,per k l angulos.Quæ uero a b d in h c,quoniam n x anguli sunt æquales,quod autem omnes in seipsas refringuntur.manifestum.ex centro namq; existentes semicirculos faciunt.qui uero in semicirculis anguli sunt æqualis per 27 tertij elemẽtorum,per æquos enim angulos fiunt refractiones,in se ipsos igitur refringuntur. omnes igitur coincidunt quæ ab omnibus signis in eas quæ per centrum & in centro agũtur.his igitur actis,calefacti sẽp circa centrum ignis colligitur, quare ibi stupa apposita accendetur.



Catoptrices hoc est de imaginibus quæ in speculis opusculi Euclidis Megarensis præstantissimi mathematici, FINIS. Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

Ioanni Zamberto Veneto fratri humanissimo salutem perpetuam.

QVVM me iam pluribus annis hisce mathematicis disciplinis mirum in modum delectari tibi exploratissimum esset Ioannes frater charissime, cumq; sæpius, me quasi ad pugnam prouocans aliqua abs te mechanico artificio structa ostenderes, quæ optices hoc est perspectiuæ speculationibus compacta pluribus lineis sese inuicem dispescẽtibus, multiplicibusq; angulis, mirandam ingenij tui solertiã altamq; indaginem præseferrent. efficere non poteram quin eam theoremata maxime non comprobarem, quandoquidem niteris lineis & angulis efficere ut ea quæ plana sunt quandoque cõnuexa, at quando que sese in intima penetralia extendere, aliquando uero solida & tribus dimensionibus constare uideãtur. Cuius quidem disciplinæ rationem quãdoq; cum apud Socraticum Euclidem in uetustissimis & tineis ac carie contritis græcis codicibus legerem, quodam stupore perfusus, hominis ingenium arduum & sublime inde dijudicans, opus illud mira solertia sed maximo studio non legi sed relegi transcripsiq; pariter, ut tanta doctrina quoque inter nostros codices summa ueneratione seruata reperiri posset. Quod quidem opusculum cum quandoque tibi demonstrassem, auidissime, ut qui hiantibus faucibus sitibundi fontis frigidam aquam æstiuis ardoribus ingurgitãt, petijsti, ut illud tibi latinũ efficerem. existimans esse aliquid cæteros homines quos diuersa inutilia oblectamenta iuuant disciplinis excellere. Quod sane ut tuis uotis frater charissime satisfactum esset: quasi ocio deditus ex Euclidea interpretatione illa laboris plena, sedulo curaui opusq; ipsum sublimi, & mirando iudicio ab Euclide ipso exquisitum latinum feci, ut tibi satisfaciendo, communi quoque studentium utilitati consulerem. Quod sane opusculum tibi id propterea destino, ut tibi necessitudinis nostræ amorisq; & beneuolẽtiæ sit exploratissimum pignus, tum quia hisce studijs & speculationibus delectaris, idque propterea iure quodam tibi id opus destinari debet, quando quidem ea illis sunt dedenda, qui eorũ peritiam tenẽt. Sub tuo igitur nomine perspectiua Euclidis in lucẽ ueniet, ex grecorum illis disciplinarum ingeniorum & doctrinæ mundæ & castigatæ plenis scrinijs eruta. Cæterum tu frater charissime hæc leges, uidebisq; quantum fuerit Euclidis iudicium, quantum ingeniũ, quanta doctrina, ut hæc optica theoremata eo examine struxerit, ut eorũ nullũ rectè sentientes negare possimus, in quibus si quid fortasse cõperies minus obuium & tibi notum, testatim ad elementorum specularia & apparentium Euclidis doctrinam conferes, inde nãq; omnia tibi plana fient, & luce meridiana clariora, uerũ ne me crispini scrinia lippi compillasse putes, uerbum nõ amplius addam. Vale. XI, IV. XIX. elemento conciliatæ diuinitatis. Vene. VI. Kalen octobris.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI INSIGNISQVE mathematici incipiunt optica ex traditione Theonis Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

OSTENDENS ea quæ per uisum consolationis gratia nonnullos induxerunt, ratiocinatus est, quod omne lumen in rectas lineas protenditur, reique huiusmodi argumentum uel maximum esse ex corporibus umbras eductas, deque foraminibus & aspectibus lucem delatam. Horum & enim unumquodq; neutiquam fieret sicut & nunc factũ spectatur, nisi a sole delati radij in rectas lineas extenderẽtur. Itidem quoque ex ignibus nostris emissam inquit lucem causam esse, qua corporum adiacentium aliqua illustrantur, indeq; umbræ educuntur, aliquæ quidem subiectis æquales corporibus. Aliæ uero maiores. Aliæ porro suppo-

suppositis corporibus minores. Aequales quidem emittunt umbras quæcunque lucẽtibus illustrantibusq́ ignibus sunt æqualia, extremi nanq; radij in his in parallelis cõueniunt, fitq́ ut umbræ neque cõcurrentes imminuant, neque hijs umbræ crescant, sed sicut se habet offensio corporis, talem quoque umbræ cõmensuratiõnẽ obtineat. Minores uero corporibus umbræ sunt, quando illustrantes ignes maiores fuerint, extremi namque radij in ipsis concurrunt, idq́ propterea umbras imminuunt. Maiores porro corporibus umbræ sunt, quando illuminantes ignes minores fuerint: extremos nanq; radios in his rotundi contingit inumbratamq́ maiorem partem perficere. Id minime fieret nisi ab igne delati radij in rectas lineas protenderentur. Clarius quoque hoc & alijs effectibus deprehendi contingit. Lucerna & enim utcunq; iacente si apposita fuerit portula subtilem habens rimulã ut seræ, proueniatque rimula ex opposito lucernæ. Ipsi autem portulæ in alteram partem propior apponatur portula, in quam, per rimulam lux delata procidat, omnino procidentem lucem in ipsam portulam rectis contẽtam lineis inuenimus, connectentemq́; interuallum medium inter rimulam portulamq́; in eandem rectam lineam existere. Cum igitur manifestum sit quod omne lumen in rectam lineam protẽditur, & omnibus cõstat in recti aspectũ euenire, ab ipsius erũpentes radios, eiusdem esse rationis hoc est per rectas protẽdi lineas bosq́ in interuallis, idque propterea ea quæ spectantur, simul tota aspici non posse, præceptionẽ attulit huiusmodi. Acu siquidem siue alio huiusmodi corpusculo sepius in pauimentum delapso aliquibusq́ accuratius inquirentibus, locumq́ ipsum sepius nullo corpusculum quæsitum prohibente tangentibus, deinde rursus uisum proijcientibus ad locum in quo erat corpusculum, acum perspexerunt. Manifestum nempe quod id quod inuentum est, neque etiam locus in quo erat uidebatur, proinde quæsito sub aspectũ exposito, loci partes omnes non spectantur. Si enim uideretur, & quæsitum quoque aspiceretur, non aspicitur autem. Iidem quoque eos qui libris accurate assistunt neque omnes literas in margine existentes intueri posse dixit. Sepius namq; coactos ostẽdere raro descriptas literas, minime ipsas ostendere posse, eo quia ad omnes literas uisus nõ efferuntur, sed per interualla ipsos existere, ac perinde ordine expositarum literarum plures percipi nõ possunt: proinde manifestum est quod neque totius marginis locus aspicitur, itidem quoque in alijs spectaculis euenit, quare quæcunque spectãtur simul tota non spectantur, uidentur tamen aspici ob nimiam uisuum celeritatẽ, nihilq́; relinquentium, hoc est in cõtinuũ delatorũ, minimeq́ salientiũ. Sub uisum namq; cadit spectatæ rei imago, ut inde motus uisus rem uisam percipiat, causasq́; has attulit. In quæsito namq; corpore, & in eo qui accurate libro studet, dubiũ sumitur ut dicatur. Si imaginibus procidentibus passio uisiua gignitur, & si ab omni corpore cõtinue imagines profluunt quæ nostros sensus cõmouent, qua de causa fit ut quærẽs acum, itidemq́ librorum accurate legens omnes literas non perspicit. Eo quia quandoque intellectu eleuantur nihil minus ratiocinantes quærunt, sed omnino non inueniunt. sepius autẽ cũ alijs ratiocinantes, intellectuque atrahentes, celerius inueniunt. Sed non omnes imagines per aspectũ iudicantur, & qui nam causa iudicata permanent, dixerũt, inquã, naturam esse iuxta animalia. Eorum uero quæ sensus babent aliqua ad receptaculũ recta linea sunt constructa, aliqua uero non, auditum & enim & gustum & olfactum conuexa cõstruxit intrinsecus, ut extrinsecus procideutia corpora eisdẽ sensus huiusmodi mouerent, audiui siquidem uox procidens locũ aptum inuenire debet ut permaneat, ac ne ut obtigerit è uestigio transiliat, sed sensum immobilem seruet, ac delatam uocẽ confundat. Similiter quoque & olfactũ, at de gustu aliquid dicere oportet, & maxime quomodo ipsi sensus conuexi & in speluncæ similitudinem sint coustructi, ad hoc ut procidentia corpora plurimo tempore permaneãt, & in uisu quoque igitur si extrinsecus eidem ceciderint ipsum corpora mouentia, & non ab ipso in eadẽ aliquid sit emissum, illius constructionem conuexam beneq́; cõpositam ad receptaculum corporũ præcedentium esse oportuit, nunc autem spectatur boc non sic sese habẽs, sed potius sphæricus uisus apparet, fidemq́; huiusmodi efficiunt in præsentia radij effusi passionemq́; ut suam mouentes. At de huiusmodi satis dictum uidetur. Cur autem uisui in eodem existenti plano superficies iacentes in rectam lineam appareant, hæc asseruit quippe quoniam in eodem plano existens uisus rei uisæ idem est, neque sublimior, neque humilior eo quia in eodem situs est plano, si igitur neque sublimior, neque humilior est uisus in eodem existeute plano circunferẽtia. In partes aliquas sublimiores, & in partes aliquas humiliores radios minime transfundit. Sed omnibus circunferentiæ partibus

 æquos

æquos per planum delatos radios trāſmittit. Quare hac de cauſa fit ut planum rectas per phantaſiam lineas relinquat,& in plano deſcriptam circunferentiam: planum etenim in rectas uiſui lineas iacens,inuiſibile ſiquidem eſt eo quia in illud nullus ab uiſu emiſſorum radiorum cadit.at illius finis ſpectatur,quæ linea eſt.Inquit enim quod eo quia in uiſu linea manet,quæ reliquis plani partibus adiecta inuiſibile planum efficit. Eadem quoque cauſa aſſeritur de plano in rectas lineas poſito ad oculum,efficit nāq; rectas lineas relinquere phantaſiam,circunferentiarūq; in eodē plano ad oculum expoſitarum apparere,ut maior pars appareat quando plures uiſus emittuntur, æqua lis uero quando æquales,minor autē quando minores,fiunt uiſibus ſicut anguli quidem ad oculum.

Suppoſitio prima.

Supponatur ab oculo uiſus emiſſos in rectas lineas ferri.interualluūq; quoddā ſhui cem efficientes,& ſub uiſibus figuram comprehenſam eſſe conum uerticem habentem ad oculum.baſim uero ad fines rerum uiſarum.

Suppoſitio ſecunda.

Ea uidentur ad quæ uiſus perueniunt.

Suppoſitio tertia.

Ad quæ uiſus non perueniunt,ea non ſpectantur.

Suppoſitio quarta.

Sub maiori angulo ſpectata:maiora apparent.

Suppoſitio quinta.

Sub minori angulo miniora uidentur.

Suppoſitio ſexta.

Aequalia uero uidentur quæ æqualibus angulis ſpectantur.

Suppoſitio ſeptima.

Quæ ſub ſublimioribus radijs ſpectantur:ſublimiora apparent.

Suppoſitio octaua.

Quæ uero ſub humilioribus radijs uidentur,humiliora apparent.

Suppoſitio nona.

Et ſimiliter quæ ſub dexterioribus ſpectantur radijs,dexteriora apparent.

Suppoſitio decima.

Quæ uero ſub ſiniſterioribus radijs ſpectantur:ſiniſteriora uidentur.

Suppoſitio undecima.

Quæ ſub pluribus angulis ſpectantur:expeditius uidentur.

Theorema primum,

Lotum quæ ſub aſpectum cadunt quicquā ſimul totum aſpici minime poteſt.



Sit nāq; uiſile quoduis a d.oculus uero ſit b,à quo procidant uiſus b a,b c,b k,b d.Igitur quoniam in interuallo feruntur procidentes uiſus non prociderent conti nui ad a d,quare fient quoque & ad a d.interualla,ad quæ uiſus non ueniunt ea non ſpectantur per 3 ſuppoſitionem: totū igitur a d.ſimul minime ſpectabitur uidetur autem ſimul ſpectari uiſibus celerrime delatis.

Theorema ſecundum.

AEqualibus magnitudinibus interuallo poſitis,propius poſitæ euidentius ſpectantur.



Sit oculus b,quod autē ſpectatur ſit c d,& k l oporter,inquā,ipſa æqualia & parallela eſſe.propius uero ſit c d.procidantq; uiſus b c,b d,b k,& b l,non utique dixerimus quod ab ipſo b.oculo ad ipſam k l procidentes uiſus ueniant per c d,ſigna,fuerit namque trianguli. b k l,& b c d.ipſum k l,maius quàm ipſum c d.atqui poſitum eſt quod & æquale, igitur ſub pluribus uiſibus ſpectatur c d, quàm k l,euidentius igitur apparebit c d,quàm k l.

Theorema tertium.

EOrum quæ ſpectantur unumquodque longitudinem interual/ li habet aliquam, qua aduentante, non amplius ſpectatur.



Sit, inquam, oculus n. ſpectatū uero c d, ſitq́; in a/ liqua diſtantia, nō amplius ſpectabitur, ſiat nãq; c d, inter uiſuū interuallū in quo K ſigitur ad k nullus ab ipſo b uiſus procidet, id uero ad quod uiſus non addunt non ſpectatur. Eorū igitur quæ ſpectantur unūquodq; longitudinem diſtantiæ habet nō aliquam, qua aduentante, amplius ſpectatur.

Theorema quartum.

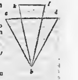
AEqualibos ioteroallis, in eadē recta li/ oea exiſtētibus, quæ ex pluri diſtantia ſpectantur mioora apparent.



Sint, inquam, æqualia b c, c d, d f, oculus ue/ ro ſit k, ex quo pcidãt uiſus k b, k c, k d, & k f, & K b, ad re/ ctos ſubſiſtat angulos ipſi b f: quoniam igitur in rectãgu lo K b f, æquales ſunt b c, c d d f, maior eſt quidem angu/ lus e angulo g & g angul; ipſo angulo h: maius igitur ap paret b c ipſo c d & c d, ipſo d f.

Theorema quintum.

AEquales magnitudines inæqualiter expoſitæ inæquales apparent, & maior ſem per ea quæ propius oculum adiacet.

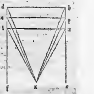


Sit æqualis c d ipſi k l: oculus uero ſit b a, quo pro cidant uiſus b c, b k, b l, & b d, igitur, d c, ſub maiori ſpectatur an gulo quam ipſa k l: maior igitur apparet c p ipſa k l.

Theorema ſextum.

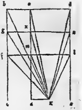
PArallela interuallo io diſtanria ſpectata in/ æqualis latitudiois apparent.

Sit, inquam, b c ipſi d f parallelū interuallum, ocu lus uero ſit K. Dico quod b c, & d f inæquali latitudi/ ne apparet, & maius, inquam, propius interuallum re/ motiore, procidant nempe radij k x. k p, k b, k d, k n, & kl. & connectantur rectæ lineæ x l. p n, & p d. Quoniam igitur angulus q ſub x k l, maior eſt eo angulo qui ſub p k n. maius igitur apparet ipſum x l ipſo p n, atq; id propterea n p, recta linea maior apparet ipſa b d, recta linea non amplius, ſpectabuntur parallela interualla, ſed minora, & inæqualis latitudinis, parallela igitur interuallorum ex diſtantia ſi ſpectentur inæqualis latitudinis apparent. Sic nempe in eodem plano ſpectato fuerit oculus ſic, eſto enim k. & excitetur per undecimam undecimi elementorum, ab ipſo k ad ſub/ iectum planum perpendicularis k a: ab ipſo autem a in f k ipſa a m. per duodecimam primi elementorum: & extendatur per ſecundum poſtulatum in o. proci/



dantque radij k b. k g, x f, x d K n. & k l, & connectantur, per primum poſtulatum k m, K x, & K o. Quoniam igitur ab ipſo k, ſublimi in ipſum m annectitur k m, perpendicula ris igitur eſt in ipſam m l, per duodecimam primi elementorum: ſimiliter iam & k x, in ipſa g n, & ipſa K o, in ipſa b d. Igitur triãgula k m l, K x n: K o d, rectãgula ſunt, & æqua/

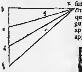
lis est ipsa quidem x n ipsi m l, parallelogrammum. inquam, est ipsum m n, utraque ipsam m x k, k n, maior est utraque ipsarum m k, k l. maior igitur est & angulus qui sub m k l, eo qui sub x k n. Quare & tota f l, tota g n maior apparet, idque propterea & l f, ipsa b d, inæquales igitur latitudinis ipsæ magnitudines apparent.



Theorema septimum

In eadem recta linea æquales magnitudines remotius inuicem positæ inæquales apparent.

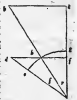
Sint æquæ magnitudines b c, & d f, oculus uero sit k, & ab ipso k, oculo procidant uisus k b, k c, k d, k f, rectus uero sit angulus qui sub k f b, igitur angulus f angulo q maior est, quare & d f ipsa c b, maior apparet. Igitur ipsæ d f & b c magnitudines inæquales apparent.



Theorema octauum.

Aequales magnitudines inæqualiter expositæ interuallis proportionaliter minime spectantur.

Esto enim b c ipsi d f, æqualis, & ei parallelus apponatur, k oculus, & ab ipso procidant radij, k f c: k b h, k f, & k e d. Quorum k c, ipsi b c, esto ad angulos rectos. Dico iam quod ipsæ b c, & d f magnitudine ipsis c k, & k f, interuallis proportionaliter minime apparent. Quoniam enim angulus qui sub d f k, rectus est, acutus igitur est angulus qui sub f k h. quare & ipsa h k ipsa k f maior est, centro igitur k, interuallo uero k h per tertium postulatū circulus descriptus extra ipsam k f cadit, describatur & esto e b g: & quoniam h d k, triangulum maiorem habet rationem ad h k e, sectorem, quàm f h k, triangulum ad g h k, sectorem: uicissim igitur h d k, triangulum ad f h k, triangulum maiorem habet rationē, quam e h k, sector, ad g h k sectorem. Componendo igitur per decimamoctauam quinti elemētorum triangulum f d k, triangulum f b k, maiorem habet rationem, quā e g k, sector ad g h k, sectorem. sed sicut f d k, triangulum ad f h k triangulum, sic d f ad f k, sicut autem g e k, sector ad g h k, sectorem, sic qui sub d k f angulus ad eum qui sub h k f angulum. In maiori ergo ratione est d f ad f h, quàm f r angulus ad r angulum. Sicut autem d f ad f h, sic c k, ad k f, & k c, igitur ad k f. in maiori est ratione quam f r angulus ad r angulum, at ex angulo f r, spectatur d f: ex r uero angulo spectatur b c. Igitur magnitudines interuallis proportionaliter minime spectantur.



Theorema nonum.



Rectangulæ magnitudines ex interuallo spectatæ circunductæ apparent.

Sit rectangula magnitudo, b c ex interuallo spectata. igitur eorum quæ spectantur unumquodque lōgitudinē habet aliquā interualli, qua aduentante nō amplius spe-

ſpectatur ſicut per 9 theorema apparet, igitur angulus c non ſpectatur. At ſigna d f, ſolum apparent. Similiter etiã & in unoquoque reliquorum angulorũ hoc eueniet, quare totum circũductum apparebit.

Theorema decimum.

SVb oculo poſitorũ planorum quæ remotiora ſublimiora appareut.



Sit, inquam, oculus b ſuper ipſo c k, plano, à quo oculo procidant radij, b c, b d: b f, & b k, perpendicularis autem eſto per 11 undecimi elementorum b k ad ſubiectum planum. Dico quod c d ipſo d f ſublimius apparet. Igitur ipſo quidem, c d ipſo d f, ſublimius apparet, & f d ipſo f k. quæ uero ſub ſublimioribus radijs ſpectantur ſublimiora uidentur, ſicut per ſuppoſitionem ſeptimam perſpectiuæ apparet.

Theorema undecimum.

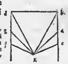
PLanorum ſuper oculo poſitorum quæ remotiora humiliora apparent.



Sit oculus b ſub ipſo d f plano poſitus, à quo exeuntes radij procidant ut b c, b d: & b f humilima omnium quæ ex b ad ipſum d f produ͂t, planum eſt ipſa b d. & b c etiam ipſo b f humilior eſt. Sed per b d. & b c, radios ſpectatur ipſum d c, & per b c & b f. ſpectatur ipſum c f, ipſum igitur d c humilius ipſo c f ſpectatur.

Theorema duodecimum

QVæ obijciuntur longitudinem habentium quæ ſunt in dextris, in ſiniſtra procedere uidentur, quæ uero in ſiniſtris in dextra.



Sint enim ſpectata b c, d f. oculus uero ſit k: à quo procidant uiſus k c, k a. k b. k f, k g, & k d. Igitur ipſum d in ſiniſtrã magis quam g, ſimiliter quoque b dextrorſum magis quam a uidetur procedere. Quare quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ in dextris ſiniſtrorſum & quæ in ſiniſtris dextrorſum uidentur procedere.

Theorema decimumtertium.

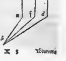
AEqualium magnitudinum ſub oculum poſitorum quæ longe poſitæ ſunt ſublimiores apparent.



Sint enim æquæ magnitudines b c. d f. k l. ſub oculum n poſitæ & ab ipſo n oculo procident radij n b. n d, n k, igitur ſublimior eſt n b, reliquis radijs, quare & b ſignum. Igitur b c ipſa d f: ſublimior apparet & d f ipſa k l: æqualium igitur magnitudinum ſub oculum poſitorum, quæ longe poſitæ ſunt ſublimiores apparent.

Theorema decimumquartum.

AEqualium magnitudinum ſupra oculum poſitorum quæ longe poſitæ ſunt humiliores apparent.

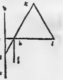


Sint æquæ magnitudines k n, l f, c d, ſuper oculũ poſitæ, qui ſit b & ab ipſo b oculo procidant radij b n, b f & b d. Igitur humilima eſt b d, quare & d ſignum. Ac per hoc c d, humilior apparet ipſa l f, & l f, ipſa k n.

Theorema decimumquintum.

EOrum quæ sub oculum posita sunt, quæ sese inuicem excedunt adhærente oculo maiore supra spectatũ maius apparet, recedente uero minore minus.

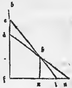
Sit nempe maius b c ipso b f, ponaturq́ ut oculus sit k, super ipsa b c, & h f, procidatq́ radius per h, sitq́ k d. igitur h c ipso h f maius apparet ipso b d, æquum enim apparebat h f ipsi d c, quoniam iam sub eodem oculo k & radio k d aspiciebatur. Rursus iam permutetur oculus k, sitq́ oculus in l & p h, procidat radius l n, igitur rursus h c ipso h f maius apparet ipso b n minore, igitur ipsum b c, ipsum h f, uidetur excedere abeunte oculo que adhærente.



Theorema decimumsextum

QVæ sese inuicem excedunt inferius oculo posito, adhærente oculo minore minus super spectatum apparet, recedente uero maius maiore.

Esto, inquam, maius b f ipso h k, & oculo l inferius posito cadat radius l c. per h. igitur b f ipso b k maius apparet ipso c b. Immutetur iam l oculus sitq́ oculus n cadatq́ radius n d, per b igitur rursus b f ipso h k maius ipso b d apparet. Adhærente igitur oculo minore maius. & recedente maiore ipsum b f, ipsum h k uidetur excedere.



Theorema decimumseptimum.

QVæcunque sese inuicem excedunt, oculo posito in recta linea minori magnitudine existente, adhærẽte & recedente oculi æquali semper superius spectatum minus uidebitur excedere.

Exceda t, inquam, b d ipsum h g ipso b c & connexa c h per 2 postulatum extẽdatur, sitq́ oculus in f. Igitus ab ipso f radius procidens per f c, annectetur. Rursus iam permutetur oculus in k, igitur per hoc ab ipso k oculo radius procidens per k c annectetur, eodem igitur excedet b d ipsum h g & adhærente & recedente oculo.



Theorema decimumoctauum.

DAtam altitudinem cognoscere quanta sit.

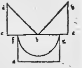
Sit, inquam, quã oportet cognoscere, quanta sie data altitudo b c, cadatq́ radius solis ab ipso b ut b d, igitur umbra erit ut c d, cape magnitudinem quampiam notam sitque k f annectásque per trigesimamprimam primi elemẽtorum sub angulo d, parallelũ b c. Igitur est sicut d c ad c b, sic d f, ad f k. & nota est ratio ipsius d f, ad ipsam f k, nota igitur est ipsius d c ad c b ratio. Sed d c umbra non est ipsi[illegible] igitur c b altitudo nota est.



Theorema decimumnonum

SOle non apparente datam altitudinem quanta sit cognoscere.

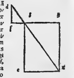
Sit quam cognoscere conuenit quãta sit data altitudo b c, exponaturque speculum k a, oculus uero sit d & ab ipso procidat radius d h, refringaturq́ ut h b, finiens. & ab ipso d oculo perpendicularis d f agatur per duodecimam primi elementorum. Igitur anguli qui ad h sunt æquales adinuicem, hoc enim ostensum est per primum theorema specularię, sed angulus ad c, eo qui ad f, est æqualis per 4 postulatum, rectus enim est eorum uterque. Reliquus igitur angulus qui ad b, reliquo qui ad d est æqualis. Quare triangulum b c h. ipsi d b f, triangulo simile est per primam diffinitionem 6 elementorum. Est igitur sicut h c ad c b sic h f ad f d. Ipsius autem f b, ad f d ratio nota est, & ipsius igitur h c ad c b, ratio nota est; at nota est c h nota igitur & c b altitudo.



Theorema uigesimum

DAtam profunditatem quanta sit cognoscere.

Esto, inquam, profunditas quam oportet quãta sit cognoscere b k, ponaturque oculus d, procidatq́ radius d l k in deiectum, exciteturq́ per 11 primi elementorum ab ipso d ad ipsam b k ipsa d f, quoniam parallelus est b k ipsi d f. procidit q́ d k, angulos igitur per uigesimamnonam primi elementorum b k l, & l d f. inuicem efficit æquales: sunt autem qui ad l ad uerticem inuicem æquales per decimamquintam primi elemẽtorum. reliquus igitur angulus reliquo angulo est æqualis, æquiangulum igitur est b k l triangulum ipsi l d f, triangulo, est igitur sicut l f, ad f d, sic l b ad b k. Data autem est ratio ipsius l f ad f d. Data igitur est ratio & ipsius l b ad b k. Data autẽ est l b. Data quoque est ipsa b k.



Theorema uigesimumprimum.

DAtam longitudinem quanta sit cognoscere.

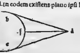
Esto enim quam quãta sit cognoscere oportet data longitudo b c ponatur oculus d à quo procidant radij d b. d c, & ab ipso f. excitetur per trigesimamprimam primi elementorum ad ipsam b c. ipsa f k igitur est sicut f k, ad k d, sic b c ad c d nota autem est ratio ipsius f k ad k d nota igitur & ipsius b c ad c d ratio, & nota est c d, nota igitur est & c b.



Theorema uigesimumsecundum.

SI in eodem plano, in quo & oculus, circuli ambitus positus fuerit, recta linea ipsius circuli ambitus apparebit.

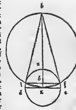
Esto, inquam. ambitus b c, oculus uero sit d. In eodem existens plano ipsi b c à quo procidant radij d b. d f & d c. Igitur quoniam per primum theorema eorum sub prospectum cadunt nihil simul spectatur nequaquam apparebit f b. ambitus ipsa igitur f b. signa in rectam esse lineam uidebuntur, similiter quoque & f c, tota igitur b c circunferentia recta linea uidebitur.



Theorema uigesimumtertium.

SPhæra utcunque inspecta ab uno oculo minus semper hemisphærio cernetur, ipsum uero spectatum sub sphæræ circulo comprehensum apparet.

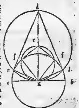
Sit enim sphæra cuius cētrum sit k, oculus autem sit b, & connectatur per primum postulatum b k, & per 11 primi ele ci ad angulos excitetur rectos per k ipsa c k d & extendatur per b k, planum c k d, efficiet, inquā, in sphæra circulum, efficiat iam ipsum c d l n f, circum uero k b dimetientem circulus describatur, & per primū postulatū connectantur k f, f b, b l, l k, & l f, igitur quoniam per 31 tertij elementorum anguli qui sub k f b, b l k, recti sunt, quoniam in semicirculis sunt, & ex centro k f & k l in uno signo tangunt b l, b f, ipsam sphæram. Igitur ab ipso b oculo procidētes radij in ipsas b f, b l, procidunt. Et quoniam uterque qui ad h sunt angulorum rectus est eo quia c d, ipsi f l, parallelus est, & f h, ipsi h l, est æqualis per tertiam tertij elementorū, si iā manēte ipsa h b ipsum h f b, triangulum circūducatur in idem rursus reuoluetur unde cœperat circunduci. At b f, circumacta in uno signo sphæræ ambitum tangit per correlarium 16 tertij elemētorum, hoc est in f, & circulus erit descriptus per f l signa, quare sub circulo id sphæræ quod spectatur contentū, uidetur & minus hemisphærio: ipsum namque f n l minus est hæmisphærio. Quare & ab oculo spectatum minus est hemisphærio.



Theorema uigesimumquartum.

OCulo ad sphæram propius accedēte, spectatum minus est, putabitur autem maius uideri.

Esto enim sphæra cuius centrum sit k, & ab oculo d in centrum connectatur d k, & per k, per undecimā primi elemētorum excitetur, b c, circū uero d k circulus describatur, per 3 postulatum & per secundum postulatum connectātur d n, n k, d l, l k, igitur recti sunt qui ad l n, anguli: quoniam in semicirculus sunt per 31 tertij elementorum. In unū igitur contactum tangunt ipsæ d l, d n, ipsam sphærā per correlarium 16 tertij elementorum. Ipsi igitur ab ipso d, oculo procidentes radij per d l & d n cadunt. Rursus remoueatur oculus & sit in r & circum ipsum r, per 3 postulatū circulus describatur, & per secundum postulatum connectātur r f, f k, r s, s k, igitur ipso r f, r s, in uno signo ipsam tangunt sphæram per correlarium 16 tertij elementorum, & ab ipso r oculo procidentes radij ut r f, r s cadunt. Quare sub angulo r ipsum f s, & sub angulo d ipsum n f s l, spectatur, sed f n s l, ipso f s, maius est, apparet autem minus, angulus enim qui ad r maior est eo qui ad d est angulo per 20 tertij elementorum, quæ uero sub maiori spectantur angulo per 4 suppositionem opticēs maiora uidētur, maius ergo apparet f s, ipso n f s l, est autem minus.



Theorema uigesimumquintum.

SPhæra binis spectata oculis, si dimetiens sphæræ æquus fuerit rectæ lineæ distāti ab oculis, ipsius hemisphærium spectabitur.

Sit sphæra cuius dimetiens sit b c & ab ipso b c per 11 primi elemento. excitentur ad angulos rectos b f, c l & ab ipso f ad ipsam b c, per 31 primi elementorum excitetur f l, & ponatur oculus unus in f, alter uero in l, ab ipso uero centro d per 31 primi elementorum ad ipsam h f parallel. d k, igitur si manēte d k ipsum b k parallelogrammum circumagatur in idem rur

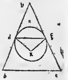


fus

ſus unde cœpit agi conſiſtet,& circunſcripta ab ipſa b d,figura circulus erit,qui per centrum erit ipſius ſphæræ Quare hemiſphærium tantum ipſius ſphæræ ſpectabitur ſub f l oculis.

Theorema uigeſimumſextum.

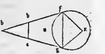
CVm oculorum diſtantia ſphæræ diametro maior fuerit hemiſphærio, maius id quod ipſius ſphæræ ſpectabitur apparebit.



Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit k,oculorum uero interuallum maius eſto ipſius ſphæræ diametro,& per k & b c,extendatur planum efficiatque in ſphæra circulum d f n. procidantque radij b d,c f,in uno ſigno tangentes.igitur producti inuicem congrediuntur.Quoniam b c ipſius ſphæræ diametro maior eſt congrediantur iam in h ſignum.igitur quoniam ab ipſo ſigno h ipſæ h f,h d.per unum ſignum tangentes cadunt.minor eſt ipſe f n d,ambitus ſemicirculo per uigeſimumtertium theorema anguli enim h f k.b d k,ſunt rectæ. Ipſius uero ſphæræ reliquum ſphæræ hemiſphærio maius ſpectatur ſub b d c f.

Theorema uigeſimumſeptimum.

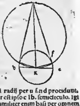
SI oculorum interuallũ minus fuerit ſphæræ diametro,id ſphæræ quod ſpectatur hemiſphærio minus ſpectabitur.



Eſto. inquam.ſphæra cuius centrum ſit k oculorum interuallum ſit b c minus exiſtens ipſius ſphæræ diametro:& per k, & b c, extendatur planum efficiatque in ſphæra circulum f g n,excitentur autem per decimamſeptimam tertij elementorum ab ipſis b c oculis in uno ſigno tãgentes h f,& c g,quæ in h inuicem congrediãtur. Quoniam b c, & ipſius ſphæræ diameter ſunt inæquales.igitur ab ipſo h ſigno procidentes in ipſam ſphæram minorem hemiſphærio ambitum capient,per uigeſimumtertiũ theorema.igitur ambitus f g n, hemiſphærio minor eſt.Quare ſub b c oculis ſpectatum, hemiſphærio minus erit.

Theorema uigeſimumoctauum

CYlindro utcunque inſpecto ab oculo uno , minus hemicylindro ſpectabitur.



Eſto namque cylindri circa baſim circuli centrum k, ab ipſo n,oculo excitetur ad k ipſa n k,per primum poſtulatum,& per k:per ſecundam primi elementorum excitetur b c,& circum k n. deſcribatur circulus, connectanturque n f.f k,n d,d k.Igitur qui ad f d,recti ſunt. In uno igitur ſigno f n,n d,tangunt per correlarium decimãſextamtertij elementorum.ipſi igitur ab ipſo n oculo educti radij per n f.n d procidunt, quare ipſi ambitus f l d,tantũ ſpectabitur:ſed f l d,minor eſt ipſo c l b. ſemicirculo. Igitur f l d.ſemicirculo minor uidebitur,hoc eſt cylindrus Similiter enim baſi per omnem ſuperficiem cylindri demõſtrabimus.quare totus cylindri dimidio minus ſpectabitur

Theorema uigeſimumnonum

OCulo propius ad cylindrum poſito, minus quidem erit aſſumptum cylindri ſub ipſis aſpectibus, uidebitur autem maius aſpici.

Esto enim cylindri circa basim circuli centrum k, & ab ipso k oculo in k centrum per 1 postulatum connectatur b k, & per k, per 11 primi elementorum ad angulos excitetur rectos c d, & circum k b circulus describatur, per 3 postulatū & cōnectantur b n, n k, b l, l k: iam per ea quæ prædicta sunt l f n, minus est semicirculo, & similiter basi cylindri minus est, & dimidium spectabitur. Sed propius excitetur oculus, sitq; q & circū f k, per 3 postulatū circulus describatur cōnectāturq; q r, r k, k f, & f q. Igitur qui ab ipso q radij pcidētes per q r, & q f, cadunt. q uero ab ipso b scatēt, cadūt per b l, b n, maior igitur ambitus n f l, ambitu r f, uidetur aut minor r f f, ipso n f l, maior enim est angulus, q angulo b, per 21 tertij elementorum, quare cylindri minor pars spectabitur, uidetur autem maior aspici.



Theorema trigesimum

Coni circulum basim habente sub uno oculo perspecto, minus hemiconio spectabitur.

Esto enim coni basis circulus cuius centrum sit k, & ab ipso b oculo excitetur in centrum per primum postulatum b k, & per k, per 11 primi elementorum, ad angulos rectos ipsi k b excitetur n l, circum uero k b, per 3 postulatum describatur circulus. Connectanturq; per 1 postulatum b f, f k, b d, d k. Igitur anguli qui ad f d, recti sunt per 31 tertij elemētorum. Igitur ipsæ b d, b f in uno signo tangunt per correlarium 16 tertij elementorum, & radij qui ex b per b d, b f, procidunt, igitur ambitus f r d, perspectus minor existens ipso n r l. At n r l, semicirculus est. Igitur ambitus f r d semicirculo minor est. Quare & coni quod spectatur minus est hemiconio: similiter enim & in reliquorum circulorum ipsius coni superficie ostendemus.



Theorema trigesimumprimum.

Oculo propius posito in eodem plano minor, inquam, erit uisibus assumpta pars at maior perspici uidebitur.

Esto coni basis circulus cuius centrum sit k, oculus uero sit a & ab ipso a per primum postulatum in k connectatur a k. Et per undecimam primi elementorum, ad angulos rectos excitetur per k ipsa h b. Describaturq; per tertium postulatum circum a k circulus, & per primum postulatum connectantur a f, f k, a d, d k, permutetur que oculus a in n, & circum k n, per tertium postulatum circulus describatur, connectanturque n r, r k, n f, f k. Igitur qui ex a oculo radij scatent, per a d, a f, cadunt. Quare ambitus f q d apparet. Idque propterea & qui ab ipso n, oculo radij scatent per n r, n f cadunt, spectabitur igitur ambitus r q f. Sed maior f q d ipso r q f. At minor apparet, maior enim est angulus n eo qui ad a est angulo.

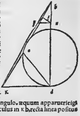


Theorema trigesimumsecundum

Coni circulum basim habente, si à contactibus qui ab oculo in coni basim procidētibus radijs rectæ lineæ deducātur per superficiē

cons

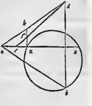
coni ad uerticem eius perq; deductas, & eis quæ ab oculo in basim coni procidentibus plana educta fuerint, io communique planorum sectiooe oculus positus fuerit, id quod spectatur cooi, omnifariam æquum spectabitur uisu io plaoo proposito existenti.



Sit conus cuius basis quidē sit circulus c d, uertex autem sit b signum, oculus uero sit k à quo procidant radij k d, k c, tangentes in c d, connectaturq; ab ipsis d c, signis in uerticem coni d b, & c b, & per c b, & c k, quidem planum extendatur quod est ipsorum d b, d k, similiterq; alterum protenditur planum, igitur ipsi plani ueniunt in congressum, nam ipsæ c d b, concurrunt, & c k, d k, cōcurrunt, ueniant in congressum igitur ipsa plana, & sit eorū communis sectio b k. Dico quod ubi in b k, positus fuerit oculus, quo spectatur coni, æquū est, ponatur in b k oculus sitq; s, exciteturq; per 11 primi ele. per s ad ipsam quidē k d, ipsa f n, ad ipsam autem c k ipsa s s, igitur ipsæ f n, f s, coni superficiem in signis s s, tangunt. In ipsa enim coni super æquidistantium circulorum segmenta sunt similia igitur in ipsa b d c, coni superficie interualla spectata æqualia apparent. Quoniam æqualis est quem ipsæ f s, s n cōprehēdunt angulus ei qui sub k c, c d, cōprehēditur angulo, æquum apparuerit igitur, s n, interuallum ipsi d c interuallo. Quare quando oculus in k b, recta linea positus fuerit, æquū semper spectatum apparet.

Theorema trigesimumtertium

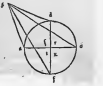
Equaliter autem semper oculo à cooo distante, sublimius quidem oculo posito minus apparet coni spectatum, humilius uero maius.



Esto coni uertex quidem ad d signum, basis autē circulus, exciteturque per 11 primi elementorum k h, ipsi b d, ponaturque oculus in b. Dico iam quod id quod spectatur coni oculo posito in h minus spectabitur quàm in s. Connectātur, inquam, per primum postulatum ab ipso d signo in h s signa ipsæ h d, d s, & per secundum postulatum extendantur in n l, igitur in n & l, signo posito oculo spectata coni æqualia apparebunt, & minus quidem apparebit quod ad n, maius autem id quod ad l, æquū uero id quod ad n, ei quod ad b. Id autem quod ad l ei quod ad s, sicut in præcedēti patuit: oculo igitur in b, signo existente spectatū coni minus apparet quam in s signo,

Theorema trigesimumquartum.

In circulo si à ceotro ad angulos rectos quædam agatur recta linea ipsius circuli plano, & io ipsa apponatur oculus circuli dimetieotes æquales apparent.

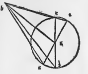


Esto enim circulus cuius centrum sit k, & ab ipso k, per 11 undecimi ele. ad angulos rectos exciteтur ipsi plano circuli ipsa k b, oculus uero sit in b, excitēturq; diametri c a, & d f. Dico iam ipsum a c ipsi d f, æqualem apparere cōnectantur enim ipsæ b a, b f, b c, b d, per primum postulatum. Igitur binæ b k, k f, binis b k, k c, sunt altera alteri

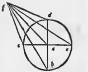
teri æquales, est autem & angulus r angulo f æqualis, æqualis igitur est per 4 primi ele-mētorū basis b f, basi b c. Idq; propterea iam & b d ipsi b a est æqualis, binæ iam d b, b f, binis c b, b a, sunt æquales, est autē & d f ipsi c a, æqualis: angulus igitur qui sub d b f, angulo qui sub c b a, est æqualis. Sed ea quæ sub æqualibus spectantur angulis æqualia apparent: æqualis igitur per suppositionem 6 c a, ipsi d f apparet.

Theorema trigesimumquintum

ET si quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipsi plano, æqualis autem fuerit ei quæ ex centro, dimetientes ipsi æquales apparent,



Sit circulus cuius centrum k, & ab ipso k, excitetur non ad angulos rectos ipsi plano ipsa k b, æqualis autem esto ei quæ ex centro circuli, & per primū postulatum cōnectantur ab ipso b signo eæ, quæ prius: quoniā igitur ipsæ d k, k b, k f, inuicem sunt æquales, rectus est angulus contentus sub f b d. Idque propterea iam & qui sub a b c, angulus rectus est, æquales igitur sunt ipsi adinuicem per 4 postulatum. Sed quæ sub æqualibus spectantur angulis æqualia apparent per suppositionem 6 æqualis igitur apparet d f ipsi a c. Sed iam a f, neque sit æqualis ei quæ ex centro, neq; sit ad angulos rectos ipsi circuli plano, æquales uero efficiat angulos sub d a f, f a c, & e a f & f a b. Dico quod & sic dimetiētes ipsi æquales apparent. Quoniam enim æqualis est d a, ipsi a c, per 15 diffinitionem primi ele. communis autem a f, & æquos comprehēdunt angulos. Basis igitur d f, per 4 primi elemē. basi c f, est æqualis, & angulus d f a angulo a f c, est æqualis. similiter iam ostēdemus quod & angulus e f a, angulo a f b est æqualis. totus angulus igitur qui sub d f b, toti angulo sub e f c, est æqualis: quare per suppositionem 6 perspectiuæ ipsæ diametri æquales apparebunt.



Theorema trigesimumsextum.

SI uero quæ ab oculo ad centrum procidēs circuli, neque ad angulos fuerit rectos ipsius circulo plano, neque etiā ei q; ex centro fuerit æqualis, neq; æquos cum hijs quæ ex centro comprehendet angulos, sed aut maior aut minor ea quæ ex centro fuerit, diametri ipsę inæquales apparebunt.

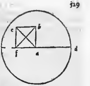


Sit enim circulus cuius cētrum sit a, & ab ipso b oculo in cētrum circuli excitetur recta linea b a, sit autem neque ad angulos rectos ipsi plano, neque ei quæ ex circuli cētro æqualis, neque etiam cum his quæ ex centro æquos comprehendat angulos. Dico quod ipsæ diametri circuli inæquales apparebunt, excitetur, inquam, c f. dimetiens ad angulos subsistens rectos ipsi a b. Et d k inæquales efficiens angulos ipsi a b, & per primum postulatum connectantur b c, b d, b f. & b k. Sit, inquam, prius b a ipsa a k maior: igitur maior est angulus comprehensus sub c b f, eo qui comprehēsus est sub k b d, sicut in theorematibus ostensum est. Quæ uero sub maiori angulo spectātur maiora apparēt. Igitur c f ipsa d k maior apparet.

Theorema trigesimumseptimum.

SI autem b a, ipsa a k, minor fuerit, maior apparet d k ipsa c f.

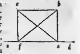
Esto circulus cuius centrum sit a, oculus uero sit b, à quo in circulum perpẽdicularis acta nõ cadat in a, sed exterius, sitq́ b c, connectaturq́ per primum postulatũ ex c in a, ipsi c a, insuper ab a in b, ipsa a b per idem postulatũ. Dico quod omnium per a actarũ rectarum linearũ, ad ipsamq́ b a angulos efficientium minimus est qui sub c a b, excitetur enim recta linea d a, & ab ipso c per xi. xi. ele. in d e perpendicularis agatur ipsi plano c f, cõnectaturq́ b f, per primum postulatum: igitur ipsa b f, super d e perpẽdicularis est. Quoniam igitur angulus c f a rectus est, qui sub a c f, igitur minor est recto, maius igitur est per 18 primi element. latus a c, latere a f. Igitur b a, ad ipsam a f, maiorem habet rationem, quàm ad a c, sed angulus a c b, & qui sub b f a recti sunt, & c a, & a f, sunt inæquales, & reliquus igitur qui sub f a b, eo qui sub c a b maior est, similiter autem ostendetur q̃ & omnium per a, actarũ rectarũ linearũ ad ipsam a b, rectam lineam angulum efficientium minimus est qui sub c a b.



Theorema trigesimumoctauum.

SEd q̃ f b ipsi d e ad angulos rectos existat sic ostendemus.

Quoniã b c, ipsi circuli plano ad angulos est rectos, & omnia igitur per b c, plana producta ipsi circuli plano per 3 diffinitonem 11 element. ad angulos rectos existunt. Vnum autem eorum quæ per b c, extendũtur planorũ est ipsum b c f, triangulum. Igitur triãgulum b c f, ipsius circuli plano ad angulos rectos existit. Quoniã igitur bina plana hoc est & id quod ipsius e d, circuli, & id quod ipsius b c f, triãguli adinuicem sese dispescunt, & ipsi e f, quæ ipsorum cõmunis est sectio ad angulos



rectos est ipsa f d, in ipsius circuli plano: perpẽdicularis nanq́ agitur c f, in e d, & f d igitur ipsius b c f, trianguli plano ad angulos rectos est. Quare per 3 diffinitionẽ 11 elementorũ, ad omnes ipsum tangentes rectas lineas, & in ipso trianguli c f b, plano existentes ad angulos rectos subsistit. Igitur d f, ipsi b f, ad angulos rectos est.

Theorema trigesimumnonum.

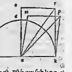
RVrsus igitur b f ipsi e f d, dimetienti ad angulos rectos est.

Esto bina triangula b c a, & b f a, rectos habẽtia eos qui ad c f, angulos, & b a, ad f a, maiorem habeat rationẽ quam ad c a. Dico q̃ angulus f a b, eo qui sub c a b, est angulo maior est. Quoniam enim b a, ad a f, maiorem habet rationem quam ad c a, & rursus igitur f a ad a b, minorẽ habet rationem quam c a, ad a b, quare c a, ad a b, maiorem habet rationẽ quàm f a, ad a b. Fiat igitur sicut c a, ad a b, sic f a, ad minorem ipsa a b, hoc est ad ipsam a d, æquiangula igitur sunt triangula b c a, & d f a, quare angulus c a b, angulo f a d, est æqualis. Igitur angulus f a b, angulo c a b, maior est. Esto circulus a b c d, excitẽturq́ binæ diametri a b, c d, sesẽ inuicẽ ad angulos rectos dispescentes, oculus uero esto e, à quo in centrum connexa e f, ad angulos quidẽ rectos esto ipsi c d, ad ipsam

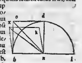


autem a b, contingentẽ angulum comprehendat, estoq́ e f, utraq́ ipsarũ quæ ex centro maior. Quoniam igitur c d, utriq́ ipsarũ a b & e f, ad angulos est rectos & omnia igitur plana per c d, proiecta ei quod per e f & a b, plano ad angulos rectos subsistunt. Excitetur perpẽdicularis igitur ab ipso e, signo ad subiectum planum per 11 undecimi elemen. in cõmunem igitur planorum sectionem a b cadit. Cadat igitur & sit e k, extendaturq́ dimetiens g b, ponaturq́ ipsi dimetienti circuli æqualis l m, seceturq́ per 10 primi elementorũ, bifariam in n, & ab ipso n ipsi l m, per 11 eiusdem excitetur ad angulos rectos in sublimi recta linea n x, sitq́ ipsa n x, ipsi e f æqualis. Segmentum igitur circum l m, descriptum, transiensq́ per 10 semicirculo maius erit. Quoniam n x, maior est utraq́ ipsarum l n, n m, sit ipsum l x m. Cõnectanturq́ ipsæ x l, & x m, angulus igitur qui ad x comprehensus sub l x m, ei est æquus qui ad e, signum, cõprehenso sub continẽtibus ipsum

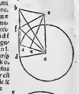
e c, angulum, minimus est qui sub c e a. Quoniam igitur c e, ipsi a b, parallelus est, sed & æqualis, & e a igitur ipsi c b, æqualis est & parallelus, parallelogrammum igitur est b e, idꝙ propterea iam & f e, parallelogrammum est. Et quoniam oportet ostendere quod minor apparet a b, ipsa d f, manifestum est quod prius ostendere oportet quod angulus qui sub b e a, minor est angulo qui sub f e d. Quoniã igitur ostensum est quod omnium per e, signum actarum rectarum linearũ ad c e, angulosꝙ efficientium minimus est qui sub c e a, minor igitur est & ipso c e d, is qui sub c e a. Exponatur circuli semicirculo, æquum segmentum k a l, accipiaturꝙ illius centrum & sit n, ponaturꝙ ei angulo qui sub c e a, æqualis angulus qui sub k n m, ei aũt qui sub c e d, æqualis qui sub k n o, ponaturꝙ ipsi d f, utraꝙ ipsarum o n, m n, æqualis per 2 primi elementorũ, & per m ipsi k n, æqualis & parallelus excitetur m p, per 31 primi ele. Connectaturꝙ per primum postulatum p k, parallelogrammũ igitur est n p, & æquum & simile ipsi b e. Rursus per o ipsi k n, per 31 primi element. excitetur o r, & connectatur r k. Igitur r n, parallelogrammum æquum est & simile ipsi f e. Connectanturꝙ diagonij r n, p n. Quare angulus qui sub k n p, eo qui sub k n r, minor est. Estꝙ qui sub k n p, ei æqualis qui sub a e b, & qui sub k n r, ei est æqualis qui sub d e f, minor igitur est qui sub a e b, angulus eo qui sub d e f. Quare & magnitudo a b, magnitudine d f, minor apparebat. Similiter iam ostendemus quod b a, ipsa f d, minor est ipsa f d, minore existente & æquali ei quæ ex centro.



Sed iam esto d e, ei quæ ex centro æqualis, construanturꝙ omnia eadem quæ super, ponaturꝙ circuli semicirculo æqualis semicirculus h d l, accipiaturꝙ illius centrum, & sit n, & quoniam d o, æqualis supponitur ei quæ ex centro, æqualis igitur est d o, ipsi h n, ponatur, inquam, ei qui sub c e a, angulo, æqualis angulus qui sub h n k, excitetur ꝙ ipsi b n, parallelogrammũ n x, & ipsi h n, auferatur æqualis k x, connectaturꝙ x h, ei autem qui sub c e d, æqualis ponatur qui sub h n d, & ipsi h n, parallelus per 31 primi element. excitetur d o, ipsiꝙ b n, æqualis auferatur d o, connectaturꝙ o h: parallelogrammũ igitur est utrunꝙ ipsorũ h d, h k, & sunt æqualia & similia ipsis e f, e b, quare & qui sub m d, angulus ei est æqualis qui sub c e d. & qui sub h n k, est æqualis ei qui sub c e a, minor autem est qui sub c e a, eo qui sub c e d, minor igitur est & qui sub h n k, eo qui sub b n d, connectanturꝙ diagonij x n, o n, minor igitur est & qui sub b n x, eo qui sub h n o, æqualis autẽ est qui sub h n x, ei qui sub a e b, ipso d e f, minor igitur & qui sub a e b, eo qui sub d e f, minor igitur spectabitur a b, magnitudo, ipsa d f, magnitudine, quod ostẽdere oportebat.



Sed iam esto d f, minor ea quæ ex centro circuli, construanturꝙ eadem quæ supra, ponaturꝙ circuli semicirculo æqualis semicirculus sitꝙ h m, accipiaturꝙ centrum illius sitꝙ n, auferaturꝙ ab ipsa b n, ipsi d f æqualis n x, ponaturꝙ ei angulo qui sub c e a, æqualis angulus qui sub h n k, ei autem qui sub c e d, æqualis qui sub h n l. Sit autem utraꝙ ipsarum n k, n l, æqualis ipsi d f, excitetur ꝙ per k, ipsi n x, per 31 primi element. æqualis & parallelus k o, connectanturꝙ o x, & per l, ipsi x n, per eandem parallelus excitetur l p, connectaturꝙ p x, parallelogrammũ igitur est utrunꝙ ipsorũ k x, x l, & est quidẽ ipsum k x, ipsi e b, simile & æquale & x l, ipsi e f. Quare & angulus qui sub h n k, æquus est ei qui sub c e a, & qui sub h n l, ei qui sub c e d, maior autem est angulus qui sub c e d, eo q sub c e a, maior igitur est angulus qui sub h n l, eo qui sub b n k, connectantur n o, n p. Angulus igitur qui sub x n o, eo qui sub x n p, minor est, æqualis autem est qui sub x n o, ei qui sub a e b, & qui sub x n p, ei qui sub d e f, minor igitur est qui sub a e b, angulus eo qui sub d e f, perspicitur autẽ sub a e b, magnitudo

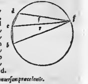




gnitudo a b, at sub angulo d e f, magnitudo d f: minor igitur spectabitur magnitudo a b, magnitudine d f, quod oportebat ostendere.

Theorema quadragesimumquintum.

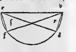
ESt aliquis locus io quo oculo maneote uisile, quæ permutato, æquum semper uisile apparet.



Sit, in quã, spectata magnitudo b c, oculus autẽ sit f, a quo procidant radij f b, f c, suscipiaturq; triangulum f b c, in circulo d b f. Dico quod b c, magnitudo pmutata in descripti circuli circunferentia æqualiter semper apparebit, permutetur enim b c, in c d, connectaturq; d f, igitur circũferentia b c, æqua est circunferentiæ c d, igitur per 27 tertij elementorũ, æqualis est angulus r, angulo f, quæ uero sub æqualibus spectantur angulis per 6 suppositionem optices, æqualia apparent æqualis igitur apparet b c, ipsi c d.

Theorema quadragesimumsextum conuersum præcedentis.

ESt aliquis locus io quo oculo permutato, uisile uero manente, æqualiter semper uisile appatet.



Esto, inquam, quod spectatur b c, oculus autem sit f, a quo procidant radij f b, f c, & accipiatur b f c, triangulũ in ipsius circuli b f c, segmento, permuteturq; oculus f, sitq; in d, procidatq; radij d b, d c. Igitur per 21 tertij angulus r, angulo f, est æqualis: in eodem enim sunt circuli segmeuto, quæ uero spectantur sub æqualibus angulis æqualia apparent, æqualiter igitur semper b c, apparet: permutatu oculo in b d c, circunferentia.

Theorema quadragesimumseptimum.

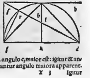
ESt aliquis locus io quo oculo permutato & uisile permaoente, ioæqualiter uisile apparet.



Sit, inquam, uisile k d, recta autem linea b c. in ipsam k d, procidens, accipiaturq; per 13 sexti ele. ipsius d c, & c k, media proportionalis c f, & connectatur f k, & f d. Super autem k d, segmentum describatur, acutum habens angulum q, tangit autem rectam lineam b c. Quoniam est sicut d c, ad c f, sic e f, ad c k, ponatur igitur oculus in b, signo, protendaturq; d b, b k, connectatur f d, igitur angulus q, æqualis est per 21 tertij elementorũ, angulo f, in eodem nanq; est segmento, & angulus f, angulo b, maior est, & angulus q, igitur angulo b, maior est, oculo igitur in f, existente, maior apparet k d, q̃ si oculus in b positus fuerit.

Theorema quadragesimumoctauum.

IDem cootinget & si parallelus fuerit linea ipsi spectatæ magnitudini, in qua oculus permutatur.

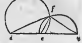


Esto enim parallelus b c, ipsi spectatu d f, seceturq; per 10 primi element. d f, bifariam in k, exciteturq; per 11 eiusdem ad angulos rectos k n, ponatur igitur oculus in n, connectaturq; n d, n f, & circum d f, describatur segmentum quod suscipiet angulum q l. Quoniam igitur dimetiẽs est k n, & ad rectos angulos ab extremitate excitatur k n, ipsi b c. Igitur per correlarium 16. 3. element. b c, ipsum d n f, segmentũ tangit, permutetur autem oculus in c, extendaturq; c f, c d, connectaturq; r f. Igitur angulus q l, ipsi angulo r, est æqualis. Sed angulus r, angulo c, maior est: igitur & angulus q l, angulo f, maior est. At quæ sub maiori spectantur angulo maiora apparent.

igitur magnitudo d f, maior apparet oculo in n, existente quàm in c, oculo igitur in b e permutato parallelo existenti ipsi d f, spectatum inæquale apparet.

Theorema quadragesimumnonum.

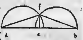
ESt aliquis locus in quo æquales magnitudines inæquales apparent.



Sit, nanque æqualis b c ipsi c d, & circum quidē b c, semicirculus describatur b f c. circum uero d, describatur segmentū maius semicirculo. Connectatur f b, f c, f d, igitur angulus qui in semicirculo per 31 tertij element. maior est eo qui est in maiori segmēto, at quæ sub maiori spectantur angulo per 4 suppositionē opticæ maiora apparēt, oculo uero posito in f, maior igitur apparet b c, ipsa c d, erat autem & æqualis: est igitur cōmunis locus in quo æquales inæquales apparent magnitudines.

Theorema quinquagesimum conuersum præcedentis.

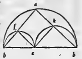
ESt aliqs locus cōmunis à q̃ inæquales magnitudines æquales apparēt.



Esto, inquā, maior b c, ipsa c d, & super b c, maius semicirculo segmentum describatur, & super c d, simile ei quod super b c hoc est suscipiēs angulū æqualē ei qui in b f c, cōnectantur autē f b, f c, f d: igitur quoniā per 27 tertij element. in similibus segmētis anguli cōstituti inuicē sunt æquales, æquales quoque sunt & in b f c, c f d, segmētis anguli sibi inuicē. Quæ uero sub æquis spectātur angulis æqualia apparēt, per 4 suppositionē opticæ, oculo igitur posito in f, signo æqualis apparet, b c ipsi c d, est autē maior. Est igitur locus quidam cōmunis ex quo inæquales magnitudines æquales apparent.

Theorema quinquagesimumprimum.

ALiqui sunt loci in q̃bus binæ magnitudines inæquales in idem compositæ utrique inæqualium æquales apparent.



Esto nempe maior b c, ipsa c d, & super ipsis b c & c d, semicirculi describātur, superque tota b d. Igitur per 31 tertij element. angulus qui in semicirculo b a d, æqualis est ei q in b k c, uterque enim ipsorū rectus est. Igitur b c ipsi b d, æqualis apparet, itidem quoque & b d ipsi c d, oculis in b a d, b k c, c f d, semicirculis positis. Sunt igitur aliqui loci in q̃bus binæ inæquales magnitudines in idem cōpositæ æquales utrique inæqualium apparent.

Problema primum *Propositio 52*

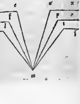
LOcos inuenire à quibus æqualis magnitudo dimidiū appatet, siue quarta pars, & uniuersaliter in data ratione in qua & angulus secatur.



Sit enim recta linea l f, & super l f, describatur segmentū contingēs, & inscribatur in eo angulus k. Ipsi autē l f, æqualis esto b c, & sup b c, describatur segmentū quod suscipiet angulū ipsius k, anguli dimidiū, igitur angulus k, ipsius d, anguli duplus est, dupla igitur apparet l f, ipsius b c, oculis in l k f, & b d c, circumferentijs iacentibus.

Theorema 52 *Propositio 53*

AEquali celeritate delatorū, in eademque recta linea existentium, propinquū oculo postremum



præire

præire putabitur, permutatis autem præcedens ſubſequi, & ſubſequens præcedere putabitur.

Deferantur æquiceleriter b c,d f,k l,& ab oculo m,procidãt radij in c,m f,& m l,igitur ſublimior & dexterior omniũ ab m,oculo radiorũ erumpentiũ eſt ipſe m c. Igitur b c, præcedere putabitur,permutatis autem b c,d f,& k l,in n x,p r,ſ t,quæ poſitis procidãt radij m n,m p,& m ſ,omniũ igitur ab m,oculo radiorũ erũpentiũ dexterior eſt ipſe m ſ. Siniſterior uero m n,quare & ſ t præcedere putabitur,ſubſequi uero n x. Igitur b c præcedens in n x,poſitũ ſubſequi & l k, ſubſequẽs in ſ t,poſitũ præcedere putabitur.

Theorema 53 Propoſitio 54



SI aliquibus delatis,& pluribus celeritate inæquali,cõferatur uero ad eadẽ & oculus,oculo quidẽ æquiceleriter delata ſtare,quæ uero tardius in contrariũ ferri,quæ autẽ celerius,præcedere exiſtimabuntur.

Ferantur inæquali celeritate b c d, tardius uero feratur b, ſed c æquiceleriter oculo k & d, celerius ipſo c,ab oculo uero k, procidant radij k b,k c,k d,igitur oculo ipſos b c d,inſequẽte. Semper c delatum ſtare putabitur. At b derelictum in contrarium ferri, & d celerius ipſo c uidebitur præcedere,plus nanq; ab ipſo c diſtat.



Theorema 54 Propoſitio 55

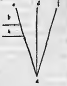
SI aliqbus delatis differat quippiã aliquid non delatũ,non delatũ in contrariũ ferri putabit.

Ferrantur nanq; b,d,maneat autem c,& ab oculo f, procidant radij f b,f c,f d. Igitur b quidem delatũ propius erit q̃ c. At d diſcedere longius, proinde c in contrariũ ferri putabitur.

Theorema 55 Propoſitio 56



OCulo prope ſpectatum accedente, ſpectatũ augeri putabitur. Spectetur,in quã,b c,oculo in f, poſito ſub f b,f c,radijs, permuteturq; oculus ut propius ſit ipſi b c. ſitq; in d, ſpecteturq; idem ſub d b, & d c radijs. Igitur angulus d,angulo f, maior eſt Sed quæ ſub maioribus angulis ſpectantur per ſuppoſitionem 4 opticæ maiora apparent. Igitur b c, oculo exiſtente in d , augeri putabitur potius quàm in f.



Theorema 56 Propoſitio 57

AEquali celeritate delatorũ , quæ longius diſtant tardius ferri uidentur.

Ferantur enim æquiceleriter b,k,ſicut ad partes f, & ab oculo a, radij excitentur a c,a d,a f. Igitur k minores habet ab ipſo oculo radios productos,quàm b, minus igitur tranſibit interuallum, & prius permutans a f, uiſum celerius ferri putabitur.

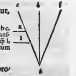
Aliter.

Ferantur bina ſigna a b, in parallelos rectas lineas ad b e, æqualiter æque cito & æquali tempore procedent, ſint igitur æquales a d,b e, procidantq; radij ab f, oculo f a,f d,f e. Quoniam angulus qui ſub d f b,minor eſt eo qui ſub b f e, minus igitur a d, interuallum , uidebitur q̃ b e. Quare a tardius quàm b ferri putabitur.



Theorema 57 Propositio 58

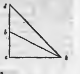
Oculo traoslato, quæ loogius spectaotur, destitui uideotur.



Sit, inquã, oculus b, à quo excitentur radij b c. b d, b f, spectentur uero k & l, igitur oculo translato ad partes c, celerius transibunt uisus k quàm l, putabitur igitur k, destitui, & l, in contrarium ferri, hoc est ad partes f.

Theorema 58 Propositio 59

Auctæ magnitudines, propius oculo produci putaotur.



Sit spectatũ b c, sub k b, k c, radijs augeaturque b c, ipsa b d, & ab ipso k, oculo procidat radius k d. Igitur angulus qui sub d k c, maior est angulo qui sub b k c, qui uero sub maiori spectantur angulo, per 4 suppositionem opticæ maiora apparent, maior igitur apparet. maior igitur apparet c d, ipso c b, & ea quæ oculo putantur maiora, augeri putantur, & auctæ igitur magnitudines ad oculum prouehi putantur.

Theorema 59 Propositio 60

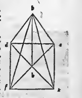
Quæcunque in eodem non iacent interuallo, neque parallela io extremis posita, neque inuicem posita medijs, oeque in rectas existeotia lineas totam figuram quandoque maoentem coouexam, quandoque uero curuam efficiunt.



Spectentur nanque b c d, oculo in k posito. procidantque radij k b, k c, k d, igitur tota figura cõuexa esse putabitur, permutetur iam rursus spectatum, ponaturque propius ad oculum. igitur d b c, curuum esse putabitur.

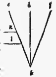
Theorema 60 Propositio 61

Quadrato existente, si à contactu dimetientiũ ad angulos rectos quædam excitata fuerit ad ipsius quadrati plaoũ, io ipsaque positus fuerit oculus, latera & dimetientes ipsius quadrati æquales appareot.



Esto, inquam, quadratum c f, excitenturque dimetientes c f, k d, & a b h, ad angulos rectos, excitetur per 11 undecimi elementorũ h b, oculus uero ponatur in b, procidantque radij b k, b d, b c, b f: igitur duæ f h, h b, duabus c h, h b, sunt æquales, & æquales sunt anguli qui sub ipsis cõprehendũtur, hoc est anguli qui ad h. Aequalis igitur est per 4 primi element. f b, basis ipsi b c, basi. Idque propterea & k b, ipsi b d, est æqualis. Binæ iam f b, b c, binis k b, b d, sunt altera alteri æquales. Et diametri sunt æquales, quare & anguli qui ad b, erunt æquales. Quæ uero sub æqualibus angulis spectãtur æqualia apparent. Diametri igitur & altera quadrati æqualia apparent, ea uero quæ ab oculis in dimetientiũ contactum ad angulos rectos ipsi plano existente, neque æquali utrique eorũ quæ à contactu ad angulos quadrati ductæ sunt, neque angulos cõprehendente æquos cum ipsis, diametri inæquales apparent, similiter enim ostendemus contingentiã, quemadmodum & in circulis.

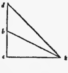
Theorema 57 Propositio 58



OCulo translato quæ longius spectantur, destitui uidentur.

Sit, inquã, oculus b, à quo excitentur radij b c. b d, b f, spectentur uero k & l, igitur oculo translato ad partes c, celerius transibunt uisus k q̃ l, putabitur igitur k, destitui, & l, in contrarium ferri, hoc est ad partes f.

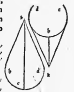
Theorema 58 Propositio 59



AUctæ magnitudines, propius oculo produci putantur.

Sit spectatũ b c, sub k b, k c, radijs augeaturq́ b c, ipsa b d, & ab ipso k, oculo procidat radius k d. Igitur angulus qui sub d k c, maior est angulo qui sub b k c, qui uero sub maiori spectantur angulo, per 4 suppositionem opticæ maiora apparent, maior igitur apparet, maior igitur apparet c d, ipso c b, & ea quæ oculo putantur maiora, augeri putantur, & auctæ igitur magnitudines ad oculum prouehi putantur.

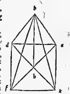
Theorema 59 Propositio 60



QUæcunq; in eodem non iacent interuallo, neq; parallela in extremis posita, neque inuicem posita medijs, neque in rectas existentia lineas totam figuram quandoq; manentem conuexam, quandoq; uero curuam efficiunt.

Spectentur nanq; b c d, oculo in k posito, procidantq́ radij k b, k c, k d, igitur tota figura cõuexa esse putabitur, permutetur iam rursus spectatum, ponaturq́ propius ad oculum, igitur d b c, curuum esse putabitur.

Theorema 60 Propositio 61



QUadrato existente, si à contactu dimetientiũ ad angulos rectos quædam excitata fuerit ad ipsius quadrati planũ, in ipsaq; positus fuerit oculus, latera & dimetientes ipsius quadrati æquales apparent.

Esto, inquam, quadratum c f, excitentur q́ dimetientes c f, k d, & a b h, ad angulos rectos, excitetur per 11 undecimi elementorũ h b, oculus uero ponatur in b, procidantq́ radij b k, b d, b c, b f igitur duæ f h, h b, duabus c h, h b, sunt æquales, & æquales sunt anguli qui sub ipsis cõprehendũtur, hoc est anguli qui ad h. Aequalis igitur est per 4 primi element. f b, basis ipsi b c, basi. Idq; propterea & k b, ipsi b d, est æqualis. Binæ iam f b, b c, binis k b, b d, sunt altera alteri æquales. Et diametri sunt æquales, quare & anguli qui ad b, erunt æquales. Quæ uero sub æqualibus angulis spectãtur æqualia apparent. Diametri igitur & altera quadrati æqualia apparent, ea uero quæ ab oculis in dimetientiũ contactum ad angulos rectos ipsi plano existente, neq; æquali utriq; eorũ quæ à contactu ad angulos quadrati ductæ sunt, neq; angulos cõprehendente æquos cum ipsis, diametri inæquales apparent, similiter enim ostendemus cotingentiã, quemadmodum & in circulis.

præire putabitur, permutatis autem præcedens ſubſequi, & ſubſequens præcedere putabitur.

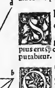
Deſcrantur æquiceleriter b c,d f,k l,& ab oculo m,procidãt radij m c,m f,& m l,igitur ſublimior & dexterior omniũ ab m,oculo radiorũ erumpentiũ eſt ipſe m c. Igitur b c, præcedere putabitur,permutatis autem b c,d f,& k l,in n x,p r,ſ t,quæ poſitus procidãt radij m n,m p,& m ſ,omniũ igitur ab m,oculo radiorũ erũpentiũ dexterior eſt ipſe m ſ. Siniſterior uero m n,quare & ſ t præcedere putabitur,ſubſequi uero n x. Igitur b c præcedens in n x,poſitũ ſubſequi & l k, ſubſequẽs in ſ t,poſitũ præcedere putabitur.

Theorema 53 Propoſitio 54



SI aliquibus delatis,& pluribus celeritate inæquali, cõferatur uero ad eadẽ & oculus, oculo quidẽ æquiceleriter delata ſtare, quæ uero tardius in contrariũ ferri, quæ autẽ celerius, præcedere exiſtimabuntur.

Ferantur inæquali celeritate b c d, tardius uero feratur b, ſed c æquiceleriter oculo k & d, celerius ipſo c,ab oculo uero k, procidant radij k b,k c,k d, igitur oculo ipſos b c d, inſequẽte. Semper c delatum ſtare putabitur. At b derelictum in cõtrarium ferri, & d celerius ipſo c uidebitur præcedere, plus nanq; ab ipſo c diſtat.

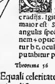


Theorema 54 Propoſitio 55

SI aliqbus delatis differat quippiã aliquid non delatũ, non delatũ in contrariũ ferri putabit̃.

Ferrantur nanq; b,d, maneat autem c,& ab oculo f, procidant radij f b,f c,f d. Igitur b quidem delatũ propius erit q̃ c. At d diſcedere longius, proinde c in contrariũ ferri putabitur.

Theorema 55 Propoſitio 56



OCulo prope ſpectatum accedente, ſpectatũ augeri putabitur. Spectetur, inquã, b c, oculo in f, poſito ſub f b,f c, radijs, permuteturq; oculus ut propius ſit ipſi b c, ſitq; in d, ſpecteturq; idem ſub d b, & d c radijs. Igitur angulus d, angulo f, maior eſt. Sed quæ ſub maioribus angulis ſpectantur per ſuppoſitionem 4 opticæ maiora apparent. Igitur b c, oculo exiſtente in d, augeri putabitur potius quàm in f.



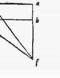
Theorema 56 Propoſitio 57

AEquali celeritate delatorũ, quæ longius diſtant tardius ferri uidentur.

Ferantur enim æquiceleriter b,k, ſicut ad partes f, & ab oculo a, radij excitentur a c,a d,a f. Igitur k minores habet ab ipſo oculo radios productos, quam b, minus igitur tranſibit interuallum, & prius permutans a f, uiſum celerius ferri putabitur.

Aliter.

Ferantur bina ſigna a b, in parallelos rectas lineas ad b e, æqualiter æque cito & æquali tempore procedent, ſint igitur æquales a d,b e, procidantq; radij ab f, oculo f a,f d,f e. Quoniam angulus qui ſub d f b, minor eſt eo qui ſub b f e, minus igitur a d, interuallum, uidebitur q̃ b e. Quare a tardius quàm b ferri putabitur.



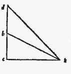
Theorema 57 Propositio 58



OCulo translato quæ longius spectantur, destitui uidentur.

Sit, inquã, oculus b, à quo excitentur radij b c, b d, b f, spectentur uero k & l, igitur oculo translato ad partes c, celerius transibunt uisus k quàm l, putabitur igitur k, destitui, & l, in contrarium ferri, hoc est ad partes f.

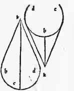
Theorema 58 Propositio 59



AVctæ magnitudines, propius oculo produci putantur.

Sit spectatũ b c, sub k b, k c, radijs augeaturq; b c, ipsa b d, & ab ipso k, oculo procidat radius k d. Igitur angulus qui sub d k c, maior est angulo qui sub b k c, qui uero sub maiori spectantur angulo, per 4 suppositionem opticæ maiora apparent, maior igitur apparet, maior igitur apparet c d, ipso c b, & ea quæ oculo putantur maiora, augeri putantur, & auctæ igitur magnitudines ad oculum prouehi putantur.

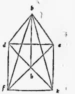
Theorema 59 Propositio 60



QVæcunq; in eodem non iacent interuallo, neq; parallela in extremis posita, neque inuicem posita medijs, neque in rectas existentia lineas totam figuram quandoq; manentem conuexam, quandoq; uero curuam efficiunt.

Spectentur nanq; b c d, oculo in k posito, procidantq; radij k b, k c, k d, igitur tota figura cõuexa esse putabitur, permutetur iam rursus spectatum, ponaturq; propius ad oculum, igitur d b c, curuum esse putabitur.

Theorema 60 Propositio 61



QVadrato existente, si à contactu dimetientiũ ad angulos rectos quædam excitata fuerit ad ipsius quadrati planũ, in ipsaq; positus fuerit oculus, latera & dimetientes ipsius quadrati æquales apparent.

Esto, inquam, quadratum c f, excitenturq; dimetientes c f, k d, & a b h, ad angulos rectos, excitetur per 11 undecimi elementorũ h b, oculus uero ponatur in b, procidantq; radij b k, b d, b c, b f igitur duæ f h, h b, duabus c h, h b, sunt æquales, & æquales sunt anguli qui sub ipsis cõprehendũtur, hoc est anguli qui ad h. Aequalis igitur est per 4 primi element. f b, basis ipsi b c, basi. Idq; propterea & k b, ipsi b d, est æqualis. Binæ iam f b, b c, binis k b, b d, sunt altera alteri æquales. Et diametri sunt æquales, quare & anguli qui ad b, erunt æquales. Quæ uero sub æqualibus angulis spectãtur æqualia apparent. Diametri igitur & altera quadrati æqualia apparent, ea uero quæ ab oculis in dimetientiũ contactum ad angulos rectos ipsi plano existente, neq; æquali utriq; eorũ quæ à contactu ad angulos quadrati ductæ sunt, neq; angulos cõprehendente æquos cum ipsis, diametri inæquales apparent, similiter enim ostendemus cotingentiã, quemadmodum & in circulis.

præire putabitur, permutatis autem præcedens subsequi, & subsequens præcedere putabitur.

Deferantur æquiceleriter b c,d f,k l,& ab oculo m,procidãt radij m c,m f,& m l,igitur sublimior & dexterior omniũ ab m,oculo radiorũ erumpentiũ est ipse m c. Igitur b c, præcedere putabitur,permutatis autem b c,d f,& k l,in n x,p r,s t,quæ positus procidãt radij m n,m p,& m s,omniũ igitur ab m,oculo radiorũ erũpentiũ dexterior est ipse m s. Sinisterior uero m n,quare & s t præcedere putabitur,subsequi uero n x. Igitur b c præcedens in n x,positũ subsequi & l k, subsequẽs in s t,positũ præcedere putabitur.

Theorema 53 Propositio 54



SI aliquibus delatis,& pluribus celeritate inæquali, cõferatur uero ad eadẽ & oculus,oculo quidẽ æquiceleriter delata stare,quæ uero tardius in contrariũ ferri,quæ autẽ celerius,præcedere existimabuntur.

Ferantur inæquali celeritate b c d, tardius uero feratur b, sed c æquiceleriter oculo k & d, celerius ipso c,ab oculo uero k, procidant radij k b.k c,k d,igitut oculo ipsos b c d,insequẽte. Semper c per c delatum stare putabitur. At b derelictum in cõtrarium ferri, & d celerius ipso c uidebitur præcedere, plus nanq; ab ipso c distat.

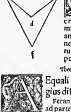


Theorema 54 Propositio 55

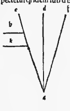
SI aliqbus delatis differat quippiã aliquid non delatũ,non delatũ in contrariũ ferri putabit.

Ferrantur nanq; b,d,maneat autem c,& ab oculo f, procidant radij f b,f c,f d. Igitur b quidem delatũ propius erit q̃ c. At d discedere longius, proinde c in contrariũ ferri putabitur.

Theorema 55 Propositio 56



OCulo prope spectatum accedente,spectatũ augeri putabitur. Spectetur,inquã,b c,oculo in f, posito sub f b,f c,radijs, permuteturq; oculus ut propius sit ipsi b c.sitq; in d, specteturq; idem sub d b, & d c radijs. Igitut angulus d,angulo f, maior est Sed quæ sub maioribus angulis spectantur per suppositionem 4 opticæ maiora apparent. Igitur b c, oculo existente in d, augeri putabitur potius quàm in f.



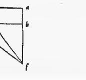
Theorema 56 Propositio 57

AEquali celeritate delatorũ, quæ longius distant tardius ferri uidentur.

Ferantur enim æquiceleriter b,k,sicut ad partes f, & ab oculo a, radij excitentur a c,a d,a f. Igitur k minores habet ab ipso oculo radios productos,quam b, minus igitur transibit interuallum, & prius permutans a f, uisum celerius ferri putabitur.

Aliter.

Ferantur bina signa a b, in parallelos rectas lineas ad b e, æqualiter æque cito & æquali tempore procedent, sint igitur æquales a d,b e, procidantq; radij ab f, oculo f a,f d,f e. Quoniam angulus qui sub d f b,minor est eo qui sub b f e, minus igitut a d, interuallum, uidebitur q̃ b e. Quare a tardius quàm b ferri putabitur.



doctissimo physiologo Antonio Abiosio Rauennati artium, ac Medicinæ doctori eximio socero patriq; humanissimo fœlicitatē perpetuā.

PHilosophātes illi ueteres Antoni uir clarissime eorum opera, aut magnis, aut doctissimis uiris destinare consueuerūt, aut quia inde eorum operibus maximā inuehi posse auctoritatē censebant, aut quoniam eis eorum obseruantiā explicatiorē fieri posse arbitrabātur, aut q ab illis aliquid assequi posse expeditius existimabāt. Idq; propterea nos qui cum aliquid ocij superest illud omne græcorū operibus sapiētium studendis accōmodauimus, & maxime hijs mathematicis quæ tute scis qualē nam gradum certitudinis obtineāt, ex hijsq; studijs pinguibus & multiplici disciplina scatentibus nostris laboribus, ut scis, eduximus illius Megarensis Euclidis mathematici præstantissimi elementa, optica, phænomena, catoptrica, & data. Quæ opera eo sunt iudicio & arte ab insigni illo Socratico philosopho structa & cōpacta, ut studentes eis miro quoddā stupore detineant. Scalam enim quandā uenerandus ille uir cōpegit qua ad omnes mathematicas disciplinas percipiēdas ascendere possimus, qua sine ad eas nō sit accessus, quæ opera cum à me nōnullis emancipata fuerint, ueterem, sincerā ac puram illam beneuolentiā tuam qua patrem meum nostramq; familiā iam pluribus annis cōplexus es, & quam postea inuicem sanximus cōciliauimusq; cum Luciam filiā tuam mihi dicaueris, fraudē facillime perpeti posse censerem, nisi aliquo nostrorū studiorū munere amoris nostri mutui ac beneuolētiæ defecatæ fructū reportaret. Quam cum tibi uellem fieri explicatiorem, cumq; nollem Euclidis opera in lucem uenire, nisi tuū quoq; nomen aliquā eius partē sibi uendicaret, cumq; ad manus nostras fortasse ex bibliotheca senatoria Marini philosophi ac dialectici præstantissimi protheoria in data Euclidis cōstructa peruenisset, eam à me latinā esse censui faciendā, tibiq; dedendam, non ut abs te aliquid mihi id propterea dari uelim, nam tu te scis te & nos iam unum esse, sed ut eam tua auctoritatē studentes cumulatius existimēt, & tu obseruantiā amoremq; nostrū singularē perpendas, ac ut beneuolētiæ tuæ erga nos pari lance correspondeā. Futurū etenim scias, q si hos labores nostros tibi placuisse, gratosq; fuisse perspexerim9, conabimur efficere ut nostris uigilijs aliqua in intimis græcorū penetralibus recondita, scitu iucūda & utilia latinā uestem induere non aspernētur, nam quid possum agere melius cum ociū supest q illud omne ad linguā latinā illustrādam cōuertere, & inde curare ut uiui post mortē nostræ possimus interesse posteritati, sed iam ipsius Marini protheoriā doctissime inspicito philosophe æternumq; Valeas, in. XL.IV. XIX elemento salutis, nonis Octobrib.

IN LIBRVM DATORVM EVCLIDIS PHILOSOPHI PLATONICI, AC PRAEstantissimi mathematici, protheoriæ ex uoce Marini philosophi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, Caput primum.

IN primis quid sit datum ponere oportet, postmodum quænam huius ex tractatu utilitas dicendū est, tertium uero ad quam disciplinā deducitur. Diffiniunt nempe datum multipliciter, aliter quidem antiquiores, & aliter iuniores: idq; propterea obtigit, ut eius uera assignatio difficilis sit. Nonnulli siquidem nullam ipsius diffinitionem tradunt, propriam nanq; dati inuentionem tentauerunt. Alij uero quæ ab illis iamdiu dicta sunt complicantes, ipsum diffinire ausi sunt, neque hij cum illis congrue. Videntur siquidem omnes ex una eademq; sententia, ac perceptione excitati, de eo aliquid dicere: assumptum enim quid datum esse percepetunt, ac per hoc simpliciori, ac una quadam diffe-

rentia

rentia datum describere proponentibus illis, hij quidem ordinatum ut Apollonius in libro inclinationum, & in uniuersali tractatu. Notum sicut Diodorus, sic etenim rectas lineas, & angulos dari inquit, & quicquid, & si rationale minime fuerit, in cognitionem aliquam uenit. Nonnulli uero ipsum rationale esse dixerunt, quemadmodum uidetur Ptolemæus, data illa appellans, quorum mensura nota est ad certitudinem uel prope. In suppositione autem a proponente propositum, datum nonnulli esse contenderũt. Inquiunt autem, & alio modo in primis elementarijs datum, & datam rectam lineam, hoc est qualem quis diffiniat, deque rectam lineam. Omnia uero huiusmodi perceptionem quandam significare uolunt, unde maxime illæ diffinitiones comprobantur, quæ à nobis assumptum manifeste ostendunt. In præsentia uero ipsius dati naturã non solum tenui, & uno aliquo assignantium, qualem uero diffinitionem efficientium, differentias exponemus id capitulatim cum horum modi bene enumerati sint. Alij nanque ordinatum & porimon datum esse diffiniunt. Alij uero ordinatũ simul & notum. Nonnulli porro ordinatum simul & porimon. Hij siquidem omnes apprehensionem, siue perceptionem & inuentionem ipsius dati respicere uidentur, ac perinde prædicto modo diffinire. Vt autem eorum huiusmodi sententiam ostendamus, insuperque ut ueram propositæ diffinitionis ex multis propositis cõprehendamus inquirendum prius est simplicis uniuscuiusque, & ei oppositum significatum, inordinati quidem dico, ignoti, & apori, & irrationalis. Extenduntur siquidem hæc ad præsentaneam geometricam materiam, necnon & ad res naturales, ac ad alias mathematicas disciplinas. Describunt siquidem ordinatum, quod idem obseruat, per quod ordinari dicitur, aut per magnitudinem, uel speciem, siue aliud quidpiam huiusmodi. Vel aliter quod aliter fieri non comprehenditur, sed tantummodo in diffinito aliquo est loco, ut si dicatur. per bina signa existentia descripta recta linea ordinari dicitur, eo quia aliter & inordinate minime fit. Inordinatus est qui per bina angulus, multipliciter siquidem & inordinate describitur maioris, scilicet, & minoris circuli infinities descriptorum per bina signa. Rursus ordinatus est qui per tria signa angulus. Sunt autem & hæc ordinata, sicut super data recta linea triangulum æquilaterum constituere, sed ex utraque rectæ lineæ parte tantummodo, & præter coincidentiam. Et datam rectam lineam in datam rationem dispescere, tantummodo siquidem hoc fieret, in utraque bifaria sectione. Inordinata sunt quæ hijs contrario sese habent, sicut scalenum constituere, & rectam lineam infinities secare: adiacet autem diffinitioni id ex quo ordinatur. quãdoquidem unum quid & idem existens quandoque ordinatum, aliter autem inordinatum esse potest. sicut æquilaterum triangulum, siquidem æquilaterũ est, ordinatur: magnitudine uero non omnino diffinitur. Notum autem est quod cognitum est, sicut nobis manifestum & perceptum, ignotum uero quod neutiquam notum, neque a nobis perceptum est. sicut quadrati longitudo nota esse dicitur, quæ percipitur quotnam sit stadiorum, & quod trianguli tres anguli binis sunt rectis æquales. & quod quæ ex binis nominibus irrationalis est, insuperque & talia nota dicuntur, ut unam tantum esse ab exterius dato signo curuam tangentem ad utrasque partes: si enim & alia fuerit, binæ rectæ lineæ areolam comprehendent, quod absurdum est. Ignota uero irrationalia non sunt, sed quæ non sunt nota, neque à nobis percepta. Porimon autem est quod neque efficere, neque construere, hoc est in opinionem ducere non possumus, aliter uero rursus porimon diffiniunt, uel quod per demonstrationẽ exhibetur, uel quando quidpiam absque demonstratione manifestum fuerit, sicut centro & interuallo circulum describere, & triangulum constituere non solum æquilaterum, sed & scalenum, & eam quæ ex binis nominibus inuenire, & rectas lineas rationales potentia tantum cõmensurabiles indagare, & alia quæ infinities fiunt porimata sunt, sicut per bina signa circulum describere. Aporon uero est quod porimo ipsi sese contrario habet. sicut circuli tetragonismus: nondum enim in uia est, & si illum exhiberi posse putent: at scire eum possumus, eius siquidem est disciplina, nõdum tamen percepta. In præsentia uero iam de eo quod in uia est ratio assignatur, quare & proprie porimon id appellant, quod nondum in disciplinæ uia est, quod autem perceptum exhiberi potest poriston proprie appellant. Aporon autem, ut dictum est, quod ipsi porimo contrariũ est, hoc est cuius inquisitio dijudicata non est. Rationale est, de quo dicendũ est, magnitudo, uel species, siue positio, sed diffinitio huiusmodi quidem cõmunior est, proprie uero & ex seipso rationale est, quod per aliquam dimensionem positione cognoscimus, aut palæsta siue cubito, aut digito.

Hijs sic

Hijs sic diffinitis,quod reliquum super est facile est, eorum quæ dicta sunt cōmunicantiam,& differentiā coniectare. In primisq́ quomodo ordinatum ad notum,& hijs opposita sese inuicem habent. Eorum quæ connectuntur eadem noti sunt, neq; eorum in quibus alterum altero plus est. Et si eis plura cōmunia existant sicut per bina signa rectam lineam scribere,ac per tres circulos triangulum æquilaterum construere. Sed circulum quadrare ordinatū quidem, ignotum uero est,& quod una tantum recta linea curuaturam ab uno signo tangit. Ordinatorum & minime perceptorū alter se habere est: siquidem & illius demonstratio & constructio cognoscitur. Rursus quæ in infinitū fit sectio,& scaleni constructio cognoscitur quidem,sed nondum ordinatur. Quare manifestum est,quod ipsius ordinati,aliud quidem notum,aliud uero ignotum,& rursus ipsius noti, aliud ordinatum, at aliud inordinatum est, & sic se hæc habent adinuicem sicut rationale,& quod incedit neq; huiusmodi coæquant sese, neque alterum alterum excedit. Similiter ordinatum,& inordinatum sese habet, ac porimon & aporon. Communicant siquidem hæc plurimum,differuntq́ ut dictum est. Curuatura siquidem ordinatur, sed hijs qui Archimedem præcesserunt in uia erat, & alia quæ infinities fiunt, & inordinate,porima quidem sunt. si quis eorum constructionem, ac constitutionem intelligat,non tamen etiam ordinata,ut scalenum triangulū intelligere,in ipsiusq́ constructionem intelligentiam ducere ab æquilatero. nec difficile id est,sed in promptu, & quicquid inordinatum & infinitum. Sic autem ad rationale & irrationale, ordinatum & inordinatum sese habet: cōmunicant siquidem inuicem admodum,differuntq́ modo prædicto: hæc autem inuicem minime sunt æqualia,neq; alterum altero percipitur, nam quæ ex binis nominibus, & sic assumptæ irrationales, ordinatæ quidem sunt, sed nutiquam rationales, & quæ dimetientis ad costam quadrati est ratio. Rationalium quidem plura inordinata sunt, sicut quæ multipliciter, indeterminateq́ fiunt: possumus enim & scalenum triangulū mensura diffinita rationali proposita metiri. & si quidem inordinatum fuerit, noti autem ad porimon similitudinem omnino inspicere facile est, differentiam uero elicere difficile: natura nanque prope sunt adinuicem, quare sese inuicem coæquare uidentur, tamen hæc certe intuentibus quædam inesse uidebitur differentia. Quod quidem una sit inflexionem ab uno signo tangens, manifestum ac notum est. Non tamen id propterea iam id problema porimon est, nondum enim perceptum, quare omne notum non omnino porimon est: porimon siquidem omne notum est. Maius igitur est notum ipso porimo. Rursus notum porimon & rationale, quandoq; cōmunicant, at quandoq; inuicem differunt modo iam dicto. Nam quæ irrationales dicūtur notæ sunt, non tamen rationales, numerus enim omnis rationalis quidem est, non tamen omnis notus est. Et rationale ex suppsius more similiter rationale est,nec sic rationalis erit longitudo,in idem siquidem deducunt dimensionē, nota siquidem est longitudo,at quandoq; minime,& si in eadem fuerint consuetudine. Fortasse autem & inuenire difficile est. Rationali quidem,at ignotum,uidetur siquidem & rationali notum esse aliquid plus. Quod autem porimon & aporon, a rationali & irrationali differunt, ex hijs est manifestum: porima enim esse possunt & irrationalium aliqua. At rationaliū irrationale nullum. affinitas autem horum sicut & aliorum omnino manifesta,hæc adinuicem sic se habēt, quare porimon rationali plus esse uidetur, opere etiam precium est & prædictorū differentiā coniectare. Rationale quidem & irrationale per dimēsionis relationē, dicuntur ad cognitionē nostram minime uenientes, potest enim qdpiam rationale existens nobis minime notum esse, quatenus rationale est,neq; percipi quod rationale sit. Ordinatū uero & inordinatū,non per idem,& iuxta propriā speculati naturam est, & si à nobis minime percipiatur, plura igitur ordinata natura posterius Archimedes ex Serini sermonibus, quod ordinantur demonstrauit. Notum autem & ignotum quo ad nostram relationē dicitur, quare prædicta inuicem differunt. Siquidem hoc ad nos habet relationē, illud uero quo ad naturā,hoc autem ad dimensionē. Cum iam præpositorū societas & differentia diffinita sit,reliquū superfuerit,quidnam sit datum indagare. Quicunq; in præsentia a ꝓponente quid per hypothesim datum,id datum esse putant à quæsito aberrant,elementa nanq; datorū omnia simul ordinantur, & non de eo quod per hypothesim, sicuti ex hijs quæ in eorum tractatu sunt licet intueri. Quare perceptionē huiusmodi nos negligentes,aliter diffiniendum rationes ordinare oportet. Erit autē quod per hypothesim datum,id quod post principia speculatur, diffiniunt iam nominatiuis diffinitionibus utentes, uno aliquo dictorū illud charactere pingentes. Sicut in principio dictum est,omnes autem fere

ut com-

ut cõmunem sententiam de dato retinere uideantur, perceptum enim quid illud esse assumpserũt, quemadmodũ & ipsius dati nomen ostendit, & in primis illi qui per hypothesim datum describunt. Nonnulli uero concessionẽ resp exetunt. Nos autem quoque utentes prædicta tanquam canone & foro, ipsius dati perfectam diffinitionẽ inuenire poterimus. Manifestũ autem quod coæquatione aut cõuersione ipsum indiget ad diffinitum, & hoc subsistere oportet eis quæ recte datæ sunt diffinitionbus, est & propositi hæc in illis diffitionibus quæ simplicius dictæ sunt, quæ porimon diffiniet, in complicatis autem notum simul & porimon reliquæ uero omnes imperfectæ sunt, neque enim ordinatum diffiniens euestigio ad dati comprehensionẽ extenditur eo quia neque in totum, neque solum ordinatũ perceptũ est, sed inordinatorũ nonnulla sicut ostensum est. Neque illa idonea est quæ notum ipsum diffinit, neque enim hoc totum perceptum est, & si tantum ignotũ enim nequaquam fuerit perceptum, neque ipsum rationale diffiniens diffinitio, perfecta erit, nam hoc solum perceptũ non est, quoniam & irrationaliũ aliqua forsitan autem neque omne omne rationale perceptũ est, sicut & hoc diffinitũ est prius. Deficit iam in nominatiue assignatis porimon, quare uidetur maxime perceptionẽ ostendere, nam omne porimon percipi potest & solum, huiusmodi autem diffinitione usus est Euclides species omnes dati describens. Compositarũ diffinitionũ perfecta est quæ notum simul & porimon datum esse diffinit, genere quidem proportionale habẽs ipsum notum, differẽtia uero porimon. Ordinatũ autem simul & porimon dicens imperfecta est, nam non solum huiusmodi data sunt & qui datum, & rationale similiter defectiue datum cõprehendit. Quæ uero notum simul & ordinatũ, eo quia propositũ excedit, neque sana est, neque enim omne huiusmodi datum est. Soli iam reliquũ dati sententiæ attingere uidentur, qui illum notum esse dixerũt, nam tale omne percipi potest & solum, bina autem hæc subsistere oportet in disciplinaribus diffinitionibus datis. His autem prope sunt compositæ & sic. Datum est cui exhibere possumus æquũ per ea quæ à nobis in primis prioribusque suppositionibus dicta sunt, prædictis autem Euclides ubique in exhibẽdo utens, notum prætermittit, tanquam porimon iuxta sequens. Accusaret autem quispiam ipsum rationabiliter, tanquam prius cõmuniter datum minime diffinientem, sed immediate unamquamque ipsius speciem. At qui in geometria elementari prius simplicem lineam quàm lineæ species, & alia huiusmodi diffiniuisse uidetur.

Quænam utilitas ex datorum tractatu, Caput secundum.

Cum forsitan quoad præsentaneũ usum ipsum datum diiudicatũ sit, subsequens fuerit ipsius tractatus utilitatẽ præbere: est siquidem hoc ad aliud habentiũ reductionẽ, ad locum enim qui resolutus dicitur necessaria est admodum huius cognitio. Quantã namque potentiã habeãt in mathematicis disciplinis, & alijs eiusdem generis, sicut perspectiua & canonica locus resolutus in alijs diffinitũ est, & quod demõstrationis est inuentio ipsa resolutio, & quod ad inuentionẽ demonstrationis similium nobis confert. Et quod maius est resolutiuã potentiam obtinere, quam plures particulares demõstrationes habere.

Ad quam disciplinam reducatur datorum tractatus, Caput tertium.

Ad omnes siquidem huiusmodi disciplinas, cum datorũ speculatio utilis sit, quãdoquidem ad resolutionẽ plurimum confert, opportunũ neutiquã fuerit ipsam reduci ad aliquam unam disciplinam dicere. Sed ad eam quæ in uniuersali mathematica dicitur, ea siquidem est quæ sese habet circa multitudines, tempora, & celeritates, huiusmodique omnia, in quantum iam circa rationes, proportiones, & ubique medietates negociatur. Huiusmodi ergo datorum disciplinari perceptione utilima existente, datorum uolumen Euclides elaborauit, quem proprie & elementarem appellauerũt. Totius enim ferme mathematicæ disciplinæ elementa, & tanquã introductoria ordinauit, sicut geometriæ quidem totius in tredecim uoluminibus, & astronomiæ in phænomenis, musicesque & perspectiuæ similiter elementa præbuit. At dati tractatus in proposito libro elementarem resolutiuam fecit. Geometricus enim existens ipse uir diuisim cõmunes ipsius dati rationes proprie conglutinauit. Sicut in uniuersalibus rationibus fecit, ut in magnitudinibus eas proprie operatus in quinto de plano uolumine. Communiter quidem quid sit datum dictum est, & ad quam disciplinam reducatur, ac quod eius speculatio utilima est his iam quæ dicta sunt, adijciatur quoque ipsius descriptio disciplinæ. erit ea siquidem, sicuti ex prædictis est manifestum, datorum perceptio iuxta omnem locum, & eorum quæ eis eueniunt: proprie uero & sicut ex proposito uolumine dicatur esse methodus totius datorum disciplinæ elementa cõprehendens, habebit autem & ipsa consequẽter utilitatem & alia iuxta relationem ad ipsum datum. Diuiditur autem ipsum

tem ipsum uolumen in dati species,& in primis, primum segmentum ea quæ ratione data sunt comprehendit,secundum autem ea quæ positione,& demum ea quæ specie. Simplex enim erat quæ de magnitudine datis:disseminauit autem & hæc particulatim in alijs,& maxime in hijs quæ specie data sunt. Orsus autem est ab hijs quæ ratione & positione data sunt: quandoquidem ex hijs quæ specie dantur constant. Alter facta etiam ipsius libri diuisio,in uniuersales magnitudines in lineas & plana, & cyclica theoremata:simuli namque ordine & in diffinitionibus siue uoluminis suppositiõibus usus est. Secutus autem est modum doctrinæ non per compositionem,sed per resolutionẽ, quemadmodum & Pappus satis in libri huius commentationibus demonstrauit.

In Librum Datorum Euclidis philosophi Platonici Marini philosophi præstantissimi Protheoriæ finis,Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS clarissimo uiro Marino Georgio patritio Veneto,artium ac sacræ Theologiæ doctori eximio, Brixiensiumque præfecto designato S.

PLVRES hominum maxima tenet admiratio Marine Georgi philosophe doctissime,quòd in humanis ita sit comparatum homines absque dissidijs,contumelijs,iurgijs, tumultibus,bellisq; atrocibus quasi uiuere nesciant. Ac si eorum misera conditio foret si amore paceque mutua sibiinuicem corresponderent. Idque magis mirũ uideri solet,cum hij qui ab humanitate nomen sibi uendicarũt. nõ nisi inhumaniter uitã agere curẽt. Quod quidẽ uir clarissime nobis enucleatissime constat:nam si uelimus ueterum memorias altius recensere,quam ætatem bellorum uacuam comperiemus:nullam. Sed ne à memoria nostra longe distãtia repetamus,quid de nostra ætate,quam uidimus,nec apud autores legimus in qua ea obtigerunt,quæ si à nobis sic sicut uisa sunt legerentur,proculdubio somnia & phãtastica machinamenta esse putarentur. Nam decem autem aut undecim annorum interuallo quot,quantaq; ac qualia euersa immutata,subuoluta,radicitúsque conuulsa nostris oculis conspeximus:Tu optime nosti qui ob singularem doctrinam tuam, erga patriamq; uel maximam fidem. à senatu legatus missus hos turbines uidisti,& ingenij tui libramine ponderasti. Testis heu testis est Neapolitana ciuitas quæ plures strages perpessa,uno anno,rem nullis seculis auditam regale sceptrum quinquies commutauit. Testis heu testis est illa Roma quæ cum alias subacta Italia ferocissimas infrenesq; nationes domuerit,longe lateq; fines imperij propagauerit,sæpius in præsentia nõ in Italia sed apud urbis muros.non apud muros urbis,sed in ipsa urbe: non hominum tumultus,sed enses euaginatos,non enses euaginatos sed multas cædes,& funera passa est. Testes heu testes sunt fluentinorum,felsinensiumq; agri toties à militibus dissipati. Testis demum tota Italia transpadana toties bellis,atrocibus,cædibus miserandis, ignibus maximis cõquassata: Sed quid de illa quæ citra padũ est Italiæ regiõe dicem9: nil nisi laboriosum,nil nisi flebile.nil nisi illachrymabile,& quod potius silentio trãseũdum sit,quàm ea quæ obtigerunt connumerare. Nam si Tarrenses agri uocem attollere possent,se hominum cæde uel maxima contabuisse,humaniq; sanguinis copia affatim effusi inundasse quererentur. Si tota Italia loqui posset,eam ad funestum deplorabilemque statũ peruenisse intelligeremus. Sed hæc in præsentia missa faciamus: quãdoquidem in præsentia hystoriam non conscribimus,& quæ apud posteros,non paruam, sed nullam fidem ob rei magnitudinem sit habitatura. Quæ omnia licet quodã nictu oculi obtigerint.non est tamen quod perinde nos mirari oporteat,nam si a causis exordiri atque ad huiusmodi effectus nos ipsos deuoluere uelimus, siue etiã ab his effectibus incipientes causas altius repetere uoluerimus,bella huiusmodi ex contrarijs gigni uoluntatibus comperiemus,quæ ab appetitu diuerso oriuntur,quẽ diuersa hominum sortita est qualitas,quam illi quatuor humores efficiunt, qui cum ab illis

 elemẽ

elemẽtis toties celebratis scateãt, iuxta temporũ qualitatẽ, stellarũq; in humana huius-
modi uires suas transfundentiũ motum & influxus, augentur, attollũtur, imminuũtur
ac deprimi solent. Fitq; nimirũ ut uniusculusq; loci & regionis exigit dispositio, quẽad-
modum in aphorismis medicorum princeps nos docet Hyppocrates. Alij namq; sunt
influxus in septentrionalẽ plagã uergentibus, at alij hijs qui australẽ inhabitãt, itidẽq;
alij orientalẽ regionẽ colentibus. At alijs aliter sese habet, & sic sicut regio seposita fue-
rit Quare cũ ea quæ inuicẽ non cunueniunt nõ sint æqualia sed dissideant, sicut in ele-
mentis præstantissimus ille Mathematicus nos docet Euclides: at aduersæ hominũ uo-
lũtates cũ inuicẽ non conueniant, sed mira quadã discrepãtia dissideãt, superest igitur
ut cõtrariæ remaneant. Quod cum ita sese habeat, si priscis illis tẽporibus sacrorũ uatũ
monumenta multa bella, & funera facta fuisse cummemorant. Si assyriorũ, Persarũ, ac
aliarũ nationũ horrendos tumultus Dionysius Halicarnassæ, Diodorusq; siculus, ac
Iustinus narrant. Si Thucydides Atheniensium, si T. Liuius Romanorum illa denique
miranda facinora & non sine magna copia sanguinis, & non nisi totius mundi tremen
tibus quasi cardinibus, explanant: si Quintus curtius Alexandri macedonis in Persa-
rum Darium delicatissimum regẽ expeditionẽ terribilẽ, expugnationemq; ac uictoriã
subactis Persis explicat: si ille quoq; dicat quod fraterno primi maduerunt sangui-
ne muri. si demũ quoq; nostra tẽpestate priscis illis tẽporibus exorta bella, ac nõ extin
cta, sed usque in id temporis propagata in præsentia horrendis tumultibus, magnis
cædibus, ardentibusq; occulte odijs ferueant, non est id propterea clarissime philoso-
phe quod mirari debeamus. Dolendũ potius est ingemiscendũq; plurimũ, quando qui-
dem bella quæ inter eos qui sub Christi gloriosi uexillo uiuunt tam atrociter fiũt, non
externa sed ciuilia sunt, ac si in præcordijs, in intestinis ac in intimis cordis penetralib9
gererentur. Illud, inquam, uir doctissime possumus dicere, Quis furor o ciues, quæ tan
ta licẽtia ferri. gentibus inuisis Latium præbere cruorem Cúmque superba foret Baby
lon spoliãda tropbæis Ausonijs, umbraque erraret Crassus inulta. Bella geri placuit nul
los babitura triumphos. Heu quãtum terræ potuit pelagiq; parari Hoc quem ciuiles
auxerunt sanguine dextræ, unde uenit titan & nox ubi sidera condit. Quaq; dies medi
us flagrantibus æstuat boris. Et qua bruma rigẽs ac nescia uere remitti. Astringit scy-
thicum glaciali frigore pontũ Subiuga iã Seres, iã barbarus isset Araxes. Et gens si qua
manet nascenti conscia Nilo. Tũ illud accedit. quòd hijs bellis noui emergunt ritus, no
ui mores, nã nũc prætextatos referũt artaxata mores, & si quid uspiam est bonarũ lite
rarũ illud interit. Nã adsunt adhuc in Italia illa fœdissima Vãdalorũ Gothorũque ue
stigia, qui postea quam Italiã flãma, ferro, cæde, rapinis, & alijs huiusmodi sæuiẽtiũ be-
luarũ peruersis moribus fœdarũt, maximas bonis literis tenebras obiecerũt. & adeo ut
ipsæ contremiscentes pluribus annis inuisæ, ritu ferino uiuẽtibus delitescerẽt. Quibus
beluis in uniuersum sæuiẽtibus multa priscorũ illorũ ueterũ preclara opera interierũt,
multa obcæcata & subuersa, multa fœdissima barbarie obsita in lucẽ exierũt. Perijt, in-
quã, tũc perijt illa prisca mathematice diserendi cõsuetudo. & adeo ut quæ priscis illis
tẽpibus adolescẽtulis plana & facillima ac in prõptu erãt, in præsentia uelut alta caligi-
ne demersa, difficillima nimisq; recondita eruditissimis uiris etiam esse uideantur. neq;
id mirũ Euclides namq; Megarẽsis Mathematicus præclarissimus, qui omniũ mathe-
maticarũ disciplinarũ unus est qui nobis fores reserat. in primis nimis peruerse inter-
pretatus studentiũ animos pluribus annis ambiguos tenuit. Nã cũ illud quod illius es-
se asseritur uolumen studẽtes legerent, miris laruis. somnijs. & phãtasmatibus quibus
ille interpres barbarissimus illud refersit, offensi neq; autori fidẽ adhibebãt, neq; illi de
trabere audebãt. Quare cũ nos hijs disciplinis operã per plures annos accõmodaueri
mus, uolẽtesq; nostris laboribus studentium cõi utilitati cõsulere, ipsius Euclidis elemẽ
torum uolumina tredecim ex Theonis traditione nõ minoribus uigilijs quàm labori
bus quibus per septẽniũ insudauimus, ex Græcia in Italiam deduximus, quibus labori
bus tandẽ uotu superatis, decreueramus. ut qui ex fluctuãti procellosoq; mari, portũ
quietũ cupit, nos alicui amœno studio emãcipare, animumq; hijs studijs fessum ad hu
maniora conuertere. Cupiebamus etenim illã sublimis Homeri poesim uidere. uim De
mosthenis suspicere, suauitatẽ Isocratis mira quadã sanctitudine mixtã gustare. Pynda
ricos fontes libare: Tũ illa rusticana Theocriti in præsentia in aliqua grata umbra æstu
anti corpori relegere. Quãdoquidẽ ut optime nosti in præsentia sol domũ est leoninã
ingressus, radijque ad rectos angulos procidũt. idq; propterea inferiora hæc uehemẽ
tius incendũt. Tamen habitus qui aut nunquam, aut difficulter a subiecto conuelli po

test

test dispositionē huiusmodi difflauit. factum nanq́ est ut cū me accingerē ut ipsius Euclidis opera seponerē, ecce ut euenire solet, ad manus ipsius Euclidis data peruenerūt. opus sane præter id quod iucūdum studentibus etiam necessariū, quādoquidē ex eo facillime datur intelligi, quod toties Euclides ipse in elementis datum appellat. Quod opus quoniā pulchrū, utile, necessariū, scitu iucundū, & quia ex his laqueis mathematicis me eximere, nescio, tum quoniam hucusq́ latinis ignotū extitit, latinū id a me propterea faciendum esse censui, tuoq́ nomini humanissime philosophe destinandum. Eo sane argumento ut meā erga te obseruātiam, amorēq́ singularē inde cognosceres. Tū quoniā cū hisce diebus triūuiratū. Rei. pu. patrocinatoriū ageres, magistratum sane in ciuitate grauissimū, a quo sicut uirtutes benignissime fouentur, sic uitia & scelera seuerissime uindicātur, quē cū per paucu los dies mira integritate, sed miranda te adeuntiū satisfactione exercueris, & adeo ut Brixiensiū præfectus omnium pene comitiorū suffragijs designatus extiteris, tu te meo patri nescio quali beralitate te me uel libenter cognoscere uelle dixisti. Cognosces igitur me, & quid tui uetustissimū mācipiū, quale uero quis nescit, ineruditū, indoctū, incultū, philosophū tamē. & eū qui diuini Platonis decreta auidissime sequi cupiat. ita tamē ut quādoq́ uelut trāsfuga & explorator castra philosophātiū petat. Sed quoniā si uelis binas lōge inæquales magnitudines cōponere id, inquā, haud facile factu tibi fuerit, nisi medius quidā sit, ppositus limes quo analogico medio extrema cōueniant, coalescant, seq́ mutuo pulsent. Nā si sexdecim ad quaternariū cōparare uolueris. quippe quoniā lōge distāt, medio indigent: octonario sane, ad quē eā sexdecim habēt, quā ipse ad quatuor habitudinē. duplā quidē. Sed quoniā bini dupli quaternariū cōficiūt, ex ea igitur analogia ipsorū sexdecim, ad octo, & octo ad quatuor. ea scatet rō quadrupla qua & sexdecim, & quatuor reuinciūtur. Quod cū ita sese habeat, cū mea paruitas tuæ magnitudini nulla ex parte cohereat, fuit igitur medium adhibendū, quo tibi uir clarissime fuisset satisfactū. & id sane q tuæ illi rarissimæ doctrinæ correspōderet. Data igitur ipsius Euclidis ea erūt quibus me cognosces. quibus meā erga te fidē, & obseruātiæ magnitudinem intueberis. Quæ cū in præsentia græca ueste reposita, latina induta sint, te petūt, te adeūt, te uir doctissime uidere gestiunt, tuoq́ sublimi iudicio comprobata, sub tuo nomine in manus studentiū uenire cupiunt. Tantū igitur hospitem philosophe præstantissime hilari fronte serenoq́ uultu accipies, & eo sane quo uiros doctos aspicere, & tibi beneuolentia deuincire soles. Verū quoniā priscorū fuit cōsuetudo ut maximos uiros absque munere adire nulli liceret, id propterea, tibi nō orientaliū gēmas: non Arabū munera uulgo præciosa, non id quod plures hominū preclarissimū bonū existimāt. aurū scilicet, nō id demū quod paruo tēporis interuallo exiguo nutu fortunæ euanescit afferimus. Id quoniā tibi tradere conamur quod ratissimum sit, idq́ propterea omni thesauro fœlicicisq́ Arabiæ ditissimis muneribus lōge preciosius. lōgeq́ preclarius, hæc igitur nostra tibi erūt tradita munera, quæ si talia fuerint, quæ tua excellēs doctrina amplexetur. tuū illud ferax ingeniū benigne foueat. Curabimus nostris laboribus. præclaris illorum ueterū operibus, & huic nostræ ætati ignotis nomen tuū illustrare, ut tu multis annis etiā post mortē uiuere possis. Sed hoc iam satis est, hoc libello, iam peruenimus usq́ ad umbilicū, lōgaq́ nimis ac inculta oratione, quæ ne quā par est prolixior euadat. iam te ad sublimē datorum doctrinā philosophe doctissime transmittā. Valeas æternū philosophantiū exemplar rarissimū. Venetijs. M. D. V. VIII. ID. Sextilis.

EVCLIDIS MEGARENSIS PHILOSOPHI PLATOnici mathematiciq́ præstantissimi Incipit liber Datorum ex traditione Pappi Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

Diffinitio prima.

DATA magnitudine dicūtur areæ lineæ, & anguli quibus æqualia possumus exhibere.

Diffinitio secunda.

Ratio dati dicitur cui eandem possumus exhibere.

Diffinitio tertia.

Rectilineæ figuræ speciē dari dicuntur, quarū anguli dati sunt ad unum, & laterum rationes adinuicem datæ.

Diffinitio quarta.

Positione dari dicuntur signa, lineæ, & anguli, quæ eundẽ semper locum obtinent.

Diffinitio quinta.

Circulus magnitudine dari dicitur, cuius quæ ex centro magnitudine datur.

Diffinitio sexta.

Positione magnitudineq; circulus dari dicitur, cuius centrũ positiõe datur, ea quæq; ex centro magnitudine.

Diffinitio septima.

Segmenta circuli magnitudine dari dicũtur. In quibus anguli dati sunt, & segmentorum bases magnitudine.

Diffinitio octaua.

Positione & magnitudine segmenta dari dicuntur, in quibus & anguli dati sunt magnitudine, & bases segmentorum positione & magnitudine.

Diffinitio nona.

Magnitudo magnitudine dato maior est, quando sublato dato, reliquũ eidẽ æquũ fuerit.

Diffinitio decima

Magnitudo magnitudine dato minor est, quando adiecto dato, totũ eidem æquum fuerit.

Diffinitio undecima.

Magnitudo magnitudine dato maior est quã in ratione, quãdo ablato dato reliquũ ad idem rationem datam habuerit.

Diffinitio duodecima.

Magnitudo magnitudine datu minor est quàm in ratione, quãdo apposito dato reliquum ad idem rationem habuerit datam.

Diffinitio decimatertia.

Producta est quæ à dato signo in positione rectam lineam acta recta linea in datum angulum, uel in datum signum.

Diffinitio decimaquarta.

Reducta quæ à dato signo ad positionẽ rectam lineã, recta linea in angulo dato acta est.

Diffinitio decimaquinta.

Appositione est quæ per datum signum positione rectæ lineæ parallelus acta est.

Interpres

Quoniam in eo uolumine ex quo Data huiusmodi transcripsimus, in latinumq; conuertimus, quod sane uetustissimũ est, nõn ullas adiectiões cõperimus, quæ licet breues & cõcisæ sint, quoniã ad datorũ intelligentiá plurimũ conferunt, ut sese habẽt sic eas sumus interpretati, studẽtes uero iudicabũt. Apud græcus id obseruatum, inquã. inuenimus, ue nõ omnes interpretatiões autorũ scribant aut cõficiant, sed hij tantũ qui inter autores nominari possint, ue fuerunt homerici & pyndarici interpretes, & alij plures uiri sane grauissimi in disciplinis humanioribus Iidẽ quoq; in physiologicis ut sunt interpretes Aristotelici, Ammonius, Alexander, Ioannes grã. Themistius, & Platonici, sic enã in mathematicis, ut Theon, Hypsicles, Pappus, Heron Alexandrinus, Proclus Lycius qui in Euclidẽ scripserũt. factũq; est id propterea ut apud Græcos nõ uideamus ista immensa nugarũ uolumina. quorũ nos latini pleni sumus. Videmus enim unũ quẽque autorẽ tribus & quatuor cõmentationibus esse nõ interpretatũ, sed laceratum, & adeo ut crebro studentes nesciãt ubi nã sit incipiendũ, quippe quoniã sunt adeo nugis & laruis nescio quibus obsiti, ut cæcutiẽtes in tenebris ambulent, illud, inquã. Horatianũ si unquã nũc mirũ in modũ uerũ est. nã scribimus indocti doctiq; poemata passim, nolim tamen detrahere famæ & autoritati. Seruij, Acronis. Porphyrij. Donati, Lactantij grauissimorum autorũ, qui linguã latinam illustrarũt, de illis uero alijs quid dicendum supersit ignoramus. Ecce etiã plurima uideas opuscula in grãmaticis composita quæ in eũ creuerunt numerũ ut studentes superauerint Miramur plurimum quod in hac nostra ætate tãta sit audacia. ut quasi Priscianus. Diomedes, Agretius, Phocas. Donatus, & alij autores grauissimi non satis exquisire ea quæ in grãmaticis erant dicenda conscripserint, nescio qui insurrexerint conantes ut suæ nugæ neglectis autoribus bonis legantur, & hijs assuescant adolescentes, qui hijs nugis cura præceptorum iudicio carentium studentes scholis ignorantissimi exeunt, sed hos iam missos faciamus cũ cuilibet audẽdi semper æqua fuerit potestas, redeamusq; ad rem nostram. Vbicũq; igitur in datorum theorematibus lector humanissime uidebis aliqua dicta per Scholium, ea omnia ex græcis adiectionibus sumpta esse censeto. Ea enim a græcis scholia nuncupãtur, quæ à nobis latine postilla dicuntur.

Scholium

Datorum aliqua positione at alia magnitudine data sunt Datum siquidem quadru pliciter dicetur, aut enim magnitudine, aut specie, aut ratione, aut positiõe dari dicitur: quid uero horũ unũquodq; significet, ipse Euclides docet. Cõiter aũt dicitur datum, cui idem inuenire & exhibere est possibile Datorum uero traditionem in plano uno positã accipimus, sicut in sex prioribus libris elementorum. Data sunt definita, hoc est quorũ finis datur aut intellectu aut sensu, hijs enim æqua possumus exhibere, similiter autem, siue intelligentia, siue sensu, potest autem rationale & irrationale datum esse. ut inquit Pappus in principio eorum quæ in Euclidem scripsit, rationale namq; Datum est: sed non omnino Datum rationale est, sed has tres diffinitiões ultimas de magnitudinibus aiunt esse Apollonij.

Theorema 1 Propositio 1

DAtarum magnitudinum ratio adinuicem datur.

Sint datæ magnitudines a, b, dico quod ipsius a ad b, ratio data est. Quoniam enim datur a, possibile est per primam diffinitionẽ ei æquam exhibere, exhibeatur & esto c Rursus quoniam data est b possibile est per eandem eidẽ æquam, exhibere, exhibeatur & esto d quoniam igitur a est æqualis ipsi c, & b ipsi d: est igitur sicut a ad c, sic est b ad d, uicissim per 16 quinti elementorum sicut a ad b, sic c ad d. ipsius igitur a ad b ratio data est, eadem namque eidem exhibetur ipsius c ad ipsam d.



Theorema 2 Propositio 2

SI magnitudo data ad aliam aliquam magnitudinem rationem datam habuerit, & eadem magnitudine datur.

Data, inquam, magnitudo a ad quampiam aliam magnitudinem b rationem habeat datam. Dico quod ipsa b magnitudine datur. Quoniã enim datur a possibile est eidem per primam diffinitionem eandem exhibere, exhibeatur at esto c. Et quoniam ratio ipsius a ad b datur, sic enim supponitur, & ei æqualem per 2 diffinitionem exhibere est possibile, exhibeatur, estoq; ipsius c ad ipsam d ratio, & quoniam est sicut a ad b sic est c ad d: uicissim igitur per 16 quinti element. est sicut a ad c, sic b ad d: æqualis autem est a ipsi c: æqualis igitur est & b ipsi d. Datur igitur per primam diffinitionem ipsa b magnitudo, æqualis siquidẽ ei exhibetur d.



Scholium

Hoc precedẽtis conuersum est quodammodo, sed non uniuersaliter id esse conuersum dicendum est, esset enim uniuersaliter id precedentis cõuersum si magnitudines inuicẽ rationem haberent datam, dantur magnitudine, nonnulli autem aggrediuntur ut ostendant esse conuersum precedentis, inquiuntq; quod si magnitudines aliquæ rationem adinuicem datam habuerint dantur magnitudine.

Theorema 3 Propositio 3

SI datæ magnitudines quæcunque compositæ fuerint, & ex ipsis compositum datum erit.

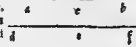
Componantur enim quælibet datæ magnitudines a b, b c. Dico quod & quod ex a b, b c hoc est ipsum a c conflatũ datum est. Quoniam enim datur a b possibile est per primam diffinitionem æqualẽ eidem exhibere: exhibeatur per eandem sitq; d e. Rursus quoniam datur b c, possibileq; est eidem eandem exhibere. exhibeatur per eandem & sit e f. Quoniã igitur æqualis quidem est a b ipsi d e & b c ipsi e f. Tota igitur a c toti d f, est æqualis per 2 communem sententiam. Datur igitur ipsa a c: eidem siquidem in eadẽ exhibetur d f,



Theorema 4 Propositio 4

SI à data magnitudine, data magnitudo auferatur, reliqua data erit.

A data siquidem magnitudine a b data auferatur magnitudo a c. Dico quod reliqua c b, data est. Quoniam enim datur a b, possibile est eidem æqualem exhibere, exhibeatur per primam diffinitionẽ & sit d f. Rursus quoniam datur a c, possibile est ei æquam exhibere, exhibeatur per eandem & sit d e. Quoniam æqualis est a b ipsi d f. & a c ipsi d e. reliqua igitur b c, reliquæ e f, est æqualis per tertiam cõmunem sententiam. Datur igitur b c, æqualis enim eidem exhibetur e f.



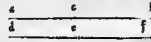
Scholium.

Et id theorema præcedentis quod minime est conuersum, proprie siquidem esset cõuersum, si data magnitudo in quascũq; diuisa fuerit, & unaquæq; earũ in quas diuiditur data est, quæ eidẽ eædẽ & adinuicem sunt eædẽ, hoc, inquã, patet in 11 quinti elemẽtorũ.

Theorema 5 Propositio 5

SI magnitudo ad sui partem aliquam rationem habuerit datã, & ad reliquam rationem habebit datam.

Magnitudo siquidem a b ad aliquam sui partem a c, rationem habeat datam, dico quod & ad reliquam b c, rationem habet datã, ponatur siquidem data magnitudo d f. & quoniam per primam propositionem ipsius b a ad a c, ratio data est, eadem eidem per 2 diffinitionẽ exhibeatur, ut ipsius d e ad d f. possibile enim est tribus datis magnitudinibus quartã proportionalem inuenire per 12 sexti elementorum. Ipsius igitur f d. ratio data est, data igitur est & f d. Igitur & d e, data est, & reliqua igitur e f, data est. Est autem & d f data. Ratio igitur ipsius d f. ad f e, data est. Et quoniam est sicut d f ad d e sic a b ad a c. Conuertendo igitur per corre. 18 quinti elemen. est sicut d f ad f e, sic a b ad b c. Ratio aũt ipsius d f ad f e, data est ut patuit Ratio igitur & ipsius a b ad b c, data est.



Theorema 6 Propositio 6

SI binæ magnitudines compositæ fuerint adinuicem rationem habentes datam, & tota ad ipsarum utranque rationem habebit datam.

Componantur enim binæ magnitudines a c. c b adinuicem datam rationem habentes. Dico quod tota a b ad utranque ipsarum a c, c b rationem datã habet, exponatur enim data magnitudo d e, & quoniã per primam propositionem ratiõ ipsius a c, ad c b data est, eadem fiat quæ ipsius d e ad e f ratio: data est autẽ utraque ipsarũ d e, e f data. Ratio igitur ipsius d e ad utrãq; ipsarũ d e, e f, data est. Et quoniã est sicut a c ad c b sic est d e ad e f. Cõponẽdo igitur per 18 quinti elementorum sicut a b ad b c, sic d f, ad f e, & conuertendo igitur per correlariũ, decimæoctauæ quinti elementorum sicut b a ad a c, sic d f, ad d e, & quoniam sicut d f, ad utranque ipsarum d e, e f. sic a b, ad utrãq; ipsarũ a c, c b. Ratio igitur & ipsius a b ad utranque ipsarum a c, c b data est.



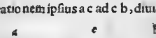
Scholium.

Datarum siquidem magnitudinum ratio inuicem datur, æquã enim ipsius d f, ad f e, exhibemus rationem.

Theorema 7 Propositio 7

SI data magnitudo in datam rationem diuisa fuerit, utrunq; segmentum datum est.

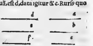
Data enim magnitudo a b, in datam rationem ipsius a c ad c b, diuidatur. Dico quod utrunq; segmẽtum & a c & c b datũ est: quoniam enim ratio ipsius a c ad c b data est, ratio igitur ipsius a b ad utrãque ipsarũ a c, c b data est. Data est a b data igitur utraque ipsarum a c, c b.



Theorema 8 *Propositio 8*

IAndem ad idem ratinnem datam habentia,& adinuicem ratio nem datam habebunt.

Habeat siquidē utraq; ipsarū a.c ad b rationē datā. Dico quod & a ad c, rationē babebit datā. Sit, inquā, data magnitudo d, & quoniā ratio ipsius a b data est, eadē eidē fiat quæ ipsius d ad e, Data, inquā, est d, data igitur & e. Rursꝰ quoniā ratio ipsius b ad c data est, eadē eidē fiat quæ ipsius e ad f, data est e, data igitur est & f. Est autē & d. data. Ratio igitur ipsius d ad f, est data. Et quoniā est sicut d ad e, sic a ad b, & sicut b ad c, sic est e ad f, sed ratio ipsius d ad f, data est, ratio igitur & ipsius a ad c data est.



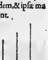
Scholium

Aequa est ratio sicut in 17 diffinitiōe & 22 propositiōe 5 ele. patet.

Theorema 9 *Propositio 9*

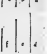
SI binæ aut plures maguitudines inuicē ratiouē habuerint datam, habuerint autē eædē magnitudines inuicē ad alias quasdam magnitudines rationes datas, neque easdem, & ipsæ magnitudines inuicem ratiotiem datam habebunt.

Binæ, inquā, siue plures magnitudines a, b, c adinuicem rationē habeāt datā, babeant aūt ipsæ a, b, c magnitudines ad alias quasdā magnitudines d, e, f, datas rationes, nō aūt easdē. Dico quod & ipsæ d, e, f magnitudines ad inuicē rationē datā babebunt. Quoniā ipsius a ad b, ratio est data, & ipsius a ad d, ratio est data, & ipsius igitur d ad b ratio est data. Sed ipsius b ad e ratio est data, & ipsius igitur d ad e, ratio est data Rursus quoniā ipsius b ad c ratio est data, ipsius autem b ad e, ratio est data, & ipsius igitur e ad c ratio data est Ipsius autem c ad f ratio est data, & ipsius igitur e ad f ratio est data, ipsæ igitur d, e, f, adinuicē rationem datam habent.



Scholium

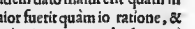
Si enim de substantia se babet ostensio quando boc fuit eadē, uel ratio propositarum ad aliquas contingentes magnitudines eadem, uel quod contingentes rationē babebūt datā, in hoc exercetur problema,



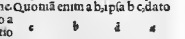
Theorema 10 *Propositio 10*

SI magoitudo magoitudine dato mainr fuerit quàm in ratione, & utraque eadem dato mainr erit quàm in ratione, & si utraq; eadē dato maior fuerit quàm io ratione, & reliqua eadē uel dato maior est quàm in ratiooe, uel reliqua cū consequenti ad quā altera ratiotiem habet datam, data est;

Magnitudo, inquā, a b magnitudine b c dato maior esto quàm in ratione, dicu quod & utraque a c, eadē c b, dato maior est quam in ratione. Quoniā enim a b, ipsa b c, dato maior est quàm in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b, ad b c, per 4 propositionem ratio est data, & cōponēdo per 18 quinti ele. & 5 datorū ipsius d c ad b c, rōō data est, & est data a d igitur ipsa d a ipsa c d dato maior est quam in rōne.



Rursus iam a c, ipsa c b, dato maior esto quàm in ratiōe. Dico quod & reliqua a b, eadē b c, aut dato maior erit quæ in ratione, uel ipsa a b cum consequenti ad eam ad quam ipsa b c, ratiotiem datam habet, data est. Quoniam enim a c, ipsa c b, dato maior est quā in ratione auferatut data magnitudo. Data iam aut ipsa a b, minor, aut maior est. Sit prius minor, sitq; a d, reliquæ igitur d c ad c b, ratio per 4 propositionē data est. Distribuendo igitur quod ipsius d b ad b c, ratio data est, per 7 propositionē estq; data ipsa a d. Igitur a b ipsa b c dato maior est q̄ in ratione Sed iam data maior esto ipsa a b, ponaturq; per diffinitionem primam datorum eidem æqualis a e. Ratio



Igitur reliquæ e c ad c b data est. Quare & econtra ipsius b c, ad e c, ratio data est, & conuertendo per correlarium 19 quinti elementorum ipsius b c ad b e, ratio data est, & est e b, cum ipsa b a, data. Tota enim a e, data est. Igitur b a, cum consequenti ad quam b, rationem datam habet, data est.

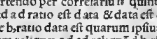
Scholium.

Hoc est componendo maior est quàm in ratione, sicut magnitudo 10 & altera magnitudo 11 data autem sit 3 & utraque 33, & ipsa 10 in ipsa c d, est data quàm in ratione. Auferantur sicut à data cap. 10 ad 20 data sicut nunc in secunda ratione & sicut in diffinitionibus dictum est, sicut magnitudo a b, per hyyothesim 33 magnitudine b c, existente per hypothesim 10 dato maior esto quàm in ratione. Sitq; data ad 33, si igitur ab ipsa a b, abscindis datū a d, hoc est 3 reliqua d c 20 ad b c 10 rationē habet datā. patuit autem in diffinitionibus, dato enim maior est quàm in ratiōe hoc patet, & manifestum quod & reliqua est, & tota a c, maior est dato quàm in ratione. Si enim æqualis extiterit data a b reliqua b c ad eandē b c, rursus datā habet rationem, possum siquidē eandē eidem exhibere, sicut in diffinitionibus. Datur siquidem e c, per 4 theorema, & quoniā datur utraque ipsarum c a, a e, & ipsarum adinuicem ratio datur, per primum theorema & ipsius a c ad c e. Sed ipsius a c, ad c b, sic ipsius b c ad c e. Quoniam enim est sicut a d ad d e, sic c d ad d b, & uicissim, per 16 quinti elemē. sicut a d ad d c sic e d ad d b. Et cōponēdo igitur, 18 quinti element. sicut a c ad c d, sic e b, ad d b, & uicissim per 16 quinti element. sicut a c ad e b, sic, c d ad d b: datur autem ipsius a d, ad d b, ratio. Datur igitur & ipsius a c ad e b, ratio. Sed potius cōcisius dicēdum est sicut unū antecedentiū ad unū sequentiū, hoc est sicut c d ad d b, sic omnia antecedentia, ad omnia sequentia, hoc est a c ad e b.

Theorema 11 Propositio 11

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & utraque dato maior erit quàm in ratione, & si eadem & utraque dato maior fuerit, quàm in ratione, eadē & reliqua dato maior igitur erit quàm in ratione.

Magnitudo enim a b ipsa b c dato maior sit quàm in rōne. Dico quod & ipsa a c. dato maior est quam in ratione. Quoniam enim a b ipsa b c, dato maior est quam in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b ad d c, ratio est data & econtra & componendo per 18 quinti elemen. & 4 datorum. Eadē eidem fiat, ipsius a d ad d e. Ratio igitur ipsius a d ad d e data est. Data est. a d, data igitur & d e. Quare per quartā propositionem reliqua e a data est. Est autem totius a c ad totam ratio, quare & ipsius e b ad a c. ratio est data & a e, data est. Igitur b a ipsa a c. dato maior est quam in ratione. Dico quod eadem a b reliqua b c, dato maior est igitur quam in ratione. Quoniam enim ab ipsa a c dato maior est quam in ratione. auferatur data magnitudo a e, reliquæ igitur e b ad a c, ratio data est Quare & ipsius a c hoc est econtra a d. e b, ratio est data. Eadem eidem fiat, ipsius a d ad e d, & ipsius d a igitur ad e d, ratio est data. Et conuertendo per correlariū 19 quinti ele. ipsius d a ad a e ratio est data, & econtra ipsius e a ad a d ratio est data & data est a e, data igitur & tota a d Et quoniam tota a c ad totam e b, ratio data est quarum ipsius a d ad d e, ratio data est, erit & per 19 quinti elementorum reliquæ c d ad reliquā d b ratio data Et distribuendo per 7 propositionē ipsius c b ad b d, ratio est data. Quare & ipsius d b, ad b c, ratio est data. ipsa enim d a data est. igitur a b ipsa b c maior est dato, quam minor.



Scholium

Quoniam enim est sicut a c ad e b, sic ablata a b ad ablatam d e, & reliqua igitur c d ad d reliquam d b est sicut a c ad e b, per 19 quinti elementorum: data autem est ipsius a c ad e b, ratio data igitur & ipsius c d ad d b.

Theorema 12 Propositio 12

SI fuerint tres magnitudines, & prima cum secunda data fuerit, fuerit autem & secunda cum tertia data, prima tertiæ aut est æqualis uel altera dato maior est.

Sint tres magnitudines a b, b c, c d, & a b cum b c, data sit ut a c; At b c cum c d, data sit ut

d b

d b. Dico quod a b ipsi c d, aut est æqualis, uel altera altera dato maior est. Quoniã enim data est utraque ipsarũ a c, b d. Data iam aut sunt æqualia aut inæqualia. Sint primũ æqualia, æqualis igitur est a c ipsi b d, communis auferatur e b, reliqua igitur a b reliquæ c d est æqualis. Non sint autem æqualia, sed esto maior a c, ipsa b d & ipsi b d, exhibeatur æqualis c e, per 2 primi elemen. Ipsa b d, data est, data igitur est & c e, est autem & tota a c, data, & reliqua a e, data est. Et quoniam æqualis est c e ipsi b d, communis auferatur b c, reliqua igitur b e, reliquæ c d est æqualis. Est aũt data a e. Igitur a b ipsa c d, dato maior est.



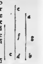
Scholium.

Si autem maior fuerit b d ipsa a c dato a c æquum aũt quod ex b & eadem efficiẽtes demõstrabimus, quod c d ipsa a b dato maior est, hoc enim patuit in prima, uel altera altera dato maior est.

Theorema 13 *Propositio 13*

S I fuerint tres magnitudines, & prima ad secundam rationẽ habuerit datam, secunda uero tertia dato maior fuerit quàm in ratione, & prima tertia dato maior erit quæ in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e & ipsa quidem a b, ad c b. rationem habeat datam, at c d ipsa e dato maior sit quàm in ratione. Dico quod & a b ipsa e dato maior est quam in ratione. Nam quoniã c d ipsa e dato maior est quam in ratione: auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur d f, ad e ratio data est, & quoniam ipsius a b ad c d, ratio data est, eadẽ eidem fiat quæ ipsius a g ad c f, data. Data est c f, data igitur. & a g & reliquæ g b ad reliquam f d, ratio data est, & ipsius d f ad e ratio data est. & ipsius g b ad e igitur ratio data est. Est autem data a g. Igitur ipsa e dato maior est quã in ratione.



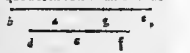
Scholium.

Si enim fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquũ ad reliquũ erit sicut totum ad totum. sicut patet per 19 quinti elemen. & in diffinitionibus, componitur enim dato quod maior sit quam in ratione.

Theorema 14 *Propositio 14*

S I binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, appositaq; fuerit earum utrique data magnitudo, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera maior est quàm in ratione.

Binæ siquidem magnitudines a b, c d, adinuicẽ rationẽ habeant datam, & apponatur earũ utrique data magnitudo hoc est a e, & c f. Dico quod totæ e b, f d: adinuicẽ aut rationem habent datam, uel altera altera, dato maior est quam in ratione. Nam quoniam data est utraque ipsarum e a, c f. Ratio igitur ipsius e a ad c f, data est, & siquidem eadem quæ ipsius a b ad c d igitur & totius e b ad totam f d, ratio est data. Non autem sit eadem. Fiatque sicut a b ad c d sic g a ad c f. Ratio igitur & ipsius g a ad c f, data est. Data aũt est f c. data igitur & g a & ipsius f c ad g a, ratio data est. Et reliqua igitur e g, data est. Estq; sicut a b ad c d, sic g a ad f c Ratio igitur ipsius g a ad f c est data. Data autem & f c. Data igitur est & g a. Est autem & e a data. & reliqua igitur e g, data est. Et quoniã sicut a b ad c d, sic g a ad f c, ratio igitur ipsius g b ad f d, data est. Est autẽ data & e g. Igitur e b ipsa f d, maior est dato quam in ratione.



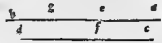
Scholium

Si uero efficiemus sicut a b ad c d, sic a e, ad id quod ex c, sicut in 7 inuenietur f d ipsa e b. dato maior quàm in ratione.

Theorema 15 *Propositio 15*

S I binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, & auferatur ab earũ utraq; data magnitudo, reliquæ adinuicẽ aut rationẽ

rationem datam habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Binæ nãq; magnitudines a b, c d, adinuicẽ rõnẽ habeant datã, auferaturq; ab earũ utraq; data magnitudo, ab ipsa. inquã, a b ipsa a e, ab ipsa uero c d ipsa c f. Dico quod & reliquæ e b, f d, adinuicẽ aut rationem habebunt datam, uel altera altera dato maior est quàm in ratione. Nã quoniã utraq; a e, c f, data est, ratio igitur ipsius a e ad c f, data est, per primã propositionẽ. Et siquidem eadem est ei quæ ipsius a b ad c d, erit & reliquæ e b, ad reliquã f d. ratio data Non sit autem eadẽ fiatque sicut a b ad c d, sic a g ad c f. Ratio autẽ ipsius a b, a d c d, data est. Ratio ipsius igitur a g, ad c f data est. Data igitur est & a g. Est aũt & a e, data. Et reliqua igitur e g data est. Et quoniã est sicut a b ad, c d, sic est a g, ad c f. Reliquæ igitur g b, ad reliquã, f d ratio data est. Est autẽ data e g. Igitur e b, ipsa f c, datu maior est quam in ratione.

Scholium.

Hoc conuersum est quodammodo præcedentis, ostendens, q; si appositæ fuerint datæ magnitudines, eis datam habent rationem, nunc uero auferatur eadem ab eisdem idem ostendit.

Theorema 16 Propositio 16

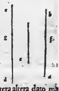
SI binæ magnitudioes inuicem rationem habuerint datam, & sub una earum data magoitudo auferatur, alteri uero earum data magnitodo apposita fuerit, tota dato maior est quàm in ratione.



Binæ siquidem magnitudines a b, c d, rationem habeant datam, & ab ipsa c d data auferatur magnitudo, ipsi uerò a b data apponatur magnitudo fa. Dico quod tota f b tota e d, dato maior est quàm in ratione Nam quoniam ipsius a b ad c d, ratio data est, eadem eidem fiat hoc est ipsius a g ad c e. Igitur ipsius a g ad c e ratio data est. Data autẽ est c e, data igitur & a g. Est autẽ & a f data Tota igitur f g, data est per 3 propositionẽ. Et quoniã est sicut a b ad c d sic est a g ad c e, & reliquæ g b, ad reliquã e d, ratio est data per 19 quinti elemẽtorum. Et g f data est. Igitur f b ipsa e d dato maior est quam in ratione.

Theorema 17 Propositio 17

SI fuerint tres magnitudines, & prima secũda dato maior fueriot quàm in ratione, fuerit autem & tertia eadem dato maior quàm in ratiooe. prima ad tertiam aut datam rationem habebit, uel altera altera dato maior erit quam in ratione.



Sint tres magnitudines a b, c, d e. & utraque ipsarum a b, d e, ipsa c dato maior esto quàm in ratione. Dico quod ipsæ a b, d e, aut adinuicem datam habent rationẽ, uel altera altera dato maior est quàm in ratiõe. Auferatur data magnitudo d g. Reliquæ igitur g e ad c, ratio est data. Id propterea iam & ipsius f b ad c, ratio est data. & ipsius f b ad g e, igitur rõ est data, & eis apponuntur datæ magnitudines a f. d g. Totæ igitur a b, d e, adinuicem uel rationẽ habẽt datam, uel altera altera dato maior est quàm in ratione.

Theorema 18 Propositio 18

SI fuerint tres magnitudioes, una autem earum utraque reliquarum dato maior fuerit quam io ratione, binæ reliqoæ adinuicem aut ratiooem datam habebunt, uel altera altera dato maior erit quam io ratiooe.

Sint tres magnitudines a b, c d, e f, earum uero una c d, utraque reliquarum a b, e f, dato

to maior sit quàm in rõne. Dico q ipsa a b, ad e f, aut rationem habet datam, uel altera altera dato maior est quàm in ratione. Nam quoniam c d ipsa a b, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo c g. Reliquæ igitur g d ad a b, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius c g ad a h. Ratio igitur ipsius c g ad a h data est. Data autem est c g data igitur, & a h & totius c d ad totam h b, ratio est data. Rursus quoniam c d ipsa e f, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo c k. Reliquæ igitur k d ad e f ratio data est, eadẽ eidem exhibeatur quæ ipsius c k ad l e. Ratio igitur & ipsius c k, ad l e, data est. Data autem c k, data igitur & l e, & totius c d ad totum l f ratio est data. Ipsius autem c d ad h b, ratio est data. Et ipsius h b, igitur ad l f, ratio est data. Et ab ipsis datæ auferuntur magnitudines h a, l e. Ipsæ igitur a b, e f, aut adinuicem rationẽ habebũt datam, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Theorema 19 Propositio 19

SI fuerint tres magnitudines, & prima secunda data maior fuerit quàm in ratione, fuerit autem & secunda tertia dato maior quam in ratione, & prima tertia dato maior igitur erit quã in ratione.

Si tres magnitudines a b, c d, e, & a b ipsa c d, dato maior esto quàm in ratione, & c d, ipsa e dato maior esto quàm in ratione. Dico quod & a b ipsa e dato maior est quàm in ratione: nam quoniam c d, ipsa e, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur f d ad e, ratio est data. Rursus quoniam a b ipsa c d, dato maior est quam in ratione, auferatur data magnitudo a g. Reliquæ igitur g b, ad c d, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius g h ad c f. Ratio igitur ipsius g h ad c f data est. Data autem est c f, data igitur est & g h, est autem & g h data, & tota igitur h a, data est. Et quoniã est sicut g b ad c d, sic est, g h, ad c f, & reliquæ h b ad reliquam, f d ratio dara est. Ipsius aũt f d. ad e, ratio est data, & ipsius h b. igitur ad e, ratio est data, & data est b a. Igitur b a ipsã e, dato maior est quam in ratione.



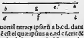
Aliter.

Sint tres magnitudines a b, c, d, & a b ipsa c dato maior sit quàm in ratione. & c ipsa d. dato maior sit quã in ratione. Dico quod & a b ipsa d, dato maior est quã in ratione. Quoniã a b ipsa c dato maior est quã in ratione, auferatur data magnitudo a e. Reliquæ igitur e b ad c ratio est data per 4 ppositionẽ. At c ipsa d, dato maior est q̃ in ratiõe, & e b igitur ipsa d, dato maior est quàm in ratione. Auferatur igitur data magnitudo e f. Reliquæ igitur f b ad d, ratio est data per eandem, At a f, data est, & a b igitur ipsa d, dato maior est quam in ratione.



Theorema 20 Propositio 20

SI fuerint binæ magnitudines datæ ab eisdemq́; ablatæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, reliquæ adinuicẽ aut datã rõnẽ habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Sint binæ magnitudines datæ a b. c d. & ab ipsis a b, c d auferãtur magnitudines a e. c f, rationẽ adinuicẽ habẽtes datã, dico q ipsæ e b, f d. adinuicẽ rõnẽ datã habẽt, uel altera altera dato maior est q̃ in rõne. Nã quoniã utraq; ipsarũ a b, c d. data est. Ratio igitur ipsius a b ad c d, data est, & siquidẽ eadẽ est ei quæ ipsius a e, ad c f, erit & reliquæ e b ad reliquã f d, ratio data. Non sit iam eadem, fiatq; sicut e a, ad c f, sic a g, ad c d. Ratio autem ipsius a e ad c f, est data. Ratio igitur ipsius a g ad c d, data est. Data autem c d, data igitur & a g. Est autem & a b recta linea data, & reliqua igi-

tur g b.data est,& quoniam est sicut a e ad c f,sic est a g ad c d,& reliquæ g e,ad reliquā f d ratio est data.Data autem est g b,igitur e b,ipsa f d,dato maior est quam in ratione.

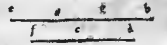
Scholium

Quoniam enim est sicut a e ad c f,sic est a g,ad c d,manifestum quod & reliquæ e g ad reliquam. f d,ratio data per 19 quinti elementorum & in alijs eiusmodi per scholiū maxime decimi theorematis.

Theorema 21 Propositio 25

SI fuerint binæ magnitudines datæ,eisdemq; appositæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam babentes, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint binæ magnitudines datæ a b,c d,apponanturque eisdem magnitudines,e a,c f, rationem babentes datam adinuicem.Dico quod & totæ e b.f d.adinuicem rationem habebunt datā:uel altera dato maior est quàm in ratiōe Quoniā enim data est utraq; ipsarum a b,c d.Ratio igitur ipsius a b ad c d.per primam propositionem data est & si quidem eadem est ei quæ ipsius a e ad c f erit,& totius e b ad totam f d ratio data est. Si autem nō fiat sicut a e, ad c f,sic g a ad c d.Ratio igi ipsius g a,ad c d,data est.Data autē est c d,data igitur est & g a Est autem & a b data,& reliqua igitur g b data est.Et quoniam est sicut e a,ad c f,sic est a g, ad c d,& totius e g,ad totam f d,ratio est data,& data est g b,igitur e b,ipsa f d,dato maior est quam in ratione.



Theorema 22 Propositio 26

SI binæ magnitudines ad aliquam magnitudinem rationem datam habuerint, & utraque ad eandem rationem habebit datam.

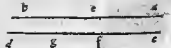
Binæ siquidem magnitudines a b.b c,ad aliquam magnitudinem d rationem habeant datam.Dico quod & utraque a c ad eandem d rationē habet datam.Quoniam utraq; ipsarum a b,b c.ad d, rationem habet datam:ratio igitur & ipsius a b ad b c data est.Et componendo per 17 quinti elementorum ipsius a c ad c b.ratio est data:ipsius autem b c ad d ratio est data,& ipsius a c.igitur ad d ratio data est.



Theorema 23 Propositio 27

SI totum ad totum rationem habuerit datam, habuerint autem partes ad partes rationes datas,non autem easdem,& omnia ad omnia rationes datas habebunt.

Habeat enim totum a b ad totum,c d.datam rationem , habeant autē & a e,e b, partes ad c f,f d,partes datas rationes,nō autem easdem.Dico quod & omnia ad omnia rationes habebunt datas. Quoniam enim ipsius, a e, ad c f,ratio data est,eadem eidem fiat ipsius a b ad c g. Ratio igitur & ipsius rectæ lineæ a b,ad c g.rectā lineam data est. Erit & reliquæ e b,ad reliquam f g, ratio data ipsius aūt e b ad f d,ratio data est. Et ipsius f d ad f g,ratio data est per 19 quinti elemētorum,& conuertendo per correlarium eiusdem ipsius f d,ad d g,ratio data est.Et quoniam ratio ipsius b a ad utrunque ipsorum d c,c g,data est,& ipsius d c,igitur ad c g ratio est data.& conuertendo per idem correlarium & ipsius c d,ad d g,ratio est data Sed ipsius d c ad d f,ratio est data,& ipsius c d,igitur ad d f,ratio est data : quare & ipsius c f,ad f d,ratio est data,Sed ipsius quidem c f, ad a e,ratio est data,ipsius autem f d,ad b e ratio est data Quare omnium ad omnia ratio data est.



Scholium

Receptum siquidem est quod ipsius c f ad f d,ratio data est, ponitur autem & ipsius e b

ad f d:

ad f d, ratio data & ipsius igitur c f, ad e b, ratio est data per 8 propositionē. Rursus quoniam ipsius a e, ad e b, ratio data demonstratur, ponitur autem & ipsius e b, ad f d, ratio data, & ipsius igitur e a, ad f d, ratio est data, per 8 propositionē, & quoniam a e, e b, adinuicem rationem habent datam, & totum a b, ad utrunq; ipsorum a e, e b, rationem habet datam. Quare & similiter & c, ad utranq; ipsarum e f, f d, rationem habet datam. Et quoniam a b, ad c d, rationem habet datam: habet autem & c d, ad utranq; ipsarum c f, f d, rationem datam & a b, igitur ad utranque ipsarum c f, c d, rationem habet datam. Quare omnia ad omnia rationes habēt datas.

Theorema 24 Propositio 24.

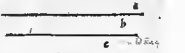
SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima uero ad tertiam rationē habuerit datam, & ad secundā rationē habebit datam.

Sint, tres rectæ lineæ proportionales a b c, sicut a ad b, sic b ad c. At a ad c, rationem datam habeat. Dico q; & ad b, rationem habebit datam, extendatur enim data recta linea d, & quoniā ratio ipsius a ad c, data est. Eadem eidem fiat ipsius d ad f. Igitur ipsius d ad f, ratio data est. Data autem est d, data igitur est & f, accipiatur per 13 sexti elementorū ipsorum d f, media proportionalis e. Igitur per 17 eiusdem quod sub d f, æquum est ei quod ex e. Sed quod sub d f, datum est, utraq; enim earum data est. Datum igitur & quod ex e. Est autem & d data. Ratio igitur ipsius d ad e, data est. Et quoniam est sicut a ad c, sic est d ad f. Sed sicut a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c, sicut autē d ad f, sic quod ex d ad id quod sub d f. Sicut igitur quod ex a, ad id quod sub a c, sic quod ex d, ad id quod sub d f. Sed ei quidem quod sub a c, æquum est id quod ex b per 17 sexti element. ipsæ a b c, sunt proportionales. Ei autē quod sub d f, æquū est id quod ex e per eandem. Sicut igitur id quod ex a, ad id quod ex b, sic quod ex d, ad id quod ex e, & sicut igitur a ad b, sic d ad e. Ratio autem ipsius d ad e data est. Ratio igitur ipsius a ad b data est.



Aliter idem.

Quoniam ratio ipsius a ad e data est, sicut autem a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c. Ratio igitur ipsius a ad id quod sub a c data est. Et autem quod sub a c æquum est id quod ex b. Ratio igitur eius quod ex a, ad id quod ex b data est. Quare & ipsius a ad b, ratio data est: utriq; siquidem ipsarū a b, æquas exhibuimus in proprio cuilibet quadrato.



Scholium.

Quoniam didicimus in diffinitiōibus, rectilineas figuras specie dari, quarum anguli dati sunt, & laterū rationes adinuicem sunt datæ, si efficimus parallelogrammū a b c d, rectangulum æquum habens d, ipsi a b. habemus siquidem angulorum unumquenq; datum, quoniam recti sunt, omnis enim rectus angulus datur, rectus siquidem à recto non differt, sicut patet per quartum postulatum, & manifestum quod rationes laterū sunt datæ. Ratio siquidem ipsius a b, ad b c, datur. Quoniam & ipsius d ad f, ratio datur, ac per hoc quod sub d f, datur.



Theorema 25 Propositio 25

SI binæ rectæ lineæ positione datæ sese inuicem secuerint, signū in quo sese inuicem dispescunt positione datur.

Binæ, inquam, lineæ positione datæ a b, c d, sese inuicem secent in e, dico quod datum est e, signum. Si autem non intercidet e, signū: intercidet igitur & unius ipsarū a b, c d, positio, non intercidit autem. Datum igitur est signum e.

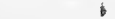


Theorema 26 Propositio 26

SI rectæ lineæ fines fuerint dati positione, datur ipsa recta linea positione & magnitudine.

Rectæ siquidem lineæ a b fines a b dati sint positione. Dico quod ipsa a b positiōe & magnitudine datur. Si enim manēte a intercidet ipsius a b rectæ

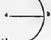
lineæ aut positio, aut magnitudo. Intercidet & b signum, nõ intercidit autem. Datur igitur a b, recta linea positione & magnitudine.



Theorema 27 Propositio 27

Si rectæ lineæ positione & magnitudine datæ unum extremum datum fuerit, & alterum dabitur,

Rectæ siquidem lineæ a b positione & magnitudine datæ unum extremum a datum sit. Dico quod & b datum est. Si enim manente a signo intercidit signum b, incidit igitur & ipsius a b rectæ lineæ aut positio aut magnitudo, non intercidit autem. Datum igitur est b signum, & centro a, interuallo uero a b, per tertiũ postulatum circunferentia describatur c b d, positione igitur est ipsa c b d, positiõe autem & ipsa a b, recta linea. Datum igitur est & b signum.



Scholium.

Siquidẽ enim b signũ aut introrsum aut exterius intercidit, igitur recta linea magnitudine data non est. si autem intercidit, aut supra aut infra nec positione data est igitur.

Theorema 28 Propositio 28

Si per datum signum ad positione datam rectam lineam linea acta fuerit datur quæ acta est positione.

Per siquidem datum signum a ad positione datam rectam lineam b c, recta linea agatur d a e. Dico quod ipsa d a e, positione datur, si autem non manente signo a intercidit ipsius d a e, positio permanente b c parallelo Intercidat, & esto f a g, parallelus igitur est c b ipsi f a g, sed b c ipsi d a e, est parallelꝰ, & d a e igitur ipsi f a g parallelus est. Sed est coincidens quod est absurdum. Ipsius igitur d a e, positio non intercidit, positione igitur est ipsa d a e.



Theorema 29 Propositio 29

Si additione data recta linea fuerit, ad signumque in ea datum recta linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta positione datur.

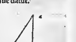
Additione siquidẽ recta linea a b, & ad signũ ad eam datum c, recta excitetur linea c d angulum datum efficiens eum qui sub b c d. Dico quod ipsa c d, est positione data Si autem non manẽte signo c intercidit ipsius c d positio seruans ipsius b c d, anguli magnitudinem. Intercidat & sit c e, æquus igitur est angulus qui sub d c b, ei qui sub e c b. minor maiori quod est absurdum. Nõ intercidit ergo ipsius d c, positio, positione igitur est ipsa c d.



Theorema 30 Propositio 30

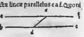
Si à dato signo in positione datam rectam lineam, linea acta fuerit datum efficiens angulum acta positione datur.

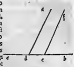
A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c recta agatur linea a d. datũ efficiens angulum sub a d c. Dico quod positione est ipsa a d, Si autem non manẽte a signo intercidit ipsius a d. positio, seruãs ipsius a d c anguli magnitudinem, intercidat & esto a f Aequus igitur est qui sub a d c angulus ei qui sub a f c maior minori, quod est alienũ. Non intercidit igitur ipsius a d, positio, positione igitur est ipsa a d.



Aliter idem.

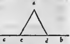
Excitetur per 31 primi elemen. ab a signo ipsi b d c, rectæ lineæ parallelus e a f. Quoniam igitur per datum signum a ad positione datā rectam lineam b d c, recta linea acta est e a f, igitur per 28 propositionem ipsa e a f. positione datur, & quoniam parallelus est e a f, ipsi b d c, & in eas incidit d a: æqualis igitur est per 29 primi elementorum angulus e a d angulo a d c. Datus igitur est & qui sub e a d. Quoniam igitur additione data recta linea e a f, & ad signum in ea datū a recta excitatur linea a d, datum efficiens angulū, igitur per uigesimānonā propositionē positione est ipsa a d. Assumatur in ipsa b c, datum signum e & per e signū ipsi a d, per 31 primi elementorum parallelus excitetur e f, quoniam parallelus est f e, ipsi a d, & in eas incidit b e d, Aequus igitur est per 29 primi elementorum qui sub f e d, angulus ei qui sub a d c. Datus igitur est & qui sub f e c, Quoniam igitur additione data recta linea b c & ad datū in ea signum e linea excitata est e f, datum efficiens angulū f e c, igitur per 29 propositionem positione data est ipsa e f. Quoniam per datū signum a ad positione datam rectam lineā d c linea excitatur a d, igitur per 28 propositionem positione est ipsa a d.





Aliter.

Assumatur in b c, contingens signum e. cōnectaturque e a, quoniam a signum: datum est igitur per 26 propositionem ipsa a e positione data est, positione autem & b c. Quoniam enim utraque ipsarū a e, b c, rectarū linearū positiōe datur. Datur qui sub a e d, angulus magnitudine, sicut in diffinitionibus, possumus enim eidem æquum exhibere. Datus igitur est qui sub a e d angulus, est aūt & qui sub a d e angulus datus, & reliquus igitur qui e a d. datus est Quoniā igitur additione data recta linea e a & ad signū in ea a, recta excitatur linea a d datum efficiētus angulum eū qui sub a e d, positione igitur est per 29 propositionem ipsa a d.



Theorema 51 Propositio 51

Si à dato signo in positiōe datam rectam lineam, recta linea proiecta fuerit data magnitudine, datur etiam positione.

A dato enim signo a in positiōe datam rectam lineam b c recta excitetur linea d a, data magnitudine. Dico quod etiam positione datur. Centro siquidem a interuallo uero a d. per 3 postulatū circulus describatur e d f. positiōe igitur est. per 6 diffinitionē ipse circulus d f. Datur siquidem a cētrū positione, & quæ ex centro a d magnitudine, positione autē & b c. recta linea. Si uero binæ lineæ positiōe datæ sese inuicem secuerint, datur per 25 propositionem signum in quo se dispescūt positione Est autem & a datum, igitur per 26 propositionē positione datur ipsa a d.



Theorema 52 Propositio 52

Si in parallelas positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datos efficiens angulos, acta magnitudine datur.

In parallellas enim positiōe datas rectas lineas a b c d, recta agatur linea e f. datos efficiens angulos sub b e f, & e f d. Dico quod ipsa e f, magnitudine datur. Assumatur enim in c d. datum signum g, & per g ipsi e f, per 31 primi elemento. parallelus excitetur g h. Quoniam igitur parallelus est g h ipsi f e, & in eas recta cecidit linea c d, æquus est igitur per 29 primi elementorum angulus e f d, angulo h g d. Datus autem est qui sub e f d



datus igitur est & qui sub h g d. Quoniam igitur additiõe data recta linea c d. & ad in ea datum signum g recta linea excitatur g h datum efficiens angulũ h g f. Igitur per 29 propositionem ipsa g h positione datur, positione autem & a b. Datum igitur est h signum, est autem & g. Data igitur est g h, magnitudine per 26 propositionem, & ipsi e f est æqualis. Data igitur est e f magnitudine.

Theorema 53 Propositio 53

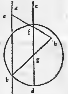
SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit magnitudine data, angulos efficiet datos.

Si in parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, recta linea excitetur e f magnitudine data. Dico quod angulos datos efficiet sub b e f, e f d, assumatur enim in ipsa a b datum signũ g & per g ipsi e f, per 31 primi ele. parallelus excitetur g h. æqualis igitur est e f ipsi g h. Data autem est e f magnitudine. Data igitur est & g h Estq; g datũ. Cẽtro igitur g, interuallo uero g h, circulus descriptus erit positiõe Describatur sitq; k b l, positiõe igitur est circulus k h l, positiõe aũt & c d, datũ igitur & h signum, est aũt & g datum positione, igitur est ipsa g b per 26 propositionem, positiõe autem & c d. Datus igitur est qui sub g b d angulus & ei est æquus qui sub e f d. Datus igitur est & qui sub e f d, & reliquus igitur qui sub f e b, datus est.



Aliter.

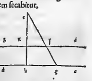
Assumatur in c d datum signum g ponaturq; per 2 primi elemen ipsi e f, æqualis g d, & centro quidem g spacio uero g d, per 3 postulatum circulus describatur d b, positiõe igitur est ipse b d circulus. Datur siquidem eius cẽtrũ positione & quæ ex centro magnitudine, positione autem & a b. Datum igitur est b signum, est autem & g datum positione igitur est ipsa b g, per 26 propositionem, positiõe autem & c d. Datus igitur est qui sub b g d angulus. Et siquidem parallelus est e f, ipsi g b erit, & qui sub e f g, angulus dat9: quare & reliquus qui sub f e b angulus datus est. Si autem non concurrunt ipsæ e f. b g in h. Quoniam æqualis est e f ipsi d g hoc est ipsi g b & parallelus est e b ipsi f g, æqualis igitur est f b ipsi h g. Quare & angulus qui sub h g f, ei qui sub h f g, est æqualis. Datus autẽ qui sub h g f. Datus igitur & qui sub g f h, quare & consequens qui sub g f e, datus est, & reliquus qui sub f e b, datus est.



Theorema 54 Propositio 54

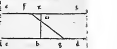
SI in parallelos positione datas rectas lineas à dato signo recta linea acta fuerit, in datam rationem secabitur.

Si in parellelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, à dato signo e, recta excitetur linea e f g Dico quod ratio ipsius e f ad f g, data est, excitetur enim per 11 primi elemento. ab ipso e signo in c d perpendicularis e k h. Quoniam à dato signo e in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitata est e h, datum efficiẽs angulum sub e h g. Igitur per 29 propositionem ipsa e h positione datur, positione autem & utraque ipsarum a b. c d. Datum igitur est utrunque ipsorum k h Est autem & e datum. Data igitur est utraque ipsarum e k, k h. Ratio igitur ipsius e k ad k h, per primã propositionem data est. Estque sicut e k, ad k h sic e f ad f g. Ratio igitur ipsius e f ad f g data est.



Aliter.

In parallelos siquidem positione datas a b, c d, à dato signo e, recta linea agatur f e g. Dico quod ipsius g e ad e f ratio data est: excitetur siquidem ab e signo per duodecimam primi elementorum in ipsam c d, perpendicularis e h, & extendatur in k. Quoniam à dato signo e, in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitatur e h. datũ efficiens angulum qui sub e h g, positione igitur est ipse h e a, positione autem & utraque ipsarum a b, c d. Datum igitur est utrunque ipsorum h k signorum, est autem & e datum. Data igitur est utraque ipsarum h e, e k. Ratio igitur ipsius h e ad e k data: sicut autem h e, ad e k, sic g e, ad e f. Ratio igitur & ipsius g e ad e f data est.



Theorema 35 Proposítio 35

Si à dato signo in positione datã rectam lineam, recta linea acta fuerit & secta fuerit in datam rationem, & per sectionem ad positionem datam rectã lineam recta linea acta fuerit, datur acta positione.

A dato siquidem signo a in positione datam rectam lineam c b, recta linea agatur a d seceturque per præcedentem in datam rationem ipsius d e, e a. Exciteturque per trigesimamprimã primi elemen. per e signum ipsi b c parallelus f e g. Dico quod positione est ipsa f e g. Excitetur enim per duodecimam primi elemẽtorum ab ipso a in ipsam b c, perpendicularis a b, quoniã à dato signo a in positiõe datam rectam lineam b c, recta excitatur linea a h. datũ efficiens angulum qui sub a h d, positione igitur est per trigesimamprimam propositionẽ ipsa a h, positione autem & b c. Datum igitur h signum. Est autem & a datum. Data igitur est per trigesimamsextam propositionẽ & a b. Et quoniam ratio ipsius d e ad e a, data est: sicut autem d e ad e a, sic h k ad k a. Ratio igitur & ipsius h k ad k a, data est. Componendo igitur per decimamoctauã quinti elementorũ ratio ipsius h a ad a k, data est, dara autem ipsa h a, data igitur & a k. Sed & positione, estque a datum, datum igitur & k. Quoniã igitur per datum signum k, ad positione datam rectam lineam b c, recta linea excitatur f g, positione igitur est & f g.



Theorema 36 Proposítio 36

Si à dato signo in positione datam rectam lioeam recta linea acta fuerit, proiectáque fuerit eidem aliqua recta linea rationem habens ad eandem datam, ac per proiectæ finem ad positione datam rectam lineã linea acta fuerit, datur acta positiooe.

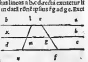
A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, & apponatur ipsi a d, ipsa a e, rationem habens ad a d datam, ac per e, per 31 primi elemen. ipsi b c parallelus excitetur f k. Dico quod positione est ipsa f k. excitetur per duodecimam primi elementorum ab ipso a in b c, perpẽdicularis a h, extendaturque in g. Quoniã à dato signo a in positione datam rectam lineam b c, recta excitata est linea a h, datum efficiens angulum a h c, positione igitur datur per 31 propositionem b a g, positione autem & h c. Datum igitur est h signum, est autem & a datum. Data igitur est ipsa a h per 26 propositionem. Et quotiam ratio ipsius d a ad a e, data est, sicut autem d a, e, sic h a, ad a g. Ratio igitur & ipsius h a ad g, data est, data autem h a Data igitur & a g, sed & positione, estque a datum, datum igitur & g. Quoniam igitur per datum signum g ad positiõe datã rectam lineam b c, recta excitatur linea f g k, positione igitur est per 28 propositionem ipsa f g k.



Theorema 37 Propositio 37

SI in parallelos positiõe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, sectaq́ꝫ fuerit in ratiõe data, ac per sectionẽ ad positiõe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datur acta positione.

In parallelos enim positiõe datas rectas lineas a b, c d, recta excitetur linea e f. & secetur per 34 propositionẽ in datā rõnẽ ipsius f g ad g e. Excitetur p 31 primi ele. per g utriq́ꝫ ipsarũ a b, c d parallelus h k Dico q̃ positiõe est ipsa h k. Assumatur enim in ipsa a b, datũ signũ l & per 11 primi ele ab ipso l excitetur in c d perpẽdicularis l n. Quoniã à dato signo l in positiõe datã rectã lineam c d, recta linea excitatur l n, datũ efficiẽs angulũ l n d, positiõe igitur per 28 propositionẽ est ipsa l n, positiõe aũt & c d. Datum igitur n signũ. Est autẽ & l datũ. Data igitur est ipsa l n per 26 propositionẽ. Et quoniã ratio ipsius f g ad g e data est: sicut autem f g ad g e, sic n m ad m l Ratio igitur ipsius n m ad m l data est. Quare & ipsius n l ad m l componendo per 18 quinti ele. ratio data est. Daũta at n l, data igitur & l m, sed & positione, estq́ꝫ l datum. Datum igitur & m. Quoniam igitur per datum signũ m ad positione datam rectam lineã c d, recta linea acta est h k, positione igitur est h k, per 28 propositionem.



Theorema 38 Propositio 38

SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, proiectaq́ꝫ fuerit aliqua eidem recta linea rationem habẽs ad eandem datam. Ac per extremum ad positione datas parallelus recta linea acta fuerit acta positione datur.

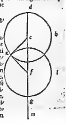
In parallelos positione datas, in quã, lineas a b, c d recta excitetur linea e f. apponaturq́ꝫ eidẽ aliqua recta linea e g rõnẽ habẽs ad e f. datã a c p g per 31 primi ele. utriq́ꝫ ipsarũ a b, c d, rectarũ linearũ recta agatur linea h k. Dico q̃ positiõe est h k, assumatur enim in a b datũ signũ n excitetur q́ꝫ per 11 primi ele ab ipso n, in c d perpendicularis n m extendaturque in l. Quoniam à dato signo n in positione datã rectã lineam c d, recta linea c d, recta acta est n m, datũ efficiẽs angulũ n m d. Igitur per 30 propositionem positione data est ipsa l m, positione autem & c d. Datum igitur est m signum, est autem & n datum. Igitur per 26 propositionem positione datur. n m. Et quoniã ratio ipsius f e ad e g, data est. Sicut aũt f e ad e g, sic m n ad n l. Ratio igitur & ipsius m n ad n l data est Data autem & n m, data igitur & n l. Sed & positione datum est n, datum igitur est & l Quoniam igitur per datũ signum l ad positione datam rectam lineã a b recta linea acta est h k positione est ipsa h k.



Theorema 39 Propositio 39

SI trianguli unumquodq́ꝫ latus datum magnitudine fuerit, datur triangulum specie.

Trianguli enim a b c unumquodq́ꝫ latus esto magnitudine datũ Dico quod & triangulum a b c. specie datur, exponatur enim recta linea positione data d m, terminata quidem in d infinita uero m reliquum. ponaturq́ꝫ per secundam primi elementorum ipsi quidem a b æqualis d e. Data autem a b, data igitur est & d e Sed & positione, estq́ꝫ datum ipsum d. datũ igitur & e. Ipsi autem b c æqualis e f data est b c, data igitur & e f, sed & positiõe. datũ est e. datũ igitur est & f. ipsi autem a c æqualis f g. Data est a c. Data igitur & f g sed & positione. Est autem datum f. datum igitur & g & centro quidem e, interuallo autem e d, per tertium postulatum circulus describitur d k h. positione igitur est ipse d k h. circulus per 6 diffinitionem



nem datorum. Rursus centro quidem f interuallo uero f g, per idem postulatum circulus describatur g k l, positione igitur est ipse g k l circulus per eãdem diffinitionem, positione autem & circulus d k b. Datum igitur est & k, signum est autem & utrunque ipsorum e f datum. Data igitur est unaquęq; ipsarũ k e, e f, f k positione & magnitudine. Datur igitur k e f triangulum specie, & æquum ac simile est ipsi a b c. Datur igitur a b c triãgulum specie.

Scholium.

Quoniam igitur datæ sunt ipsæ k e, e f earum adinuicem ratio data est per primũ theorema datorum, similiter autem & ipsarum e f, f k ratio data est, estque ipsarum f k, k e ratio data. Rursus quoniam ipsæ k e, e f, datæ sunt positione, eundem igitur semper locũ obtinent, ac per hoc qui sub k e f magnitudine datur, similiter autem & qui sub e f k, datur magnitudine, & insuper qui sub f k e, datur magnitudine.

Theorema 40 Propositio 40

SI trianguli unusquisque angulus datus fuerit magnitudine, datur triangulum specie.



Trianguli enim a b c unusquisque angulus datus sit magnitudine. Dico quod a b c triangulum specie datur, exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e. & construatur ad d e, ad signaque in ea d e, per uigesimamtertiã primi elemen. ei qui sub c b a, angulo æquus rectilineus angulus qui sub e d f, ei aũt qui sub b c a, æquus qui sub d e f Reliquus igitur qui sub b a c, reliquo ei qui sub d f e, est æqualis. Datus autem unusquisq; eorũ qui ad a b c signa. Datus igitur & unusquisque eorum qui ad d e f. Quoniã igitur additione data recta linea d e, & ad signum in ea datũ d recta excitatur linea d f, datum efficiens angulum d. Igitur per 29 propositionem d f positione est, id que propterea iam & e, f positione est. Datum igitur est f signum. est autem & utrũq; ipsorum d e datum. Data igitur est unaquæq; ipsarũ d f, d e, e f, positiõe & magnitudine, datum igitur d f e triãgulum specie, & simile est ipsi a b c triangulo. Datur igitur & a b c triangulũ specie.



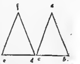
Scholium.

Quoniam igitur datur utraque ipsarum d e, e f, datur & earum adinuicem ratio per primum theorema. Similiter iam & ipsarum e f, f d, ratio datur, & insuper ipsorum f d, d e, datur ratio. Insuper & unusquisque ipsorum d e f angulorũ datus est magnitudine. Datur igitur d e f triangulum specie sicut in diffinitionibus.



Theorema 41 Propositio 41

SI triangulum unum angulum datum habuerit, circum uero datum angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triãgulum specie.



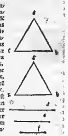
Habeat enim triangulum a b c, unum angulum datũ eũ qui sub b a c, circum uero b a c, latera b a, a c, adinuicem rationem habeant datam. Dico quod a b c, triangulum species datur. Exponatur enim in positione data recta linea d f, constituaturque per uigesimamtertiã primi elementorum ad ipsam d f, rectam lineã, ad signũq; in ea f, ei qui sub b a c angulo æqualis angulus qui sub d f e. Datus autem qui sub b a c, datus igitur & qui sub d f e. Quoniam igitur additione data recta linea d f, & ad signũ datum in ea f, recta linea acta est f e, datum efficiens angulum d f e. Igitur per 29 propositionem ipsa f e positione est Et quoniam ratio ipsius b a ad a c data est, eadem eidem fiat, quæ ipsius d f ad f e, & conuectatur. d e. Ratio igitur & ipsius d f ad f e data est. Data autem d f. data igitur & f e. Sed & positione. & f datum est, datum igitur & e, est autem & utrumque ipsorum d f, datum. Data igitur est unaquæque ipsarum d f, f e, d e, positione &

magnitudine datur igitur d f e triangulum specie. Et quoniam bina triangula a b c, d e f unum angulum uni angulo æquum habent eum scilicet qui sub b a c, ei qui sub d f e, ea uero quæ circum eos qui sub b a c, d f e, angulos latera proportionalia, simile igitur est & æquale per primam diffinitionem & 6 propositionem sexti elementorum triangulũ a b c ipsi d e f triangulo. Datur autem d f e, specie, datur igitur & a b c triangulum specie

Theorema 42 Propositio 42

SI trianguli latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Triãguli enim a b c, latera adinuicem rationem habeant datam. Dico quod ipsum a b c, triangulũ datur specie exponatur enim data magnitudine recta linea d, & quoniã ratio ipsius a b. ad b c data est. Eadem eidem fiat ipsius d ad e. Data autem d. Data igitur & e. Rursus quoniã ratio ipsius b c, ad a b data est, eadem eidem fiat ipsius e ad f. Data autẽ e data igitur & f, & ex tribus rectis lineis quæ æquales sunt tribus datis d e f, quarum binæ reliqua quomodocunque assumptæ sunt maiores, per 22 primi elementorum triangulum constituatur g h k. Quoniam æqualis est d ipsi g h, & e ipsi h k & f ipsi g k, Data autem unaquæque ipsarum d e f. Data igitur & unaqueque ipsarum g h, h k, k g magnitudine. Datur igitur triangulũ g h k, specie, & quoniam est sicut a b ad b c, sic est d ad e. Aequalis autẽ est d ipsi g h, & e ipsi h k: est igitur sicut a b ad b c, sic g h ad h k. Rursus quoniam est sicut b c ad c a sic e ad f. Aequalis autem est e ipsi h k: & f ipsi g k. Est igitur sicut b c ad c a sic h k ad k g. Ostensum autem est sicut a b ad b c, sic g h ad h k, ex æquali igitur per 22 quinti elemẽtorum, sicut b a ad a c, sic g b ad g k. Simile igitur est per primam diffinitionem 6 elementorum a b c triangulum ipsi g h k triangulo. Datur autem g h k triangulum specie. Datur igitur & a b c triangulum specie.



Theorema 43 Propositio 43

SI trianguli rectanguli circa unum acutorum angulorum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Trianguli enim rectanguli a b c, rectum habentis eum qui sub b a c, angulum, circa unum acutorum eiusdem angulorũ qui sub a b c latera c b, b a. adinuicem rationem habeãt datam. Dico quod ipsum a b c, triangulum datur specie. Exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e. Describaturq; super d e semicirculus d g e, positione igitur est d g e semicirculus, & quoniam ratio ipsius c b ad b a data est, eadem eidem fiat ipsius d e ad f. Ratio igitur ipsius d e ad f data est. Data autem d e. data igitur & f & quoniam maior est c b ipsa b a, maior igitur est & e d, ipsa f. Congruat ipsi f per primam quarti elementorum, d g, connectaturque g e & centro quidem d, interuallo autem d g, per tertium postulatum circulus describatur h g k, positione igitur est circulus h g k. Datur enim ipsius centrũ positiõe, & quæ ex centro magnitudine, positione autem & d g e, semicirculus datũ igitur est & g signum, est autem utrunque ipsorum d e, datum. Data igitur est, per uigesimamsextam propositionem unaquæque ipsarum g d. d e, e g. positione & magnitudine. Datur igitur triangulum g d e specie Quoniam igitur bina triangula sunt a b c, d e g unum angulum uni angulo æquum habentia. eum scilicet qui sub b a c, ei qui sub d g e. Circum uero alios angulos qui sub c b a, e d g, latera proportionalia Reliquorum autem qui sub b c a, d e g, utrumque simul minorem recto. Simile igitur est per septimam sexti elemen. triãgulum a b c ipsi d e g, triãgu



lo

lo. Datur autem d e g, triangulum specie, datur igitur & a b c, triangulum specie.

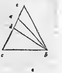
Scholium.

Quoniam enim ponitur d e, positione & magnitudine data, manifestum quod si circulus bifariam secetur est centrum circuli positione Dimidia uero, hoc est quæ ex centro datur, positione & magnitudine sicut & circulus, per diffinitionem.

Theorema 44 *Propositio 44*

Si triangulum unum habuerit angulum datum, circum autem alium angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Sit triangulum a b c unum habens angulum datum eum qui sub b a c, circum autẽ alium angulum eum qui sub a b c latera a b, b c, rationem habeant adinuicem datam. Dico quod triangulum a b c, specie datur. Nõ sit autem qui sub b a c, angulus rectus. Sed sit prius acutus. Exciteturq; per 11 primi elemento. ab ipso b signo in ipsam a c perpendicularis b d. Quoniã angulus b d a, datus est, est aũt & qui sub b a d, datus, & reliquus igitur qui sub a b d, datus est. Datur igitur triangulum a b d, specie. Ratio igitur ipsius b a ad b d data est, sed ipsius a b ad b c, ratio data est, & ipsius b d igitur ad b c, ratio data est. Rectus autẽ est qui sub b d c. Datur igitur triangulum b d c, specie. Datus igitur est qui sub b c d angulus. Est autem & qui sub b a c, datus, & reliquus igitur qui sub a b c. datus est. Datur igitur & a b c. triangulum specie. Sed iam esto qui sub b a c angulus obtusus, extẽdaturq; c a in e Exciteturq; per 11 primi elementorum ab ipso b signo in ipsam a e perpẽdicularis b e, Quoniam angulus b a c datus est, & consequẽs igitur qui sub b a e datus est. Datur igitur triangulum e b a, specie Ratio igitur ipsius e b ad b a, data est. ipsius autem a b ad b c, ratio data est, & ipsius igitur e b ad b c ratio est data. Et qui sub b e c, rectus est angulus. Datur igitur triãgulum e b c specie. Datus igitur est qui sub b c e, est autem & qui sub b a c. angulus datus, & reliquus igitur qui sub a b c angulus datus est. Datur igitur triangulum a b c, specie.





Theorema 45 *Propositio 45*

Si triangulum unum habuerint angulum datum, circũ uero datũ angulum latera utraque sicut unum ad reliquum rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Esto triãgulum a b c, unum habens angulum datum qui sub b a c, at quæ circum b a c, angulũ latera utraque hoc est b a c tanquam unum ad c b rationem habeãt datam. Dico quod a b c, triangulum specie datur secetur per tertiam primi elementorum angulus b a c, bifariam a recta linea a d. Datus igitur est qui sub b a d, angulus, & quoniã est sicut b a ad a c, sic b d ad d c. uicissim etiam per 16 quinti elementorum, sicut a b ad b d, sic a c ad c d. Ratio utriusque b a c ad b c, data est. Ratio igitur ipsius b a ad b d, data est. Estq; datus qui sub b a d angulus. Datur igitur a b d triangulum specie. Datus igitur est qui sub a b d. angulus, est autem & qui sub b a c, angulus datus. & reliquus igitur qui sub a c b datus est. Datur igitur triangulum a b c specie.

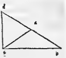


Scholium.

Sicut enim unum antecedentium ad unũ sequentium sic omnia antecedentia ad omnia sequentia per 12 quinti elementorum.

Alter

Extendatur b a in rectas lineas in d, & ipsi a c, ponatur æqualis a d & connectatur d c. Etenim ipsius b d ad b c, ratio data est. Et qui sub a d c, datus est, dimidius siquidẽ eius qui sub b a c. Datur igitur triangulũ b c d specie. Da



tus

tus igitur est qui sub a b c, angulus est autem qui sub b a c, datus. & reliquus qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c, triangulum specie.

Scholium

Quoniam enim angulus qui ad a datus est. & qui ad a eis qui ad d c, angulis exterior bi nis interioribus est æqualis, & opposito per 32 pri elemen. & anguli d h, quare & anguli a c, dati sunt.

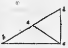
Theorema 46 Propositio 46

SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum uero aliũ angulum latera utraque sicut unum ad reliquum rationem datam habuerint, datur triangulum specie.



Esto triangulum a b c, unum habens angulum datum qui sub a b c. circulum uero alium angulum b a c, latera utraque hoc est b a c ad b c, rationem habeant datam. Dico quod ipsum a b c, triangulum specie datur. Secetur enim per 9 primi elementorũ angulus b a c, bifariã à recta linea a d. Est igitur utrũque b a c ad c b sicut a b ad b d. Ratio autem utriusque b a c ad c b data est. Ratio igitur & ipsius a b ad b d, data est. Estq; datus qui sub a b d, angulus. Datur igitur triangulũ specie Datus igitur est qui sub a b d. angulus, est autem duplus eius qui sub b a c. Datus igitur est & qui sub b a c. Est autẽ & qui sub a b c, datus, & reliquus igitur qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c triangulũ specie.

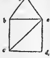
Aliter



Ponatur ipsi c a, æqualis d a, & connectatur d c. Quoniã ratio utriusque b a c ad c b data est Aequalis autem est c a ipsi a d. Ratio igitur & ipsius d b ad, b c data est. Et qui sub d b c angulus datus est. Datur igitur triãgulũ d b c specie. Datus igitur est qui sub b d c angulus. Et eius est duplus qui sub b a c. Qui sub b a c, angulus igitur datus est. Datur igitur a b c triangulum specie.

Theorema 47 Propositio 47

DAta rectilinea specie, in data triangula specie diuiduntur.



Esto datum rectilineum specie a b c d e. Dico quod ipsum a b c d e, rectilineum in data triangula specie diuiditur. Connectantur enim a e, e c Quoniam rectilineũ a b c d e, specie datur. Igitur angulus q sub b a e, datus est. & ratio data est. Quoniam igitur angulus b a e, datus est, & ratio ipsius b a ad e a, data est. Datur igitur triangulũ b a e specie. Datus igitur est qui sub a b e, angulus. Est autem & totus qui sub a b c, angulus datus. & reliquus igitur qui sub e b c datus est Estq; ratio ipsius a b ad b e data, ipsius autem a b ad b c, ratio data est. & ipsius igitur e b ad b c, ratio data est, & datus est qui sub c b e angulus. Datur igitur b c e triangulum specie. Ac per hoc iam & c d e, triangulũ specie datur Data igitur rectilinea specie in data triangula specie diuiduntur.

Theorema 48 Propositio 48

SI ab eadem recta linea descripta fuerint triangula specie data adinuicem rationem habebunt datam.



Ab eadem enim recta linea a b bina triangula specie data describantur a b c, & a b d. Dico quod ratio ipsius a b c ad a b d, data est. Excitentur per undecimam primi elementorum ab ipsis a b, signis ipsi a b, rectæ lineæ ad angulos rectos a e. b g. Extendanturq; in f h, ac per c d signa per 31 primi elementorum ipsi a b paralleli excitẽtur e c, d h. Quoniam datur a b c, triangulũ specie. Ratio ipsius

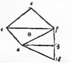
a c ad

b a, data est. Quoniam igitur angulus qui sub c a b, datus est, est autẽ & qui sub e a b, datus. Reliquus igitur qui sub e a c, datus est, datur igitur triãgulũ a e c specie. Ratio igitur ipsius e a ad a c, data est, ipsius autem e a ad a b, ratio est data & ipsius e a ad a c igitur ratio data est. Idque propterea & ipsius f a, ad a b ratio est data, estque sicut a e, ad a f, sic b g ad b b. Quare & ipsius b g ad b b ratio est data. Est quæ ipsius quidẽ a g, dimidium triangulũ a b c, per 41 primi ele. Ipsius autem a h, per eandem dimidium est triangulum a b d, & ipsius igitur a b c ad a d b, ratio est data.

Theorema 49 Proposítio 49

Si ab eadem recta linea bina rectilinea utcunque data specie descripta fuerint, adinuicem rationem datam habebunt.

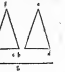
Ab eadem enim recta linea a b, bina rectilinea utcunque specie data describantur a e c f b & a d b. Dico φ ratio ipsius a e c f b, ad a d b, est data. Connectantur a f, f e. Datur igitur unumquodq; ipsorũ e c f, e f a, f a b, triangulorum specie. Et quoniam ab eadem recta linea e f, bina triangula specie data e f c, & e f a, describũtur Ratio igitur ipsius c f e ad f e a, data est per præcedentem. & componendo igitur per 18 quinti elemẽtorum ratio ipsius c e a f data est. Ipsius autem f e a ad f a b, ratio est data. Quoniam ab eadem recta linea a f, describitur. Et ipsius f c e, e a f, igitur & a f b, ratio est data. & componendo igitur per 18 quinti ele. ipsius c e a b f ad b f a. rõ est data. Ipsius autem f b a, ad a d b, ratio est data. & ipsius igitur c e a b f, ad a d b, ratio est data.



Theorema 50 Proposítio 50

Si binæ rectæ lineæ adinuicem rationẽ habuerint datam, & ab ipsis rectilinea similia, similiterq; descripta adinuicem rationem datam habebunt.

Binæ siquidẽ rectæ lineæ a b, c d, adinuicẽ rõnẽ habeant datã, describãturq; ab ipsis a b, c d, similia similiterq; posita rectilinea e f. Dico φ earũ ratio data est Assumatur enim ipsis a b, c d, per 11 sexti elementorum tertia proportionalis g. Est igitur sicut a b ad c d sic c d ad g Ratio autem ipsius a b ad c d data. ratio igitur & ipsius c d ad g data Quare & ipsius a b ad g ratio est data. Sicut autẽ a b ad g, sic e ad f. Ratio igitur ipsius e ad f data est.

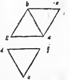


Scholium.

Quoniam enim ipsius a b ad c d, ratio est data, est autem & ipsius c d ad g, ratio data, manifestum est quod & composita ex binis datis rationibus ratio data est, uel & per octauum theorema quod & melius est.

Theorema 51 Proposítio 51

Si binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, & ab ipsis rectilinea utcunque descripta specie data rationẽ adinuicem datam habebunt.



Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, describanturque ab ipsis a b, b c. rectilinea utcunque specie data e f Dicoque, & ipsius e ad f ratio est data. Describatur enim per uigesimãquintã sexti elemento. ab ipsa a b ipsi f, simile similiterq; positum rectilineum a g b. Datur autem f specie, datur igitur & a g b specie. Sed & e, spe

cie

cie datur & ab eadem describitur recta linea a b. Ratio igitur ipsius e ad a g b, data est. Et quoniam ratio ipsius a b ad c d, data est. Describuntur ab ipsis a b, c d, similia similiterq́ posita a b g, f ratio igitur ipsius a g b, ad f data est. Ipsius aũt a g b, ad e, ratio est data. Et ipsius igitur e ad f, ratio est data.

Theorema 52 Propositio 52

SI à data recta linea magnitudine data specie species descripta fuerit, datur quæ descripta est magnitudine.

A data enim recta linea magnitudine a b data specie species describatur a c d e b, dico quod a c, d e b, datur magnitudine. Describatur enim ab ipsa a b, per 46 primi elemen. quadratũ a f. Datur igitur a f. specie & magnitudine, & quoniam ab eadem recta linea a b, bina rectilinea describuntur specie data a c d e b, & a f. igitur per 49 propositionem ipsius a c d e b ad a f, ratio data est. Datur igitur & ipsum a c d e b, magnitudine.



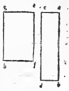
Scholium.

Omne enim quadratũ datum est specie quandoquidem ipsius anguli dãtur, omnes enim sunt recti, & rationes quoque laterũ. omnia enim sunt æqualia, & enim non solum inæqualium est ratio, sed & æqualium. Et quoniam exponitur quadratum: describitur enim possum & eidẽ exhibere idem, ac per hoc datur & magnitudine idem quadratum & eius unumquodq́ latus.

Theorema 53 Propositio 53

SI binæ species specie datæ fuerint, & unum latus unius ad unum latus alterius rationem datam habuerit, & reliqua latera ad reliqua latera rationem datam habebunt.

Sint binæ species specie datæ, a d, e b, ratio aũt ipsius b d ad f h, esto data. Dico quod & reliquorũ laterũ ad reliqua latera ratio est data. Nã quoniã ipsius d b ad f h, ratio est data. ipsius aũt d b ad b a, ratio est data, & ipsius igitur d b ad f h, ratio data est, ipsius aũt f b, ad f e, ratio est data, & ipsius a b, igitur ad e f, ratio est data. Idq́ propterea iam & reliquorũ laterũ ad reliqua latera ratio est data.



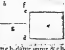
Scholium

Ostensum est in scholio 20 propositionis quod si a ad b, rationem habet datam: fuerit autẽ & c, datũ, & fiat sicut a ad b sic c ad aliud quid ut puta d, non tamen & uicissim rationẽ habebunt datam, quoniã & hic non per uices est eorum rationem datam inuenire, sed aliter sicut nunc.

Theorema 54 Propositio 54

SI binæ species specie datæ adinuicẽ rationem datam habuerint, & eorum latera adinuicem rationem habebũt datam.

Binæ, inquã, species specie datæ a, b adinuicem rationem habeant datam. Dico quod & eorũ latera adinuicem rationẽ habẽt datam. Ipsum enim a ipsi b aut est simile, aut non, sit prius simile. Accipiaturq́ per 11 quinti ele. ipsorum c d, e f tertia proportionalis g: est igitur sicut c d ad g, sic est a ad b. Ipsius autem a ad b ratio data est. Ratio quoque igitur c d ad g data est, & sunt c d, e f, g, proportiõales, & ipsius, c d igitur ad e f, ratio est data. Simileq́ est a ipsi b, & reliqua igitur latera ad reliqua latera per præcedentem rationẽ datam habebunt. Non sit autem simile a ipsi b & describatur

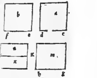


a b, e f, per 18 sexti elementorum ipsi a, simile similiterq́ positum e h, datur igitur & e h, specie.

specie Datur autem & b. Ratio igitur ipsius b ad e b, data est. ipsius autem b ad a, ratio est data & ipsius a ad e h. igitur ratio est data, & simile est a ipsi e b. Ratio igitur ipsius c d ad e f, data est Idque propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera per præcedentem ratio est data.

Aliter.

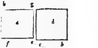
Exponatur recta linea g h iā d ipsi b, aut est simile aut nō. Sic pris simile fiatq; sicut c d ad e f, sic g b ad k l. Describāturq; p 18 sexti ele. ab ipsis g h, k l ipsis a b, similes similiterq; positæ m, n, spēs. Et quoniā est sicut c d ad e f, sic est g b ad k l. Describunturque ab ipsis c d e f, g h, k l, similia similiterq; posita rectilinea a, b, m, n, est igitur sicut a ad b sic m ad n Ratio autē ipsius a ad b data est. Ratio igitur ipsius m ad n data. Datū autem m per 55 propositionē, à data siquidem magnitudine rectilinea describitur species. Datum igitur est & n. Describatur iam per 46 primi elemen. ex ipsa k l quadratum x. Datur igitur ipsum x specie. Ratio igitur ipsius n ad x data, datū aūt ipsum n, datum igitur & x. Data igitur est k l, est aūt & g h data. Rō igitur ipsius g h ad k l data est. estq; sicut g h ad k l, sic e d ad e f Ratio igitur ipsius c d ad e f. data est. Simile estq; a ipsi b & latera quoque reliqua ad reliqua latera per præcedentem rationem habebunt datam, non sit autem simile, consequenter iam priori ostenditur demonstratione.



Theorema 55 Propositio 55

SI areola specie & magnitudine data fuerit, & eius latera magnitudine data erūt.

Sit areola specie & magnitudine data a. Dico quod & ipsius latera magnitudine data recta sunt, exponatur siquidem positione & magnitudine data recta linea b c describaturq; per 18 sexti elemen. ex ipsa b c ipsi a simile similiterque positum d. Datur iam ipsum d specie, datur igitur & d magnitudine. Datur autem & a, ratio igitur ipsius a ad d, data. Simileq; est a ipsi d, ratio igitur ipsius e f ad b e data. Data autem & b e data, igitur & e f. Et ipsius f e ad e g data est ratio, data igitur e g idque propterea iam & unumquodque ipsorum magnitudine datur.



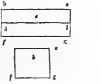
Aliter.

Esto areola k l m n x, specie data & magnitudine, dico quod & latera eius data sunt specie. Describatur per 46 primi elementorum, ex m n, quadratum m o. Datur igitur specie. Sed & l n. Ratio igitur ipsius l n ad m o data est Data autem l n magnitudine. Data igitur & m o, magnitudine, estque quadratum ex m n. Datum igitur est quod ex m n. Data igitur est m n magnitudine. Idque propterea iam & unumquodque ipsorum m l, l k, k x, x n, data est magnitudine.



Theorema 56 Propositio 56

SI bina æquiangula parallelogramma, adinuicem rationem habuerint datā, erit sicut primi latus ad secundi latus, sic reliquum secundi latus ad quod alterum primi rationem babet datam, quam parallelogrammum ad parallelogrammum.



Bina enim æquiangula parallelogramma a, b, adinuicem rationem habeant datam. Dico quod est sicut e d ad e f, sic est e g ad id quod ipsa c h rationem habet datam, quā parallelogrammum a ad parallelogrammum b extendatur in rectas lineas ipsi c h, ipsa c k, fiatque sicut c d ad e f, sic e g

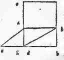
Bb ad c k.

ad c k. Compleaturq; c l parallelogrammum. Quoniam igitur est sicut e d ad e f, sic e g ad c k, æqualis autem est e d ipsi k l. Est igitur sicut k l ad e f, sic e g ad c k, circum æquales angulos qui sunt sub c k l g e f, latera sunt reciproca, æquum igitur est per 14 sexti ele. k d ipsi g f. Et quoniam ratio ipsius a ad b est data, est aũt æquale b ipsi c l. Ratio igitur ipsius h d ad c l data est. At sicut h d ad c l, sic h c ad c k. Et ipsius igitur h c ad c k ratio est data: & quoniam est sicut c d ad e f, sic e g ad c k, at ipsa c b ad c k rationem habet datam. quamarea a ad ipsam b: est igitur sicut c d ad e f: sic est e g ad quod b c, rationem habet quam areola a ad areolam b.

Theorema 57 Propositio 57

SI datum ad datam comparatum fuerit in angulo dato, datur latitudo excessus.

Datum enim a g ad datam b a, proiectum sit in angulo dato qui sub c a b. Dico quod ipsa c a data est. Describatur per 46 primi ele. ex a b quadratum e b. Datũ igitur est e b excitentur e a, f b, c g ad ipsa d h: & quoniam utrũque ipsorum e b, a g datum est. Ratio igitur ipsius e b ad a g data est, æquum autem est e b ipsi a b. Ratio igitur & ipsius e b ad a h, data est. Quare & ipsius c a ad a d ratio est data, æqualis autem est e a ipsi a b. Ratio igitur ipsius b a ad a d, data est, & quoniam qui sub c a b datus est & qui sub d a b datus est. Reliquus igitur qui sub a c d datus est. Datur igitur triangulũ a c d specie. Rõ igitur ipsius c a ad a d data est, ipsius autem d a ad a b ratio est data, & ipsius c a ad a b. igitur ratio est data, estque data ipsa b a. Data igitur & a c, & latitudo ipsius comparatiõis.



Scholium.

Quoniam binæ species e a, a d speciæ datæ sunt, adinuicem rationem habẽt datam & ipsarum latera adinuicem rationem datam habebunt.

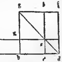
Scholium.

Ipsius, inquam, a g b latitudo parallelus est. & a h ad rectam existẽs ipsi a b. ipsius autem a c g b comparationis ut in quatuor rectis lineis a b, b g, g c, c a, longitudine existẽte ipsa a b latitudo erit ipsa a c in quatuor siquidẽ propositis rectis lineis latitudinem quærit, non autem ueræ areæ latitudo alia est præter quatuor sicut a e.

Theorema 58 Propositio 58

SI datum ad datam proiectum fuerit specie deficiens à dato specie, dantur latitudines defectus.

Datum enim a c ad datam a d proiectum sit specie deficiens à dato d c. Dico quod utraque ipsarum b c, b d data est. Secetur enim per decimã primi elemen. ipsa a d bifariam in e signo: data igitur est e d. Describatur ab ipsa e d per 18 sexti ele. ipsi c d simile, similiterque positum rectilineũ e f. Describaturque e f. Datur igitur e f specie. Et quoniam à data recta linea e d data specie species describitur e f. datur igitur ipsum e k magnitudine, & æquum est ipsis a c k b. Dantur igitur, ipsa a c k h magnitudine. est autem a c datum magnitudine. supponitur enim. Reliquum igitur k h, datum est magnitudine, est autem & specie datum simile, siquidẽ est ipsi c d. Ipsius b k, ergo latera data sunt, datum igitur k c, & est æquum ipsi e b. Ipsa igitur e b data est. Est autem & e d, data. & reliqua igitur b d data est, & ratio ipsius b d ad b c data est. Data igitur est & b c.

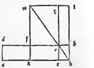


Theorema 59 Propositio 59

SI datum ad datam proiectum fuerit excedens specie dato specie, dantur latitudines excessus.

Datum

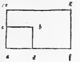
Datũ siquidẽ a b ad datã a c proiectũ sit excedens specie data c b. dico quod utraq; ipsarũ b c, c e data est. Secetur enim per 10 primi ele. ipsa d e bifariã in f signo. Describaturq; per 25 sexti ele. ex e f ipsi c b simile similiterq; positum f g. Circa igitur eundẽ dimetientẽ est f g ipsi c b. excitẽtur per 26 sexti ele. eorũ dimetiẽs b e m, describaturq; figura. Et quoniã c b ipsi f g est simile. Datur autem c b specie. Datur igitur & f g specie, & describitur à data recta linea f e. Data igitur sunt a b, f g & ipsi k a. sũt æqualia. Datum igitur est b c. Ipsius ergo k a latera sunt data, data igitur est k b, & k c data est, & ipsi e f æqualis, reliqua igitur c h, data est, & ad b b rationem babet datãtu. Data igitur est & b b.



Theorema 60 Propositio 60

SI parallelogrammum specie & magnitudine datũ dato gnomone auctum aut imminutũ fuerit. Dãtur latitudines gnomonis.

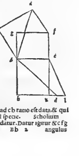
Parallelogrammum enim a b datum specie & magnitudine augeatur prius dato, gnomone e c b d f g. Dico quod datæ sunt utræq; ipsarum c e, d f. Nam quoniam a b datũ est, est autem d f g gnomon datus, & totũ igitur a g datũ est. Sed & specie, simile enim est ipsi a b. Igitur ipsius a g latera data sunt. Data igitur est utraque ipsarum a e, a f, est autem utraque ipsarum c a, a d data, reliqua igitur utraque ipsarum c e, d f data est. Rursus iam parallelogrãmũ a g, datũ specie & magnitudine minuatur dato gnomone e c b d f g. Dico quod utraque ipsarum c e, d f, data est. Quoniã igitur datũ est a g cuius gnomõ e c b d f g, datus est. Reliquum igitur a b datũ est. Sed & specie. Ipsius igitur a b latera data sunt. Data igitur est utraque ipsarum c a, a d, est autẽ & utraque ipsarum e a, a f data. Et reliqua utraque igitur ipsarum e c, d f data est.



Theorema 61 Propositio 61

SI data specie specie, ad unum latus parallelogrãma area proiecta fuerit in dato angulo, habeat autem species ad parallelogrãmum rationem datam. Datur parallelogrammum specie.

Data enim specie specie a f c b, ad unum latus c b parallelogramma areola proiecta sit c d in dato angulo l c b. Ratio autem sit ipsius a c speciei ad c d parallelogrãmũ data. Dico q; datur c d specie, excitetur enim siquidẽ per 31 primi ele. ipsi f c parallelus b g, & per f ipsi b c, parallelus f g extẽdãturq; f c g h, in b k signa. Quoniã datus est qui sub f c b angulus. Et ipsius f c ad c b ratio data est. Datũ est igitur ipsum f p parallelogrammum specie. Datur autẽ specie a f c b species, & describitur eadem recta linea c b. Ipsius igitur a b speciei ad f b, parallelogrãmũ per 49 propositionẽ ratio data est. Ipsius autem f b ad c d, ratio est data, quoniã iam ipsius a b, ad supponitur. Aequum autem est c d, ipsi k b. per 35 primi elementorum. ratio igitur ipsius k b ad c g, est data. Quare & ipsius f c ad c k, ratio est data. Ipsius autem f g ad c b, ratio est data, ipsius igitur b c ratio data est. Et quoniã angulus qui sub b c k datus est & qui sub b c l datus est, & reliquus igitur qui sub l c k datus est. Est autẽ & qui sub l k c, datus angulus, æquus ei qui sub k c b. Reliquus igitur qui sub c l k datus est. Datur igitur l c k triangulum specie. Ratio ipsius igitur l c ad c k data est. Ipsius autem c k ad b c ratio est data. Et ipsius igitur l c ad c b ratio est data, & qui sub l c b angulus datus est. Datur igitur c d, parallogrammũ specie.



Scholium

Datur f b, parallelogrammũ manifeste, quoniã angulus f c b datur. Datur igitur & c f g

angulus, in parallelos enim f g, c b recta cecidit linea c f, efficiens interiores & ad easdẽ partes binis rectis æquales. Quorũ qui sub f c b. datur: & reliquus qui sub c f g datur. Quare & reliqui dati sunt & quoniam datur ratio c f ad c b, æqualis aũt ipsa g b ipsi c f & c b ipsi f g, quare & laterũ ratio datur.

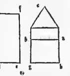
Scholium.

Quoniam enim ipsius f b parallelogrãmi ad a f c b, speciẽ ratio est data, ipsius autẽ a f c b, speciei ad c d, ratio est data. & ex æquali per 22 quinti ele. ipsius b f ad c d, ratio est data.

Theorema 62 Propositio 62

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datã. Descriptáque fuerit ab una quidem data specie species, altera uero area parallelogramma in angulo dato, habuerit aũt species ad parallelogrammũ rationẽ datã. Datur parallelogrãmũ specie.

Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicẽ rationẽ habeãt datã, & describatur ab ipsa quidẽ a b, data specie species a e b & ab ipsa c d, parallelogrammũ f d in dato angulo f c d. Rõ autẽ sit ipsius a e b speciei ad f d parallelogrammũ data. Dico quod datur d f, parallelogrãmũ specie. Describatur enim ab ipsa a b ipsi d f, per 18 sexti ele. simile similiterq; positũ a g. Quoniam ratio ipsius a b ad c d data est. Describãturq; ab ipsis a b c d similia similiterq; posita rectilinea a g, f d. Ratio igitur ipsius a g ad f d. data est. Ipsius autẽ f d ad e b ratio est data. & ipsius e b igitur ad a g, ratio data est, & angulus qui sub b a h, datus est, æquales enim ei qui sub f c d. Quoniã igitur data specie: specie e b ad unum latus a b proiectũ est a g in dato angulo h a h. & ratio ipsius e b speciei ad a g, parallelogrammum data est. Datur igitur a g specie, estq; similis ipsi f d, datur igitur f d specie.



Theorema 63 Propositio 63

SI triangulum specie datum fuerit, quod ex uno quoq; latere ipsius, quadratum ad triangulum rationem datam habebit.

Esto triangulũ specie datũ a b c. Describaturq; ex uno quoq; ipsius latere quadratũ e b, c d. c f. Dico quod unũquodq; ipsorũ e b, c d, c f ad a b c, triãgulum rationẽ datã habebit. Nam quoniã ab eadẽ recta linea b c, rectilinea data specie describũtur utcunq; a b c d. Igitur per 49 propositionẽ. ratio ipsius a b c ad c d data est. Idq; propterea iam, & utriusq; ipsorum e b & c f ad a b c, triangulũ ratio est data.



Theorema 64. Propositio 64.

SI triangulum obtusum habuerit angulum datũ qua maius quod obtusum angulũ subtendit latus, a rea lateribus obtusum angulũ cõprehendentibus ad triangulum, tationem datam habebit.

Sit triangulum obtusum babens angulum eum qui sub a b c. datum, extendaturq; in rectas lineas ipsius b c, recta linea b d. exciteturque per duodecimam primi elementorum ab ipso a in c d. perpendicularis a d Dico quod quo maius est quod ex a c eis quæ ex a b, b c. hoc est quod bis sub d b. b c. ea area ad a b c. triangulũ datam rationem habebit. Quoniã nãq; angulus qui sub a b c, per hypothesim datus est, & qui sub a b d, datus est, est aũt & qui sub a d, d b, datus. Reliquus

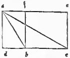


igitur

igitur qui sub d a b,datus est. Datur igitur d a b triãgulum specie. Ratio igitur ipsius a d ad d b,data est,estq; sicut a d ad d b,sic quod sub a d,b c ad id quod d b,b c,quare & ipsius d a,b c,ad id quod sub d b,b c,ratio data est Et eius quod bis sub d b,b c igitur ad id quod sub a d,b c.ratio data est. Sed eius quod sub d a,b c ad a c b triangulum ratio est data,& eius igitur quod bis sub d b,b c ad a b c,triãgulum ratio est data, estq; quod bis sub d b,b c.quo maius est quod a c,eis quæ ex a b,b c.ipsa igitur area ad a b c,triangulum rationem datam habet.

Scholium.

Excitetur ad angulos rectos ab ipso b signo ipsi a d per 11 primi ele. æqua & parallelus b f,& ab ipso a signo ipsi d c.per eandem æqua & parallelus excitetur d c,& connectatur e c,& quoniã per 41 primi elementorum parallelogrammum b e ipsius b a c trianguli duplum est,super namq; eadem basi, & in eisdem est parallelis, comprehẽditur que parallelogrãmum sub f e,e c,æqualis autem est e c.ipsi a d & f e ipsi b c. Quoniam parallelogrammum ad triangulum rationẽ habet,quare & parallelogrammũ ad triãgulũ ratio est etiam dupla Quod uero bis sub a d,c b, rationẽ habet datam,ad triangulum quadruplam,est enim sub d c.c b sicut in 2 elementorum.



Theorema 65 Propositio 65

SI triangulum acutum habuerit angulum datum, qua minus potest angulum acutum subtendens latus comprehendentibus lateribus acutum angulum, illa areola ad triangulum rationem habebit datam,

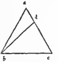
Esto triangulum acutum habens angulum a b c. Exciteturq; ab ipso a per 12 primi elemẽtorum perpendicularis a d. Dico quod qua minus est quod ex d c.eis quæ ex a b, b c, hoc est quod bis sub c b,b d ad a b c triangulum rationẽ habet datam. Nam quoniam angulus a b d datus est & qui sub a d b, datus est. Reliquus igitur q sub b a d datus est. Datur igitur a b d.triãgulum specie. Ratio igitur ipsius b d ad d a data est Quare & eius qui sub c b d,ad id quod sub c b,ratio data est,& eius quod bis sub c b,b d igitur. Sed eis quod sub c b,b d ad ea quæ ex a b,b c,quo igitur minus est quod ex a c eis quæ ex a b,b c,ea area ad a b c,triãgulum rationem habet datam.



Theorema 66 Propositio 66

SI triangulum datum habuerit angulum, rectangulum sub datum angulum comprehendentibus rectis lineis ad triangulum rationẽ habebit datam.

Esto triangulum a b c,datum habens angulum eum qui ad a. Dico q; quod sub b a c ad a b c.triangulum rationẽ habet datam,excitetur enim per duodecimam primi elementorum ab ipso b in ipsam a c perpendicularis b d Quoniam igitur angulus b a c,datus est. Est autem & qui sub a d b,angulus datus Et reliquus igitur qui sub a b d angulus datur. Datur igitur a b d,triangulum specie. Ratio igitur ipsius a b ad b d data est. Sicut autem a b ad b d,sic quod sub b a c ad id quod sub b d a c. Quare & eius qui sub b a c,ad id quod sub b d a c ratio est data. Eius autem quod sub a c,b d ad a b c,triangulum ratio est data. Et eius qui sub b a c.igitur ad a b c, trianguli ratio est data.

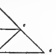


Theorema 67 Propositio 67

SI triangulum datum habuerit angulum, qua maius possint datum angulum comprehendentia latera ut unum, ea quæ ex reli

quo, area ad triangulum rationem habebit datam,

Esto triangulum a b c, datum babens angulum b a c. Dico quod quo maius est quod ex utraque b a c. eo quod ex b c. ea area ad a b c, triangulum rationẽ habet datam. Extendatur enim in rectas lineas ipsius a b ipsa a d ponaturq́; ipsa a c æqualis ipsi a d per 3 primi elementorum & connexa recta linea d c extendatur in e, exciteturq́; per 31 primi elementorum ab ipso b ipsi a c parallelus b e. Et quoniam æqualis est a d ipsi a c, æqualis igitur est & d b ipsi b e. extenditurq́; quædam b c. Quod igitur sub d c e, una cum eo quod ex b c, æquum est ei quod ex b d, æqualis autem est d a ipsi a c Quod igitur ex utroque b a c, æquum est ei quod sub d c e. una cum eo quod ex b c. Quare quod ex utroque b a c, eo quod ex b c maius est eo quod sub d c e.



Dico iam quod eius quod sub d c e ad a b c triãgulum ratio est data. Quoniam enim angulus b a c, datus est, & cõsequens igitur qui sub d a c, datus est, est autem & uterque ipsorum a b c, d e a datus. Dimidia namque sunt eius qui sub b a c. Datur enim qui sub b a c, datur igitur triangulum d a c specie. Ratio igitur ipsius d a ad d c, data est. Quare & eius quod ex a d ad id quod ex d c ratio data est Et quoniam est sicut b a ad a d, sic est e c ad c d, sed sicut quidem b a ad a d, sic quod sub b a ad id quod ex a d. Sicut autem e c ad c d. sic quod sub e c, c d ad id quod ex c d, & sicut igitur per undecimam quinti elemẽtorum, quod sub b a ad id quod ex d a, sic quod sub e c d, ad id quod ex c d. Et uicissim igitur per decimamsextam quinti elementorum quod sub b a d ad id quod sub e c d. sic quod ex a d id quod ex d c. Ratio autem eius quod ex a d ad id quod ex d c data est. Ratio igitur & eius quod sub b a d ad id quod sub e c d data est. Aequalis autem est d a ipsi a c. Ratio igitur eius quod sub b a c, ad id quod sub e c d, data est, eius autem quod sub b a c, trianguli ratio est data, eo quia angulus qui sub b a c datus est. Et eius qui sub d c e. igitur ad a b c ratio est data Estq́; quod sub d c e, eo maius quod est ex utraque b a c. eo quod ex b c Quo uero maius est quod ex utroque b a c, eo quod ex b c ea area ad triãgulum rationem datam habebit.

Aliter.

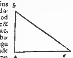
Construantur enim eadem quæ prius, exciteturq́; per duodecimam primi elementorum ab ipso a in e c perpendicularis a f, connectaturque a d, & quoniam datus est angulus b a c & eius dimidium est angulus a c f. est autem & angulus a f c, datus. Datur igitur triangulum a f c specie. Ratio igitur ipsius a f ad f c, data est, ipsius autem f c ad c e, ratio data est Dupla siquidem eius est. & ipsius igitur e c, ad a f ratio data est. Quare & eius qui sub e c d ad eũ qui sub a f c d ratio data est. Quare & eius qui sub e c d, ad eum qui sub a f c d, ratio data est. Duplum siquidem illius est & eius qui sub e c d, igitur ad eum qui sub a c d, ratio data est, æquum autem est a c d. triangulum ipsi a b c triangulo per trigesimamseptimam primi elementorum, in eadem siquidem basi a c, & in eisdem sunt parallelis a c, b d, & eius qui sub e c d, igitur ad a b c. triangulum ratio est data, estque quæ sub e c d, qua maius est quod ex utroque b a c, ea quæ ex b c, qua maius est quod ex utroque, b a, a c, ea quæ ex c b area ad triangulum rationem babet datam.



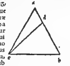
Aliter

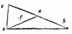
Angulus a aut est rectus, aut acutus, aut obtusus, sit prius rectus, quod igitur ab utroque b a c. id quod ex b c excedit eo quod bis sub b a c & eius quod bis sub b a c ad a b c triangulum ratio data est. Esto autem acutus qui sub b a c exciteturque per duodecimam primi elementorum ab ipso c in ipsam a b perpendicularis c d, quoniam triangulum a b c. oxygonium est, & excitatur perpendicularis c d. Quæ igitur ex b a c, æqua sunt & ei quod ex b c, & eis quod bis sub b a d. Commune adiungatur quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a c. una cum eo quod bis sub b a c, quod est ex utroque b a c, æqua sunt ei quod ex b c & ei quod bis sub b a d, & insuper ei quod bis sub b a c, hoc est

est ei quod bis sub utroque e c d & a b. Quare quod ex utroq; b a c maius est eo quod ex b c, eo quod bis sub utroq; c a d & a b. Quare quod ab utroque b a c maius est eo q ex b c, eo quod bis sub utroq; d a c & b a, & quoniam angulus b a c datus est, & qui sub a d c quoque datus est. Et reliquus igitur qui sub d c a datus est. Datur igitur triangulum a d c, specie. Ratio igitur ipsius a d ad a c, data est, quare & utriusque d a c ad a c, ratio est data. Et eius igitur quod sub utroque d a c, & a b ad id quod sub b a c, ratio est data. Et eius quod bis sub utroque d a c & a b ad id quod sub b a c ratio est data. Eo quia qui sub b a c, angulus datus est. & eius quod bis sub utroque d a c. & a b igitur ad a b c triangulum ratio data est. Sed iam esto angulus qui sub b a c obtusus, & producta b a in eam per duodecimam primi elementorum perpẽdicularis agatur c e, & ponatur per secundam primi elementorum ipsi a e æqualis a f.



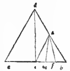
Quoniã igitur angulus b a c. est obtusus excitatur q; perpendicularis c e, quæ igitur ex b a, a c una cum eo quod bis sub b a e, hoc est bis sub b a f, æqua sunt ei quod ex b c. Cõmune proiectum sit quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a, a c una cum eo quod bis sub b a c, hoc est, ex utroque b a c, una cum eo quod bis sub b a f, æqua sunt ei quod ex b c, una cum eo quod bis sub b a c. Cõmune auferatur quod bis sub b a f, quod igitur ab utroque b a c æquũ est ei quod ex b c, & ei q bis sub b a c f. Quare quæ ex utroque b a c ad quod ex b c. excedit eo quod bis sub b a e f & quoniam angulus b a c. datus est. & qui sub e a c, igitur datus est. Sed & qui sub c e a, datus est. & reliquus igitur qui sub a c e datus est. Datur igitur a e c triãgulum specie. Ratio igitur ipsius c a ad a e, data est. hoc est ad a f. Quare & ipsius a c ad c f, ratio est data. Ipsius autem a c ad c e ratio est data, & ipsius e c ad c f igitur ratio est data. Quare & eius qđ sub e c. a b ad id quod sub c f a b ratio est data Ipsius autẽ q ex a b, c e ad a b c, triãgulum ratio est data: quare & eius quod sub c f, b a ad b c triangulum ratio est data, estque quod bis sub f c b a, quo maius est quod ex b c: eo igitur maius est quod ex utroque b a c eo quod ex b c, ea area ad triangulum rationem habet datam.





Aliter.

Excitetur b a & ipsi a c æqualis ponatur d a connectaturque d c. Quoniam igitur angulus a b c datus est. & eius uterque qui sub a d c, a c d, dimidium est Datur ergo uterque eorum qui sub a d c, a c d. & reliquus igitur qui sub d a c, datus est. Datur ergo triangulum a c d specie. Ratio igitur ipsius a c ad c d, data est Et quoniam qui sub a d c, datus est, excitetur eidem æquus uterque eorum qui sub d e c, a f c, per uigesimamsecundam primi elementorum. Et quoniam angulus b d c, ipsi d e c æquus est. Cõmunis autem qui sub a b c, ipsius d b e trianguli existens, & ipsius d b c Reliquus igitur angulus d b e. reliquo angulo b c d est æqualis, æquiangulum igitur est b d e, triangulum ipsi d b c triangulo. Est igitur sicut e b ad b d. sic est d b ad c b Quod igitur sub e b. b c. hoc est quod sub e c b, una cum eo quod ex c b ei æquum est quod ex b d, hoc est ei quod ex utroque b a c, æqualis enim est d a ipsi a c. Quod igitur sub e c b. una cum eo quod ex c b, æquum est ei quod ex utroque b a c. Quod igitur ex utroq; b a c, id qđ ex b c excedit eo q sub b c e. Dico igitur quod ratio ipsius qui sub b c e ad a b c, triangulũ data est. Quoniã æqualis est angulus b d e, angulo b c d, quorũ qui sub a d c, ei qui sub a c d, est æqualis. Reliquus ergo qui sub c d e, reliquo qui sub a c b est æqualis Est autem & qui sub d e c, ei qui sub a f c, æqualis: reliquus ergo qui sub c a f, reliquo qui sub d c e, est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum a c f, triangulo d e c. Est igitur sicut c a ad a f, sic d c ad c e: & uicissim igitur per decimãsextam quinti



elementorum sicut c a ad d c, sic a f ad c e. Ratio autem ipsius a c ad c d, data est. Ratio i-gitur ipsius a f ad c e, data. Excitetur per duodecimam primi elementorum, ab i-pso a in b c perpendicularis a g, & quoniam angulus a f c datus est, est autem & qui sub a g f, datus, & reliquus ergo qui sub g a f, datus est. Datur ergo a g f triangulũ specie. Ratio igitur ipsius f a ad a g, data est, ipsius autẽ f a, a c, c e ratio data est. Quare & quod sub a g b c ad id quod sub b c, c e, ratio data est. Eius autẽ quod sub a g, b c, ad id quod sub a b c, triangulum ratio est data, & eius quod sub b c, c e, ad a b c ratio est data. Est autem quod sub b c, c e, qua maius est quod ex utroque b a c eo quod ex b c. Qua igitur maius est quod ex utroque b a c eo quod ex d c, ea area ad triangulum rationẽ habet datam.

Scholium super prima demonstratione 85 propositionis.

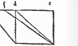
Si in triangulo isoscele acta fuerit aliqua recta linea utcunque in basim, quod ex a-cta una cum eo quod sub basis segmentis, æquum est ei quod ex uno laterum æqualiũ gignitur. Sit nempe isosceles triangulum a b c, æquum habens latus a b lateri a c, & ab i-pso a in b c agatur quædã recta linea utcũq; a d, Dico quòd quod ex a d una cum eo quod sub b d c, æquũ est ei quod ex a c. Ipsa a d in b c, aut perpendicularis est aut non. Sit pri-us perpendicularis, & quoniã recta linea aliqua b c secatur bifariam in d. Quod igitur sub c d b: æquum est ei quod ex b d, cõmune apponatur quod ex a d, quod igitur sub c d b una cum eo quod ex a d, æquum ei est quod ex a d, d b. At eis quæ ex a d, d b æquum est quod ex a b. Quod uero sub d b una cum eo quod ex a d, æquum est ei quod ex a b. Sed iam non sit perpendicularis a d, exciteturque ab ipso a, in b c perpendicularis a e. Et quoniam recta quæ-dam linea secatur in æqualia in e, & in inæqualia in d. Igitur per nonam secundi elementorum quod sub c d b, una cum eo quod ex d e, ei est æquum quod ex b e commune apponatur quod ex a e, igitur quod sub c d b una cum eo quod sub a e, e d, æquum est ei quod ex a e, e b, æquum est autem eis quæ ex a e, e d, id quod ex a d. Quod igitur sub c d b, una cum eo quod ex a d, eis est æquum quod ex a d b, & eis quæ ex a d b, id quod ex a b, est æquum, quod autẽ sub c d b, una cum eo quod ex a d ei quod ex a b.





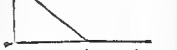
Scholium in secundam demonstrationem.

Quoniam autem quod sub a f c d, trianguli duplũ sit sic demonstrabimus, excitetur per a ipsi c d, parallelus per trigesimam primi elementorum, ipsa a g, & per eandem ipsi a f, per g parallelus excitetur g h. Bina igitur sunt pa-rallelogramma ipsa a b, a d, supponitur autem a c ipsi d g parallelus super eadem basi a g existentes & in eisdem parallelis a g, c h, parallelogrammum igitur a h per trige-simamquintam primi elementorum, ipsi a d parallelo-grammo æquum est, & quoniam quod sub a f, a g, est i-psum a h, æqualis autẽ est a g ipsi c d & quod igitur sub a f, c f d, est q; a b. Duplum autem est a h ipsius a c d triãgu-li per 41 primi elemẽtorum quoniam & a d. Quod igitur sub a f, c d, duplum est ipsius a c d trianguli.



Item scholium.

Si enim efficiemus in rectas lineas d a ipsi a c, sicut d a c, & per d ipsi d c, per undecimam primi elementorum ad angulos rectos excitemus d b. Manifestũ quod ma-nente quidem æquali d a ipsi d c ipsa autem d c ipsi a c, ipsa uero b a ipsi d a, manifestum erit quod dictum est. Quoniam enim sicut se habent bases, sic & parallelogrã-ma sub eodem fastigio existentia.



Super tertia demonstratione scholium.

Esto recta linea d e, & ipsi quidem d e, ponatur d a, ipsi autem a c, ipsa a c, & ab ipso a ipsi d c per undecimam primi elementorum ad angulos excitetur rectos a b & ipsi a b æ-

qualis

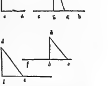
qualis esto d c. Quoniam igitur ipsius d a c ad c a, ratio data est, sicut autem d a c, ad c a; sic quòd sub d a c, a b, ad id quod sub c a, a b, & eius quod sub d a c. a b, ad id quod sub c a, a b, igitur ratio est data: est autem & eius quod sub c a, a b ad a b c, triangulum ratio data per 66 theorema, & quod sub d a c, a b. igitur ad id quod ex a b c triangulum ratio est data per 8 theorema.

Super eadem ubi agitur de angulo obtuso.

Si enim per c ipsi e b: per 31 primi elementorum agamus parallelos, & per eandem per a b ipsi e c, agamus parallelos. manifestum enim quòd quod sub e c, a b est ipsum a b & a g ipsius a b c, trianguli duplum est, ac per hoc & a b c, triangulum rationem datam habet: si enim per c ipsi e b, & per a b ipsi e c, per eandem parallelos agamus. manifestum igitur, quæ enim ex a ipsi e c, est æqualis, sicut in superiori scholio habetur.

Super quarta demonstratione 67.

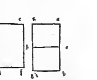
Quoniam autem ipsam d e c, ipsi a d c, æqualem constituere possimus: seorsum ab Apollonio sic demonstrabimus, quoniam enim angulus a c d æquus est angulo a d c, maior est qui sub b c d. eo qui sub a d c: ponatur, in quam, ipsi b c d, æquus angulus qui sub b d e, & extendatur b c, est autem angulus qui ad b, communis & ipsius d b c, & ipsius d b e, trianguli. Reliquus ergo qui sub b d c, reliquo qui sub d e c est æqualis. Quoniam autem uniuersaliter sit possibile a dato signo sicut a. in datam rectam lineam b c, deducere rectā lineā æquū efficientē angulū dato angulo d e f, sic ostēdemus. Angulus enim d e f, aut est rectus, aut acutus, aut obtusus. Siquidē igitur rectus est, manifestū. ago enim ab ipso a perpēdicularē a g, æquus igitur est angulus e ipsi g. Sed iā esto angulus d e f, acutus exciteturq; per duodecimā primi elementorum ab ipso d in e f, perpendicularis d h, ab ipso autem a in b c ipsa a g, constituaturque ad ipsam a g rectam lineam ad signumque in ea a ipsi e d h, per 23 primi elementorum. æquus angulus g a k. Reliquus igitur qui sub d e f, ei est æquus qui sub a k g Sed iam esto obtusus angulus qui sub d e f, extensa igitur d e. in l: acutus igitur qui sub f e l, perpendicularis excitetur per duodecimam primi elementorum d l, & ipsi l d e æqualis ponatur g a k. Sic igitur qui sub d e l, ei est æquus qui sub a k g. Quare & ex consequēti qui sub d e f, ei qui sub a k b est æqualis.



Theorema 68 Propositio 68

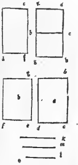
Si bina æquiangula parallelogramma adinuicem rationem datam habuerint, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, & reliquum latus, ad reliquum latus rationem habebit datam.

Bina siquidem parallelogrāma a b. c d adinuicem rationem habeant datam, habeat autem & unum latus ad unum latus rationem datam, sit autem ipsius b e ad f d, ratio data. Dico quod & ipsius a e ad f c, ratio est data comparetur enim ad ipsam e b. parallelogrammum æquum ipsi c d, sitque per uigesimam quintam sexti elementorum e g ponaturque ut a e ipsi e h, sit in rectas lineas. in rectas igitur lineas est k b ipsi b g. Quoniam igitur ipsius a b ad c d ratio est data, æquum est autem c d ipsi e g Ratio igitur ipsius a b ad e g, est data: quare & ipsius a e ad e h, ratio est data. Et quoniam æquū est e g.



ipsi

ipsi c d, est autem & æquiangulum. Igitur per 14 sexti elementorum latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca, est igitur sicut e b ad f d, sic est c f ad e h. Ratio autẽ ipsius e b ad f d data, & ipsius igitur c f ad e h. ratio est data, ipsius autem e h ad a e, ratio est data, & ipsius igitur a e ad c f, ratio est data.



Aliter.

Exponatur data recta linea k, & quoniam ratio ipsius a ad b data est, eadem eidem fiat quæ ipsius k ad l. Ratio autẽ ipsius a ad b data, & ipsius igitur k ad l ratio est data. Data autem est k, data igitur & l per cõuersionem primæ diffinitionis. Rursus quoniam ipsius c d ad e f, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius k ad m. Igitur ratio ipsius k ad m data est. Data autem & k, data igitur & m, est autem & l data Ratio igitur & ipsius l ad m data est, & quoniam æquiangulum est a ipsi b, igitur a ad b rationẽ habet ex lateribus cõpositam, per 23 sexti ele. hoc est ex ea ratione quam habet c d ad e f, & h c ad e g. Sed & k ad l rationem habet cõpositã ex ea quam habet k ad m, & m ad l. Ratio igitur composita ex ea quam habet c d ad e f, & h c ad g e eadem est compositæ rationi ex ea quam habet k ad m, & m ad l. Quarũ ipsius c d ad e f, ratio eadẽ est ei quæ est ipsius k ad m ratiõi, reliqua ergo quæ ipsius h c ad g e, ratio eadẽ est ei quæ est ipsius m ad l. ipsius autẽ m ad l ratio est data. Igitur & ipsius h c ad e g, ratio est data.

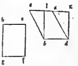
Scholium.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, assumaturq́ quædam una recta linea, una priorum ad alteram rationem habet cõpositam ex ea quam habet prima ad extrinsecus utcunq́ sumptam, & quam assumpta ad alteram.

Theorema 69 *Propositio 69*

SI bina parallelogramma datos angulos habuerint, habuerint autem & ad inuicem rationem datam, unumq́ latus uni lateri rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem datam habebit.

Bina siquidem parallelogramma a b, g e, datos habẽtia angulos, eos qui ad d f, adinuicem rationẽ datã habeant. Ipsius autem d b ad f g, ratio sit data Dico quod & ipsius a d ad e f ratio data est. Siquidem igitur æquiangulum est a b parallelogrammum ipsi e g, parallelogrammo, manifestũ est. Si autẽ non. Cõstituatur per 23 primi elemen. ad ipsam d b ad signumq́ in ea d ei qui sub e f g, æqualis angulus b d k Compleaturq́ d l. parallelogrammum. Quoniã uterq́ ipsorũ d a c, a k d, angulorum datus est, & reliquus igitur qui sub a d k, datus est. Datur igitur triangulum a d k specie. Igitur ipsius a d ad d k, ratio data est. Et quoniam ipsius d c ad f h ratio est data, supponitur enim & est æquũ d c ipsi d l. per 35 primi ele. Ratio igitur ipsius d l ad f h data est. Et æquiangulum est d l ipsi f h, & ratio ipsius d l ad f h data est. Estq́ ipsius d l ad e g, ratio data, & insuper ipsius d b ad f g id enim est receptum. Ratio igitur & ipsius d k ad e f data est, & ipsius d k ad d a ratio est data, & ipsius igitur a d ad e f, ratio est data.



Scholium.

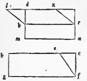
In uniuersum enim si parallelogrammi unus angulus datus fuerit, & reliqui dati erunt, uno enim dato necessario & consequentes dabuntur, quare & econuerso.

Theorema 70 *Propositio 70*

SI binorum parallelogrammorum quæ circum æquales angulos uel

uel inæquales datos tamen latera adinuicem rationem datam habuerint. & ipsa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum siquidem parallelogrammorum a b,e g,quæ circum angulos qui ad f c,aut æquos aut inæquales datos tamen latera adinuicem rationem habeant datam hoc est sit ratio ipsius quidem a c ad e f,data itidemque ipsius b c ad f g. Dico quod & ipsius c d ad f h,ratio est data, esto enim æquiangulum c d ipsi f b. Compareturq; per uigesimam quintã sexti elemen. ad c b,rectam lineam ipsi f h. parallelogrammo æquũ parallelogrãmum c m, ponaturq; ut a c ipsi c n,sit in rectã lineam. Igitur & d b ipsi b m,erit in rectam lineam. Et æquum est b n ipsi f b,est autem & æquiãgulũ Igitur per decimamquartã sexti elementorum ipsorum b n,b f, latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca. Est igitur c b ad f g sic f e ad c n. Ratio aũt ipsius e b ad f g data est. Rõ igitur & ipsius e f ad c n data est,ipsius aũt e f ad a c rõ est data:& ipsius igitur a c ad c n rõ est data Quare & ipsius c d ad c m,rõ est data:est aũt c m ipsi f h,æquale. Rõ igitur & ipsius c d ad e g,data. Non sit iam æquiangulũ a b ipsi f h. Construaturq; per 23 primi elemẽtorũ ad ipsam b c,rectã lineam, ad signumq; in ea c ei qui sub e f g angulo æqualis angulus b c k, compleaturque parallelogrammum c l. Et quoniam angulus a c b datus est, & reliquus igitur qui sub a k c.datus est, est autem & qui sub c a k datus,& reliquus igitur qui sub a k c datus est Datur ergo triangulũ a c k specie. Ratio igitur ipsius a c ad c k est data,ipsius autem a c ad e f ratio est data, ipsius aũt a c ad e f,rõ est data, & ipsius c k,igitur ad e f,ratio est data,est autem & ipsius c b ad f g,ratio data,æquũ aũt est c l ipsi c d. Ratio ipsi c d. Ratio igitur ipsius c d ad f h,data est.



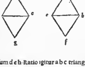
Scholium.

Nam quoniam æquiangulum est a b ipsi e g,æqualis est qui sub a c b ei qui ad g & qui ad f exterior interiori,& alius igitur ad g ei qui ad f est æqualis,similiter quoque & alij a c b,in rectum igitur est d b ipsi b m. Quoniam enim parallelus est a g ipsi d m anguli qui sub d b c,b c n,inuicem sunt æquales. Rursus quoniã parallelus est m b ipsi a c, qui sub m b c,a c b sunt inuicẽ æquales, qui sub a c b,b c n,eis qui sub d b c,c b l sunt æquales. Recti enim duo,qui sub a c b,b c n,& qui sub d b c,c b m. Si autem ad aliquam rectã lineam & ad signum & quæ sequuntur ut in 23 primi elementorum.

Theorema 71 Propositio 71

SI binorum triangulorum quæ circum æquos angulos,uel inæquales,datos tamen,latera rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem datam habebunt.

Duorum,inquam,triangulorum a b c,& d e b. quæ circum æquos angulos. aut inæquales datos tamen, latera adinuicem rationem habeant datam. Sitque ipsius b a ad d e.ratio data,& ipsius a c ad d h. Dico quod & ipsius a b c trianguli ad d e b triangulum ratio est data. Compleantur enim a g,d f,parallelogramma: quoniam igitur binorum parallelogrammorum a g,d f,quæ cirrum æquos angulos,uel inæquales datos tamen,eosque ad a d latera adinuicem rationem habent datam, & parallelogramma per præcedentem rationẽ datã habebunt. Ratio igitur ipsius a g ad d f data est, ipsius autem a g dimidium est per conuersionẽ quadragesimamprimam primi elementorum. triangulum a b c,ipsius autem d f,per eandem ipsum d e h. Ratio igitur a b c trianguli ad d e b triangulum data est.

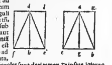


Theore

Theorema 72 Propositio 72

SI duorum triangulorum bases in data ratione fuerint, & quæ in ipsas ductæ ab angulis aut æquos aut inæquales angulos efficiẽtes, datos tamen, eos qui ad basim, adinuicem rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem habebunt.

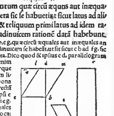
Sint bina triangula a b c, d e f, excitẽturq́ a g, d h, aut æquos angulos efficiẽtes a g c, d h f, uel inæquales: datos tamen. Estoq́ ratio ipsius quidẽ b c ad e f data ipsius aũt a g, ad d h, itidem data. Dico q́ & ipsius a b c triãguli ad d e f, triangulum ratio data est. Cõpleantur enim ipsa k c, l f, parallelogramma. & quoniam anguli a g c, d h f, aut æquales, aut inæquales sunt, dati tñ, æqualis aũt est angul9 a g c, angulo k b c, & q sub d h f, ei qui sub l e f. Et qui ad b e. igitur anguli aut æquales aut inæquales sunt, tamẽ dati Et quoniã ratio ipsius a g ad d h data est. æqualis autem est a g ipsi k b & d h, ipsi l e. Ratio igitur ipsius k b ad l e. data est: est autem & ipsius b c ad e f, ratio data, & qui ad b e. signa anguli aut æquales, aut inæquales sunt, dati tamen. Et ipsius igitur c k, parallelogrammi ad l f. parallelogrammum ratio est data. Quare & ipsius a b c triãguli ad d e f, triangulum ratio est data.



Theorema 73 Propositio 73

SI binorum parallelogrammorum quæ circũ æquos aut inæquales angulos, datos tamen, latera sic se habuerint sicut latus ad aliquid aliud, habuerit autem & reliquum primi latus ad idem rationẽ datam & ipsa parallelogramma adinuicem rationẽ datã habebunt.

Binorum, inquam, parallelogrammorũ a b, e g, quæ circũ æquales aut inæquales angulos, datos tamen, eos qui ad c f, latera sic adinuicem se habeãt, ut sit sicut c b ad f g. sic e f ad c k Ipsius autem a c ad c k ratio esto data. Dico quod & ipsius c d. parallelogrammi a e g parallelogrammũ ratio est data. Sit enim prius a b ipsi e g, æquiangulum, compareturque per 25 sexti elementorum ad ipsam c b, rectam lineam ipsi e g parallelogrammo æquum c h, ponaturque ut a c ipsi c k, sit in rectam lineam. In rectã igitur est lineam & d b: ipsi b h, & quoniã c h, ipsi e g est æquale. est autem & æquiãgulum c h ipsi e g. Ipsorum igitur c h e g, latera quæ circũ æquales angulos per 14 sexti elemẽtorum sunt reciproca: est igitur sicut b c ad f g, sic est f e ad c k. Sicut autẽ c b ad f g, sic e f, ad quã a c, rõnẽ habet datã. At a c uerbi gratia ad d aut quãpiã aliã rõnẽ babet datã Ratio igitur ipsius a c ad c k est data. Quare & ipsius a b ad c h, hoc est e g, ratio data est Non sit autem æquiangulum. Cõstituarurque per 23 primi elementorum ad ipsam c b rectam lineam, ad signaque ad ipsam c ei qui sub e f g, angulo, æquus angulus qui sub b c l, cõpleaturque c m parallelogrammũ. Quoniam uterq́ qui sub a c h, l c b angulorum datus est, & reliquus igitur q sub a c l est datus. Datur autem & qui sub c a l. & reliquus ergo qui sub c l a datur. Quare triãgulum a c l specie datur. Ratio igitur ipsius a c ad c l data est Et quoniã est sicut b c ad f g, sic est e f, a d, quam ipsa a c, rationem habet datã Ipsius autẽ a c ad c l, ratio est data: est igitur sicut c b ad f g, sic f e ad c l. Estque æqualis angulus l c m, angulo e f g Ratio igitur ipsius c m parallelogrammi ad e g, parallelogrammũ data est. Aequum autem est c m ipsi c d. Ratio igitur ipsius c d ad b g data est.



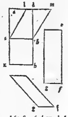
Theorema 74 Propositio 74

SI bina parallelogramma rationem adinuicem datam habuerint, aut in angulis æqualibus, aut inæqualibus datis tamẽ, erit

sicut

ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquũ primi rationem habet datam.

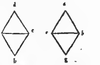
Bina ſiquidem parallelogramma a b, e g, adinuicẽ rationẽ habeant datã, aut in æqualibus aut in inæqualibus angulis datis tamen eis qui ad c f. Dico quod eſt ſicut c b ad f g, ſic eſt e f ad quod a c, rationem habet datam. Ipſum, inquam, a b. ipſi c g, aut eſt æquiangulum aut non. Sit prius æquiangulũ, cõparetuŕq; ad rectã lineã c b ipſi e g. parallelogrãmo per 45 ſexti elemẽtorũ æquũ parallelogrãmũ c h, ponatuŕq; ut a c ipſi c k, ſit in rectam lineã. In rectã igitur eſt lineã d b ipſi b b, & quoniã ipſius a b ad e g, ratio eſt data, æquum autem eſt e g ipſi c b: ratio igitur ipſius a b ad c h, data eſt, quare & ipſius a c ad c k ratio eſt data. Et quoniam æquũ eſt c b, ipſi e g, eſt aũt & æquiãgulum. Ipſorũ igitur c h, e g, per 14 ſexti ele. latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca. Eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f, ad quod a c, rationẽ datam habet Non ſit autem æquiangulum conſtituatuŕq; per 23 primi ele. ad ipſam c b rectam lineã ad ſignuḿq; in ea c ei qui ſub e f g, angulo, æqualis angulus l c b. Compleatuŕq; c m parallelogrammum. Quoniam igitur ipſius c m ad e g, ratio eſt data. æquũ eſt autem c d ipſi c m. Ratio igitur ipſius c m ad e g data eſt, eſt autem angulus l c b, angulo e f g, æqualis, eſt igitur ſicut b c ad f g, ſic e f ad quod c l rationem habet datam, ipſius autem c a ad c l, ratio eſt data, eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f ad quod a c, rationem babet datam.



Theorema 75 Propoſitio 75

SI binæ triangula adinuicem rationem habuerint datam, aut in æqualibus angulis autẽ in inæqualibus, datis tam, erit ſicur primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquum primi rationem babet datam.

Sint bina triangula a b c, d e f, adinuicem rationem datã habentia, ſintque anguli qui ad a d aut æquales aut inæquales, dati tamen. Dico quod eſt ſicut a b ad d e, ſic eſt d f, ad quod a c, rationem babet datam Compleantur enim a g d h parallelogramma, & quoniam trianguli a b c ad d e f, triãgulum ratio eſt data. Ratio igitur & ipſius a g parallelogrammi a d, d h parallelogrammum data eſt. Quoniã igitur bina parallelogramma a g, d h adinuicem rationẽ babẽt datã aut in æqualib9, aut in inæqualibus angulis, datis tamen Eſt igitur per præcedentem ſicut a b ad d e, ſic d f ad quod a c rationẽ babet datam



Theorema 76 Propoſitio 76

SI à uertice triãguli ſpecie dati in baſim perpẽdicularis acta fuerit, acta ad baſim rationẽ habet datã.

Sit ſpecie datũ triãgulum a b c, excitetuŕq; ab ipſo a in b c, perpendicularis a d. Dico quod ratio ipſius a d ad b c, data eſt. Quoniam enim triangulum a b c datum eſt ſpecie, datus igitur eſt & qui ſub a b d, angulus eſt autem & qui ſub b d a, datus: & reliquus igitur qui ſub b a d, datus eſt: datur ergo triangulum a b d ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b c data eſt. & ipſius igitur a d ad c b ratio eſt data.

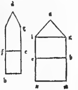


Propoſitio 77 Propoſitio 77

SI binæ ſpecies ſpecie datæ adinuicem ra-

tionem datam habuerint, & unumquoduis unius latus speciei ad quoduis alterius rationem datam habebit.

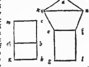
Binæ, inquam, species a b c, d e f, specie datæ adinuicẽ rationẽ habeant datam. Dico quod & unum quoduis latus ipsius a b c ad unum quoduis latus ipsius d e f, rationem habet datam. Describantur per 46 primi elemẽtorum ex b c, e f quadrata b n, e h. Quoniam ab eadem recta linea b c, binæ species describuntur quæ utcunque specie sunt datæ scilicet a b c & b n. Igitur per 49 propositionẽ ratio ipsius a b c ad b n. data est. Idque propterea iam rursus & ipsius d e f ad e g, ratio est data. Quoniã igitur ipsius a b c ad d e f, ratio est data, sed ipsius quidẽ a b c ad b n, ratio est data, quare & ipsius b c ad e f ratio est data.



Theorema 78 Propositio 78

SI data species ad rectangulum aliquod rationem habuerit datam, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, datur rectangulum specie.

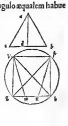
Datã enim species a f b ad rectangulum c d, rationem habeat datam, sitque ipsius f b ad c d, ratio data. Dico quod c d specie datur. Describatur per 46 primi ele. ex f b, quadratũ f g. Cõpareturque per 25 sexti ele. ad ipsam e d ipsi f g, æquum parallelogrammum e k ponaturque ut c e ipsi e b, sit in rectam lineam, in rectã igitur lineã est & m d, ipsi d k. Et quoniã ab eadem recta linea f b bina rectilinea quæ utcũque specie data sunt describuntur a f b, f g. Ratio igitur ipsius a f b ad f g per 49 propositionem data est. Ipsius autẽ a f b ad c d ratio est data. & ipsius ergo f g ad c d, ratio est data. Sed f h ipsi e k est æquale, & ipsius c d ergo ad e k, ratio est data. Quare & ipsius c e ad e h ratio est data. Et quoniã f g ipsi e k, æquum & æquiãgulũ est, est autẽ & rectãgulũ. Igitur per 14 sexti el ipsorũ latera reciproca sunt, estque sicut f b ad e d, sic e h ad f l. Ratio autẽ ipsius f b ad e d, supponitur data. Ratio igitur & ipsius e h ad f l data est. Ipsius autem e h ad c e, ratio est data, & ipsius ergo c e ad f l ratio est data, æqualis autem est f l ipsi f b, quadrati enim. Ipsius ergo l f ad e d, ratio est data componatur enim, & ipsius igitur c e ad e d, ratio est data. & angulus qui ad e rectus est. Datur ergo c d specie.



Theorema 79 Propositio 79

SI bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, & ab æqualibus angulis in bases perpẽdiculares rectæ lineæ actæ fuerint fuerit aũt sicut primi triãguli basis ad perpendicularem, sic alterius triãguli bases ad perpendicularem, æquiangula erũt ipsa triangula.

Sint bina triãgula a b c, h f g, æquos habẽtia angulos qui ad f b, exciteturque per 11 primi ele ab ipsis f b. perpẽdiculares b d, f k, sit autẽ sicut a c ad b d, sic g h ad f k. Dico quod æquiangulum est b c triangulum ipsi h f g triangulo. Describatur per 5 quarti ele. circũ triãgulũ f g h circulus, cuius segmẽtum sit h f g. Cõstituaturque per 23 primi ele ad ipsam b g rectã lineã ad signũ quæ in ea h ei qui sub b a c angulo æquus an-



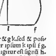
angulus qui sub g h l. Connectãturq; ipsæ f l, l g excitetur q; per 11 primi ele. perpendicularis l m. Et qm̃ angulus b a d angulo l h g est æqualis, & qui sub b l g ei qui sub a b c, & reliquus igitur qui sub b c a reliquo qui sub h g l, est æqualis. Simile igitur est triangulũ b c a ipsi h l g triãgulo & perpẽdiculares ductæ sunt b d, l m, est igitur sicut a c ad b d, sic h g ad l m per 76 propositionẽ. Erat autẽ sicut a c ad b d sic h g ad f k, supponitur enim. Et sicut igitur per 11 quinti ele. h g ad m l. Sic h g ad f k, æqualis igitur est f k ipsi l m, est autem & parallelus & f l ipsi h g, est æqualis & parallelus. Aequalis igitur est angulus f l h ipsi l h g angulo. Sed qui sub l h g ipsi b a c est æqualis, qui uero sub f l h ipsi f g b est æqualis. Et qui sub b a c igitur ei qui sub f g h est æqualis, est autem & qui sub a b c ei qui sub f h g, æqualis. Reliquus igitur qui sub b c a, reliquo qui sub f h g est æqualis, æquiangulum igitur est a b c triãgulum ipsi f h g triangulo.

Theorema 80 *Propositio 80*

SI triangulum unum habuerit angulũ datum, & quod sub datum angulum comprebendentibus rectis lineis, ad id quod ex reliquo latere quadratum rationem habuerit datam, datur triangulum specie.

Esto triangulum a b c datum habens angulum qui ad a, & quod sub b a c ad id quod ex b c rationem habeat datã. Dico quod ipsum a b c triãgulum specie datur, excitentur enim per 11 primi elemẽtorum. ab ipsis a b in ipsas b c, c a, perpẽdicularis b d, a e. Quoniã igitur angulus b a d. datus est, est aũt & qui sub a d b datus. Datur ergo triangulũ a d b specie, ratio igitur ipsius a b ad b d, data est, quare & eius quod sub a c b d, ratio est data. Ei autẽ quod sub a c, b d, æquũ est id quod sub b c, a e, utrũque enim eorum ipsius a b c triãguli duplũ est. Ratio igitur & eius quod sub b a c ad id quod sub b c, a e data est. Eius autem quod sub b a c ad id quod ex b c ratio est data, & eius q; sub b c, a e, igitur ad id quod ex b c ratio est data, & ipsius b c ad a e. ratio est data, exponatur positione, & magnitudine data recta linea f g. Describatur q; super ipsa f g segmentum f h g per 33 tertij ele. datũ habẽs angulũ æquũ ipsi b a c. Datus autẽ est qui sub b a c angulus, datus igitur & qui in f h g, segmẽto angulus. positione igitur est segmentũ f h g excitetur per 11 primi ele. ab ipso g ipsi f g ad angulos rectos g k, positiõe igitur est g k fiat q; sicut b c ad a e, sic f g ad g k. Ratio autem ipsius b c ad a e data est.

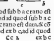




Ratio igitur & ipsius f g ad g k data est. Data autem est f g, data igitur & g k. sed & positione. est q; datũ ipsum g, datũ igitur & k excitetur per 31 primi ele. per ipsum k ipsi f g, parallelus k h positiõe igitur est k h, positione autẽ ipsum f h g. Datũ igitur est signũ h. Cõnectatur f h, h g excitetur q; per 11 primi ele. ppẽdicularis h l. Data igitur est h l. est autẽ & h signũ datũ. Et utrũq; ipsorũ f g. Datur igitur unaquæq; ipsarũ h f, f g, g h, positiõe & magnitudine datur ergo f h g, triangulum specie Et quoniã est sicut b c ad a e. sic f g, ad g k, æqualis autem est g k, ipsi h l, est igitur sicut b c ad a e. sic f g ad h l est q; æqualis angulus b a c angulo f h g, æquiangulum igitur est per præcedentem a b c, triangulũ ipsi h f g triangulo. Datur aũt h f g triangulũ specie, datur igitur & a b c triangulum specie.

Aliter.

Sit triangulum a b c, datum habẽs angulum qui ad a, sit autem eius quod sub b a, a c, ad id q; ex c b ratio data. Dico quod triangulum a b c specie datur. Nam quoniã angulus b a c, datus est, qua igitur maius est quod ex utroq; ipsius b a c, eo quod eo b c, ea area ad b a c triãgulum rationẽ habet datã, qua autẽ est maius quod ex utroque ipsius b a c eo quod ex b c sit area d. Ratio igitur



ipsius d areæ ad a b c, triangulum data est. Ipsius aũt a b c ad id quod sub b a c ratio est data, eo quia angulus qui sub b a c datus est Et ipsius igitur d areæ ad id quod sub b a c ad id quod ex b c ratio est data, & ipsius igitur d ad id quod ex b c ratio est data, & cõponendo igitur per 18 quinti elemen. ipsius d areæ una cum ea quod ex b c, ad id quod

ex b c,ratio est data. Sed area d una cũ ea quæ ex b c est id quod ex utraque b a c. Ratio enim eius quod ex utraqꝫ b a c ad id quod ex b c data est,quare & utriusque b a c ad b c ratio data est,estq́ angulus qui sub b a c,datus:datur igitur triangulũ a b c specie.

Theorema 81 Propositio 81

Si tres rectæ lineæ proportionales, existẽtes tribus rectis lineis ꝓportionalibus existẽtibus,extremas in rõne data habuerint, medias in data ratione habebunt & si extrema ad extremam rationem datam habuerit,& media ad mediam reliqua ad reliquam extremam rationem datam habebit.

Tres,inquam,rectæ lineæ proportionales existentes a,b,c.tribus rectis lineis proportiõalibus existẽtibus d e f.extremas in data rõne habeãt,sitq́ ipsius quidẽ a ad d ratio data,ipsius autem c ad f,ratio quoqꝫ data. Dico quod ipsius b ad e,rõ est data.nã q̃m ipsius a ad d ratio q̃dẽ data est,ipsius aũt c ad f,rõ quoqꝫ est data. Rõ igitur eius quod sub a c ad id q̃ sub d f, data est. Sed ei quidẽ quod sub a c,æquũ est id q̃ ex b,per 17 sexti ele.ei autem quod sub d f per eandẽ: æquũ est id q̃d ex e,ratio igitur eius quod ex b ad id quod ex e data est,quare & ipsius b ad e,ratio data est. Esto iã rursus ipsius quidẽ a ad d ratio data,ipsiusq́ b ad e,ratio est data. Dico q̃d & ipsius c ad f ratio est data. Nam quoniã ratio ipsius a ad d est data,ipsius autẽ b ad e,ratio est data:rõ quoqꝫ eius quod ex b ad id quod ex e data. Sed ei quidẽ q̃d ex b æquũ est id quod ex a c per 17 sexti ele. Ei aũt quod ex e,per eandẽ æquũ est id quod sub d f:ratio igitur eius quod sub a c ad id quod sub d f est data,& unius lateris a ad unum latus d ratio est data, & reliqui igitur c ad reliquum f ratio est data.



Theorema 82 Propositio 82

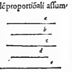
Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit sicut prima ad quam secunda rationem habet datam, sic tertia ad quam quarta rationem habet datam.

Sint quatuor rectæ lineæ proportiõales a b,c,d, sitque a ad b sic c ad d. Dico quod est sicut a ad quã b rationẽ habet datã. Sic c ad quã d rationẽ habet datã: esto enim ad quã b rõnẽ habet datã e,fiatq́ sicut b ad e, sic d ad f. Ratio aũt ipsius b ad e data, ratio igitur ipsius d ad f data. Et q̃m est sicut a ad b,sic c ad d. Est autẽ & sicut b ad e,sic d ad f.ex æquali igitur per uigesimãsecundam quinti elemẽ sicut a ad e,sic c ad f. Estq́ e ad quam b rationẽ habet datam & f ad quã d: est igitur sicut a ad quã b rationẽ habet datã,sic c ad quam d rationẽ habet datã.



Theorema 83 Propositio 83

Si quatuor rectæ lineæ sic se adinuicem habuerint, sicut tribus assumptis ex ipsis quomodocũqꝫ, & quarta eisdẽ proportiõali assumpta ad quã reliqua earũ quæ in principio quatuor linearum rectarũ rõnẽ habet datã, proportionales gigni ipsas quatuor rectas lineas, erit sicut quarta ad tertiã, sic secũda ad quam prima rationem habet datam.



Sint quatuor rectæ lineæ a,b,c,d, sic se habentes adinuicẽ ut tribus ex ipsis quomodocũqꝫ assumptis, & quarta eisdem hoc est e ad quã d rationẽ habet datã proportionales fieri ipsas a b c e,rectas lineas. Dico q̃d est sicut d ad c,

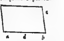
sic b

sic b ad quam a rationem habet datam. Nam quoniã est sicut a ad b, sic c ad e. Quod igitur sub a e, ei est æquum quod sub b c, per 16 sexti ele. Et quoniã ratio ipsius e ad d, data est. Ratio igitur ipsius quod sub a d ad id quod sub a e data est. Quod autem sub a e, ei est æquum quod sub b c. Ratio igitur eius quod sub a d ad id quod sub b c data est, igitur sicut d ad c sic b ad quam a rationem habet datam.

Theorema 84 Propositio 84.

SI binæ rectæ lineę datam areolam comprehẽderint in dato angulo, & altera altera data maior fuerit, & ipsarum utraque data erit.

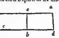
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c areolam comprehendant a c in angulo sub a b c. At c b ipsa b a dato maior sit. Dico quod utraque ipsarũ a b, b c data est. Nã quoniã c b ipsa b a dato maior est. Sit data d c. Reliqua igitur d b ipsi a b, est æqualis: Cõpleatur a c. Et quoniã æqualis est a b ipsi b d. Ratio igitur ipsius a b ad b d data est. Datus autem est angulus a b d. Datur igitur a d specie. Quoniã igitur a c data est, ad datam d c adiũgitur excedẽs specie dato a d. Datur igitur excessus per 59 datorũ. Data igitur est b d. Sed & d c. Igitur tota b c data est, est autem & a b data, utraque igitur a b, b c data est.



Theorema 85 Propositio 85

SI binæ rectæ lineæ datam areolam compreheoderint in dato angulo, fuerit aũt & utraque simul data, & ipsarũ utraque data erit.

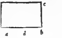
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c, datã areolam comprehendant a c in dato angulo a b c data. Dico quod & utraque ipsarũ a b, b c, data erit. Extendatur c b in d ponaturque per 2 primi ele. ipsi a b æqualis b d, & per 31 primi ele. per d ipsi b a parallelus excitetur d e. Compleaturque a d. & quoniam æqualis est d b ipsi b a. Et angulus a b c datus est, quoniam & qui ex utraque parte datus est, datur igitur e b specie. Et quoniam a b c, simul data est, æqualis autẽ est & a b ipsi d b. Data igitur est d c. Quoniã igitur a c data est, ad datam d c comparatur deficiẽs specie dato e b, igitur per 58 datorum dantur latitudines defectus. Datæ igitur sunt ipsæ a b, b d. Sed & utraque simul a b c, data est. Data igitur est utraque ipsarũ a b, b c.



Theorema 86 Propositio 86

SI binę rectę lioeæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, potuerit autem utraque utraque dato maius quàm in ratione, & ipsarom utraque data erit.

Binæ, inquã, rectæ lineæ a b, b c datam areã cõprehendant a c, in dato angulo a b c, quod autẽ ex b c eo quod ex a b dato maius sit quàm in ratione. Dico quod & utraque ipsarũ a b, b c, data est. Nã quoniam quod ex c b eo quod ex b a dato maius est quàm in ratione. Auferatur datum, sitque quod sub c b, b d. Reliqui igitur quod sub c d. c b ad id quod ex a b ratio data est. Et quoniã quod sub a b, b c, datũ est, est aũt quod sub c b, b d datũ. Ratio igitur eius quod sub a b, b c ad id quod sub c b, b d, data est. Sicut autẽ quod sub a b, b c, ad id quod sub c b, b d: Sic a b ad b d. Quare & ipsius a b ad b d ratio est data. Quare & eius quod ex a b ad id quod ex b d ratio est data. Eius aũt quod ex a b, ad id quod sub b c, c d ratio est data, & eius quod sub b c, c d igitur ad id quod ex d b ratio est data. Quare & eius quod quater sub b c, c d ad id quod ex b d ratio est data. Et eius igitur quod quater sub b c, c d una cum eo quod ex b d ad id quod ex b d ratio est data. Sed id quod quater sub b c, c d una cum eo quod ex b d id est quod ex utroque simul est ipsius b c, c d. Ratio igitur utriusque simul quod ex b c, c d ad id quod ex b d data est. Quare & utriusque b c, c d, ad b d, ratio data est. Et componendo igitur per 18 quinti ele. binatum b c ad b d, ratio est data. Quare unius c b ad b d ratio est data. Sicut autem c b ad b d, sic quod sub c b, b d ad id quod ex b d. Et eius quod sub c b, b d igitur ad id quod ex b d ratio est data. Datum autem quod sub c b d. datum igitur & quod ex b d. Data igitur est b d. quare & b c. data est. ipsius enim c b ad b d ratio est data & da-

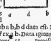


tur b d. Datur igitur & b c, est aũt & a c, datũ, & angulus a b c datus. Data igitur est a b, utraq; igitur ipsarum a b, b c, data est.

Theorema 87 Propositio 87

SI binæ rectæ lineæ areolam comprehenderint datã in dato angulo, quod à maiori uero minore dato maius fuerit, & ipsarum utraque data erit.

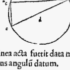
Binæ, inquã, rectæ lineæ a b, b c datã areã cõprehẽdant a c in dato angulo a b c, quod aũt ex a b dato maius esto, eo quod ex b c, dico quod utraq; ipsarũ a b, b c data est. Nã quoniam quod ex a b, eo quod ex b, dato maius est. Auferatur datũ sitq; quod sub a b, b d. Reliquũ igitur quod sub b a, a d, æquum est ei quod ex b c. Et quoniã quod sub a b, b c, datũ est, est aũt & quod sub a b, b d datum. Ratio igitur eius quod sub a b, b d ad id quod sub a b, b c data est. Estq; sicut quod sub a b, b d ad id quod sub a b, b c, sic d b ad b c. Ratio igitur ipsius d b ad b c, data est. Ratio igitur & eius quod ex d b, ad id quod ex b c data est. Ei autem quod ex b c, æquũ est id quod sub b a, a d. Ratio igitur eius quod sub b a, a d, ad id quod ex d b, data est. Et eius igitur quod quater sub b a, a d una cũ eo quod ex d b ad id quod ex d b ratio est data. Sed quod quater sub b a, a d una cum eo quod ex b d, id est quod ex utraq; simul ipsarũ b a, a d. Ratio igitur & eius quod ex utraq; simul b a, a d, ad id quod ex d b data est. Ratio igitur & utriusque simul b a ad d b data est. Et cõponẽdo igitur per s quinti ele. utriusq; simul b a, a d una cũ ipsa d b hoc est binarũ a b ad b d, ratio est data, & unius igitur a b ad d b, rõ est data. Ipsius autẽ d b ad b c. ratio est data. Et ipsius igitur a b ad b c, ratio est data. Et quoniam ipsius a b ad b d ratio est data, estq; sicut a b ad b d. sic quod ex a b ad id quod sub a b, b d. Ratio igitur & eius quod ex a b ad id quod sub a b, b d data est. Datũ aũt est quod sub a b, b d. Sic enim datũ aufertur. Datũ igitur est & quod ex a b. Data igitur est a b, estq; ratio ipsius a b ad b d data. Data igitur est & b c.



Theorema 88 Propositio 88

SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit assumens segmẽtũ capiẽs angulũ datũ, datur acta magnitudine.

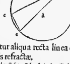
In circulo enim a b c magnitudine dato, excitetur a c assumẽs segmẽtũ a e c, accipiẽs angulũ datũ. Dico quod a c datur magnitudine. Assumatur enim per ı tertij ele centrũ circuli sitq; illud d, & cõnexa a d & extẽdatur in e & cõnectatur c e. Datus igitur est qui sub a c e. rectus enim est, est aũt & qui sub a e c. datus, & reliquus igitur qui sub c a e datus est, datur igitur triãgulũ a c e specie. Ratio igitur est ipsius a e ad a c data, data autem est e a magnitudine, quoniã & circulus datur magnitudine. Data igitur est a c magnitudine.



Theorema 89 Propositio 89

SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit data magnitudine, relinquetur segmẽtũ capiens angulũ datum.

In circulo enim magnitudine dato a b c, recta linea excitetur a c data magnitudine. Dico quod relinquetur segmẽtũ capiens angulũ datũ. Accipiatur enim per ı tertij ele. cẽtrũ circuli sitq; illud d & cõnexa a d extẽdatur in e, & quoniam utraq; ipsarũ e a, a c est data. Rõ igitur ipsius e a ad a c, data est. Et angulus qui sub a c e. rectus est. Datur igitur a c e triãgulũ specie. Datus igitur est angulus a e c.



Theorema 90 Propositio 90

SI in circuli positione dati circunferentia assumptũ fuerit signũ datũ, ab hoc autẽ ad circuli circunferentiã infringatur aliqua recta linea datum angulum efficiens, datur alter finis refractæ.

Circuli enim positione dati a b c in circũferẽtia accipiatur datũ signũ b, ab ipso aũt b refringatur recta linea b a c, datũ efficiẽs angulũ b a c. Dico quod c signũ datur. Assuma

tur

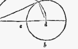
tur per 1 tertij elementorū, ipsius circuli centrū d & cōnectātur b d, d c. Et qm̄ utrūq; ipsorū b d, datū est positione igitur est ipsa b d. Et qm̄ angulus b a c, datus est. Datus igitur est angulus b d c. Quoniā igitur ad positione rectam lineā b d ad signūq; d recta linea excitatur d c datū efficiēs angulū b d c. Data igitur ipsa d c positiōe, datus est aūt & circulus a b c. Datū igitur est c signum.



Theorema 91 *Propositio 91*

Si à dato signo, positiōe datū circulū tāgēs recta linea acta fuerit, datur acta pōne & magnitudine.

A dato enim signo c positiōe datū circulū a b tāgēs recta linea excitetur c a. Dico q̄ c a recta linea datur positiōe & magnitudine. Accipiatur enim p 1 tertij el. ipsius circuli cētrū d, & cōnectatur d a. & qm̄ datū est utrūq; ipsorū d c, data est igitur d c. estq; āgulus d a c, datus igitur sup c d, descriptus semicirculus ueniet p a, ueniat itq; d a c, positiōe igitur est d a c, positiōe aūt est a b circulꝰ. Igitur a datū est. Sed & c datū est. Data igitur est a c pōne & magnitudine.



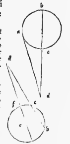
Theorema 92 *Propō 92*

Si extra circulū positiōe datū assumptū fuerit aliquod datū signū ab ipso aūt signo in circulū acta fuerit aliqua recta linea, quod sub acta & ea quæ intet ipsum signū & curuā circūferentiam comprehēsum rectangulum datum.

Extra enim circulū positiōe datū a b c assumatur signū aliquod d, ab ipso aūt d signo extēdatur recta linea d b secās circulū. Dico q̄ quod sub b d, d c datū est, excitetur enim ab ipso d signo ipsum a b c, circulū tāgēs, recta linea d a per 17 tertij ele. Data igitur est d a positiōe & magnitudie. Qm̄ igitur data est a d, datū igitur est & quod ex a d, & est æquale ei quod sub b d, d c, per 36 tertij el. Datū igitur est quod sub b d, d c.

Aliter.

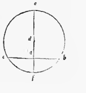
Assumatur per 1 tertij ele ipsius circuli cētrū e, & cōnectatur d e, extēdatur in a & quoniā datū est utrūq; ipsorū e d. Data igitur est e d positiōe. Datur autē & a b f circulus, datū igitur est utrūq; ipsorū a f, est aūt ipsum d datū. Data igitur est utraque ipsarū a f, f d. Datū igitur est quod sub a d, d f & ei est æquū quod sub b d, d c ei quod sub a d, d f. Datum igitur est quod sub b d, d c.



Theorema 93 *Propositio 93*

Si in circulo positione dato, assumptū fuerit aliquod datū, ac per signū illud acta fuerit aliqua recta linea in ipso circulo, quod sub actæ sectionibus comprehensum rectangulū datū est.

In circulo enim dato positione b c accipiatur signum aliquod datum a, ac per a excitetur quædam recta linea b c. Dico quod quod sub b a, a c datum est. Assumatur enim per primam tertij elemen ipsius circuli centrum sitque d & connexa a d extendatur ad f e. Quoniam igitur utrūq; ipsorum d a, datum est positione igitur est d a, positiōe autem & c b f circulus. Datum igitur est utrunque ipsorum f e, est autem & a datum. Data igitur est utraque ipsarum f a, a e. Datum igitur quod sub f a, a c. & ei est æquū quod sub b a, a c, datum igitur est quod sub b a b c.



Theorema 94 Propositio 94

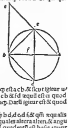
Si in circulo magnitudine dato recta linea acta fuerit, assumens segmentum capiens angulum datum, & qui in segmento angulus bifariam sectus fuerit, utraque simul angulum datum comprehendens ad secantem angulum bifariam rationem habebit datam, & quod sub utraque simul angulum datum comprehendente recta linea, & infra assumpta ab ea quæ angulum bifariam ad circunferentiam dispescit datum erit.

In circulo enim magnitudine dato a b c recta excitetur linea b c assumens segmentũ capiens angulum datum qui sub b a c, seceturq; ipse b a c per 9 primi elementorum bifariam recta linea a d. Dico quod ratio utriusq; simul b a c ad a d. data est: & etiã quod datũ est id sub utraq; simul b a c, & e d. Connectatur b d & quoniã in circulo magnitudine dato d a c. excitatur b c assumẽs segmentũ b a c, capiens angulũ datũ b a c. Data igitur est b c magnitudine. Idq; propterea iam & b d, data est magnitudine. Ratio igitur ipsius b c ad b d data est. Et quoniam angulus b a c, bifariam secatur à linea recta a d est igitur sicut b a ad a c, sic b e ad e c, uicissim igitur p 16 quinti ele. sicut a b ad b e, sic a c ad c e, & sicut utraq; simul b a c ad b c, sic a c ad c e. Et quoniã angulus b a e angulo e a c, est æqualis, est autem & qui sub a c e. ei qui sub b d e æqualis. Reliquus igitur qui sub a e c, reliquo qui sub a b d, est æqualis, æquiangulum igitur est a e c triangulum ipsi a b d triangulo. Est igitur sicut a c ad c e. Sic a d ad b d. Sed sicut a c ad c e, sic utraque simul b a c ad b c, & sicut igitur per 11 quinti ele. utraq; simul b a c ad b c, sic a d ad d b. uicissim igitur per 16 quinti el. sicut utraq; simul b a c ad a d, sic b c ad b d. Ratio autẽ ipsius b c ad b d data est. Ratio igitur & utriusq; simul b a c ad a d data est. Dico quod & quod sub utraq; simul b a c, & d e datum est: nã quoniã æquiangulum est triangulum a e c ipsi d e b. triãgulo, est igitur sicut b d ad d e, sic a c ad c e. Sicut autem a c ad c e, sic est utraq; simul b a c ad b c. & sicut igitur per 11 quinti ele. utraque simul b a c ad b c, sic est b d ad b e. igitur quod sub utraque simul b a c & d e æquum est ei quod sub c b & b d. Datum est quod sub c b, & b d datum igitur & quod sub utraque simul b a c, & e d.



Aliter idem.

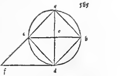
Extendatur a c. in e, ponaturq; ipsi c b æqualis c e, connectãturq; e b, b d. Et qm̃ qui sub a c b, duplus est utriusq; ipsorum a c d, c e b, æqualis igitur est qui sub c b e angulus ei qui sub a c d, hoc est ei qui sub a b d. Cõis põatur qui sub a b c. Tot. igitur qui sub d b c, toti qui sub f b e. est æqualis est aũt & qui sub c a b, ei qui sub c d b, æqualis. Reliquus igitur angulus qui sub c e b. reliquo ãgulo qui sub d c b est æqualis, æquiãgulũ igitur est e a b triãgulũ ipsi c d b triãgulo. Est igitur sicut e a ad a b Sic c d ad d b. Ipsa aũt utraq; d e est ipsa a c b, & sicut igitur utraq; ipsarũ simul a c b ad a b, sic c d ad b d. Et uicissim igitur per 16 quinti ele sicut utraque simul a c b ad c d. Sic a b ad b d. Ratio autem est ipsius a b ad d b data: utraq; enim ipsarum data est. Ratio igitur & utriusq; simul a c b ad c d data est. Et qm̃ æquiangulũ est triangulũ e a b triangulo f b d: est igitur sicut e a ad a b, sic b d ad d f. Ipsa autem e a, utraq; est a c b. & sicut igitur utraq; a c b ad a b, sic b d ad d f igitur quod sub utraq; simul a c b & f d æquũ est ei quod sub a b. b d. Datũ est aũt q; sub a b, b d. Data igitur ipsarũ utraq;. Datũ igitur est & quod sub utraq; simul a c b & f d.



Aliter idem.

Extẽdatur a c. in f ponaturq; ipsi b a æqualis c f. Cõnectãturq; b d, d c, d f, & qm̃ æqualis est b a ipsi c f. & d b ipsi d c. Binæ iã a b, b d binis f c, c d, sunt æquales altera alteri, & angulus q sub a b d, angulo q sub d c f, est æqualis, qm̃ quidẽ a b c d, quadratũ est. basis igitur a d per 4 primi ele. basi d f, est æqualis, & triãgulũ a b d, triangulo c d f, est æquale, & reliqui

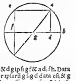
ſiqui anguli reliquis angulis æquales erũt, quos æqualia latera ſubtendunt Igitur angulus b a d. angulo d f c eſt æqualis: datus autẽ eſt angulus b a d, datus igitur eſt & qui ſub d f c angulus: eſt aũt & qui ſub d a f, angulus datus. Datur igitur triangulum a d f ſpecie. Rõ igitur ipſius f a ad a d, data eſt. At a f, utraque eſt ſimul b a c, eo quia æqualis eſt c f, ipſi b a. Ratio igitur utriuſque ſimul b a c ad a d, data eſt, & ſimiliter ſicut prius demonſtrabimus quod id quod ſub utraque b a c, & e d datum eſt.



Theorema 95 Propoſitio 95

SI in circuli poſitione dati diametro datũ ſignum aſſumptũ fuerit, ab ipſo aũt ſigno ad ipſum circulũ proiecta fuerit aliqua recta linea, & à ſectione ad rectos angulos acta fuerit ipſi excitatæ, à ſigno aũt in quod cõcurrit quæ ad rectos angulos ipſi circuli circunferẽtia parallelus acta fuerit excitatæ. Datũ eſt ſignũ ꝙ concurrit parallelus diametro, & quod ſub parallelis comprehẽſum rectãgulũ datũ erit.

In circuli enim a b c, poſitione dati diametro b c aſſumptum ſit datũ ſignũ d ac per ipſum d ad circulũ producatur quædã utcũꝗ recta linea d a, ab ipſo autẽ a ipſi d a angulus excitetur rectus a e, ac per e ipſi a d, per 31 primi ele. parallelus excitetur e f Dico quod f datum eſt, & quod ea quæ ſub a d, e f, are. data eſt extẽdatur e f in h, & cõnectatur a h. Quoniam angulus h e a. rectus eſt, & h a dimetiẽs eſt circuli a b c, eſt autẽ & b c dimetiẽs. Igitur g centrũ eſt circuli a b c Datũ igitur eſt ſignũ g, eſt aũt & d datũ. Data igitur eſt d g, magnitudine: & quoniã a d ipſi e h. parallelus eſt. Et æqualis eſt h g ipſi g a per 15 diffinitionẽ primi el. & d g ipſi g f & a d, f h. Data igitur d g. Data igitur eſt & f g. Sed & poſitione. Vtraꝗ igitur ipſarũ g f, g d data eſt, & g datũ eſt Datũ igitur & f, & quoniã in circulo a b c poſitiõe dato, aſſumitur ſignũ f datũ, & extenditur e f h Datũ igitur eſt per 91 datorũ, quod ſub e f, f h, æqualis aũt eſt h f ipſi d a. Datum igitur eſt quod ſub a d, e f.



Finis Datorum.

EVCLIDIS DE LEVI ET PONDEROSO FRAGMENTVM.

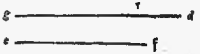
Diffinitiones. 1 Æqua magnitudine corpora ſunt, quæ loca replent æqua, 2 Diuerſa magnitudine corpora ſunt, quæ loca replent non æqua. 3 Grãdiora magnitudine dicũtur corpora, quæ loco ſunt ampliore. 4 Æqua potentia corpora ſunt, quorũ & tempore & aére aquáue media æqualibus & per æqualia interualla æquales ſunt motus. 5 Diuerſa potentia corpora ſunt, quorum tẽpore diuerſo motus ſunt æquales. 6 Diuerſorũ potẽtia corporum, maius id potentia dicitur, quod mouendo temporis inſumpſit minus: minus autem potẽtia, quod temporis amplius. 7 Generis eiuſdem corpora ſunt, quæ cum æqua magnitudine ſint, etiam ſunt potentia. 8 Diuerſa genere corpora ſunt, quæ cum æqua magnitudine ſint, potentia non ſunt, per idem licet medium moueãtur. 9 Diuerſorum genere corporum, potentius id dicitur, quod eſt ſolidius.

Theorema primum

Theoremata DIuerſorum potentia corporum, quod ſpatium amplius mouetur, habet amplius potentiæ.

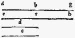
Sint

Sint a & b corpora duo, sint g d & e f spatia duo, g d maius per quod a, e f, minus per quod b mouetur resecabo à spatio g d, g r spatium, sic ut sit e f spatio spatiũ g r æquale. Cætera sponte patent.



Theorema secundum

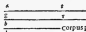
Eorundem genere corporũ si ipsa inter se erunt multiplicia, erunt æque ipsorum potentiæ multiplices.



Sit corpus a g, eodem genere corpori d, duplum, dico, etiam potentia duplum esse. Sit enim a g, quidem corporis potentia e h, d uero & a g iuxta multiplicis excessum in a b & b g, diuidatur, sic ut utriusque potentia, ipsius d corporis potẽtiæ quæ erat c æqualis, fiat rursus ut a g corpus in partes a b, b g corpori d æquas diuisimus, sic e h, potentiam in partes e r & r h, æquas c potentia diuidamus. Liquidum est e h potentiã duplum potentiæ c euadere.

Theorema tertium

Eorundẽ genere corporũ, proportio & magnitudine, & potentia est eadem.



Sit à corpus corporis eodem genere b duplum, dico ut a corpus ad b corpus est, sic corporis a potẽtia g ad corporis b potentiam d esse. Patet si ut corpora sic potentias æque utrinque multipliciter diuidamus.

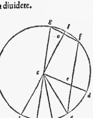
Theorema quartum

Quæ corpora, æqua potentia eiusdem genetis corpori sunt, eiusdẽ sunt inter se generis, ablatis enim æqualibus illi tertio, erũt ipsorum uirtutes æquales, quia poten tiæ tertij æquales.

Quorũ corporũ & magnitudo & potentia proportio una est, ipsa generis eiusdẽ erunt. Sit ut a corpus ad corpus b, sic corporis a potentia ad corporis b potentiã d, dico a. b, corpora generis eiusdẽ esse. Statuamus. n. a corpus, æquale corpori cuius potentia sit r. Erunt igitur ut b ad a, sic r ad potentiam ipsius a quæ est g. Reliqua patẽt.

Ad finem quarti libri hæc à Campano adiecta sunt.

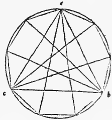
Datum triangulum in tria æqualia diuidere.



Sit angulus datus c, uolo ipsum diuidere in tres æquales angulos quod sic facio. Pono primo c, cẽtrũ circuli describendo circulũ usque quo secẽt circũferẽtiã in pũctis a & b, tũ a pũcto c quod est centrũ circuli, duco lineã c d perpẽdiculariter ad lineã c b & in linea c d assignabo pũctũ e, a quo duco lineã ad æqualitatẽ c b usque quo secet circũferẽtiã circuli in pũcto f, & produco usque ad a, deinde ptraho lineã g h æquidistãtẽ f a quæ. s. g h trãseat per cẽtrũ, & duco lineã f g æquidistãtẽ lineæ e c & protraho lineã c h in cõtinuũ & directũ usque ad l quæ secat lineã f g orthogonaliter in puncto o & per æqualia, dico ergo quod arcus l g est æqualis arcui h b, propter hoc quod angulus l c g est æqualis angulo h c b cũ sint cõtra se positi. Cum igitur arcus f g sit duplus arcui l g erit duplus arcui h b, sed arcus f g est æqualis arcui h a cum sint inter duas æquidistantes lineas quæ sunt f a & g h ergo arcus h a est duplus arcui h b, ergo & an-

& angulus a c h est duplus angulo h c b, diuidã ergo angulum c h per æqualia per lineam c ut patet propositum.

INtra datum circulum nõ angulũ æquilaterũ atque æquiangulum designare. Quod sic fieri potest, iuxta doctrinã secundæ huius inscribo circulo assignato triangulũ æquilaterum atq; æquiangulum qui sit a b c, & unumquemque angulum eius diuidam per tria æqualia & protraham lineas diuidentes angulos usque ad circunferentiam & tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt æquales, de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt æquales protraham enim cordas subtractas singulis arcubus & habebo intentum.



REGESTVM.

† a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u x y z.
A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.
Aa Bb Cc, Omnes sunt terniones præter † qui est duernio.

BASILEAE APVD IOHANNEM HERVAGIVM, ANNO M. D. XXXVII. MENSE AVGVSTO.

